

УДК 624.21

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ В ЕЛЕМЕНТАХ КОМБІНОВАНОЇ ВИСЯЧОЇ СИСТЕМИ З БАЛКОЮ ЖОРСТКОСТІ ВІД РУХОМОГО ТИМЧАСОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

В. О. Голеско, проф., к. т. н., Д. С. Махонько, Є. М. Микало, студ.,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. Наведено результати визначення зусиль в елементах комбінованої висячої системи від рухомого навантаження АК при декількох значеннях стріли провисання троса.

Ключові слова: висяча комбінована система, рухоме тимчасове навантаження, внутрішні зусилля.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ КОМБИНИРОВАННОЙ ВИСЯЧЕЙ СИСТЕМЫ С БАЛКОЙ ЖЕСТКОСТИ ОТ ПОДВИЖНОЙ ВРЕМЕННОЙ НАГРУЗКИ

В. А. Голеско, проф., к. т. н., Д. С. Махонько, Е. Н. Мыкало, студ.,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. Приведены результаты определения усилий в элементах комбинированной висячей системы от подвижной нагрузки АК при нескольких значениях стрелы провисания троса.

Ключевые слова: висячая комбинированная система, подвижная временная нагрузка, внутренние усилия.

INVESTIGATION OF INTERNAL FORCES DISTRIBUTION IN THE ELEMENTS OF THE COMBINED SUSPENDED SYSTEM WITH RIGIDITY GIRDER CAUSED BY TEMPORARY LOADING

V. Golesko, Prof., Ph. D. (Eng.), D. Makhonko, E. Mykalo, St.,
Kharkiv National Automobile and Highway University

Abstract. The results of forces determination in the elements of the combined suspended system as a result of AK temporary loading at particular values of the cable sag are presented.

Key words: suspended combined system, movable temporary loading, internal forces.

Вступ

Комбіновані висячі системи найчастіше використовують як мостові конструкції, особливо у випадках, коли необхідно перекривати великі прольоти. Комбінована система складається з балки або ферми жорсткості, яка поєднується підвісками із тросами.

Розрахунок таких конструкцій достатньо складний і для кожного випадку має свої особливості. Комбіновані системи розрахо-

вують як на постійні нерухомі навантаження, так і на рухомі, які передає на них рухомий транспорт.

Аналіз публікацій

Розрахунок комбінованих конструкцій полягає у визначенні внутрішніх зусиль в елементах тросів, підвісках, моментів і поперечних сил у перерізах балок жорсткості та внутрішніх зусиль у стержнях ферми жорсткості. Дослідженню зусиль в елементах висячої конс-

трукції від зовнішнього навантаження залежно від співвідношення її різних параметрів присвячено досить багато робіт [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Слід зауважити, що кожна нова мостова конструкція, особливо висяча комбінована система, потребує детального аналізу з конструктивної точки зору і з урахуванням місцевих умов її будівництва та її подальшої роботи. Тому збір даних розрахунку таких систем, особливо на рухоме навантаження, є досі актуальним.

Мета і постановка завдання

Метою дослідження є оцінювання розподілу внутрішніх зусиль в елементах комбінованої висячої системи з балкою жорсткості прольотом $\ell = \text{const}$ від рухомого тимчасового навантаження, яке створює рухомий транспорт, при різних значеннях стріли провисання троса f .

Оскільки внутрішні зусилля в перерізах будь-якої конструкції визначаються від рухомого навантаження за лініями впливу, для аналізу розподілу зусиль в елементах комбінованої системи необхідно побудувати лінії впливу зусиль в елементах троса, в підвісках, моментів у перерізах балки жорсткості. За лініями впливу слід визначити внутрішні зусилля від рухомого тимчасового навантаження AK за його невигідного розташування, а також побудувати розрахункову обвідну епюру моментів у балці жорсткості.

Основні положення та аналіз розрахунку

Загальну схему статично визначеної комбінованої висячої системи з балкою жорсткості, проліт якої становить $\ell = 40$ м, наведено на рис. 1,а. На рис. 1,б показано просту балку такого ж прольоту, як і балки жорсткості.

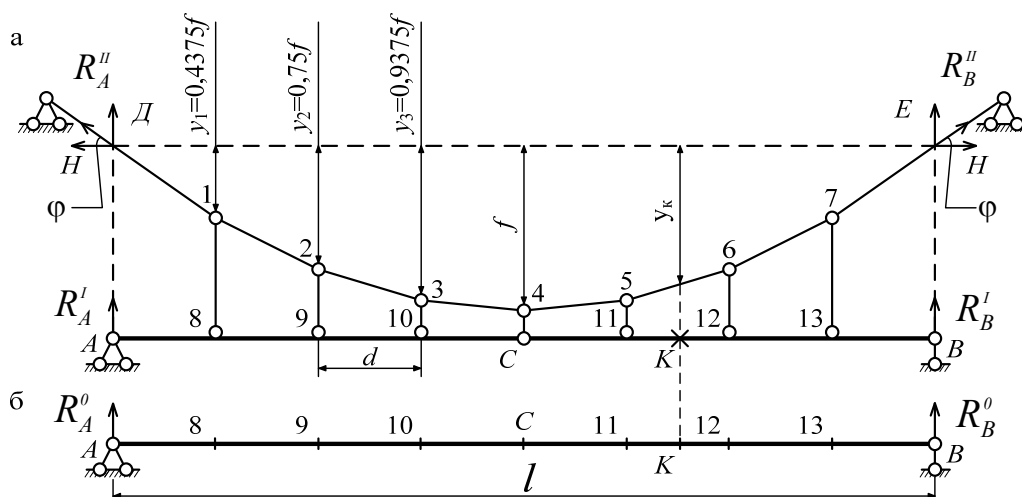


Рис. 1. Загальна розрахункова схема: а – комбінована висяча система; б – звичайна проста балка

Для розрахунку системи опори балки жорсткості проектується на елементи троса (точки Д, Е). Вузли з'єднання підвісок з елементами троса знаходяться на осі квадратної параболи, рівняння якої має вигляд

$$y = \frac{4f}{\ell^2} x(\ell - x), \quad (1)$$

де y – ордината точки осі троса; f – стріла провисання троса; x – відстань від початку ординат (точка Д) до вузла з'єднання троса з підвіскою.

Геометричні характеристики елементів троса при декількох значеннях стріли його прови-

сання f для лівої частини системи наведено в табл. 1. Для правої частини конструкції $\text{tg} \varphi < 0$.

Для визначення зусиль в елементах комбінованої системи розглядається рівновага частини конструкції А Д Е В. Зусилля в елементах троса розподіляються на вертикальну і горизонтальну складові. Горизонтальна складова однакова у всіх елементах троса, вона називається розпором і позначається H .

Незалежно від характеру навантаження елементи троса та підвіски працюють тільки на розтяг. Балка жорсткості працює на згин.

Таблиця 1 Довжина елементів троса, $\cos\varphi$, $\operatorname{tg}\varphi$ при декількох значеннях стріли провисання f

f , м	Геометричні характеристики	Елемент троса			
		Д-1	1-2	2-3	3-4
2	l , м	5,076	5,039	5,014	5,002
	$\cos\varphi$	0,985	0,992	0,997	0,999
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,175	0,125	0,075	0,025
4	l , м	5,297	5,154	5,056	5,006
	$\cos\varphi$	0,944	0,970	0,989	0,999
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,350	0,250	0,150	0,050
6	l , м	5,645	5,340	5,125	5,014
	$\cos\varphi$	0,886	0,936	0,976	0,997
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,525	0,375	0,225	0,075
8	l , м	6,103	5,590	5,220	5,025
	$\cos\varphi$	0,819	0,894	0,958	0,995
	$\operatorname{tg}\varphi$	0,700	0,500	0,300	0,100

Під час розрахунку всієї конструкції враховують опорні реакції і моменти в перерізах простої балки (рис. 1, б).

Для побудови ліній впливу зусиль в перерізах елементів комбінованої системи використовуються такі самі залежності, що і при розрахунку на нерухоме навантаження [7], з урахуванням того, що навантаженням у цьому випадку є одиничний, зосереджений, рухомий вантаж.

Лінія впливу розпору Н будується за рівнянням

$$\text{Л.впл. Н} = \left(\frac{1}{f} \right) \text{Л.впл. } M_c^o, \quad (2)$$

де $\text{Л.впл. } M_c^o$ – лінія впливу балочного моменту в перерізі «С» простої балки.

Ординати лінії впливу балкового моменту M_c^o залежать тільки від довжини балки і положення перерізу «С». Ординати лінії впливу розпору Н залежать як від параметрів балки, так і від значення стріли провисання троса.

Для запису рівнянь ліній впливу зусиль в елементах троса і в підвісках використовуються залежності, які одержано при розгляданні рівноваги вузла їх поєднання [7].

Рівняння лінії впливу зусилля у будь-якому елементі троса між вузлами « n », « $n-1$ » має вигляд

$$\text{Л.впл. } N_{n, n-1} = \left(\frac{1}{\cos \varphi_{n, n-1}} \right) \text{Л.впл. Н.} \quad (3)$$

Рівняння лінії впливу зусилля у будь-якій підвісці « n »

$$\text{Л.впл. } N_n = (\operatorname{tg} \varphi_{n, n-1} - \operatorname{tg} \varphi_{n, n+1}) \text{Л.впл. Н.} \quad (4)$$

Для побудови ліній впливу зусиль у підвісках правої частини системи тангенс кутів нахилу зусиль в елементах троса слід взяти з від'ємним знаком.

Оскільки система симетрична й елементи троса та підвіски працюють тільки на розтяг, лінії впливу зусиль у цих елементах мають вигляд симетричного трикутника з максимальною ординатою під шарніром «С». Крім того, ординати ліній впливу зусиль в симетричних елементах троса однакові за величиною. Якщо вузли поєднання елементів троса з підвіскою знаходяться на осі квадратної параболи, як у більшості комбінованих систем, різниця тангенсів кутів нахилу суміжних елементів троса буде однаковою. З цього випливає, що в симетричних комбінованих системах навіть при несиметричному навантаженні зусилля в підвісках однакові.

Рівняння лінії впливу моменту у будь-якому перерізі «К» балки жорсткості має вигляд

$$\text{Л.впл. } M_K = \text{Л.впл. } M_K^o + (-y_K) \text{Л.впл. Н}, \quad (5)$$

де $\text{Л.впл. } M_K^o$ – лінія впливу балкового моменту в перерізі «К» простої балки; Л.впл. Н – лінія впливу розпору Н; y_K – ордината точки провисання троса над перерізом «К».

Лінії впливу моментів у симетричних перерізах балки жорсткості симетричні за виглядом та ординатами, тобто:

$$\text{Лінія впливу } M_{13} = \text{Лінії впливу } M_8;$$

$$\text{Лінія впливу } M_{12} = \text{Лінії впливу } M_9; \quad (6)$$

$$\text{Лінія впливу } M_{11} = \text{Лінії впливу } M_{10}.$$

За лініями впливу можна визначити зусилля від будь-якого навантаження. У цьому випадку розглянуто рухоме навантаження «АК» (рис. 2). Воно складається з рівномірно розподіленого навантаження з інтенсивністю $V=11 \text{ кН/м}$, еквівалентного навантаженню від колони рухомого транспорту, та візка, який передає на конструкцію однакові сили $P=108 \text{ кН}$ кожною парою коліс.

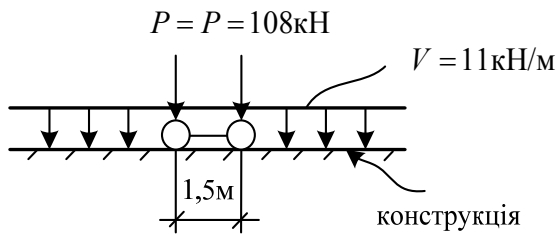


Рис. 2. Схема рухомого навантаження АК

Загальна формула для визначення зусиль за лініями впливу від рухомого навантаження АК має вигляд

$$Z = \sum P \cdot Y + \sum V \cdot \omega, \quad (7)$$

де Z – шукане зусилля будь-якого виду; P – сила, яка передається на конструкцію парою коліс візка; Y – ордината лінії впливу зусилля під силою P ; V – інтенсивність розподіленого рухомого навантаження; ω – площа лінії впливу зусилля під розподіленим навантаженням.

Розташування рухомого навантаження над лінією впливу має бути розрахунковим, тобто таким, за якого шукане зусилля досягає найбільшого значення.

Над двозначними лініями впливу моментів у перерізах балки жорсткості рухоме навантаження розташовується окремо над додатними частинами графіка для знаходження найбільшого додатного моменту $M_{\max}$ та окремо над від'ємними частинами для визначення найбільшого за модулем від'ємного моменту $M_{\min}$.

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \sum P Y_i + \sum V \cdot \omega_k, \\ M_{\min} &= -(\sum P Y_i + \sum V \cdot \omega_k). \end{aligned} \quad (8)$$

На рис. 3 наведено лінії впливу розпору H , зусилля в елементі троса N_{1-2} , зусилля у підвісці N_{2-9} , а також лінії впливу моментів у перерізах балки жорсткості M_8 , M_9 , M_{10} .

Над кожною лінією впливу показано розрахункове розташування рухомого навантаження АК для знаходження зусиль. Над односторонніми лініями впливу розпору H , зусилля в елементі троса N_{1-2} , зусилля в під-

вісці N_{2-9} розподілене рухоме навантаження V розташовується над всією лінією впливу.

Одна пара коліс візка зупиняється над вершиною трикутника, друга – ліворуч або праворуч від неї, де ордината під колесом більша. У даному випадку ці ординати однакові за рахунок симетричності ліній впливу.

Двозначність ліній впливу моментів вказує на те, що моменти від рухомого навантаження в балці жорсткості можуть бути як додатними, так і від'ємними. Тому необхідно розташовувати рухоме навантаження окремо над додатною частиною лінії впливу і окремо над від'ємною для визначення $M_{\max}$, $M_{\min}$.

Залежності для визначення зусиль за лініями впливу від рухомого навантаження за (7), (8) мають вигляд:

розпір

$$H_{\max} = V \cdot \omega_1 + P(Y_1 + Y_2), \quad H_{\min} = 0;$$

зусилля в елементі троса

$$N_{1-2, \max} = V \cdot \omega_2 + P(Y_3 + Y_4), \quad N_{1-2, \min} = 0;$$

зусилля в підвісці N_{2-9}

$$N_{2-9, \max} = V \cdot \omega_3 + P(Y_5 + Y_6), \quad N_{2-9, \min} = 0;$$

моменти в перерізах балки жорсткості

$$M_{8, \max} = V \cdot \omega_4 + P(Y_7 + Y_8);$$

$$M_{8, \min} = -[V \cdot \omega_5 + P(Y_9 + Y_{10})];$$

$$M_{9, \max} = V \cdot \omega_6 + P(Y_{11} + Y_{12});$$

$$M_{9, \min} = -[V \cdot \omega_7 + P(Y_{13} + Y_{14})];$$

$$M_{10, \max} = V \cdot \omega_8 + P(Y_{15} + Y_{16});$$

$$M_{10, \min} = -[V \cdot \omega_9 + P(Y_{17} + Y_{18})].$$

Для визначення зусиль в інших елементах системи виконано аналогічну роботу.

У табл. 2 наведено величини розпору H , а також зусиль в елементах троса лівої частини системи при декількох значеннях його стріли провисання.

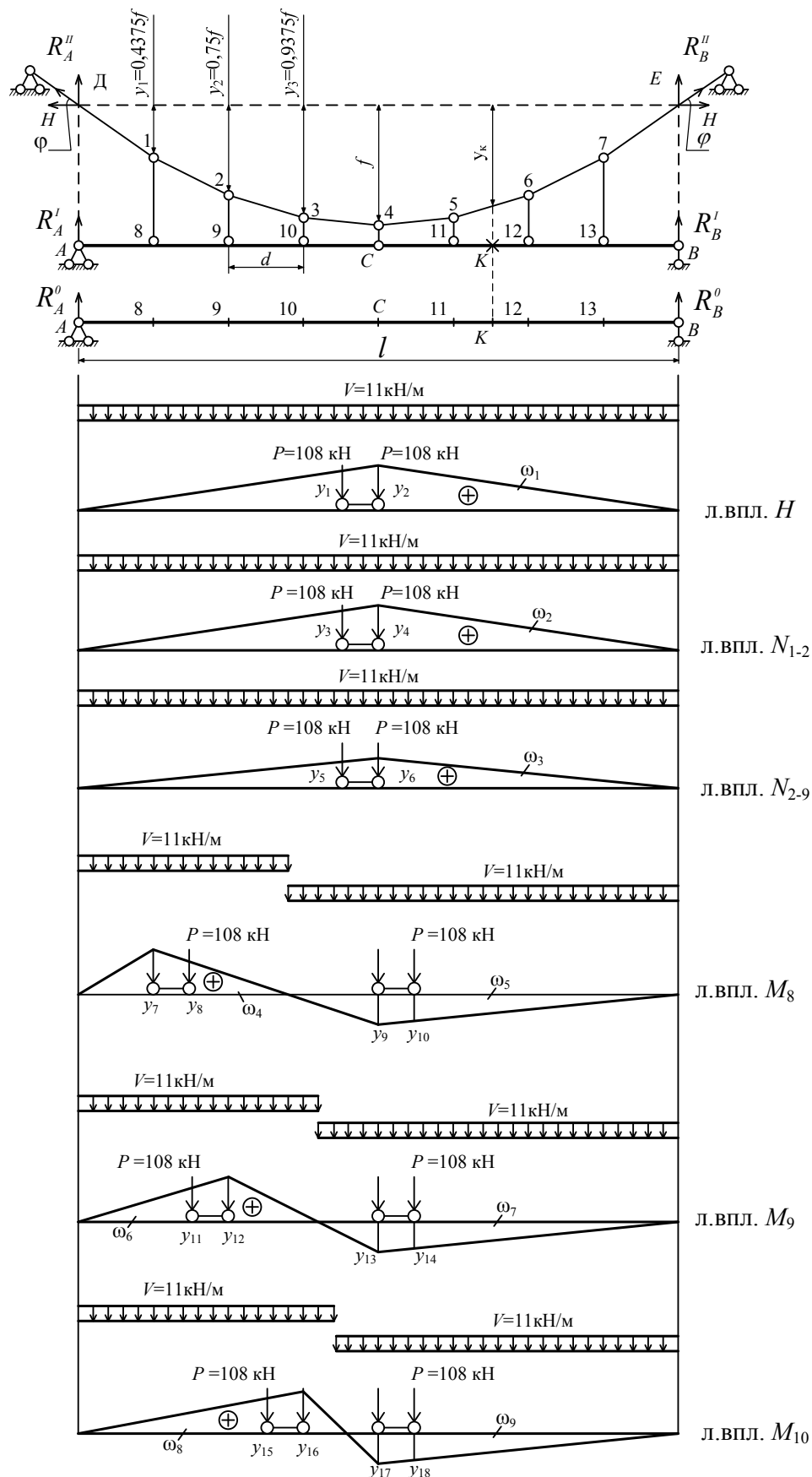
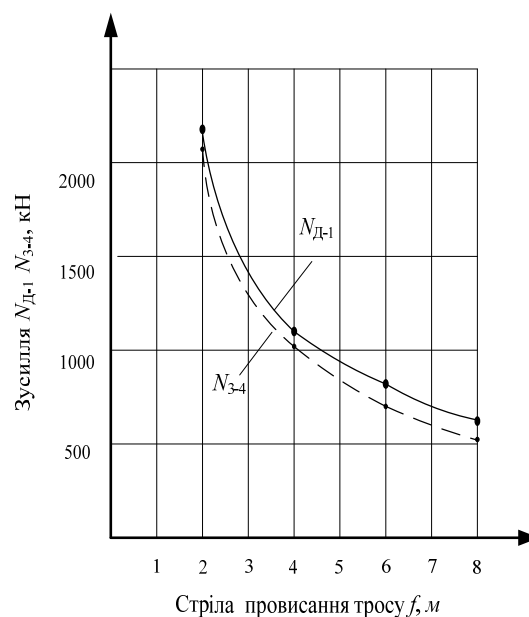


Рис. 3. Лінії впливу розпору H , зусилля N_{1-2} в елементі троса, зусилля N_{2-9} у підвісці, моментів M_8 , M_9 , M_{10} у перерізах балки жорсткості з розташуванням рухомого навантаження АК

Таблиця 2 Максимальні значення розпору,
зусиль в елементах троса, у підвісках
від рухомого навантаження АК

$$(H_{\min} = 0; N_{\min} = 0)$$

Стріла провисання f , м	Роз- пір H , кН	Зусилля в елементах троса, кН			
		$N_{Д-1}$	N_{1-2}	N_{2-3}	N_{3-4}
2	2140	2173	2157	2146	2142
4	1070	1134	1103	1082	1071
6	713	805	762	731	715
8	535	653	598	559	538
Зусилля в підвісках		$N_{1-8} = N_{2-9} = N_{3-10} = N_{4-C} = 107 \text{ кН}$			



Найбільші зусилля виникають у крайніх елементах троса $N_{Д-1}$, найменші – в середніх N_{3-4} .

Рис. 4. Змінування зусилля в елементах троса $N_{Д-1}$, N_{3-4} від рухомого навантаження АК залежно від стріли його провисання

Зі зростанням величини стріли провисання троса зусилля в його елементах зменшуються (табл. 2, рис. 4).

На рис. 5 наведено обвідну (розрахункову) епюру моментів у балці жорсткості від рухомого навантаження АК.

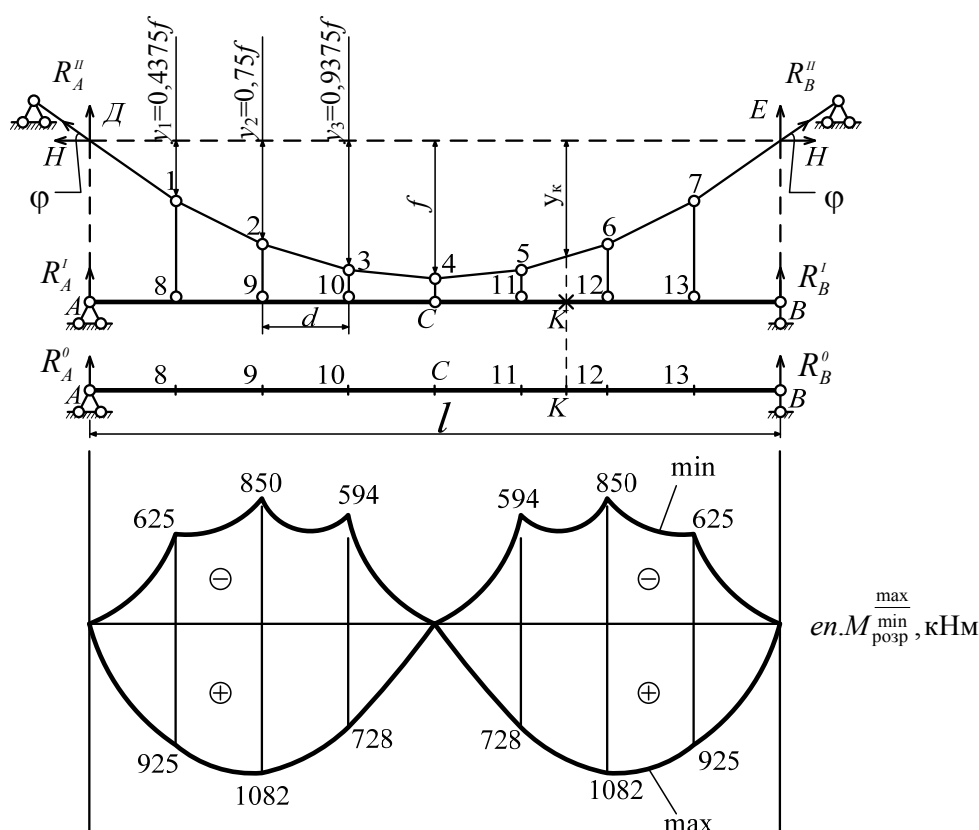


Рис. 5. Обвідна епюра розрахункових максимальних $M_{\max}$ та мінімальних $M_{\min}$ моментів у балці жорсткості від рухомого навантаження АК

Максимальні та мінімальні моменти в перерізах балки жорсткості від рухомого навантаження АК при довжині прольоту $\ell = \text{const}$, як і при нерухомому навантаженні, не змінюються залежно від значень стріли провисання троса (табл. 3).

Таблиця 3 Максимальні та мінімальні моменти в перерізах балки жорсткості від рухомого навантаження АК

Стріла провисання троса	$M_8 = M_{11}$ кНм		$M_9 = M_{12}$ кНм		$M_{10} = M_{11}$ кНм		M_C
	max	min	max	min	max	min	
$f = 2, 4, 6, 8$ м	925	625	1082	850	728	594	0

Обвідна епюра показує, що моменти в балці жорсткості від рухомого навантаження змінюються у широкому діапазоні за величиною і знаком. Найбільших значень і максимальні, і мінімальні моменти досягають у перерізах 9 та 12 балки жорсткості.

Висновки

Проведено дослідження роботи комбінованої висячої системи з балкою жорсткості ($\ell = \text{const}$) від рухомого тимчасового навантаження АК при декількох значеннях стріли провисання троса f , для чого побудовано лінії впливу досліджуваних зусиль.

Як і при дії нерухомого навантаження [7], найбільших значень досягають зусилля в крайніх елементах троса, найменших – у середніх. Співвідношення стріли провисання f до прольоту балки жорсткості ℓ значно впливає на їх величину. Зі збільшенням стріли провисання f від 2 м до 8 м зусилля в елементах троса зменшуються у 3–4 рази.

У підвісках зусилля мають однакову величину, що характерно для конструкції з розташуванням вузлів їх поєднання з тросом на осі квадратної параболи.

Побудовано обвідну епюру максимальних та мінімальних моментів у балці жорсткості від рухомого навантаження АК. Ординати епюри не залежать від співвідношення стріли про-

висання троса до прольоту балки жорсткості, як і при нерухомому навантаженні [7].

Величини максимальних та мінімальних моментів у балці жорсткості коливаються у широкому діапазоні і найбільших значень досягають у середніх перерізах балки між опорою та шарніром.

Аналіз змінювання зусиль в елементах троса і підвісках від рухомого навантаження показує, що, як і при дії статичного навантаження [7], співвідношення стріли провисання до прольоту балки слід рекомендувати у діапазоні $\frac{f}{\ell} = \frac{1}{11} \div \frac{1}{8}$.

Література

1. Киселев В. А. Строительная механика / В. А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
2. Бутенко Ю. И. Строительная механика: учеб. для вузов / под ред. Ю. И. Бутенко. – К.: Вища школа, 1989. – 480 с.
3. Юхані Вірола. Видатні мости світу / Ю. Вірола. – К.: Видавництво Національного транспортного університету, 2001. – 56 с.
4. Кирсанов Н. М. Висячие и вантовые конструкции / Н. М. Кирсанов. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
5. Рокар И. Неустойчивость в механике / И. Рокар. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. – 288 с.
6. Бондарь Н. Г. Как работают мосты / Н. Г. Бондарь. – К.: Наукова думка, 1986. – 120 с.
7. Аналіз змінювання внутрішніх зусиль в елементах висячої комбінованої системи залежно від співвідношення її параметрів при статичному навантаженні / В. О. Голеско, Є. О. Віхров, Д. О. Лукін, А. В. Лизогуб // Вісник ХНАДУ. – 2012. – Вип. 58. – С. 112–119.

Рецензент: В. П. Кожушко, професор, д. т. н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 27 лютого 2014 р.