

УДК 514.18

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ТРАЄКТОРІЇ ПЕРЕМІЩЕННЯ МОБІЛЬНОГО РОБОТА НА ПЛОЩИНІ СЕРЕД ПЕРЕШКОД

Г.В. Морозова, асистент, Українська державна академія
залізничного транспорту, м. Харків

Анотація. Запропоновано математичне наповнення алгоритму розрахунку траєкторії переміщення по площині мобільного робота з урахуванням його габаритного кола і перешкод у вигляді фігур, належних цій площині. Математична модель основана на застосуванні елементів теорії R -функцій та віртуальних потенціальних функцій.

Ключові слова: мобільний робот, трасування шляху, віртуальні потенціальні функції, еквідистанти многокутника, R -функції.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА ПО ПЛОСКОСТИ СРЕДИ ПРЕПЯТСТВИЙ

Г.В. Морозова, ассистент, Украинская государственная академия
железнодорожного транспорта, г. Харьков

Аннотация. Предложено математическое наполнение алгоритма расчета траектории перемещения по плоскости мобильного робота с учетом его габаритного круга и препятствий в виде фигур, принадлежащих этой плоскости. Математическая модель основана на применении элементов теории R -функций и виртуальных потенциальных функций.

Ключевые слова: мобильный робот, трассировка пути, виртуальные потенциальные функции, эквидистанты многоугольника, R -функции.

METHOD FOR DETERMINING OF MOVEMENT TRAJECTORY OF MOBILE ROBOT ALONG THE PLANE AMONG OBSTACLES

G. Morozova, assistant, Ukrainian State Academy of Railway Transport, Kharkiv

Abstract. The mathematical content of the algorithm for calculating motion data along the plane of the mobile robot taking into account its bounding circle and the obstacles in the form of figures belonging to this plane is offered. The mathematical model is based on the use of elements of the theory of R -functions and virtual potential functions.

Key words: mobile robot, path tracing, virtual potential functions, equidistant polygon, R -functions.

Вступ

Складські площі використовуються для зберігання готової продукції, комплектації поставок або як перевалочні бази. Розповсюдженими є контейнерні термінали, розміщені на одному рівні зі складськими площами (під дахом або відкриті) [1]. Для здійснення транспортним засобом вантажних операцій поставки (напри-

клад, відвантаження автокаром), необхідно дотримуватись умови рівної доступності контейнерів, при цьому зважаючи на максимальну щільність їх розміщення. В сучасних умовах посткризового періоду все складніше підтримувати рентабельність складських площ за їх зростаючих розмірів, що є наслідком зростаючого обсягу товарообігу. Тому інтерес викликає варіант автоматичного визначення шляху

(трасування) переміщення автокара територією складу з урахуванням перешкод – у вигляді контейнерів та будівельних колон. Вважається доцільним визначати шлях автокара за допомогою комп'ютера в автоматичному режимі мобільного робота. Тобто актуальною буде розробка математичного наповнення алгоритмів визначення шляху переміщення робота між точками площини серед перешкод у вигляді певних фігур, належних цій площині.

Аналіз публікацій

Існує значна кількість методів трасування на площині шляху робота серед перешкод, з яких популярними є хвильовий алгоритм, алгоритми із елементами евристики, а також алгоритм пошуку шляхів з умовною назвою «Алгоритм А*» [2]. Кращий алгоритм трасування мобільних роботів базується на *методі віртуальних потенціалів*, запропонованому А.К. Платоновим [3, 4]. Для навігації тут використовується мнемонічна модель, згідно якої навколишні об'єкти ніби притягують або відштовхують мобільного робота у процесі його руху. При цьому вважається, що точка цілі має деякий «додатний» заряд; фігури-перешкоди заряджені «від'ємно»; рухома точка-робот заряджена також «від'ємно»; місця розташування точки цілі й перешкод фіксовані (рис. 1).

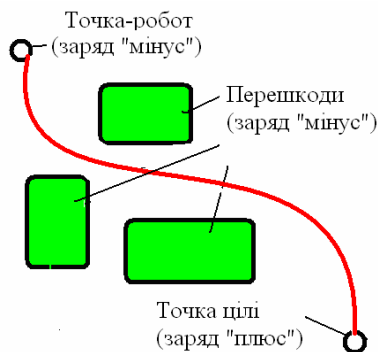


Рис. 1. Трасування шляху робота методом потенціалів

Тоді, під дією сил «утвореного» потенціального поля, рухома точка буде відштовхуватися від перешкод і притягуватися до цілі, і, за певних умов, має її досягти. До недоліків методу потенціалів слід віднести складність побудови потенціальних функцій для перешкод із кутовими точками, де втрачає зміст похідна по нормалі до їхніх контурів. Крім того, у процесі визначення траси прихована геометрична суть етапів розрахунків; не наочним є вибір нової траєкторії для оновленого положення елементів перешкод, і всі обчислення необхідно здійснювати наново.

Постановка задачі

Розробити математичне наповнення алгоритму розрахунку траєкторії переміщення по площині мобільного робота з урахуванням його габаритного круга і перешкод у вигляді фігур, належних цій площині (як приклад – прямокутників).

Цифрова модель положень контейнерів на площі складу

Вважатимемо, що заздалегідь здійснено побудову цифрової моделі положень контейнерів на площі складу, наприклад, із використанням технологій радіочастотної ідентифікації [5, 6]. Тоді множину прямокутників (проекцій контейнерів на площину) можна зобразити на екрані комп'ютера оператора складу, в результаті чого вершини кожного з прямокутників можна пов'язати з певними числами – тобто обчислити їх координати.

Геометричне пояснення методу віртуальних потенціальних функцій

Геометричне пояснення методу віртуальних потенціалів при визначенні шляху робота полягає в описі й побудові графіка *віртуальної потенціальної функції* (термін роботи [3]). Цей графік має вигляд похилої поверхні із глобальним мінімумом у кінцевій точці траєкторії руху робота. На графіку перешкоди (з високим потенціалом) для робота виглядають як «пагорби» (рис. 2, а) Так ілюструється властивість кінцевої точки «притягувати» і властивість перешкод «відштовхувати». Тоді роботом вважатимемо кібернетичний об'єкт, здатний відстежувати від'ємний градієнт повного потенціалу поля, що забезпечить досягнення кінцевої точки. На рис. 2, б наведено структуру графіка віртуальної потенціальної функції та його властивість завжди бути сумою двох графіків – графіка функції притягування і графіка функції відштовхування.

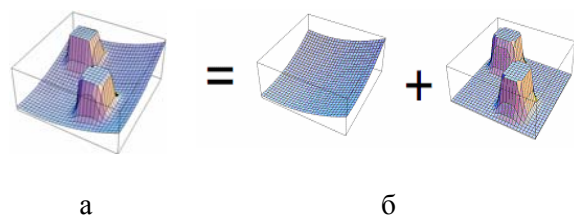


Рис. 2. Графік віртуальної потенціальної функції (а); структура графіка потенціальної функції (б)

Надана графічна ілюстрація допомагає представити мнемонічний прийом визначення траси робота. А саме, траса робота буде ортогональною проекцією на координатну площину траєкторії переміщення по графіку віртуальної потенціальної функції важкої кульки в полі «вертикального» тяжіння.

Опис віртуальної потенціальної функції для прямокутної перешкоди

Віртуальну потенціальну функцію будемо описувати у вигляді:

$$w(x, y) = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} + \frac{1}{(f(x, y))^2}, \quad (1)$$

де x_c, y_c – координати точки цілі; $f(x, y)$ – функція, яка входить до рівняння контура фігури перешкоди і лініями рівня якої повинна бути сім'я еквідистант відносно цього контура.

В якості прикладу розглянемо найбільш вживану фігуру перешкоди – прямокутник, що є проекцією на площину типового контейнера – паралелепіпеда.

Оберемо на площині декартову систему координат Oxy , в якій заздалегідь побудовано цифрову модель положень контейнера, тобто відомими є координати кутів прямокутника розміром $\{[a; b] \times [c; d]\}$. Сім'ю зовнішніх еквідистант прямокутника за допомогою R -функцій [7] опишемо рівнянням у вигляді:

$$f(x, y) \equiv \sqrt{((a \vee_1 x) - (b \wedge_1 x))^2 + ((c \vee_1 y) - (d \wedge_1 y))^2} = 0. \quad (2)$$

Геометричне тлумачення R -диз'юнкції та R -кон'юнкції

Для подальшого викладу доцільно надати геометричне тлумачення R -кон'юнкції та R -диз'юнкції. Розглянемо дві множини точок, які є опорними областями функцій f_1 і f_2 . Опорною областю функції $f(x, y)$ назовемо множину точок площини Oxy , де функція $f(x, y)$ приймає невід'ємне значення. Тоді R -кон'юнкцією $f_1 \wedge f_2$ називається функція, опорна область якої буде перетином початкових опорних областей. А R -диз'юнкцією $f_1 \vee f_2$ називається функція, опорна область

якої буде об'єднанням початкових опорних областей. Серед аналітичних описів R -кон'юнкції та R -диз'юнкції [7] оберемо такі:

$$f_1(x, y) \wedge f_2(x, y) = \frac{1}{2} (f_1(x, y) + f_2(x, y) - |f_1(x, y) - f_2(x, y)|); \quad (3)$$

$$f_1(x, y) \vee f_2(x, y) = \frac{1}{2} (f_1(x, y) + f_2(x, y) + |f_1(x, y) - f_2(x, y)|). \quad (4)$$

Графічна трактовка R -диз'юнкції полягає у мнемонічному прийомі «освітлення» в просторі системи координат $Oxyz$ непрозорих графіків функцій $z = f_1(x, y)$ і $z = f_2(x, y)$ джерелом світла, спрямованим уздовж напрямку осі Oz . Множина точок на «освітлених» частинах графіків дає уявлення про графік R -диз'юнкції (рис. 3).

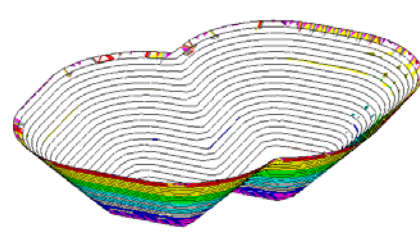


Рис. 3. Графік функції $z = f_1 \vee f_2$

Графічна трактовка R -кон'юнкції полягає у виявленні «освітлених» частин непрозорих графіків функцій $z = f_1(x, y)$ і $z = f_2(x, y)$, коли промені джерела світла направлені назустріч напрямку осі Oz . Множина точок на «освітлених» частинах непрозорих графіків дає уявлення про графік R -кон'юнкції. Докладніше про це мова піде далі (рис. 7, б).

Розрахунок шляху переміщення точки між перешкодами

Множину N прямокутників розміром $\{[a_k; b_k] \times [c_k; d_k]\}$ ($k=1 \dots N$) опишемо рівнянням

$$f(x, y) \equiv \bigvee_{k=0}^N \sqrt{((a_k \vee_1 x) - (b_k \wedge_1 x))^2 + ((c_k \vee_1 y) - (d_k \wedge_1 y))^2} = 0. \quad (5)$$

Тоді $f(x, y) = \text{const}$ буде рівнянням сім'ї еквідистант об'єднання прямокутників.

На рис. 4 наведено приклад еквідистант множини прямокутників, побудованих за ко-

ординатами їх вершин, які, повертаючись до методу віртуальних потенціальних функцій, умовно можна вважати лініями рівних віртуальних потенціалів.

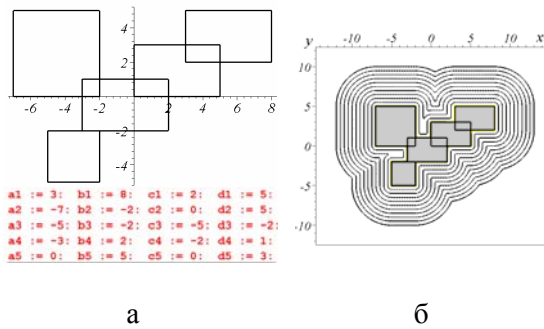


Рис. 4. Прямокутники, побудовані за координатами вершин (а); еквідистанти множини прямокутників (б)

Твердження. Нехай N прямокутників описано рівняннями $f_i(x, y) = 0$ вигляду (5). Віртуальну потенціальну функцію, що досягає глобального мінімуму в точці з координатами $C(x_C, y_C)$ і має «пагорби» над відповідними N прямокутниками, слід описувати так

$$W(x, y) = \sqrt{(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2} + \frac{1}{\left(\bigvee_{i=0}^N f_i(x, y) \right)^2}. \quad (6)$$

Приклад. Задано п'ять прямокутників (рис. 5, а) і точка цілі $(-10, -10)$. Лінії рівня тут побудовано за допомогою формули (6), яка є описом віртуальної потенціальної функції з графіком, зображеним на рис. 5, б.

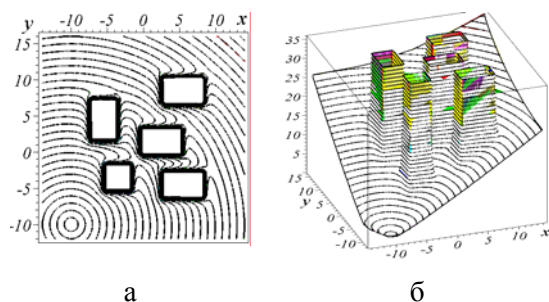


Рис. 5. П'ять прямокутників (а); графік віртуальної потенціальної функції (б)

На зразок методу мінімізації функцій градієнтним спуском з постійним кроком було складено програму побудови траєкторії руху важкої кульки в полі «вертикального» тяжіння по поверхні графіка віртуальної потенціальної функції.

Функції залежно від положення обраної стартової точки. Особливістю алгоритму є те, що при старті заздалегідь відомою є кінцева точка екстремуму – точка цілі $C(x_C, y_C)$, і на етапах кожної ітерації початкові напрями обираються саме до неї. Задача алгоритму полягає лише у слідкуванні за неперетином траєкторії з «пагорбами» перешкод. У критичних випадках слід здійснювати їх обхід. На відміну від методу градієнтного спуску при цьому можна обійтися без визначення похідних функції. На рис. 6 подано приклади одержаних траєкторій як ортогональних проєкцій на площину траєкторії кульки залежно від положення стартової точки.

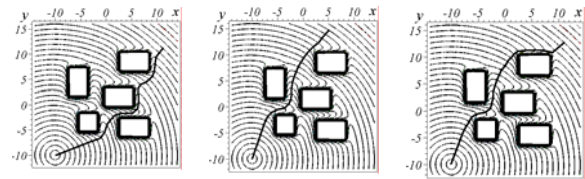


Рис. 6. Приклади траєкторій залежно від положення стартової точки

Важливість складеного алгоритму полягає в тому, що він дозволяє розташувати ітераційні точки приблизно на одній лінії, на відміну від відомих алгоритмів, де спостерігається «розкидання» точок ітерації.

Таким чином, одержано принципово вирішене питання розрахунку шляху переміщення точки уваги між прямокутними перешкодами.

Трасування робота у вигляді кола серед чотирикутників

Але в реальних випадках необхідно враховувати габаритне коло робота, і транспортний засіб слід розглядати не як точку, а як описане навколо нього коло. Тому постала задача розрахунку смуг проходження габаритного кола серед перешкод.

Для цього необхідно розробити спосіб визначення відстаней між прямокутниками. **Твердження.** Нехай задано два прямокутники, для яких за допомогою R -функцій (3)-(4) складено рівняння $f_1(x, y) = 0$ та $f_2(x, y) = 0$. Тоді відстань між прямокутниками дорівнюватиме подвоєному мінімальному значенню R -кон'юнкції $f_1 \wedge f_2$.

На рис. 7, а наведено графіки функцій $z = f_1(x, y)$ та $z = f_2(x, y)$. Враховуючи траєкторії

ку R -кон'юнкції з «освітленням» цих графіків, одержимо графік R -кон'юнкції $z = f_1 \wedge f_2$ (рис. 7, б).

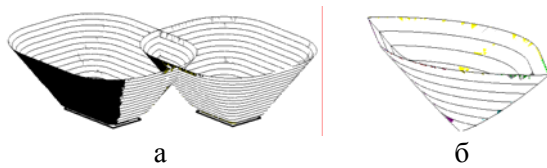


Рис. 7. Графіки функцій $z = f_1(x,y)$ та $z = f_2(x,y)$ (а); графік R -кон'юнкції $f_1(x,y) \wedge f_2(x,y)$ (б)

Таким чином, в околі обраного прямокутника можна побудувати в екстремальних точках відповідні гістограми відстаней до найближчих сусідніх прямокутників (рис. 8). Це важливо при виборі траси робота, коли необхідно враховувати не тільки траєкторію траси, але й габарити робота.

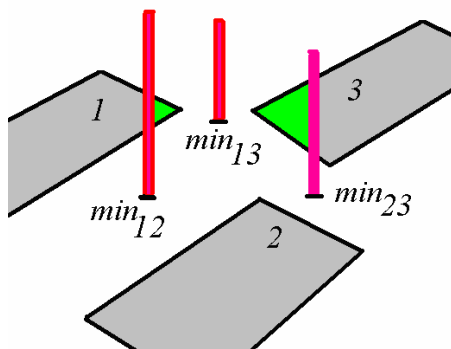


Рис. 8. Прямокутники з гістограмами відстаней

З використанням цієї ідеї в даній роботі запропоновано новий спосіб трасування робота з габаритним колом радіуса ε між множиною прямокутників.

Твердження. Нехай N прямокутників описано рівняннями $f_i(x, y) = 0$ вигляду (5). Тоді трасу робота з габаритним колом радіуса ε будемо визначати з ліній рівня R -диз'юнкції

$$F(x, y) = \bigvee_{i=0}^N f_i(x, y).$$
 Критерієм проходження робота по трасі є виконання нерівності $F(x, y) < \varepsilon$.

Приклад. Для прямокутників, розташованих згідно рис. 5, а, маємо графіки для сукупності прямокутників (рис. 9, а), а також графік R -диз'юнкції (рис. 9, б).

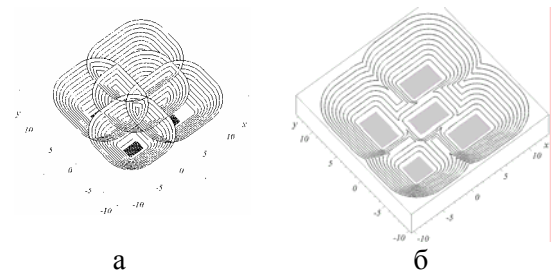


Рис. 9. Графік сукупності прямокутників з рис. 5, а (а); графік R -диз'юнкції для цих прямокутників (б)

На рис. 10 наведено лінії рівня графіка R -диз'юнкції, що збігаються з припустимими шляхами руху робота в околі сукупності прямокутників залежно від величини габаритного кола радіуса ε . Важливим тут є те, що траса визначається автоматично, без втручання оператора.



Рис. 10. Припустимі шляхи руху робота залежно від кола радіуса ε

Таким чином, одержано принципове вирішення питання трасування мобільного робота у вигляді габаритного кола серед чотирьох прямокутних перешкод за допомогою описаних смуг на площині.

Віртуальна потенціальна функція для визначення смуги переміщення робота

Надалі логічно буде об'єднати спосіб трасування точки по графіку віртуальної потенціальної функції (рис. 5, б), а також трасування габаритного кола по площині (рис. 9, 10). Таке об'єднання було здійснено, в результаті чого одержали графік потенціальної функції з виділеними на ньому смугами (рис. 11).

Зазначені смуги одержують за допомогою циліндричних ортогональних поверхонь із напрямними – контурами смуг на площині (рис. 10). Тобто маємо графік потенціальної функції, в якого смуги відповідають певним відстаням від прямокутників і окреслені циліндричними поверхнями, які спираються на відповідні кольорні смуги площини (рис. 12).

Література

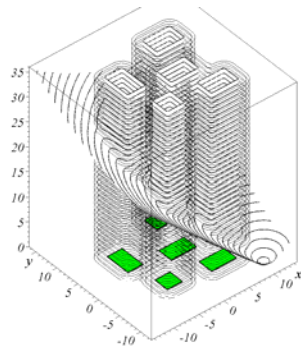


Рис. 11. Графік потенціальної функції з циліндричними ортогональними поверхнями, що спірають на контури смуг на площині

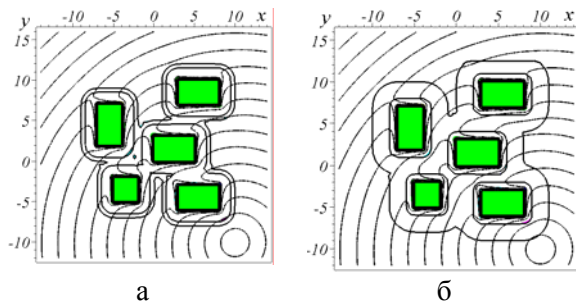


Рис. 12. Проекції смуг на графік потенціальної функції для габаритного радіуса: малого (а); великого (б)

Таким чином, задача звелася до пошуку умовної мінімізації, де умовами є обмеження у вигляді вище названих циліндрів. На сьогодні розроблено версію програми пошуку ітераційних точок з урахуванням умовної мінімізації, де важка кулька «скочується» по графіку функції в межах «коридору», побудованого за допомогою зазначених проєціюючих циліндрів.

Висновок

Розроблено способи побудови віртуальних потенціальних функцій і знаходження точок ітерації в алгоритмі їхньої мінімізації, а також визначення смуг проходження між перешкодами мобільного робота із заданим габаритним колом. На базі цього розроблено новий метод побудови узагальненої віртуальної потенціальної функції, яка дозволяє визначити смуги переміщення мобільного робота з урахуванням його габаритного кола. Результати роботи дозволяють усунути суб'єктивний фактор, прояв якого в умовах надзвичайної ситуації на складських площах може призвести до непередбачених наслідків.

1. Манжосов Г.П. Современный склад. Организация и технология / Г.П. Манжосов. – М. : КИА центр, 2003. – 224 с.
2. Селифонов Е., Тихомиров А. Path Tracing. <http://rain.ifmo.ru/cat>
3. Платонов А.К. Метод потенциалов в задаче прокладки трассы / А.К. Платонов, И.И. Карпов, А.А. Кирильченко. – М. : Препринт Ин-та прикладной математики АН СССР, 1974. – 27 с.
4. Платонов А.К. Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы / А.К. Платонов, А.А. Кирильченко, М.А. Колганов. – М. : ИПМ имени М.В. Келдыша, 2001. – 32 с.
5. Васильев М.Ю. Логистика современных систем управления контейнерным терминалом / М.Ю. Васильев, П.А. Аркин, И.Ю. Крылова. – Санкт-Петербург: Известия СПбГТИ(ТУ). – 2008. – №3 (29). – С. 94–97.
6. Васильев М.Ю. Развитие технологии радиочастотной идентификации (RFID) / М.Ю. Васильев // Экономика и менеджмент: сб. статей. – СПб. : СПбГТИ(ТУ). – 2008. – Вып. 4. – С. 32–38.
7. Рвачов В.Л. Геометрические приложения алгебры логики / В.Л. Рвачов. – К. : Техніка, 1967. – 212 с.
8. Морозова Г.В. Автоматичний вибір шляху руху робота за допомогою різновидів методу потенціалів / Г.В. Морозова // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К. : КНУБА. – 2009. – Вип. 82. – С. 283–389.
9. Морозова Г.В. Геометрична інтерпретація методу потенціалів для трасування шляху мобільного робота / Г.В. Морозова // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К. : КНУБА. – 2010. – Вип. 85. – С. 65–70.
10. Морозова Г.В. Вибір шляху робота між точками площини за умови обходу прямокутних перешкод / Г.В. Морозова // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків : ХДУХТ. – 2010. – Вип. 27. – С. 93–98.

Рецензент: В.М. Колодяжний, доцент, д.ф.-м.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 17 листопада 2010 р.