

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАМОВНИКІВ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО АВТОТРАНСПОРТУ ПРИ ВИКОНАННІ АВАРІЙНИХ РЕМОНТНИХ РОБІТ

Т.В. Столяр, доцент, к.т.н., В.В. Тютюнник, студент, ХНАДУ

Анотація. Розроблено математичну модель транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних ремонтних робіт.

Ключові слова: клієнт, спеціалізований автотранспорт, ремонтні роботи, теорія масового обслуговування, математична модель, імовірність.

Вступ

Особливості надання транспортних послуг замовникам спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних ремонтних робіт дозволяють розглядати їх з позицій обслуговування основного виробництва. Ремонтне виробництво – це складна організаційна система, як за характером робіт, що виконуються, так і за залученими до випуску продукції засобами виробництва, матеріальними ресурсами. Складність цієї системи, її динаміка та імовірнісний характер протікання процесів вимагає наукового підходу до вирішування питань, які забезпечують ефективне функціонування.

Аналіз публікацій

Сучасний розвиток методів та математичних апаратів підвів до появи фундаменту для вирішення нових прикладних задач, практична цінність яких оцінюється високою ефективністю функціонування всієї системи в цілому. Вирішення задач, які через їх постановку або обмеження не можна було вирішити, стало реальним внаслідок розробки апарату математичної статистики. При цьому найбільш розповсюдженими стали методи, які використовують імовірні або розмиті величини. Саме вони дозволяють описувати стохастичність попиту всього ринку в цілому або системи відношень між суб'єктами підприємницької діяльності.

Оперування складними стохастичними величинами та побудова на їх основі нових моделей та математичних апаратів стало еволюційним розвитком математичного апарату комбінаторики та теорії імовірності [1]. Найбільшого розвитку, внаслідок своєї практичної цінності, набула теорія масового обслуговування (ТМО). Вона використовується для побудови складних моделей з імовірнісними параметрами та складними взаємовідношеннями між окремими елементами системи та для знаходження оптимального числа каналів обслуговування за певного рівня потреби в них [2]. ТМО стала фундаментом для розв'язання задач, які раніше вирішувалися лише експериментально. Це дозволило за допомогою моделювання реальних процесів спростити процедури одержання рішень (рекомендацій) та зменшити підсумкову собівартість досліджень [3].

Мета та постановка задачі

Основною метою проведених в цій публікації досліджень є розробка математичної моделі транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних робіт. Об'єктом дослідження є процес транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних робіт.

При транспортному обслуговуванні клієнтурі необхідно прагнути до мінімізації трудо-

вих, технічних та енергетичних ресурсів на всіх стадіях виконання процесу матеріального забезпечення, а також максимізації обсягу робіт при дотриманні заданих термінів постачання на всіх стадіях технологічного процесу.

Вирішення цієї задачі можливе на основі розробки і прийняття оптимальної стратегії вибору моделі транспортного обслуговування, з урахуванням впливу різних факторів: технічних, технологічних, економічних та організаційних. Складність задачі полягає в наявності великого числа факторів, що справляють значний вплив на технологічний процес. Зокрема це велика кількість об'єктів споживання, що змінюються в часі.

Дослідження було проведене на прикладі комунального підприємства «Вода» (м. Харків), яке виконує роботи з ремонтного обслуговування підприємств та приватних осіб.

Обслуговування клієнтів здійснюється через одержання заявок окремими фізичними та юридичними особами, їх обробкою та виконанням ремонтних робіт. Оскільки заявки поступають випадково і час їх виконання є також випадковою величиною, удосконалення системи обслуговування КП «Вода» найбільш доцільно здійснювати за допомогою ТМО [3, 4].

Для аналізу та вибору системи масового обслуговування, якою необхідно описувати транспортне обслуговування клієнтури КП «Вода», необхідно проаналізувати процес виконання замовлення на цьому підприємстві (рис. 1).

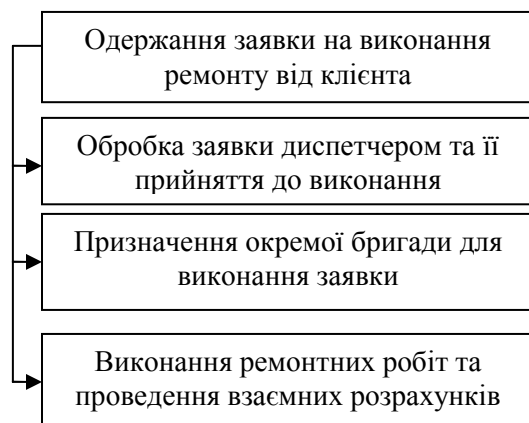


Рис. 1. Схема процесу «Виконання замовлення» на КП «Вода»

Спеціалізовані автомобілі на КП «Вода» закріплено за окремими бригадами. Це дозволяє оперативно реагувати на виклики та зменшити імовірність використання автомобілів не за призначенням. Також при аналізі економічного ефекту необхідно враховувати і зменшення (збільшення) кількості автомобілів у парку підприємства.

Згідно з наведеною схемою (рис. 1) вхідними потоками до системи транспортного обслуговування є потік заявок на обслуговування та приблизний час виконання заявки на обслуговування, які носять імовірнісний характер.

Вирішувати поставлену в цих дослідженнях задачу слід у наступній послідовності (рис. 2).

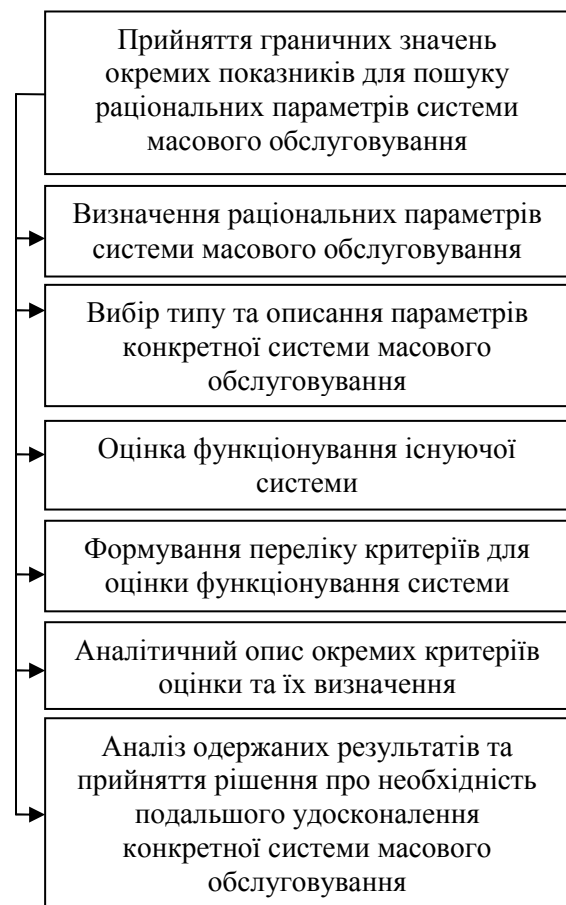


Рис. 2. Основні етапи вирішення задачі

Серед критеріїв, якими оцінюється функціонування системи, виділяємо: спроможність системи виконувати всі замовлення; імовірність того, що на момент одержання нової заявки на ремонт всі бригади зайняті; імовірність того, що під час робочого дня бригада не зможе відреагувати на заявку, одержану

на його початку; середній час очікування ремонту; імовірність того, що час очікування початку ремонту перевищить середній час очікування ремонту; математичне очікування довжини черги; середнє число вільних бригад.

Удосконалення системи транспортного обслуговування клієнтури необхідно пов'язувати з визначенням раціонального розміру ремонтних бригад (а з ними і кількості автомобілів), яка дозволить якісно та повно задовольняти замовлення на обслуговування, враховуючи параметри вхідних потоків та їх характеристики. В загальному підсумку це дозволить зменшити собівартість ремонтних робіт та підвищити ефективність функціонування системи разом зі збільшенням кількості виконаних заявок.

Для визначення існуючих обмежень за використанням математичної моделі або припущень при її формуванні потрібно провести описання системи та її відношення до окремого типу систем масового обслуговування. Таким чином система обслуговування клієнтів КП «Вода» відноситься до системи масового обслуговування:

- без втрат (заявка буде очікувати обслуговування та не вийде з системи, поки її не буде задоволено);
- потік заявок у систему є випадковою величиною та відноситься до простого потоку (стаціонарний, ординарний та без наслідків);
- час на виконання заявок є випадковою величиною.

Систему можна віднести до системи з очікуваннями без втрат, з двома імовірнісними параметрами (які її описують), один з яких (вхідна величина) є простим потоком.

Система транспортного обслуговування клієнтів КП «Вода» описується наступними обмеженнями:

- наявність заявок на обслуговування;
- кількість заявок не обмежена, однак вірогідність того, що кількість заявок на окремий період буде не дуже великою, є доволі малою;
- наявність ремонтних бригад для виконання обслуговування;
- потік заявок відноситься до простого потоку;

- односторонні показники оцінки функціонування системи;
- можливість виконувати будь-які заявки на обслуговування.

Зняття хоча б однієї з указаних умов значно ускладнює аналітичне вирішення задачі або робить його принципово неможливим.

Математична модель транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних ремонтних робіт

Припустимо, що моменти подання заявок є випадковою величиною, тому потік замовлень є випадковим. Відповідно до роду діяльності КП «Вода» цей потік відноситься до простого. Припустимо, що середнє число заявок на обслуговування за добу становить η . Тоді імовірність того, що за t діб надійде точно m заявок, буде дорівнювати [5]

$$Y_m^t = \frac{(\eta \cdot t)^m}{m!} \cdot e^{-\eta t}, \quad (1)$$

де Y_m^t – імовірність того, що за t діб надійде точно m заявок.

Зрозуміло, що зі зростанням m імовірність при $m > \eta \cdot t$ швидко зменшується, оскільки в рівнянні знаменник починає зростати швидше, ніж чисельник.

Припустимо, що час ремонту є випадковою величиною (час ремонту включає в себе як час доставки бригади на місце обслуговування, так і час самого обслуговування). Кількість замовлень, які можуть бути виконані всіма бригадами становить v . Тоді середній час виконання одного замовлення дорівнює [5]

$$\lambda = \frac{a}{v}, \quad (2)$$

де a – кількість бригад у системі обслуговування.

В результаті параметр закону розподілу (попередні дослідження доводять, що час підпорядковано показниковому закону розподілення [5]) дорівнює

$$\gamma = \frac{1}{\lambda}. \quad (3)$$

Спроможність системи виконати всі заявки визначається за допомогою нерівності [5]

$$\frac{\eta}{\gamma} \geq a. \quad (4)$$

Якщо кількість бригад у системі є меншою за співвідношення, то черга буде постійно збільшуватися. В результаті настає або дисбаланс системи, який виводиться відмовою від наступних заявок для повернення її працездатності або стабільності, або повна відмова у функціонуванні. За кількості бригад, яка значно перевищує співвідношення (більше ніж на одну), систему можна вважати не повністю навантаженою (повністю не використовується її потенціал).

Залежність дозволяє визначити імовірність відмови від виконання заявки та потенціальну можливість для підвищення ефективності її функціонування.

Імовірність того, що на момент одержання нової заявки на ремонт всі бригади зайняті, визначається за допомогою залежності [5]

$$\Omega = \frac{\gamma \cdot p_0}{(n-1)! \cdot (n\gamma - \eta)} \cdot \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^n, \quad (5)$$

де p_0 – імовірність того, що під час надходження нової заявки всі бригади є вільними.

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^k + \frac{\gamma}{(n-1)! \cdot (n\gamma - \eta)} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^n}, \quad (6)$$

де k – додатковий параметр переходу.

Вірогідність того, що під час робочого дня бригада не зможе відреагувати на заявку, одержану на його початок, дорівнює [5]

$$P(\beta > t) = \Omega \cdot e^{-\gamma t}, \quad (7)$$

де t – період оцінки (для однієї доби $t = 1$).

Цей показник дозволяє оцінити, який відсоток заявок будуть очікувати початку виконання більше за певний період (прийнято

один день). Для цього використовується залежність

$$m(z) = P(\beta > t) \cdot \eta, \quad (8)$$

де $m(z)$ – кількість заявок, які очікують обслуговування більше певного періоду, од.

Обґрунтування цього показника дає змогу врахувати скарги клієнтів та порушення договірних відносин.

Середній час очікування ремонту залежить від попередньо визначених величин [5]

$$T = \frac{\Omega}{n \cdot \gamma - \eta}. \quad (9)$$

Показник описує середній час очікування ремонту. Залежно від нормативних даних також може використовуватися для оцінки якості функціонування системи.

Імовірність того, що час очікування початку ремонту перевищить середній час очікування ремонту [5], становить

$$P(\beta > T) = \Omega \cdot e^{-\Omega}. \quad (10)$$

Рівняння (11) дозволяє додатково визначити вірогідність того, що ремонт буде почато не більше ніж через T [5]

$$P(\beta \leq T) = 1 - P(\beta > T). \quad (11)$$

Математичне очікування довжини черги [6]

$$M = \frac{p_n \cdot \eta}{n \cdot \gamma \cdot \left(1 - \frac{\eta}{n \cdot \gamma}\right)^2}, \quad (12)$$

де p_n – імовірність того, що кількість заявок буде меншою за кількість бригад.

$$p_n = \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^n \cdot p_0. \quad (13)$$

Цей показник фактично показує середню кількість заявок, які будуть очікувати виконання при незмінних законах розподілу випадкової величини.

Середнє число вільних бригад [5]

$$R = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n-k}{k!} \cdot \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^k \cdot p_0. \quad (14)$$

Врахування цього показника в моделі дозволяє зробити припущення про доцільність зменшення кількості бригад для підвищення ефективності функціонування всієї системи.

Вирішення задачі

Оцінка параметрів системи транспортного обслуговування клієнтів за аварійними замовленнями виконується у наступній послідовності.

На першому етапі оцінюється загальна можливість виникнення великої черги. В цьому випадку, як вже було сказано вище, система або повністю втрачає стабільність, або виконує відмову від заявки.

На другому етапі аналізуються імовірності того, наскільки зайняті або вільні бригади на момент одержання заявки на обслуговування. Якщо перша імовірність є доволі великою – це свідчить про можливу необхідність збільшення кількості бригад. Якщо друга величина є доволі великою – це свідчить про необхідність зменшення кількості бригад.

Імовірність того, що під час робочого дня бригада не зможе виконати заявку на ремонт, оцінюється наступним чином. Якщо кількість заявок, імовірність пропуску яких є доволі великою – більше 15% – систему необхідно модифікувати; якщо малою – менше 5%, систему за цим параметром можна вважати стабільною.

На третьому етапі аналізується середній час виконання заявки. Проводиться попередній аналіз можливості знаходження об'єкта в ремонтному стані протягом t^* часу та фіксується час на під'їзд бригади. Різниця між часом руху бригади та максимальним часом очікування відповідає за граничне значення показника, перевищення якого свідчить про нераціональну побудову системи обслуговування. Порівняння граничного значення показника та його фактичного значення дає підстави для обґрунтування наступного удосконалення системи обслуговування.

Імовірність перевищення часу очікування середнього часу – додатковий показник, який допомагає доповнити попередній. Він дозво-

ляє проаналізувати той відсоток заявок, які не пройнуть за середнім часом очікування.

На останньому четвертому етапі аналізується черга та її довжина. Велика черга негативно впливає на показники ефективності функціонування всієї системи взагалі. Її розміри свідчать про необхідність удосконалення або структури системи, або технологічного процесу виконання ремонту. Якщо кількість ремонтних бригад перевищує одиницю, то її необхідно зменшувати.

Якщо всі показники (або деякі з них) не відповідають вимогам до наведеної системи обслуговування, то проводиться аналіз можливості їх покращення. Для цього фіксуються окремі показники та у зворотному порядку визначаються параметри системи, при яких ці показники можуть досягти відповідного рівня [7, 8].

Схематично етапи вирішення задачі транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних ремонтних робіт із зазначенням відповідних залежностей наведено на рис. 3.

Висновки

Розроблена математична модель транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних ремонтних робіт дає можливість врахувати різні імовірнісні фактори (моменти надходження заявок, час обслуговування та інші). Також побудована модель в оперативному режимі дозволяє приймати управлінські рішення щодо варіювання кількості ремонтних бригад, кількості автомобілів.

Побудовану модель можна застосовувати не лише для обслуговування клієнтури КП «Во-да», а й для задоволення будь-яких разових потреб клієнтів у аварійних ремонтних роботах (ремонт газових мереж, ремонт телекомунікаційних мереж та Інтернет-мереж та інших).

Перспективою подальших досліджень буде розробка програмного забезпечення для визначення технічних, технологічних, економічних параметрів транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту для виконання аварійних ремонтних робіт.

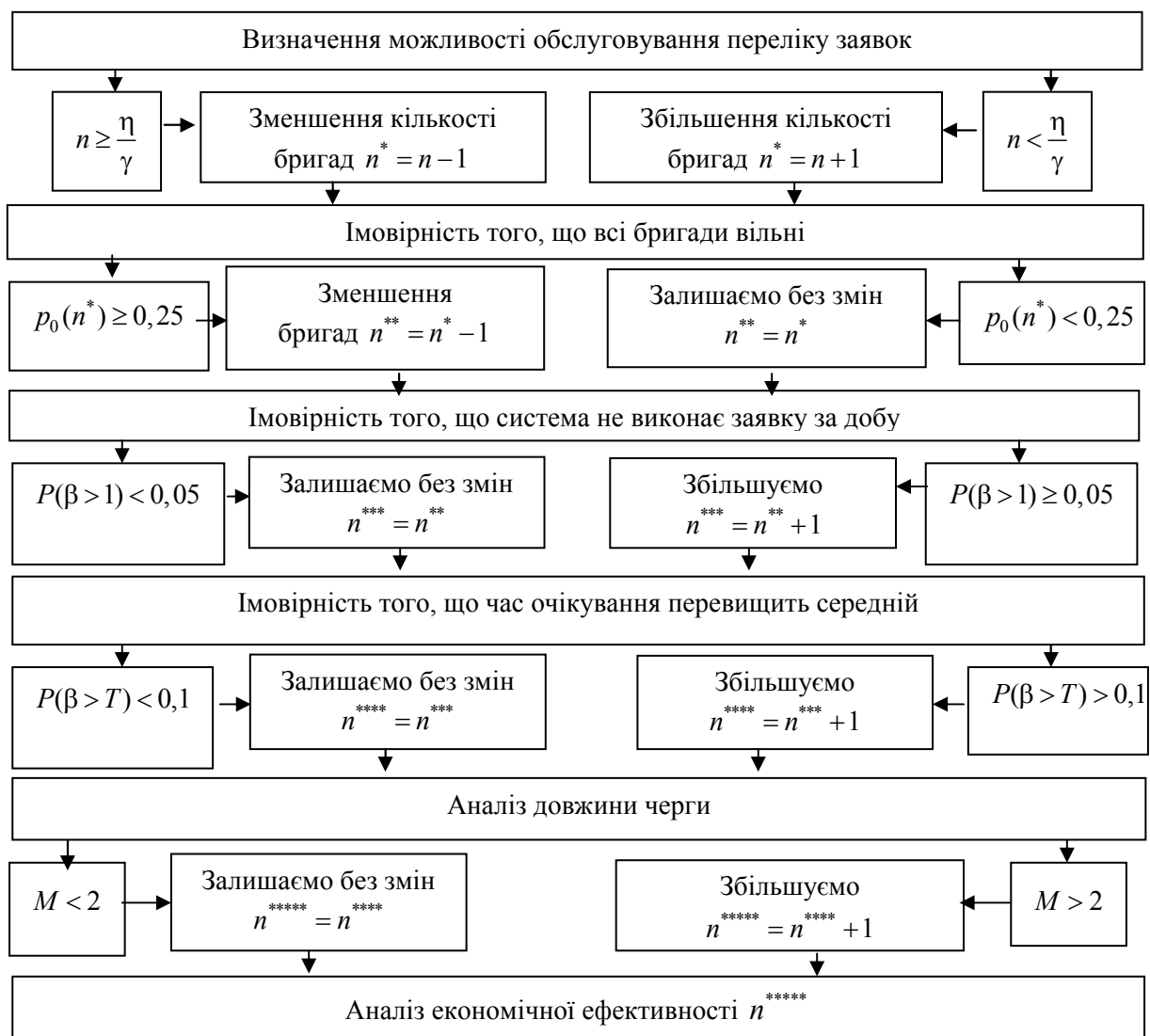


Рис. 3. Етапи вирішення задачі транспортного обслуговування замовників спеціалізованого автотранспорту при виконанні аварійних ремонтних робіт

Література

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 2003. – 479 с.
2. Падня В.А. Применение теории массового обслуживания на транспорте (железнодорожном, автомобильном, водном и воздушном). – М.: Транспорт, 1968.
3. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М., 1966. – 320 с.
4. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. – М.: Физматгиз, 1963. – 236 с.
5. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. – М., 1971. – 291 с.
6. Бороков А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. – М., 1972. – 207 с.
7. Жерновий Ю.В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування. – Львів, 2007. – 307 с.
8. Жерновий Ю.В. Марковські процеси масового обслуговування. – Львів, 2004. – 154 с.

Рецензент: М.А. Подригало, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 2 березня 2009 р.