

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МУЛЬТИФИЗИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЭЛЕМЕНТОВ ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН

Л.В. Автономова, ведущ. научн. сотр., к.т.н., С.А. Назаренко, ст. научн. сотр., к.т.н., НТУ «ХПИ»

*Аннотация.* Рассматриваются проблемные вопросы, возникающие при разработке математических моделей элементов транспортных машин при наличии действия полей разной природы. Разработаны методы анализа последовательносвязанных, сильносвязанных, слабосвязанных мультифизических пространственных моделей систем.

*Ключевые слова:* моделирование, информационные технологии, мультифизический анализ, метод конечных элементов.

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ МУЛЬТИФІЗИЧНОГО АНАЛІЗУ ЕЛЕМЕНТІВ ТРАНСПОРТНИХ МАШИН

Л.В. Автономова, пров. наук. співр., к.т.н., С.О. Назаренко, ст. наук. співр., к.т.н., НТУ «ХПИ»

*Анотація.* Розглядаються проблемні питання, що виникають при розробці математичних моделей елементів транспортних машин за наявності дії полів різної природи. Розроблені методи аналізу послідовноз'язаних, сильноз'язаних, слабозз'язаних мультифізичних просторових моделей систем. Обґрунтовано використання сукупності методів аналізу при дослідженні життєвого циклу елементів транспортних машин.

*Ключові слова:* моделювання, інформаційні технології, мультифізичний аналіз, метод кінцевих елементів.

## MULTIPHYSICAL ANALYSIS METHODS OF TRANSPORT MACHINES

L. Avtonomova, leading research worker, cand. eng. sc., S. Nazarenko, senior worker, cand. eng. sc., NTU «KhPI»

*Abstract.* The complex of theoretical, calculable and applied questions of elements transport machine are studied. Coupled-field analyses are useful for solving problems where the coupled interaction of phenomena from various disciplines of physical science is significant. There are basically 3 methods of coupling distinguished by the finite element formulation techniques used to develop the matrix equations.

*Key words:* modeling, information technology, multiphysics analysis, finite elements method.

### Введение

Интенсификация рабочих процессов при эксплуатации, усовершенствование технологий изготовления обуславливают необходимость высокого уровня интеграции наукоемких технологий виртуального моделирования современных транспортных средств [1–5].

### Анализ публикаций

Современный этап развития транспортных машин связан с ИПИ (информационная поддержка жизненного цикла изделий) – концепцией, объединяющей принципы и технологии поддержки жизненного цикла их элементов на всех стадиях, основанной на ис-

пользовании постоянно развивающейся интегрированной информационной среды (единого информационного пространства), что обеспечивает единообразные способы управления всеми процессами [1, 2]. Прогресс современной вычислительной техники позволяет исследовать проблему жизненного цикла транспортных машин как результат взаимодействия огромного числа конструкторских, технологических и производственных факторов [3]. Для её эффективного решения необходимо развитие методического, программного, лингвистического, информационного, технического и математического обеспечения жизненного цикла изделий [4]. Сложность задачи формулировки функционала полной ожидаемой эффективности жизненного цикла конструкций, включающей затраты, связанные с проектированием, изготовлением, коррективной эксплуатацией, отказом; противоречивость критериев, большое число разнохарактерных варьируемых переменных, неформализуемость некоторых ограничений, различная точность и степень детерминированности моделей, требования унификации не позволяют решать математически строго задачу оптимизации непосредственно для полной модели транспортных машин [4].

### Цель и постановка задачи

Цель работы – создание формализованных элементов конструкций транспортных средств, обладающих высоким уровнем адекватности реальным физико-механическим процессам и основанным на единой комплексной научно-методологической концепции; исследование вариантов совокупности и структуры специфических связей, подкрепленное демонстрацией решенных задач. Процесс декомпозиции физико-механической модели на компоненты является плохо формализуемым творческим процессом. На базе методов и принципов системного и объектно-ориентированного анализа можно осуществить декомпозицию абстрактной модели на составляющие и связи между ними, а также реализовать их формальное описание. От правильности выбранной стратегии зависит эффективность и точность решения.

### Метод решения задачи

С точки зрения формальной логики все многообразие расчетных физико-механических технологий жизненного цикла транспортных

средств можно классифицировать следующим образом. Рассмотрим вначале двухуровневые модели процессов с учетом их взаимного влияния друг на друга, которые являются комбинацией различных по физической природе процессов и, как следствие, расчетных схем взаимодействия. Введем следующие виды степеней связанности структурных элементов системы (для примера взята стационарная конечно-элементная модель): последовательная (при одностороннем действии)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22}(\bar{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2(\bar{y}_1) \end{Bmatrix}; \quad (1)$$

сильная (полная)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \end{Bmatrix}; \quad (2)$$

слабая с учетом обратных связей (при двустороннем взаимодействии)

$$\begin{bmatrix} K_{11}(\bar{y}_2) & 0 \\ 0 & K_{22}(\bar{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1(\bar{y}_2) \\ \bar{F}_2(\bar{y}_1) \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

где  $K_{11}$ ,  $K_{21}$ ,  $K_{22}$  – обобщенные матрицы жесткости;  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$  – обобщенные векторы узловых переменных,  $\bar{F}_1$  и  $\bar{F}_2$  – обобщенные векторы нагрузок. Основным отличием моделей с последовательной (слабой) степенью связанности от сильной степени является отсутствие недиагональных блоков в глобальных матрицах  $K_{21}$ . Примерами конструкций, для которых важен учет взаимодействия физических полей различной природы (2) с сильной степенью связности, являются пьезоэлектрические устройства акустической электроники. Недостатком моделей сильной связанности является увеличение размерности и ширины ленты системы разрешающих уравнений, преимуществом – возможность достижения решения за одну итерацию.

Разделение на подпункты носит условный методологический смысл, поскольку физический процесс может иметь комплексный и взаимовлияющий характер. Предполагается, что связь между подмоделями однозначна, алгоритмизируема и корректна. Такая трактовка дает возможность формализовать процесс и распространить традиционный инст-

рументарий анализа и синтеза. Моделирование структурными уравнениями, ориентированными на конкретный класс объектов, может включать большое количество методов из различных областей с применением различных CAD/CAM/CAE-систем. Это может быть осуществлено как в ручном режиме, так и путем создания специализированных автоматизированных систем.

Основная цель применения данного математического обобщения, реализуемого в едином информационном пространстве жизненного цикла транспортных машин, заключена в повышении точности результатов, минимизации затрат времени на подготовку модели и трансляции промежуточных данных. При этом необходимо или использование единой информационной базы для всех этапов жизненного цикла, или разработка специальных процедур согласования структур данных на различных этапах.

После сборки, состоящей в преобразовании модели, реализующей поставленную цель из заданных или определяемых подмоделей (структурно связанных и устойчивых), возможно построение многоуровневых иерархических систем.

### Результаты расчетов

Примерами элементов двигателей транспортных средств, для которых необходим учет воздействия последовательно связанных физических полей различной природы, являются колеса турбин.

Рассмотрим установившийся режим, когда температурное поле можно считать стационарным. Этот режим устанавливается при достаточно долгом прогреве после включения, постоянной внешней температуре и является основным рабочим режимом. Согласно гипотезе Дюамеля-Неймана обобщенные уравнения состояния приняты в виде тензорно-линейных соотношений

$$\varepsilon_{ij} = A_{ijkl} \sigma_{kl} + \alpha_{ij} T,$$

где  $A_{ijkl}$ ,  $\alpha_{ij}$  – компоненты, которыми описываются особенности деформирования и температурного расширения материала;  $T$  – приращение температур, зависящее от координат. После декомпозиции, состоящей в

разделении системы (модели) на подсистемы (подмодели) с сохранением структур и принадлежности одних элементов и подсистем другим, задача анализа включает в себя: 1) задачу стационарной теплопроводности

$$\Lambda \vec{T} = \vec{Q},$$

где  $\Lambda$  – матрица теплопроводности,  $\vec{Q}$  – вектор обобщенной тепловой нагрузки; 2) задачу термоупругости

$$K_{yy} \vec{y}_t = \vec{F}_t,$$

где  $\vec{y}_t$  – обобщенный вектор термоупругих перемещений. Решение задачи теплопроводности определяет нагрузки для задачи термоупругости. Температурное нагружение оказывает двоякое действие: вызывает дополнительные статические напряжения, связанные с возникновением градиента температур, а также в некотором диапазоне изменяет физико-механические характеристики материала. Совместное решение задачи теплофизики и механики позволяет, с одной стороны, экономить затраты времени (например, за счет генерации единой КЭ сетки), а с другой стороны – более адекватно задавать нагрузки.

Анализ проводился с использованием циклической симметрии. Температурные напряжения для колеса турбины составляют величины порядка 5...7% напряжений от центробежных сил (рис. 1). Во многих случаях последовательная связь не только эффективнее сильной, но и более удобна, так как имеется возможность выполнять расчеты независимо. Полная модель колеса турбины связана также с необходимостью решения задач термогазодинамики и колебаний. Задача анализа резонансного состояния колеса турбины в поле центробежных сил и тепловых нагрузок, сводится к матричной проблеме

$$\left[ K_{yy} + G(\vec{y}_s) - \lambda M_{yy} \right] \vec{y}_d = 0,$$

где  $G(\vec{y}_s, \vec{u})$  – матрица «геометрической» жесткости (приведенных начальных напряжений), формируемая на решении  $\vec{y}_s$  статической задачи (температура + центробежные силы, рис. 2).

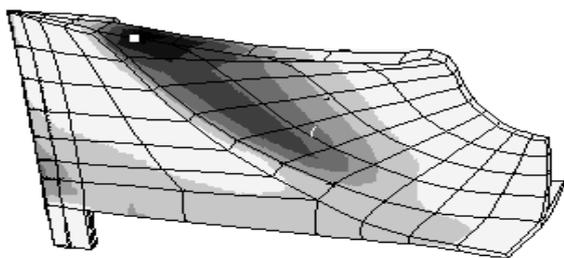


Рис. 1. Распределение интенсивностей статических напряжений

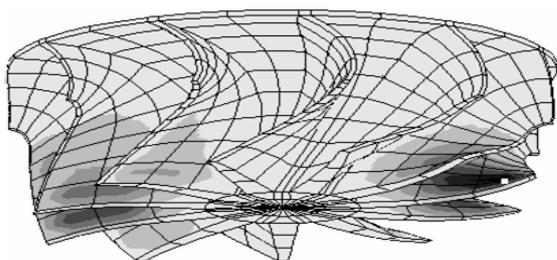


Рис. 2. Форма интенсивностей напряжений на  $i$ -й собственной частоте

### Выводы

Данное исследование позволило провести классификацию задач анализа мультифизических конечноэлементных моделей различной степени связанности, позволяющую построить схему для декомпозиции комплексной проблемы на ряд отдельных физических задач, и успешно апробировать разработанный математический аппарат. Анализ структуры и типов связей между отдельными задачами служит основой схемы последовательности решения общей проблемы. Использование единой расчетной модели для

мультифизического моделирования позволяет минимизировать время, обычно затрачиваемое на подготовку множества расчетных моделей, преобразование и передачу данных от одной расчетной модели в одной системе к другой модели в другой системе. Классификация может служить основой последующей унификации и стандартизации подходов. Дальнейшим направлением исследований является применение математического аппарата при исследовании жизненного цикла ряда современных транспортных средств.

### Литература

1. Piegl L.A. Ten challenges in computer-aided design / Piegl L.A. // Computer-aided design. – 2005. – №37. – P. 461–470.
2. <http://www.cimdata.com/>
3. Кунву Ли. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / Кунву Ли. Пер. с англ. – СПб.: Питер, 2004. – 560 с.
4. Судов Е.В. Интегрированная информационная поддержка жизненного цикла машиностроительной продукции / Судов Е.В. – М.: ООО Издательский дом МВМ, 2003. – 264 с.
5. Назаренко С.А. Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы / Назаренко С.А. // Вестник НТУ «ХПИ». – 2006. – №32. – С. 119–122.

Рецензент: В.И. Клименко, профессор, к.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 7 августа 2009 г.