

Туренко А.М., Клименко В.І., Ужва А.В., Савченко Є.Л., Сергієнко О.В.,
Лукашов І.В., Шаповаленко В.О., Ламла Т.Л..

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ СПОРТИВНОГО
АВТОМОБІЛЯ З ЕЛЕМЕНТАМИ ПАСИВНОЇ БЕЗПЕКИ І НЕСУЧОЮ
СИСТЕМОЮ З КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ**

Монографія

Харків
ХНАДУ
2016

УДК
ББК
О

Рецензенти: Д.О. Волонцевич, д-р техн. наук, професор
(Національний технічний університет «ХПІ»)
А.В. Бажинов, д-р техн. наук, професор
(Харківський національний автомобільно - дорожний університет)
И.К. Шаша, д-р техн. наук, професор
(Харківський національний університет внутрішніх справ)

Автори: А.М. Туренко, В.І. Клименко, А.В. Ужва,
Є.Л. Савченко, А.В. Сергієнко, І.В. Лукашов,
В.А. Шаповаленко, Ламла Т.Л.

Экспериментальные исследования динамики спортивного автомобиля с элементами пассивной безопасности и несущей системой из композитных материалов / А.Н. Туренко, В.И. Клименко, А.В. Ужва, и др. — Х. : ХНАДУ, 2016. — 103с.

Приведены результаты научных исследований в области экспериментальных исследований динамики спортивных автомобилей с элементами пассивной безопасности. На основе методов расчета основных параметров и экспериментальных данных движения транспортного средства. Получены аналитические зависимости определения динамики движения транспортного средства с учетом геометрических, весовых, скоростных, сцепных свойств колес с опорной поверхностью с применением элементов пассивной безопасности на несущей системе спортивного автомобиля. Теоретически и экспериментально исследованы пути создания и особенности рабочих процессов спортивного автомобиля при движении.

Материалы монографии включают работы, выполненные сотрудниками кафедры автомобилей Харьковского национального автомобильно-дорожного университета.

Рассчитана на научно-технических работников и экспертов в области автомобильного транспорта, а также студентов и аспирантов транспортных ВУЗов.

Ил. 28. Табл. 9. Библиогр. наим. 32.

Наведено результати наукових досліджень в області експериментальних досліджень динаміки спортивних автомобілів з елементами пасивної безпеки. На основі методів розрахунку основних параметрів і експериментальних даних руху транспортного засобу. Отримано аналітичні залежності визначення динаміки руху транспортного засобу з урахуванням геометричних, вагових, швидкісних, зчіпних властивостей коліс з опорною поверхнею з застосуванням елементів пасивної безпеки на несучій системі спортивного автомобіля. Теоретично та експериментально досліджено шляхи створення та особливості робочих процесів спортивного автомобіля при русі.

Матеріали монографії включають роботи, виконані співробітниками кафедри автомобілів Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Розрахована на науково-технічних працівників і експертів у галузі автомобільного транспорту, а також студентів і аспірантів транспортних Вузів.

Ил. 28. Табл. 9. Библиогр. наим. 32.

УДК
ББК

А.М. Туренко, В.І. Клименко, А.В. Ужва,
Є.Л. Савченко, А.В. Сергієнко, І.В. Лукашов,
В.А. Шаповаленко, Ламла Т.Л

ХНАДУ, 2016

ЗМІСТ:

Вступ.....	5
1. Математичний опис кочення шини гоночного автомобіля з урахуванням відведення	
1.1. Аналіз літературних джерел і сучасного стану проблеми безпечного руху автомобіля	7
1.2. Теорія кочення шини з використанням динаміки неголономних систем.....	11
1.3. Теорія Рокара.....	16
1.4. Теорія Грейдануса.....	18
1.5. Теорія Келдиша.....	21
1.6. Теорія кочення шини Н.В. Расејка. Модель контактних сил.....	32
2. Математичний моделювання робочих процесів функціонування систем гоночного автомобіля	
2.1. Рівняння руху гоночного автомобіля на колесах із пневматичними шинами.....	37
2.2. Спрощення рівнянь руху гоночного автомобіля на колесах із пневматичними шинами.....	43
2.2.1 Випадок руху з великою швидкістю.....	43
2.2.2 Випадок великих величин кінематичних параметрів.....	46
2.2.3 Узагальнення гіпотези відведення і умова застосовності.....	48
3. Моделювання режимів руху гоночного автомобіля та синтез законів керування цими режимами виходячи з виконання умов стійкого й безпечного руху	
3.1. Стійкість автомобіля при русі по криволінійній ділянці дороги	
3.1.1 Постановка задачі й рівняння руху.....	50
3.1.2 Аналіз стійкості руху.....	54

4.	Розробка і виготовлення програмно-апаратного комплексу збору і обробки даних, пов'язаних з рухом гоночного автомобіля	
4.1.	Вихідні дані	60
4.2.	Вимоги і результати	60
4.3.	Елементна база і вартість.....	73
4.4.	Передбачувана функціональність програмного забезпечення.....	75
5.	Математичне моделювання елементів пасивної безпеки	
5.1.	Вихідні данні.....	79
5.2.	Стрижневі математичні моделі	84
5.3.	Об'ємні моделі.....	90
	Додаток А.....	97
	Перелік посилань.....	101

ВСТУП

Рівень безпеки руху і імовірність виникнення дорожньо-транспортних пригод (ДТП) залежить від взаємодії комплексу факторів, які описує складна система «Водій - Автомобіль - Дорожнє середовище» (ВАД). При рішенні завдань забезпечення безпеки руху, автомобіль розглядають як елемент цієї системи, що є відкритою, тобто залежить від зовнішніх факторів і функціонує під їхнім впливом. Для одержання ефективних рішень, які забезпечують стабільність цієї системи, і як наслідок, високий рівень безпеки руху в складних дорожніх умовах, необхідно враховувати взаємний вплив великої групи параметрів - конструктивних особливостей автомобіля, стійких навичок керування у водія, стан дорожнього покриття і кліматичні фактори. Вивчення законів взаємодії компонентів цієї системи, з урахуванням конструктивних параметрів автомобіля, за критерієм стабільності системи ВАД і є основною проблемою, що вимагає рішення.

Стійкість руху автомобіля є одним з основних факторів активної безпеки автомобіля. Теоретична оцінка властивостей курсової стійкості автомобіля на етапі його проектування і доведення дозволяє значно зменшити витрати часу і фінансові витрати.

Виходячи із цього, увага приділена вивченню деяких основних принципово важливих положень (теорія кочення шини з урахуванням бічного відведення) і дослідженню основних режимів руху – зокрема режиму гальмування в різних умовах. Надалі, на основі встановлених закономірностей і створених математичних моделей, з'явиться можливість створити повну імітаційну модель руху гоночного автомобіля, а також досліджувати деякі спеціальні питання (вплив конструктивних параметрів гоночного автомобіля на стійкість і безпеку руху, вплив аеродинамічних сил на стійкість і безпеку руху).

Також важливим є завдання підвищення рівня пасивної безпеки. На сьогодні створення безпечного автомобіля неможливо без попереднього моделювання, проведення розрахунків і оптимізації на етапі проектування. Для

створення математичних моделей широко застосовується метод кінцевих елементів, для досягнення кращих результатів потрібно впроваджувати раціональний підхід та поєднувати різні типи математичних моделей. Увага приділена питанням раціонального поєднання різних типів математичних моделей, оптимізації робочих параметрів засобів пасивної безпеки гоночного автомобіля.

1 МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС КОЧЕННЯ ШИНИ ГОНОЧНОГО АВТОМОБІЛЯ З УРАХУВАННЯМ ВІДВЕДЕННЯ.

1.1 Аналіз літературних джерел і сучасного стану проблеми безпечного руху автомобіля

У даній роботі використовуються основні положення теорії стійкості автомобіля [1 - 3]. Прийнято твердження про значну пружність спеціальної автомобільної шини для кільцевих гонок у напрямку, перпендикулярному площині кочення колеса. Якщо на автомобіль, що рухається, діють бічні сили, тобто горизонтальні сили, перпендикулярні його поздовжньої осі, шини деформуються, і при коченні колесо переміщається не в площині кочення, а під якимось кутом до неї - кутом відведення [4 - 5].

Наявність відведення принципово міняє характер руху автомобіля, його траєкторії, швидкості й прискорення. При відсутності відведення, напрямок переміщення колеса збігається з його площиною кочення, якщо немає бічного ковзання. Тому, якщо задані закон повороту керованих коліс і швидкість автомобіля, то рух кінематично цілком визначений, і можна обчислити траєкторію руху центра мас автомобіля.

У реальних умовах, при наявності відведення, напрямок переміщення колеса залежить від діючих на нього сил. Отже, для визначення траєкторії, так само як і швидкостей і прискорень, необхідно вирішити відповідні диференціальні рівняння руху.

Кути відведення невеликі й у звичайних умовах руху автомобіля по прямій і на повороті не перевищують 3 - 8°. Однак кути повороту керованих коліс (якщо не розглядати малих швидкостей автомобіля, що не представляють інтересу при дослідженні стійкості гоночного автомобіля) також не перевищують 10 - 15°. Тому зміна траєкторії внаслідок відведення може бути досить значною.

Явище відведення робить на стійкість автомобіля дуже істотний вплив, тому що колесо із пружною шиною на противагу колесу із твердою шиною не

може сприйняти ніякого бічного зусилля без зміни напрямку руху колеса.

У цьому відмінність реального автомобіля від автомобіля із шинами, абсолютно твердими в бічному напрямку. Безпосередній зв'язок стійкості автомобіля з явищем бічного відведення шин був з'ясований у результаті експериментальних робіт, що проводилися рядом дослідників [6 - 8] приблизно з 1934 р. Новий підхід до питань стійкості дав можливість деяким автомобільним заводам організувати випробування автомобілів на стійкість по спеціально розробленій методиці, зі спеціальною апаратурою.

Одночасно було отримане пояснення багатьох явищ, які при припущенні твердих у бічному напрямку шин залишалися незрозумілими (наявність «критичної швидкості» автомобіля, явища «надлишкової схильності до повороту» і «недостатньої схильності до повороту»).

В цій роботі використані закони класичної теорії стійкості з урахуванням властивостей спеціальних шин гоночного автомобіля, що володіють значною бічною пружністю.

У даній роботі не будуть порушені питання перекидання, які мають менше практичне значення для сучасних гоночних автомобілів і до того ж досить освітлені в існуючій літературі.

При дослідженні стійкості автомобіля використані визначення, прийняті в загальній теорії стійкості руху, розробленої А. М. Ляпуновим [9], а також в інших роботах [10 - 12].

Згідно із цими визначеннями, рух механічної системи стійкий, якщо виникаюче в результаті накладення на нього збурювання новий «збурений» рух буде мало відрізнятися від основного, який би не був великий проміжок часу, що пройшов з моменту збурювання.

Розглянемо, наприклад, прямолінійний рух автомобіля із заданою швидкістю V ; такий рух може бути як стійким, так і нестійким.

Припустимо, що автомобіль у якийсь момент часу одержує додаткові малі відхилення і швидкості (збурювання), наприклад, якусь малу кутову швидкість ω .

Якщо отримані відхилення будуть загасати, і автомобіль буде прагнути продовжувати свій прямолінійний рух, то рух автомобіля варто вважати стійким. Якщо ж отримане невелике відхилення від прямолінійного руху буде із часом мимоволі розростатися, то рух буде нестійким.

Стійкість або нестійкість руху при заданій швидкості буде залежати від конструктивних параметрів автомобіля, від переданих тягових і гальмових зусиль, від характеру поверхні дороги й впливів на органи керування. Тому рух автомобіля розглядається в системі «водій - автомобіль - дорожнє середовище» (ВАД).

Відзначимо, що наявність ковзання між опорною поверхнею шини й дорогою не є ознакою нестійкості руху. Наприклад, при повністю загальмованих і ковзних задніх колесах і вільних передніх рух буде нестійким; при повністю загальмованих передніх колесах і вільних задніх рух виявляється стійким. Навпаки, нерідкі випадки коли, незважаючи, на відсутність ковзання, рух виявляється нестійким; автомобіль при цьому «погано тримає дорогу» і «виляє», має схильність до руху в бічному напрямку, тому що отримані випадкові відхилення прагнуть розростися.

Розглянемо інший приклад – рух автомобіля на повороті. Чим більше буде швидкість автомобіля, тим більше виявиться відцентрова сила й відповідно бічні реакції на колесах автомобіля.

Швидкість, при якій реакції на колесах досягнуть величини сили зчеплення між шинами й дорогою, перевищити неможливо, тому що при цьому почнеться бічне ковзання коліс.

Однак рух автомобіля може виявитися нестійким уже при швидкості значно меншій, чим ця гранична швидкість, що відповідає початку ковзання. При нестійкому русі досить буде найменшого поштовху, випадкового повороту рульового керма і т.п., щоб кутова швидкість автомобіля стала зростати. При цьому автомобіль буде повертати все крутіше, поки не почнеться бічне ковзання коліс. В інших випадках, навпаки, під впливом випадкового збурювання кутова

швидкість починає падати, і автомобіль виходить із кола назовні, прагнучи рухатися по дузі більшого радіуса.

Але, рух автомобіля у випадку, якщо він нестійкий, можливий: водій за допомогою відповідних поворотів керма може гасити виникаючі відхилення від заданого напрямку. Однак чим більше ступінь нестійкості руху, інакше кажучи, чим швидше ростуть отримані збурювання, тим збереження заданого напрямку стає більш неможливим; при великому ступені нестійкості рух практично неможливий.

Тобто, конструкція автомобіля повинна забезпечувати стійкість руху (у зазначеному вище сенсі) в якомога більш широких межах.

Слід зазначити, що отриманий у випадку нестійкості збурений рух автомобіля носить не коливальний, а аперіодичний характер, тобто параметри руху монотонно відхиляються від первісних. Як буде показано, цей процес супроводжується збільшенням кутової швидкості автомобіля і лінійних швидкостей, перпендикулярних поздовжньої осі. Одночасно зростають бічні сили, що діють на колеса автомобіля, що, в остаточному підсумку, приводить до бічного ковзання.

Крім стійкості руху автомобіля як системи в цілому, може бути поставлене питання про стійкість відносної рівноваги (або руху) складових частин системи: керованих коліс щодо передньої осі, осей щодо кузова і т.д. При нестійкості цієї рівноваги виникають відносні переміщення (вильвання коліс, шіммі, трампінг), які позначаються на стійкості автомобіля в цілому. Ці питання відносяться до особливої області теорії стійкості автомобіля. В даній роботі припущено, що відносна рівновага або рух частин автомобіля завжди стійкий.

Проблеми безпечного стійкого руху гоночних автомобілів, вимагають ретельного вивчення динаміки кочення коліс із пневматичними шинами. Важливість і складність названого завдання обумовили народження й бурхливий розвиток підрозділу механіки – механіки шин. Найбільше складно побудувати фізико-математичну модель шини, що описує несталі рухи. Крім іншого, модель

повинна бути зручною для застосування, як складова частина загальної математичної моделі руху гоночного автомобіля.

Одним з напрямків рішення такого завдання є створення так званих прагматичних моделей шини. До них варто віднести модель «струна» [13, 14]; моделі, засновані на рівнянні балансу пружних і контактних сил на шині [15 - 17]; моделі, що включають елементи з релаксацією [18, 19]; дискретну модель шини [20].

Практична важливість завдання про стійкість руху автомобіля привела до створення ряду теорій кочення колеса із пневматичною шиною: від гіпотези відведення Рокара, що одержала широке поширення, до найбільш повної теорії кочення пружної шини, розробленої М. В. Келдишем.

Ці теорії не зв'язані між собою і відбивають наявність різних підходів до вивчення впливу змоги шини деформуватися на процес її кочення без проковзування. Тим часом, аналіз рівнянь, одержаних виходячи з теорії Келдиша, дозволяє не тільки встановити зв'язок між цими теоріями, але й прийти до узагальнення гіпотези відведення, а також вказати умови її застосовності.

При вивченні впливу змоги пневматичної шини деформуватися на процес її кочення зазвичай прибігають до певних спрощуючих припущень, які дозволяють описати явище деформації кінцевим числом параметрів. У найпростішій теорії деформація шини описується лише одним параметром. З такого припущення виходить, наприклад, теорія Рокара й формулюється гіпотеза відведення.

Варто підкреслити, що явище бічного відведення спостерігається у колеса із пневматичною шиною, що котиться без проковзування, тобто це явище ніяк не пов'язане з ковзанням шини.

1.2 Теорія кочення шини з використанням динаміки неголономних систем.

При розгляді багатьох питань руху і рівноваги механічних систем можлива дискретна ідеалізація, тобто ідеалізація, при якій механічний стан розглянутої системи визначається кінцевим числом величин. У цьому випадку систему

називають дискретною. До дискретних систем, наприклад, належать системи, що складаються з кінцевого числа матеріальних крапок і абсолютно твердих тіл.

В багатьох випадках, залежно від побудови самої системи, окремі її частини не можуть рухатися довільним образом, їхні рухи й положення якимось зв'язані між собою й підлеглі ряду умов і обмежень. На систему, як прийнято говорити в механіці, накладені зв'язки. Конкретний вид цих зв'язків може бути різним. Це може бути, наприклад, зачеплення шестерень, з'єднання двох окремих тіл стрижнем незмінної довжини або що-небудь інше. Зв'язки можуть накладати обмеження на можливі геометричні розташування окремих частин системи – такі зв'язки називаються геометричними, і на кінематично можливі її рухи, тобто на можливі значення швидкостей її окремих частин – такі зв'язки називаються кінематичними. Усякий геометричний зв'язок разом з тим являє собою і деякий кінематичний зв'язок; однак зворотне, може й не мати місця, тобто зв'язок між можливими швидкостями окремих частин системи може не приводити до обмежень на можливі їхні положення. Як приклад розглянемо кочення без прослизання по площині круглого диска з гострим краєм (рисунок 1.1).

Положення диска, дотичного до площини π , на якій ми помістимо систему координат Oxy , можна задати координатами x і y точки дотику M , кутом ψ , відлічуваним від фіксованої крапки ободу диска до точки дотику M , кутом φ між дотичною в крапці M к диску й віссю Ox і кутом ν нахилу диска до площини π .

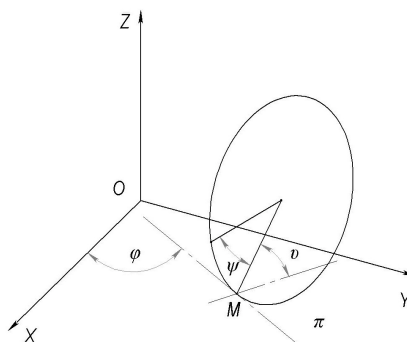


Рисунок 1.1 - Кочення без прослизання по площині круглого диска з гострим краєм

Кочення диска по площині π без прослизання означає, що в кожний момент швидкість крапки диска, яка в цей момент дотична площині, дорівнює нулю. Довільно мале переміщення диска характеризується змінами координат x, y, ψ, φ і v , які ми позначимо через $dx, dy, d\psi, d\varphi$ і dv . Тому що диск, радіус якого нехай буде R , котиться без прослизання, то зміни п'яти координат, що визначають положення диска, не довільні, а завжди задовольняють двом умовам:

$$\left. \begin{aligned} dx &= R \cos \varphi d\varphi \\ dy &= R \sin \varphi d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Таким чином, умови кочення без прослизання представляють собою кінематичні зв'язки, що виражаються рівняннями (1.1) або рівняннями

$$\dot{x} = R\dot{\varphi} \cos \varphi, \quad \dot{y} = R\dot{\varphi} \sin \varphi \quad (1.2)$$

що виходять із (1.1) діленням на dt . Однак, незважаючи на наявність цих зв'язків, п'ять координат x, y, ψ, φ і v при коченні диска по площині можуть приймати будь-які системи значень, тобто диск може стикатися із площиною довільним чином. Перехід від положення диска $x_0, y_0, \psi_0, \varphi_0$ і v_0 у будь-яке інше положення $x_1, y_1, \psi_1, \varphi_1, v_1$ можна здійснити в такий спосіб:

- а) прокотимо диск із крапки $M_0 (x_0, y_0)$ площини π в крапку $M_1 (x_1, y_1)$ по якої-небудь кривої довжини $R (\psi_1 - \psi_0 + 2\pi k)$, де k – довільне ціле число;
- б) повернемо диск навколо перпендикуляра до площини π у крапці M_1 так, щоб кут φ прийняв потрібне значення φ_1 ;
- в) повернемо диск навколо дотичній до нього в крапці M_1 так, щоб кут v став рівним v_1 .

Таким чином, кінематичні зв'язки (1.2) не накладають ніяких обмежень на можливі значення координат x, y, ψ, φ і v .

Уявимо собі, що ми зняли із системи ряд наявних у неї зв'язків і що після цього її геометричне положення визначається n величинами $q_1, q_2, \dots, q_n$,

називаними узагальненими координатами. Тоді довільній зміні цих узагальнених координат у часі відповідає деякий рух звільненої системи. Якщо тепер знову накласти на систему зняті зв'язки, то вже не всяким змінам узагальнених координат $q_1, q_2, \dots, q_n$, будуть відповідати деякі рухи системи. Зміни узагальнених координат і їхніх значень повинні тепер підкорятися ряду умов, порушення яких означало б порушення накладених зв'язків. Ці умови можуть, зокрема, виражатися системою нерівностей виду

$$f_{\alpha}(q_1, q_2, \dots, q_n; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n; t) \geq 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, m) \quad (1.3)$$

і тоді відповідні зв'язки називаються односторонніми, неутримуючими або звільняючими, або рівняннями виду

$$f_{\alpha}(q_1, q_2, \dots, q_n; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n; t) = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, m) \quad (1.4)$$

і тоді відповідні їм зв'язки називають двосторонніми, утримуючими або незвільняючими. Утримуючі зв'язки, у свою чергу, ділять на геометричні і кінематичні, залежні й не залежні від часу, відповідно до того, входить або не входить явно час у їхні рівняння. Зв'язки називаються геометричними, якщо вони виражаються рівняннями виду

$$f_{\alpha}(q_1, q_2, \dots, q_n; t) = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, m) \quad (1.5)$$

і кінематичними, якщо рівняння, що їх виражають, мають вигляд

$$f_{\alpha}(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n; q_1, q_2, \dots, q_n; t) = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, m) \quad (1.6)$$

Це визначення цілком погоджується з тим, що говорилося про геометричні і кінематичні зв'язки.

Кінематичні зв'язки (1.6) можуть бути інтегровальними і неінтегровальними, відповідно до того, інтегровальна чи ні відповідна система диференціальних рівнянь (1.6). Інтегровальні кінематичні зв'язки – це власне кажучи геометричні зв'язки. Неінтегровальні зв'язки відмінні від геометричних і до них не зводяться, хоча можуть бути випадки, коли система (1.6) цілком неінтегровальна, тобто не еквівалентна ніякій системі рівнянь виду

$$dF_{\alpha}(q_1, q_2, \dots, q_n; t) = 0$$

і все-таки допускає особливий інтеграл, що зводить кінематичні зв'язки до геометричних.

Механічна система з неінтегровальними кінематичними зв'язками, що не зводяться до геометричних, називається неголономною системою. Неголономна система характеризується тим, що для неї не існує узагальнених координат, довільним змінам яких відповідав би рух системи, що не порушує її зв'язків. Відповідно до цього визначення наявність одного неінтегровального зв'язку ще не означає неголономності системи, оскільки цей зв'язок може виявитися інтегровальним в силу інших рівнянь зв'язків. Так, наприклад, кожен зі зв'язків

$$(x^2 + y^2)dx + xzdz = 0 \text{ і } (y^2 + x^2)dy + yzdz = 0$$

неінтегровальні, однак, разом вони інтегровальні, тому що після перетворень приводяться до виду

$$(x^2 + y^2)d(x^2 + y^2 + z^2) = 0 \quad d \ln \frac{x}{y} = 0$$

Неголономні зв'язки, які зазвичай зустрічаються в механіці, тобто кінематичні неінтегровальні зв'язки, записуються у вигляді, лінійному щодо узагальнених швидкостей:

$$A_i(q_1, q_2, \dots, q_n; t) \dot{q}_i + B(q_1, q_2, \dots, q_n; t) = 0 \quad (1.7)$$

Такі зв'язки називаються лінійними кінематичними неінтегровальними зв'язками. При $B \equiv 0$ вони називаються однорідними і у випадку, коли в коефіцієнти A_i і B не входить явно час, такими, що не залежать від часу.

Розглянутий раніше круглий диск із гострим краєм, що котиться по площині без прослизання, представляє собою неголономну систему з лінійними однорідними, такими, що не залежать від часу кінематичними неінтегровальними зв'язками (1.2).

1.3 Теорія Рокара

Нехай на колесо, що котиться, із пневматичною шиною діє бічна сила. Тоді шина (рисунок 1.2, вид зверху) зазнає пружної деформації. Нехай вона пружно зміщується, не міняючи орієнтації своєї середньої площини. Оскільки колесо при цьому котиться, то послідовні площадки контакту, що відновляється, розташовуються одна за іншою під кутом ε до площини колеса. Інакше кажучи, колесо котиться в напрямку, що утворює кут ε з його середньою площиною, що збігається з видимим напрямком кочення. Це явище пружного «ковзання» у поперечному напрямку Рокар і називає бічним відведенням колеса або квазивіражем («envirage» по термінології Рокара). Кут відведення ε , обумовлений поперечною деформацією шини, виявляється пропорційним величині цієї деформації.

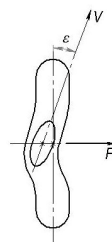


Рисунок 1.2 - Відведення шини по теорії Рокара

Нехай колесо котиться з постійною швидкістю V , причому його середня площина завжди паралельна площини yOz . Якщо через F позначити поперечну силу, що діє в напрямку осі Ox , через x – абсцису середньої площини колеса, через x_l – абсцису центра площадки контакту шини з дорогою, тоді рівняння відведення запишеться у вигляді

$$\dot{x}_1 = \chi V(x - x_l) \quad (1.1)$$

де χ – коефіцієнт відведення.

Співвідношення (1.1) представляє собою рівняння кінематичного зв'язку, що накладається на колесо при його коченні без проковзування.

Параметр $\xi = x_l - x$ характеризує величину поперечної деформації шини. Таким чином, врахування бічного відведення колеса із пневматичною шиною приводить нас до завдання вивчення деформацій пружної шини. Спрощуючи завдання, можна схематизувати явище відведення так, щоб воно не виходило за рамки механіки, що має справу з коченням без проковзування абсолютно твердих тел. Схематизація явища, що пропонує Рокар, полягає в тому, що ми розглядаємо абсолютно тверде (що не деформується) колесо і надаємо йому властивість бічного відведення. При такій схематизації кінематичне рівняння (1.1) пропадає, але в рівняннях руху з'являється член, пов'язаний з наявністю поперечної сили F , що пропорційна куту відведення ε , тобто

$$F = -a\varepsilon = -\frac{a}{V}\dot{x} \quad (1.2)$$

де коефіцієнт a називається коефіцієнтом опору відведенню. Гіпотеза відведення і полягає в тому, що при складанні рівнянь руху автомобіля на колесах із пневматичними шинами використається співвідношення (1.2).

1.4 Теорія Грейдануса

Вона є більше повною в порівнянні з теорією Рокара, тому що поряд з поперечною деформацією шини вона враховує її деформацію скручування.

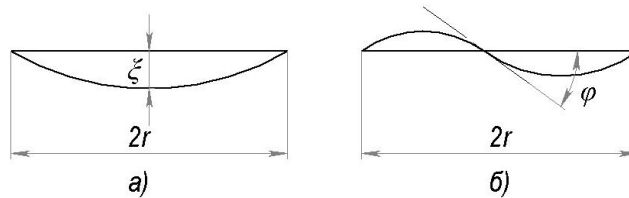


Рисунок 1.3 - Деформація шини по теорії Грейдануса

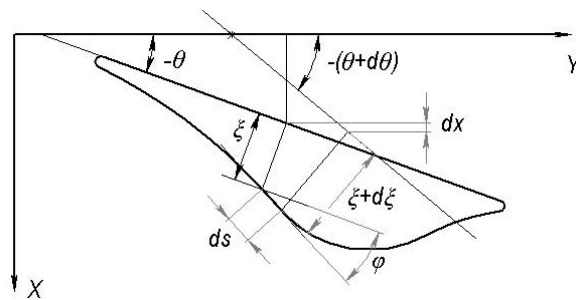


Рисунок 1.4 - Відведення шини по теорії Грейдануса

Розглянемо кочення колеса із пневматичною шиною, площина якого завжди зберігає вертикальне положення (площина дороги горизонтальна) і знайдемо математичне формулювання умови кочення шини без проковзування. Для цього розглянемо центральну окружність, що виходить у результаті перетинання центральної площини колеса із зовнішньою крайкою недеформованої шини. При зсуві обіду колеса убік, центральна окружність змінює свою форму й проектується на площину дороги у вигляді кривої, зображеної на рисунку 1.3 а. Якщо, не роблячи бічного зсуву, повернути обід колеса на невеликий кут, то проекція центральної кривої на площину дороги буде подібна зображеної на малюнку 1.3, б.

У загальному випадку деформації шини її центральна окружність буде проектуватися на горизонтальну площину у вигляді кривої, зображеної на рисунку 1.4. Характер деформації шини визначає форму цієї кривої. Можливість судити про вплив деформації шини на кінематику її кочення за формою кривої малюнку 1.4 і становить припущення, на якому ґрунтується теорія Грейдануса.

Будемо називати лінією кочення криву, що є геометричним місцем послідовних положень на дорозі центра площадки контакту шини. При коченні колеса без проковзування проекція центральної лінії деформованої шини на площину дороги в центрі площадки контакту повинна мати з лінією кочення загальну дотичну й однакову кривизну. З умови збігу дотичних відповідно до позначень на малюнку 1.4 одержуємо співвідношення

$$dx + (\xi + d\xi) \cos(\theta + d\theta) = -ds \sin(\theta + \varphi) + \xi \cos \theta$$

яке для малих величин ξ , θ , φ записується у вигляді

$$dx + d\xi = -(\theta + \varphi)ds$$

Підставляючи сюди $s = Vt$, приходимо до рівняння

$$\dot{x} + \dot{\xi} + V\dot{\theta} + V\dot{\varphi} = 0 \quad (1.3)$$

Умова однаковості кривизни записується у вигляді

$$d(\theta + \varphi) = -\frac{ds}{R} \quad (1.4)$$

де R – радіус кривизни лінії кочення. У співвідношенні (1.4) радіус кривизни R залежить від величини бічного прогину ξ шини й величини кута закручування φ ,

$$\frac{1}{R} = f(\xi, \varphi) \quad (1.5)$$

Функція $f(\xi, \varphi)$ для недеформованої шини, коли $\xi = \varphi = 0$, звертається в нуль, тому при розкладанні правої частини співвідношення (1.5) у ряд Маклорена одержимо, обмежуючись лінійними членами, що

$$\frac{1}{R} = C_1 \xi + C_2 \varphi \quad (1.6)$$

де коефіцієнти $C_1 = \left(\frac{\partial f}{\partial \xi} \right)_0$, $C_2 = \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi} \right)_0$ варто розглядати як задані. Ці коефіцієнти можуть бути визначені експериментально.

Підставляючи вираження (1.6) у співвідношення (1.4) і заміняючи $s = Vt$, одержимо рівняння

$$\ddot{\theta} + \dot{\phi} + C_1 V \xi + C_2 V \varphi = 0 \quad (1.7)$$

Рівняння (1.3) і (1.7) є рівняннями кінематичних зв'язків, які накладають деякі обмеження на можливі рухи колеса із пневматичною шиною при його коченні без проковзування.

Грейданус передбачає можливість поширення своєї теорії на випадок руху нахиленого колеса. Для цього формула (1.6) видозмінюється. Нехай кут між площиною колеса й площиною дороги дорівнює $(90^\circ - \chi)$, де χ – мала величина. Тоді центральна окружність колеса проектується на площину дороги у вигляді еліпса з півосями r і $r\chi$, де r – радіус колеса. Радіус кривизни цієї проекції в крапці торкання колеса дорівнює $\frac{r}{\chi}$. У силу цього, згідно Грейданусу, до правої частини співвідношення (1.6) повинен бути доданий член $\pm \frac{\chi}{r}$, де знак вибирається у відповідності зі знаками R і χ . Таким чином, при $\chi \neq 0$ вираження (1.6) замінюється на:

$$\frac{1}{R} = C_1 \xi + C_2 \varphi \pm \frac{\chi}{r} \quad (1.8)$$

У цьому й складається теорія Грейдануса.

Не зупиняючись на інших теоріях і гіпотезах кочення пружної шини (И. И. Метелицын і ін.), відзначимо, що явище відведення, що виникає при коченні нахиленого колеса із шиною, орієнтація площини кочення якої зберігається постійної, було описано в роботах Ю. А. Ечеистова [23] і Е. А. Чудакова [24, 25]. Це явище вони пояснюють виникненням поперечної сили й моменту сил, що прагнуть повернути колесо убік кута його нахилу. Для малого кута χ нахилу площини колеса можна прийняти, що поперечна сила F і момент M_χ пропорційні величині кута χ , де коефіцієнти пропорційності можуть бути знайдені експериментально.

1.5 Теорія Келдыша

Теорія, розроблена М. В. Келдышем, розглядає шину що деформується також у вигляді дискретної моделі, однак у порівнянні з іншими подібними теоріями вона є найбільш послідовною й повною.

У теорії Келдыша деформація шини характеризується трьома параметрами, причому маса частини шини що деформується передбачається зневажено малою. Крім того, не враховується розсіювання енергії, пов'язане з деформацією шини.

а) Сили реакції, що виникають при коченні шини по площині. Розглянемо спочатку нерухоме колесо із пневматичною шиною, що перебуває під постійним вертикальним навантаженням N (рисунок 1.5). Припускаючи, що на поверхні контакту шини з опорною площиною здійснюється повна відсутність проковзування, будемо розглядати малу деформацію шини при малих зсувах ободу колеса.

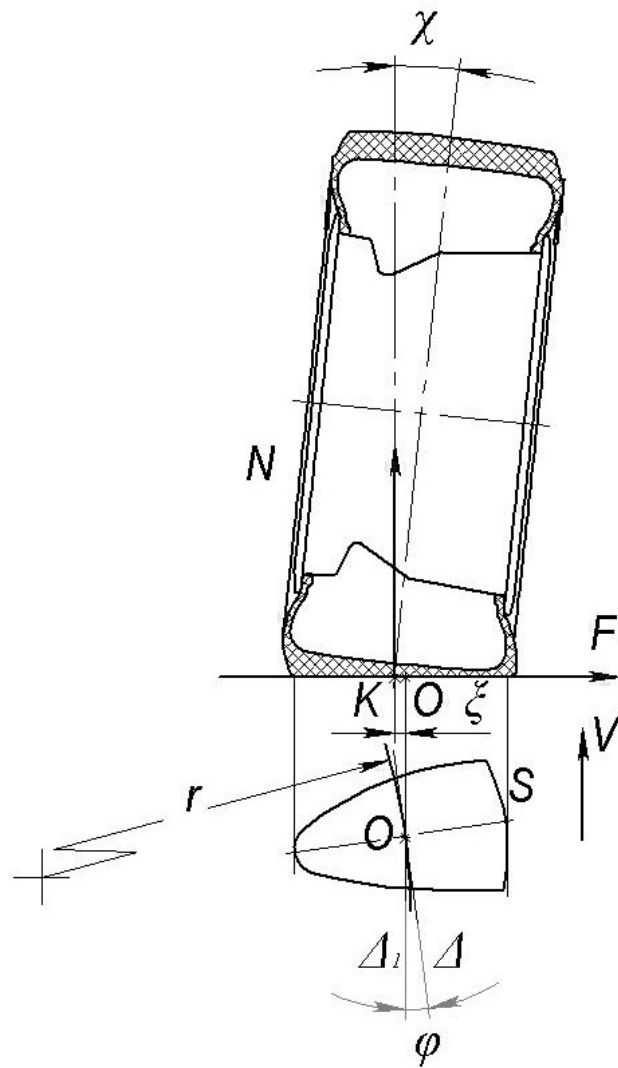


Рисунок 1.5 - Деформація шини на нерухомому колесі

Така деформація може бути охарактеризована трьома параметрами ξ , φ , χ , де ξ – відстань від лінії Δ_1 перетинання діаметральної площини зміщеного обіду колеса з опорною площиною до центра O площадки контакту; φ – кут, відлічуваний від тієї ж лінії Δ_1 до середньої лінії Δ площадки контакту; χ – кут нахилу ободу колеса, відлічуваний від вертикалі до діаметральної площини колеса. Через малість деформації шини сили, що викликають цю деформацію, можна зв'язати з параметрами деформації лінійним законом. Для того щоб сили реакції, що діють на шину з боку опорної площини, виразити через деформації, обернемо завдання, розглядаючи нерухомий обід колеса й рухливу опорну площину (рисунок 1.6).

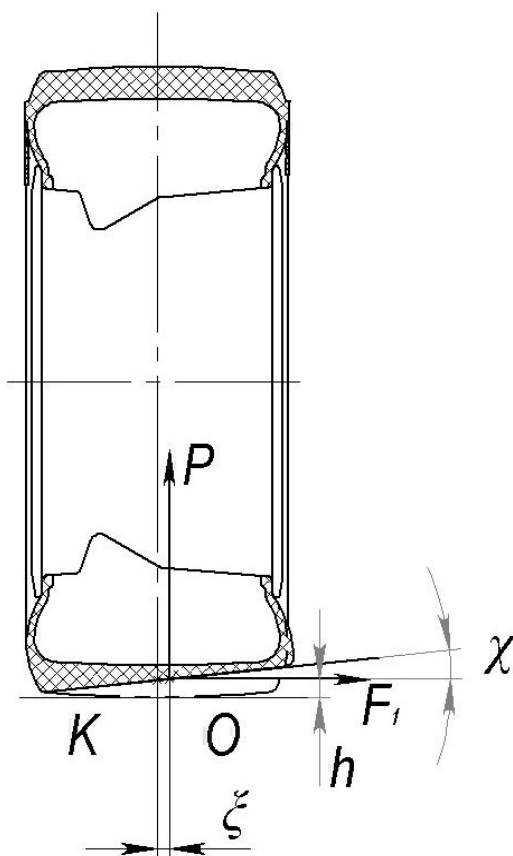


Рисунок 1.6 - Розрахункова схема з рухливою опорною поверхнею

Тоді розглянута деформація шини виходить при зсуві опорної площини на величину h у вертикальному напрямку, що відповідає обтисненню силою N , зсуві ξ у горизонтальному напрямку й повороті її на кути χ і φ навколо осей, що проходять через точку O в напрямку, перпендикулярному до креслення й вертикальному. Якщо позначити через $U = V(h, \xi, \varphi, \chi)$ потенційну енергію деформації шини, то сили, що діють на площадку контакту шини, після приведення їх до точки O опорної площини зводяться до вертикальної сили P , горизонтальній силі F_1 і моментам M_1 , L_1 навколо осей вертикальної й перпендикулярної площин креслення (рисунок 1.6), причому

$$P = \frac{\partial U}{\partial h}, F_1 = \frac{\partial U}{\partial \xi}, M_1 = \frac{\partial U}{\partial \varphi}, L_1 = \frac{\partial U}{\partial \chi}$$

Зсув h скінченний і постійний з точністю до малих величин 2-го порядку стосовно малих величин ξ, φ, χ . З огляду на те, що при $\xi = \varphi = \chi = 0$ сили і моменти $F_l = M_l = L_l = 0$, можна записати наступні вираження:

$$\begin{aligned} F_l &= a_{11}\xi + a_{12}\chi + a_{13}\varphi, \\ L_l &= a_{21}\xi + a_{22}\chi + a_{23}\varphi, \\ M_l &= a_{31}\xi + a_{32}\chi + a_{33}\varphi, \end{aligned}$$

де α_{ik} – коефіцієнти, що залежать від h , або сили P , причому $a_{ik} = a_{ki}$, $\alpha_{11} > 0$, $\alpha_{11} > 0$, $\alpha_{33} > 0$. Якщо розглянути деформацію шини при $\varphi = \chi = 0$, то внаслідок симетрії шини момент $M_l = 0$ і, отже,

$$\alpha_{13} = \alpha_{33} = 0$$

Точно так само, розглядаючи деформацію при $\varphi = \xi = 0$, виводимо на підставі симетрії, що $M_l = 0$ і, отже,

$$\alpha_{23} = \alpha_{32} = 0$$

Отже, сили реакції, що діють на колесо із пневматичною шиною з боку опорної площини, після приведення їх до центра O площадки контакту шини еквівалентні силам P , F_l і моментам L_l M_l , де сила P з прийнятою точністю збігається з навантаженням на шину, а величини F_l L_l M_l пов'язані з параметрами деформації шини за допомогою співвідношень

$$M_l = a_{33}\varphi, F_l = a_{11}\xi + a_{12}\chi, L_l = a_{21}\xi + a_{22}\chi$$

де $\alpha_{12} = \alpha_{21}$.

Зробимо перерахування сил і моментів сил реакції, що діють на колесо із пневматичною шиною, до іншої точки приведення, а саме, до точки K

перетинання прямої найбільшого нахилу, що проходить у середній площині колеса через його центр, з опорною площиною. Введемо нормальну силу реакції N , тангенціальну силу реакції F опорної площини на шину, момент сил L щодо осі, перпендикулярної до площини креслення на малюнку 1.7 (позитивний напрямок на нас), і момент сил M щодо осі, нормальної до опорної площини (позитивний напрямок нагору).

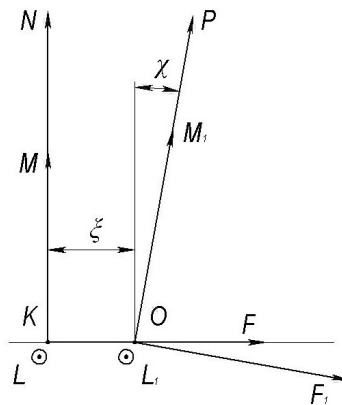


Рисунок 1.7 - Розрахункова схема сил і моментів, що діють на колесо із пневматичною шиною

Відповідно до позначень на рисунку 1.7, маємо наступні співвідношення:

$$F = F_1 + P\chi, M = M_1, L = L_1 + P\xi$$

Таким чином, реакції опорної площини на шину, наведені до точки K , зводяться до нормальної реакції N , поперечній силі F і моментам L , M , пов'язаним з деформаціями шини формулами виду

$$F = a\xi + d\chi, L = d\xi + c\chi, M = b\varphi,$$

де $a = a_{11}$, $b = a_{33}$, $d = a_{12} + N$.

Величини a , b , c і d для кожного колеса залежать від внутрішнього тиску p у пневматику і нормального навантаження N . Коефіцієнти a і b будуть залишатися кінцевими при прагненні нормального навантаження до нуля,

причому коефіцієнт b зі зростанням N збільшується. Це пов'язане з тим, що при зростанні N площа контакту шини, що залишається нерухомою при закручуванні колеса, збільшується. Цією ж обставиною пояснюється збільшення коефіцієнта b при падінні тиску p у шині. Величини $d\xi$ і $c\chi$ дають момент нормальних реакцій щодо крапки K , тому вони будуть зникати разом з N . Припустимо, що

$$d = \sigma N, z = \rho N,$$

причому величини σ і ρ також залежать від N , але при прагненні N до нуля мають кінцеві межі. Для виявлення залежності від N коефіцієнта z , розглянемо зсув колеса при $\chi \neq 0$, $\varphi = \xi = 0$. Момент L у цьому випадку створюється за рахунок того, що на деформованій шині рівнодіюча реакцій опорної площини не буде проходити через центр O недеформовану поверхню контакту, що збігає в розглянутому випадку із крапкою K (рисунок 1.5). Відстань від крапки K до крапки прикладення рівнодіючої нормальних реакцій опорної площини при малих обтисненнях буде визначатися перекошуванням убік шини і ρ буде приблизно дорівнювати ρ_0 , де ρ_0 – радіус поперечного перерізу необтисненої шини. Тому при малих N маємо $L = \rho N \chi$ ($\rho = \rho_0$). Щодо коефіцієнта a зауважимо тільки, що з наочних міркувань виходить, що він позитивний: $\sigma > 0$. Справді, при зсуві ободу колеса вбік на відстань ξ центр рівнодіючої нормальних реакцій не може переміститися на відстань, що більше ξ в той же бік. Тому при $\xi > 0$ момент L щодо крапки K позитивний: $L = \sigma N \xi > 0$. На підставі сказаного маємо остаточно

$$F = a\xi + \sigma N\chi, L = \sigma N\xi + \rho N\chi, M = b\varphi \quad (1.9)$$

Точне визначення констант a , b , σ , ρ повинне проводитися експериментально.

Згідно (1.9) потенційна енергія U деформованої шини визначається вираженням

$$U(\xi, \varphi, \chi) = \frac{1}{2}(a\xi^2 + b\varphi^2 + \rho N\chi^2 + 2\sigma N\xi\chi) \quad (1.10)$$

з якого праві частини виражень (1.9) виходять простим диференціюванням

$$F = \frac{\partial U}{\partial \xi}, L = \frac{\partial U}{\partial \chi}, M = \frac{\partial U}{\partial \varphi}$$

Позначимо $M = M_\theta$ і $L = -M_\chi$, де позитивним вважається напрямок моменту M_χ на рисунку 1.5. Тоді знайдені сили й моменти, що діють на колесо із пневматичною шиною після їхнього приведення до крапки K , зводяться до нормальної сили N , поперечній силі F і моментам M_χ і M_θ щодо осей: горизонтальної, позитивний напрямок якої утворить зі зростанням кута χ правий гвинт, і вертикальної з позитивним напрямком нагору, причому

$$F = \frac{\partial U}{\partial \xi}, M_\chi = -\frac{\partial U}{\partial \chi}, M_\theta = \frac{\partial U}{\partial \varphi}$$

де U визначається вираженням (1.10). Звідси одержуємо

$$F = a\xi + \sigma N\chi, M_\chi = -\sigma N\xi - \rho N\chi, M_\theta = b\varphi \quad (1.11)$$

Розглянемо тепер малі деформації шини для колеса, що котиться з постійною кутовою швидкістю і знаходиться під постійним вертикальним навантаженням N . При відсутності опору коченню реакції опорної площини знову доведуться до сили F , перпендикулярної до площини колеса, і моментам M_χ і M_θ , вектори яких лежать у цій площині. Однак для колеса, що котиться, деформації шини вже будуть визначатися зсувом всіх крапок поверхні контакту щодо ободу колеса й будуть залежати не тільки від системи сил, що діє на колесо в цей момент, але й від попереднього кочення колеса. Сама форма поверхні контакту й зсуву її окремих крапок, строго говорячи, не може бути визначена кінцевим

числом параметрів. Однак ми і тут введемо аналогічні параметри деформації ξ , φ , χ які визначають деформацію шини в цілому, і зв'яжемо з ним сили залежністю (1.11), зневажаючи місцевими перекручуваннями поверхні контакту.

б) Геометричні зв'язки, що виникають при коченні шини на площині. Розглянемо матеріальну середню лінію поверхні шини, що лежить у діаметральній площині обіду при недеформованій шині. Крпку O (рисунок 1.5), що є серединою відрізка цієї лінії, розташованого на поверхні контакту шини, назвемо центром контакту. Зсув середньої лінії можна розкласти на зсув ξ , середній поворот і симетричну деформацію. Позначимо через φ отриманий кут повороту поверхні контакту відносно прямій Δ_1 перетинання діаметральної площини колеса з опорною площиною (рисунок 1.5), а пряму Δ , складову кут φ с Δ_1 , назвемо віссю поверхні контакту. Геометричне місце центрів O контакту будемо називати лінією кочення шини або вантажною лінією. Із припущення про відсутність проковзування шини виходить, що в кожний момент часу ми знаємо цілий відрізок r лінії кочення, що збігається з відрізком середньої лінії шини, що лежить на поверхні контакту. Однак розгляд завдання з урахуванням відсутності проковзування всіх крапок поверхні контакту можна було б вести, тільки беручи до уваги нескінченне число ступенів свободи шини. У зв'язку з тим, що ми характеризуємо деформацію трьома параметрами ξ , φ , χ , відсутність ковзання буде враховуватися тільки для поверхні контакту в цілому.

Якщо в деякий момент часу t відоме положення колеса й деформація шини й, зокрема, поверхню $S(t)$ контакту, то цим при заданій швидкості обертання колеса і при відсутності проковзування однозначно визначається відрізок середньої лінії площадки контакту в нескінченно близький наступний момент $t + dt$. Сама площа S контакту залежить ще від перевалювання колеса, обумовленого швидкостями зсуву ободу, перпендикулярними до його площини. Центр площадки контакту колеса зміщається по дотичній до відрізка лінії r , а вісь поверхні контакту одержує деякий поворот, однозначно обумовлений деформацією шини в момент часу t . Пряма Δ дає деякий середній напрямок дотичної до відрізка r у момент часу t , і ми замінимо вимогу зсуву крапки O по

дотичній до r вимогою зсуву центра контакту по напрямку прямій Δ . Тоді пряма Δ буде дотичній до лінії кочення, а величина повороту прямій Δ буде визначатися кривизною лінії кочення. Таким чином, відсутність ковзання шини враховується наступними двома умовами:

- дотична до лінії кочення шини збігається з віссю поверхні контакту.
- кривизна лінії кочення шини однозначно визначається параметрами деформації ξ, φ, χ .

Будемо вважати кривизну позитивною, якщо опукла сторона лінії кочення звернена убік позитивного відліку ξ . Позначаючи через R радіус кривизни і з огляду на малу деформацію, приймемо, що

$$\frac{1}{R} = \alpha\xi - \beta\varphi - \gamma\chi \quad (1.12)$$

причому, при напрямках відліків кутів відповідно до рисунка 1.5, константи α, β, γ будуть позитивними.

Якщо на шині під час її кочення підтримується постійна деформація ξ, φ, χ , то з міркувань однорідності виходить, що лінією кочення буде коло, радіус якого залежить від ξ, φ, χ . Це можна також вивести зі співвідношень (1.12). Так, якщо $\varphi = \chi = 0$, то, центр кола і центр контакту O будуть розташовані по різні сторони від ободу колеса (рисунок 1.8 а), і, отже, $a > 0$. Якщо $\xi = \chi = 0$, то коло буде розташовано так, як показано на рисунку 1.8 б, і тому $\beta > 0$.

У випадку $\xi = \varphi = 0$ розташування лінії кочення показано на рисунку 1.8 в, чому відповідає $\gamma > 0$.

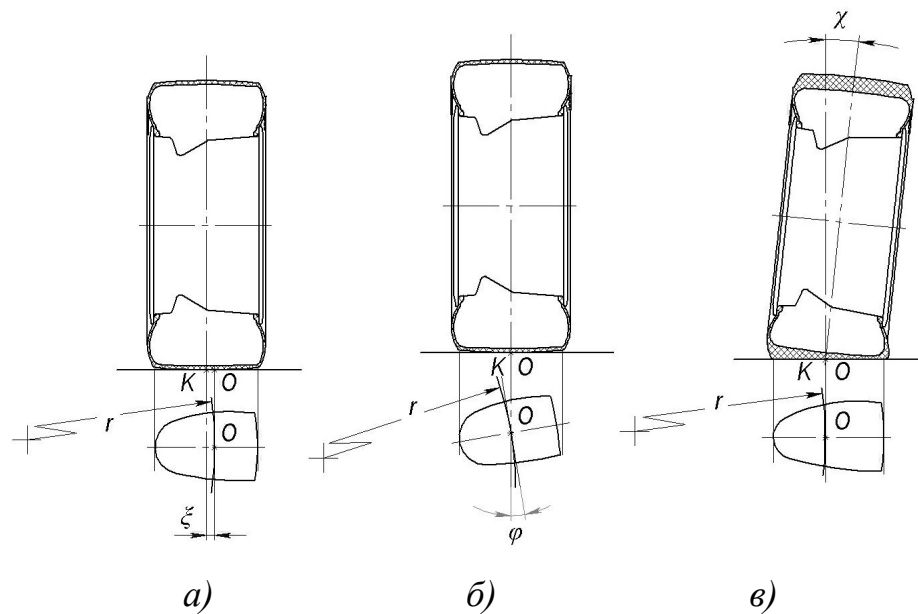


Рисунок 1.8 - Розташування лінії кочення залежно від деформації шини.

Порядок величин коефіцієнтів α , β , γ можна оцінити, виходячи з наступного наближеного розгляду.

При деформації шини матеріальна середня лінія, про яку говорилося на початку цього пункту, буде вигинатися. У випадку $\beta = \gamma = 0$, $\xi \neq 0$ прогин середньої лінії в проекції на горизонтальну площину можна схематично зобразити у вигляді дуги окружності (рисунок 1.2, а), звідки виходить, що

$$\alpha = \frac{2}{r^2},$$

де r – радіус колеса. У випадку $\xi = \gamma = 0$, $\beta \neq 0$, проекцію деформованої середньої лінії на горизонтальну площину можна представити у вигляді двох дуг

окружностей (рисунок 1.2, б), звідки виходить, що $\beta = \frac{2}{r}$.

Нарешті, коефіцієнт γ можна підрахувати з геометричних міркувань, вважаючи, що при коченні з постійним кутом χ конус із нормалей до відрізка середньої лінії шини в крапці O не буде прослизати. Відволікаючись від

обтиснення шини, з рисунка 1.8, в можна бачити, що $\gamma = \frac{1}{r}$.

в) Кінематичні зв'язки, що виникають при коченні шини по площині. Сформульовані вище дві умови відсутності ковзання шини при його коченні по площині приводять до двох рівнянь кінематичних зв'язків. Позначаючи через x_1 абсцису центра площадки контакту шини, а через θ – кут між напрямком незбуреного руху (віссю Oy) і слідом середньої площини колеса на дорозі, з першого, сформульованої вище умови кочення шини без проковзування, одержуємо рівняння

$$\frac{dx_1}{ds} + \theta + \varphi = 0$$

де $s = Vt$ – шлях, пройдений колесом за час t . Далі, беручи до уваги, що кривизна лінії кочення колеса дорівнює

$$\frac{1}{R} = -\frac{d^2x_1}{ds^2} = \frac{d(\theta + \varphi)}{ds}$$

запишемо другу умову кочення шини без проковзування у вигляді

$$\frac{d\theta}{ds} + \frac{d\varphi}{ds} = \alpha\xi - \beta\varphi - \gamma\chi$$

що виходить з (1.12). Виключаючи з отриманих рівнянь змінну s , одержуємо рівняння ($x_1 = x + \xi$):

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} + \dot{\xi} + V\dot{\theta} + V\dot{\varphi} &= 0, \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} - \alpha V\xi + \beta V\varphi + \gamma V\chi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

які й представляють рівняння кінематичних зв'язків що не інтегруються, які накладаються на колесо з пневматичною шиною при його коченні по площині.

1.6 Теорія кочення шини Н.В. Расейка. Модель контактних сил.

Моделі контактних сил дозволяють по деяких параметрах шини (вертикальна твердість, демпфірування та ін.) і по відомих кінематичних параметрах шини в кожний момент часу (поздовжнє, поперечне відведення, кут розвалу та ін.), одержати значення сил і моментів, що діють у контакті між колесом і дорогою.

Х. Б. Пасейка [27] запропонував механізм моделювання шин різного призначення й серій. Математичний запис одержав назву «магічна формула» (Magic Formula), тому що відсутня формальна фізична основа для визначення структури системи рівнянь. Разом з тим, «магічна формула» вірогідно описує поведінку різних шин у різноманітних умовах руху завдяки введенню емпіричних коефіцієнтів, що характеризують фізичні властивості шини. Модель, залежно від умов руху, враховує від 10 до 20 фізично значимих коефіцієнтів, повертає значення бічної й поздовжньої сили в плямі контакту, а також, стабілізуючого моменту, в умовах проковзування і ковзання шини і демонструє найкращу відповідність між експериментальними даними й моделлю. Функція демонструє адекватні згладжені криві, що дозволяє екстраполювати її результати за межі вихідного діапазону значень.

Моделі шин Пасейка, широко використовуються в професійних пакетах моделювання динаміки автомобілів (ADAMS, LMS і т.д.), і імітаційних моделях руху автомобілів, оскільки характеризуються достатньою точністю виводу результатів, прості для алгоритмізації й програмування і невимогливі до обчислювальних ресурсів.

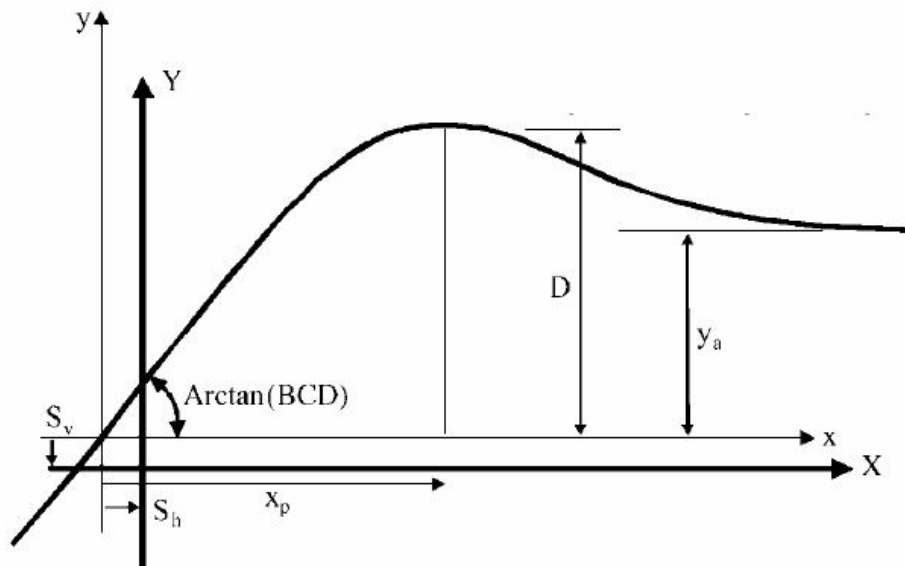


Рисунок 1.9 - Загальний вид кривих для моделі Х. Б. Пасейка

Загальний вид кривих для «магічної формули» наведений на рисунку 1.9:

$$Y(x) = D \cdot \sin(C \cdot \arctan\{B \cdot x - E \cdot [B \cdot x - \arctan(Bx)]\}) + S_v,$$

$$x = X + S_h,$$

де $Y(x)$ може бути поздовжньою (F_x) або поперечною (F_y) силою або стабілізуючим моментом (M_z), а X – поздовжнє (для F_x) або поперечне (для F_y , M_z) відведення шини.

Відповідно до [28 - 30], коефіцієнти Магічної формули є функція вертикального навантаження F_z на колесо і кута розвалу γ ,

де B – коефіцієнт твердості;

C – коефіцієнт форми;

D – коефіцієнт, що визначає пікове значення функції;

E – коефіцієнт кривизни;

S_h – горизонтальний зсув;

S_v – вертикальний зсув.

Для визначення поперечної сили F_z :

$$C = a_0;$$

$$D = \mu_y F_z,$$

де $\mu_y = a_1 F_z + a_2$ – коефіцієнт тертя в бічному напрямку;

a_1 – коефіцієнт впливу вертикального навантаження на силу тертя в бічному напрямку;

a_2 – коефіцієнт рівня сили тертя в бічному напрямку;

$$E = a_6 F_z + a_7;$$

$$B = BCD / CD,$$

де $BCD = a_3 \sin(2 \arctan(F_z / a_4)) \cdot (1 - a_2 |\gamma|);$

a_3 – коефіцієнт максимальної твердості на скручування;

a_4 – коефіцієнт навантаження при максимальній твердості на скручування;

a_5 – коефіцієнт врахування розвалу при максимальній твердості на скручування;

$$S_h = a_8 \gamma + a_9 F_z + a_{10};$$

$$S_v = a_{11} F_z \gamma + a_{12} F_z + a_{13};$$

Для визначення поздовжньої сили F_x :

$$C = b_0;$$

$$D = \mu_x F_z,$$

де $\mu_x = b_1 F_z + b_2$ – коефіцієнт тертя в поздовжньому напрямку;

b_1 – коефіцієнт впливу вертикального навантаження на силу тертя в поздовжньому напрямку;

b_2 – коефіцієнт рівня сили тертя в поздовжньому напрямку;

$$E = b_6 F_z^2 + b_7 F_z + b_8;$$

$$B = BCD / CD,$$

де $BCD = (b_3 F_z^2 + b_4 F_z) \cdot \exp(-b_5 F_z);$

$$S_h = b_9 F_z + b_{10};$$

$$S_v = 0;$$

Для визначення стабілізуючого моменту M_z :

$$C = c_0;$$

$$D = c_1 F_z^2 + c_2 F_z;$$

$$E = (c_7 F_z^2 + c_8 F_z + c_9) \cdot (1 - c_{10} |\gamma|);$$

$$B = BCD / CD,$$

де $BCD = (c_3 F_z^2 + c_4 F_z) \cdot (1 - c_6 |\gamma|) \cdot \exp(-c_5 F_z)$;

c_6 – коефіцієнт врахування розвалу для стабілізуючого моменту;

$$S_h = c_{11} \gamma + c_{12} F_z + c_{13};$$

$$S_v = (c_{14} F_z^2 + c_{15} F_z) \gamma + c_{16} F_z + c_{17};$$

Використання цих формул вимагає визначення коефіцієнтів $a_0, \dots, a_{15}, b_0, \dots, b_{10}, c_0, \dots, c_{17}$, на основі експериментальних даних.

Наприклад, значення коефіцієнтів, взятих відповідно до [28, 29]:

a_0	1.30
a_1	-22.1
a_2	1011
a_3	1078
a_4	1.82
a_5	0.208
a_6	0
a_7	-0.354
a_8	0.707
a_9	0.028
a_{10}	0
a_{11}	14.8
a_{12}	0.022
a_{13}	0
a_{14}	0
a_{15}	0

b_0	1.65
b_1	-21.3
b_2	1144
b_3	49.6
b_4	226
b_5	0.069
b_6	-0.006
b_7	0.056
b_8	0.486
b_9	0
b_{10}	0

c_0	2.4
c_1	-2.72
c_2	-2.28
c_3	-1.86
c_4	-2.73
c_5	0.11
c_6	0.03
c_7	-0.07
c_8	0.643
c_9	-4.04
c_{10}	0.03
c_{11}	0.015
c_{12}	0
c_{13}	0
c_{14}	-0.066
c_{15}	0.945
c_{16}	0
c_{17}	0

Графіки поперечної сили і стабілізуючого моменту залежно від відведення при куті розвалу $\gamma = 0$ для різних значень вертикального навантаження показані на

рисунках 1.10 і 1.11. Для обчислення цих функціональних залежностей використовувалася «магічна формула» з наведеними вище коефіцієнтами.

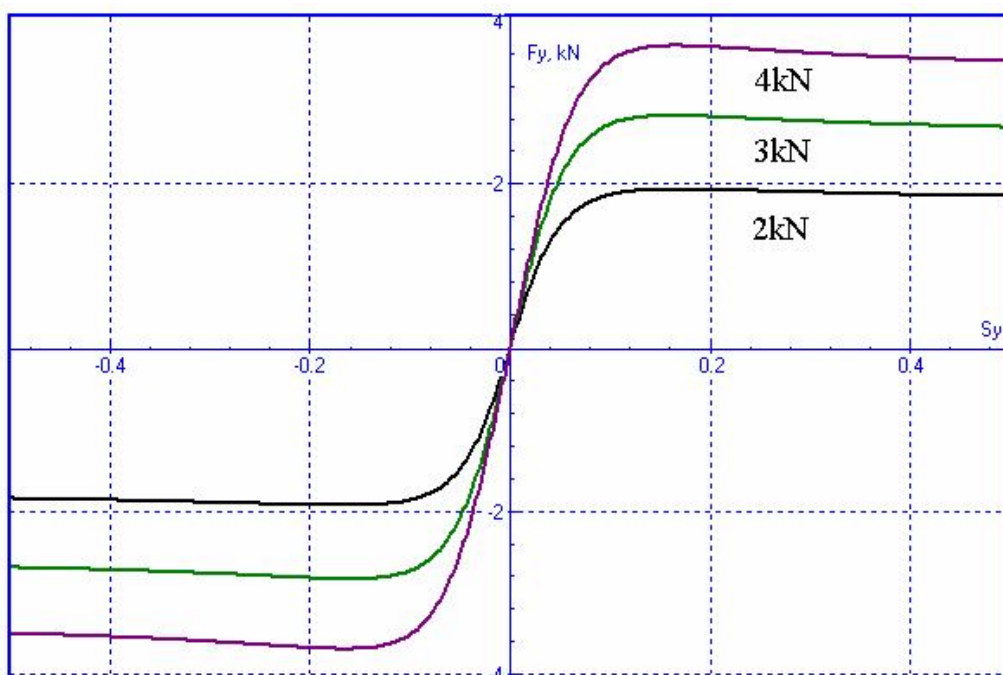


Рисунок 1.10 - Поперечна сила

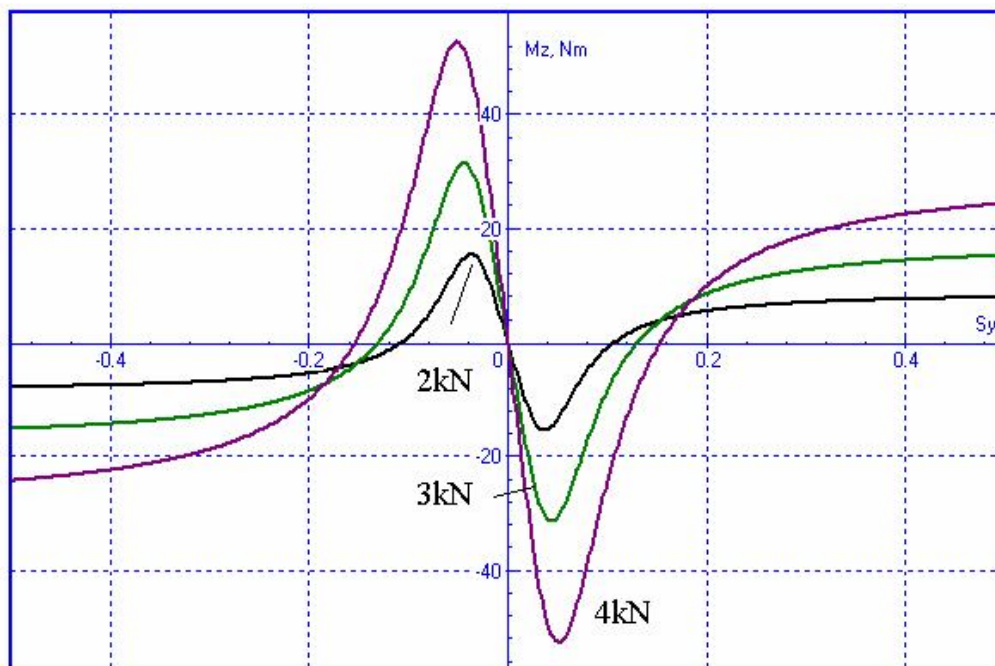


Рисунок 1.11 - Стабілізуючий момент

Графіки поперечної сили залежно від відведення при різному куті розвалу γ і різному тиску повітря p для спеціальної гоночної шини Michelin Slick 175/532 R13, застосовуваної в лабораторії швидкісних автомобілів (ЛСА) ХНАДУ наведені в Додатку А.

2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМ ГОНОЧНОГО АВТОМОБІЛЯ.

Введемо кілька ключових понять. Під терміном «моделювання» у нашому випадку варто розуміти сукупність дій по створенню моделі реальної системи, наступна мета яких – вивчення природи системи, можливостей її структурного розвитку або прогнозування поведінки, тобто термін «моделювання» варто застосовувати у випадку, коли потрібно позначити явище або факт, а не процес. Для процесу руху координат моделі, що підкоряється заздалегідь визначеному закону, спрямованому на одержання адекватних результатів, справедливе застосування терміна «симуляція руху».

2.1 Рівняння руху гоночного автомобіля на колесах із пневматичними шинами

Використовуючи теорію Келдиша кочення пружної шини, складемо рівняння руху автомобіля на m колесах із пневматичними шинами при його малих відхиленнях від прямолінійного руху з постійною швидкістю V . Введемо величини, що характеризують положення i -го колеса із пневматичною шиною ($i = 1, 2, \dots, m$). Нехай x_i – координата точки K_i зустрічі прямої найбільшого нахилу, що проходить у середній площині колеса через його центр, із площиною xOy дороги; χ_i – кут між перпендикуляром до дороги і середньою площиною колеса; θ_i – кут між віссю Oy і слідом середньої площини колеса на дорозі; ξ_i – бічний зсув центра площадки контакту шини щодо точки K_i ; φ_i – кут повороту площадки

контакту по відношенню до сліду середньої площини колеса на дорозі (рисунок 1.5). Величина ξ_{it} характеризує деформацію шини при бічному зсуві обіду колеса, а величина φ_i – деформацію скручування шини. Величини χ_i відіграють двояку роль: вони характеризують положення обіду i -го колеса і одночасно деформацію шини при нахилі колеса. Якщо через $q_1, q_2, \dots, q_n$ позначити узагальнені координати розглянутої системи без врахування деформації шин, то введені величини x_i, θ_i, χ_i ($t = 1, 2, \dots, m$) будуть деякими відомими функціями цих координат. Оскільки із трьох параметрів ξ_i, φ_i, χ_i , що визначають положення деформованої частини шини i -го колеса, параметр χ_i , виражається через $q_1, q_2, \dots, q_n$, лише величини ξ_i, φ_i виявляються незалежними. Таким чином, узагальненими координатами автомобіля на m колесах із пневматичними шинами є величини ξ_i, φ_i, q_j ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$), число яких дорівнює $n + 2m$.

Припустимо, що прослизання шин відсутнє, а величини $\xi_i, \varphi_i, \theta_i, \chi_i$ є малими. При цих припущеннях, відповідно до теорії Келдиша про кочення пружної шини, на систему накладаються зв'язки, які відображуються рівняннями

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i + \xi_i + V\theta_i + V\varphi_i &= 0, \\ \dot{\theta}_i + \dot{\varphi}_i - \alpha_i V\xi_i + \beta_i V\varphi_i + \gamma_i V\chi_i &= 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

де $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – постійні коефіцієнти.

Виведемо в припущенні виконання зв'язків (2.1) рівняння руху автомобіля двома способами: в першому способі ми будемо опиратися на відомий у механіці принцип звільнення, а в другому способі скористаємося апаратом аналітичної механіки неголономних систем.

Відповідно до принципу звільнення механічну систему можна вважати вільною, якщо дії накладених на неї зв'язків замінити силами реакції цих зв'язків. У нашому випадку на рух системи накладаються кінематичні зв'язки (2.1) через кочення коліс із пневматичними шинами без прослизання. Всі ці зв'язки здійснюються силами реакції, які після приведення до крапки K_i (для i -го колеса)

еквівалентні нормальній силі N_i , поперечній силі F_i і моментам M_{χ_i} , M_{ϕ_i} , які згідно (1.18) рівні

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial \xi_i}, M_{\chi_i} = -\frac{\partial U}{\partial \chi_i}, M_{\phi_i} = \frac{\partial U}{\partial \phi_i} \quad (2.2)$$

де функція U відповідно до (1.17) визначається вираженням

$$U(\xi, \phi, \chi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (a_i \xi_i^2 + b_i \phi_i^2 + c_i N_i \chi_i^2 + 2\sigma_i N_i \xi_i \chi_i) \quad (2.3)$$

Зневажимо кінетичною енергією деформації шини. Тоді кінетична енергія $T = T(q, \dot{q}, t)$ автомобіля є функцією узагальнених координат $q_1, q_2, \dots, q_n$, узагальнених швидкостей $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ і часу t . Позначимо через $Q_j = Q_j(q, \dot{q}, t)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) узагальнені сили, при обчисленні яких враховані всі сили в розглянутій системі. Сили деформації шин, пов'язані з кутом нахилу χ_i колеса, бічним зсувом ξ_i і кутом ϕ_i закручування шини, при обчисленні Q_j не приймаються до уваги.

Після того, як ми знайдемо сили Q_j і складемо вираження функції U , що дозволяє визначити за допомогою (2.2) сили деформації шин і, отже, сили реакції, що діють на колесо з боку дороги, нам відомі всі сили, що діють на розглянуту систему. Для системи, звільненої від кінематичних зв'язків (2.1) із заміною їхніми відповідними силами реакції, рівняння руху записуються у вигляді звичайних рівнянь Лагранжа 2-го роду. При цьому, після приведення сил деформації i -го колеса із пневматичною шиною до точки K_i , положення якої визначається через узагальнені координати q_j ($j = 1, 2, \dots, n$), рівняння Лагранжа 2-го роду варто складати тільки для координат q_i використовуючи рівняння кінематичних зв'язків для вираження сил реакції. Знайдемо вираження узагальнених сил $R_j(\xi, \phi, \chi)$ реакцій кінематичних зв'язків, обумовлених деформацією шин. Для цього складемо вираження віртуальної роботи сил і моментів (2.2)

$$\delta A = \sum_{i=1}^m (F_i \delta x_i + M_{\chi_i} \delta \chi_i + M_{\theta_i} \delta \theta_i) = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_i} \frac{\partial x_i}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial \chi_i} \frac{\partial \chi_i}{\partial q_i} \right) \right] \delta q_i = \sum_{i=1}^n R_i \delta q_i$$

Звідси

$$R_i = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_i} \frac{\partial x_i}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial \chi_i} \frac{\partial \chi_i}{\partial q_i} \right) \quad (2.4)$$

Таким чином, рівняння динаміки автомобіля на колесах із пневматичною шиною мають вигляд

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + R_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.5)$$

де узагальнені сили R_j визначаються вираженнями (2.4). Оскільки сили R_j залежать від ξ_i, φ_i , до системи рівнянь (2.5) потрібно додати рівняння (2.1), після чого система рівнянь для визначення $n + 2m$ величин q_i, ξ_i, φ_i , як функцій часу виявляється повною.

Рівняння (2.1), (2.5) і є шуканими рівняннями руху автомобіля на колесах із пневматичними шинами. При такому підході до висновку рівнянь руху системи, рівняння (2.1) розглядаються не як рівняння зв'язків кочення пружної шини, а як рівняння, що визначають параметри ξ_i, φ_i деформації шини і через ці параметри – діючі на нього сили F_i і моменти M_{χ_i}, M_{θ_i} .

Перейдемо до другого способу виводу рівнянь руху автомобіля на колесах із пневматичними шинами.

Неважко переконатися в тім, що співвідношення (2.1) представляють рівняння неголономних ідеальних зв'язків. Співвідношення (2.1) у загальному випадку неінтегровальні, тому що білінійні коваріанти

$$d\delta\omega_{ik} - \delta d\omega_{ik} \quad (k = 1, 2)$$

пфафових форм

$$\begin{aligned}d\omega_{i1} &= dx_i + d\xi_i + V(\theta_i + \varphi_i)dt, \\d\omega_{i2} &= d\theta_i + d\varphi_i + V(-\alpha_i \xi_i + \beta_i \varphi_i + \gamma_i \chi_i)dt\end{aligned}$$

не обертаються в нуль. Далі, згідно (2.1) віртуальні варіації узагальнених координат розглянутої системи задовольняють співвідношенням

$$\delta x_i + \delta \xi_i = 0, \quad \delta \theta_i + \delta \varphi_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.6)$$

Сили реакції, що діють із боку дороги на площадку контакту шини з дорогою, не роблять віртуальної роботи. Відповідно до теорії Келдиша, ці сили після приведення до центра площадки контакту виявляються еквівалентними результуючій поперечній силі F_i , спрямованій уздовж осі Ox (автомобіль рухається уздовж осі Oy), моменту сил M_i відносно осі, перпендикулярної до площини дороги, і моменту L_i відносно поздовжньої осі автомобіля. Віртуальне переміщення площадки контакту складається з поступального зсуву $\delta x_i' = \delta x_i + \delta \xi_i$ у напрямку осі Ox і обертового руху $\delta v_i = \delta \theta_i + \delta \varphi_i$ відносно осі, перпендикулярної площини дороги. Складемо вираження віртуальної роботи сил реакції з боку дороги

$$\delta A = \sum_{i=1}^m (F_i \delta x_i' + M_i \delta \theta_i)$$

Внаслідок виконання співвідношень (2.6) віртуальна робота сил реакції зв'язків дорівнює нулю

$$\delta A = 0$$

Таким чином, при складанні рівнянь руху розглянутої системи можна скористатися апаратом аналітичної механіки неголономних систем з ідеальними зв'язками.

Відповідно до попереднього, узагальненими координатами автомобіля є величини q_i, ξ_i, φ_i ($j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m$). Розглянута система має кінетичну енергію $T = T(q, \dot{q}, t)$ і потенційну енергію U , обумовлену вираженням (1.16). Введемо оператор

$$Z_q \equiv \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q}$$

де $L = T(q, \dot{q}, t) - U(q, \xi, \varphi)$ – функція Лагранжа, і напишемо основне рівняння Даламбера – Лагранжа

$$\sum_{i=1}^n (Z_{q_i} - Q_i) \delta q_i + \sum_{i=1}^m (Z_{\xi_i} \delta \xi_i + Z_{\varphi_i} \delta \varphi_i + Z_{\chi_i} \delta \chi_i) = 0 \quad (2.7)$$

У цій сумі не всі варіації узагальнених координат є незалежними, тому що вони зв'язані співвідношеннями (2.6).

Користуючись цими співвідношеннями, замінімо в рівнянні (2.7) варіації $\delta \xi_i$ і $\delta \varphi_i$ їхніми вираженнями

$$\delta \xi_i = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_i}{\partial q_i} \delta q_i, \quad \delta \varphi_i = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \theta_i}{\partial q_i} \delta q_i$$

Крім того, маємо

$$\delta \chi_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \chi_i}{\partial q_i} \delta q_i$$

Після підстановки цих виражень в (2.7) одержимо

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - Q_i - \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_i} \frac{\partial x_i}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial \chi_i} \frac{\partial \chi_i}{\partial q_i} \right) \right] \delta q_i = 0$$

В силу незалежності варіацій δq_i ця сума дорівнює нулю тільки при рівності нулю всіх коефіцієнтів при цих варіаціях, тобто всіх виражень, укладених у квадратні дужки. Звідси одержуємо n рівнянь, що збігаються з рівняннями (2.5).

Система рівнянь (2.1), (2.5) описує рух зображуючої крапки в $2(n + m)$ -мірному фазовому просторі $(q_i, \dot{q}_i, \xi_i, \varphi_i)$ ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$).

2.2 Спрощення рівнянь руху гоночного автомобіля на колесах із пневматичними шинами

Рівняння руху (2.1), (2.5) можна використати для дослідження стійкості автомобіля на колесах із пневматичними шинами. При дослідженні стійкості стаціонарних рухів автомобіля відповідні лінеаризовані рівняння будуть мати $2(n + m)$ -й порядок, де n – число узагальнених координат автомобіля, а m – число незалежних коліс із пневматичними шинами. Однак навіть у порівняно простих випадках отримане характеристичне рівняння має досить високий порядок. Тому становить практичний інтерес виявлення випадків, у яких шляхом тих або інших спрощуючих припущень можна понизити порядок характеристичного рівняння. Нижче вказуються випадки, коли порядок характеристичного рівняння знижується на m або $2m$.

2.2.1 Випадок руху з великою швидкістю

Припустимо, що швидкість V руху автомобіля досить велика. Введемо малий параметр $\mu = \frac{1}{V}$ і запишемо систему рівнянь (2.1) у вигляді

$$\mu \frac{d\xi_i}{dt} = -\theta_i - \varphi_i - \frac{dx_i}{ds}, \quad \mu \frac{d\varphi_i}{dt} = \alpha_i \xi_i - \beta_i \varphi_i - \gamma_i \chi_i - \frac{d\theta_i}{ds} \quad (2.8)$$

Тут $s = Vt$ – шлях, пройдений автомобілем за час t , $\frac{dx_i}{ds}$ – кут відведення i -го колеса, $\frac{d\theta_i}{ds}$ – кривизна лінії, що описує крапка K_i колеса на дорозі. Оскільки x_i, θ_i виражаються через узагальнені координати $q_1, q_2, \dots, q_n$ системи, величини $\frac{dx_i}{ds}$ і $\frac{d\theta_i}{ds}$ є деякими функціями узагальнених координат $q_1, q_2, \dots, q_n$. Оскільки по припущенню величина μ досить мала, рівняння (2.8) виявляються диференціальними рівняннями з малим параметром при старшій похідній. Як відомо, при дуже малому μ фазовий простір такої системи розбивається на дві області: область швидких рухів і область повільних рухів. З рівнянь (2.8) видно, що швидкими змінними у фазовому просторі $(q_i, \dot{q}_i, \xi_i, \varphi_i)$ є змінні ξ_i, φ_i . Область повільних рухів утворює у фазовому просторі гіперповерхню G , обумовлену рівняннями

$$\theta_i + \varphi_i + \frac{dx_i}{ds} = 0, \quad \alpha_i \xi_i - \beta_i \varphi_i - \gamma_i \chi_i - \frac{d\theta_i}{ds} = 0 \quad (2.9)$$

Рівняння (2.9) виходять із (2.8) при $\frac{d\xi_i}{dt} = \frac{d\varphi_i}{dt} = 0$ і визначають стани рівноваги для змінних ξ_i, φ_i . Для з'ясування стійкості поверхні G стосовно швидких рухів звернемося до рівнянь (2.8) і складемо характеристичне рівняння щодо швидких змінних ξ_i, φ_i , вважаючи інші змінні x_i, θ_i, χ_i постійними:

$$\prod_{i=1}^m (p^2 + \beta_i V p + \alpha_i V^2) = 0 \quad (2.10)$$

Всі корні рівняння (2.10) мають негативні дійсні частини, тому поверхня повільних рухів G є стійкою відносно швидких рухів. Отже, при будь-яких початкових умовах зображуюча крапка у фазовому просторі $(q_i, \dot{q}_i, \xi_i, \varphi_i)$ при досить малому параметрі μ “стрибком” приходить на поверхню G , де продовжує

рух відповідно до рівнянь (2.5) і (2.9). Таким чином, у випадку руху автомобіля з дуже великою швидкістю $V = const$ зміну змінних ξ_i, φ_i , можна розглядати як швидку в порівнянні з повільною зміною змінних $q_i, \dot{q}_i$. Зневажаючи часом перехідних процесів для змінних ξ_i, φ_i , можна вважати, що в кожний момент часу ці змінні приймають значення, що задовольняють рівнянням (2.9). Виключаючи із рівнянь (2.9) величини φ_i , приходимо до співвідношення

$$\dot{x}_i + \frac{1}{\beta_i} \dot{\theta}_i = -\frac{\alpha_i}{\beta_i} V \xi_i + \frac{\gamma_i}{\beta_i} V \chi_i - V \theta_i \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (2.11)$$

За допомогою рівнянь (2.9) можна виключити величини ξ_i, φ_i з виражень (2.2), після чого одержуємо

$$\left. \begin{aligned} F_i &= \frac{\partial U}{\partial \xi_i} = \frac{a_{1i}}{V} \dot{\theta}_i - a_{2i} \theta_i - \frac{a_{2i}}{V} \dot{x}_i + a_{3i} \chi_i, \\ M_{\theta i} &= \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} = -\frac{b_i}{V} \dot{x}_i - b_i \theta_i, \\ M_{\chi i} &= -\frac{\partial U}{\partial \chi_i} = \frac{b_{1i}}{V} \dot{\theta}_i + b_{2i} \theta_i + \frac{b_{2i}}{V} \dot{x}_i - b_{3i} \chi_i \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

де позитивні коефіцієнти a_{ki}, b_{ki} пов'язані з параметрами шини, введеними М. В. Келдишем, за допомогою співвідношень

$$\left. \begin{aligned} a_{1i} &= \frac{a_i}{\alpha_i}, a_{2i} = \frac{a_i \beta_i}{\alpha_i}, a_{3i} = \frac{a_i \gamma_i}{\alpha_i} + \sigma_i N_i, \\ b_{1i} &= \frac{\sigma_i N_i}{\alpha_i}, b_{2i} = \frac{\sigma_i N_i \beta_i}{\alpha_i}, b_{3i} = N_i \left(\frac{a_i \gamma_i}{\alpha_i} + \rho_i \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Ці коефіцієнти можуть бути визначені експериментально.

Таким чином, у розглянутому випадку рух автомобіля описується рівняннями (2.5), в яких узагальнені сили R_j обчислюються за допомогою виражень (2.12). При цьому ми приходимо до характеристичного рівняння $2n$ -го

порядку. Отже, у порівнянні з первісною системою порядок характеристичного рівняння знижується на $2m$. У розглянутому випадку задача складання рівнянь руху істотно спрощується й зводиться до написання рівнянь Лагранжа 2-го роду (2.5).

Колеса автомобіля звичайно встановлюють із невеликим нахилом, тобто з «розвалом». Нахил коліс при русі автомобіля приводить до виникнення сил відведення. Виходячи з рівняння (2.11), ці сили можна «регулювати» введенням відповідного «сходження» коліс. Наприклад, підставляючи в (2.11) значення $\dot{\theta} = \dot{x} = \dot{\zeta} = 0$, що виражають умову відсутності відведення і поперечної деформації пневматичної шини, обумовлені наявністю поперечних сил реакції з боку дороги, одержуємо співвідношення

$$\theta = \frac{\gamma}{\beta} \chi$$

яке визначає кут θ «сходження» коліс залежно від кута χ їх «розвалу».

2.2.2 Випадок великих величин кінематичних параметрів

Нехай кінематичні коефіцієнти α_i , β_i , γ_i шин досить великі. Цей випадок може статися при досить твердих шинах. Введемо малий параметр μ , так, що

$$\mu\alpha_i = \alpha_i^0, \mu\beta_i = \beta_i^0, \mu\gamma_i = \gamma_i^0$$

де α_i^0 , β_i^0 , γ_i^0 – конечні величини, і запишемо другу групу рівнянь (2.1) у вигляді

$$\mu(\dot{\theta}_i + \dot{\phi}_i) = V\alpha_i^0 - V\beta_i^0 - V\gamma_i^0\chi_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.14)$$

При досить малій величині μ знову маємо систему диференціальних рівнянь із малим параметром при похідній. У розглянутому випадку швидко змінюються

змінними, що швидко змінюються, у фазовому просторі $(q_i, \dot{q}_i, \xi_i, \varphi_i)$ є суми $\theta_i + \varphi_i$. При $\mu \rightarrow 0$ у просторі $(q_i, \dot{q}_i, \xi_i, \varphi_i)$ з'являється поверхня повільних рухів G_l , обумовлена рівняннями $\alpha_i^0 \xi_i - \beta_i^0 \varphi_i - \gamma_i^0 \chi_i = 0$ або, що, те ж,

$$\alpha_i \xi_i - \beta_i \varphi_i - \gamma_i \chi_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.15)$$

Для визначення стійкості поверхні G_l стосовно швидких рухів звернемося до рівнянь (2.14) і складемо характеристичне рівняння відносно «швидких» змінних $(\theta_i + \varphi_i)$

$$\prod_{i=1}^m (p + \beta_i V) = 0 \quad (2.16)$$

Оскільки всі корні рівняння (1.29) негативні ($V > 0$), поверхня G_l є стійкою по відношенню до швидких рухів. Отже, при будь-яких початкових значеннях зображуюча крапка у фазовому просторі $(q_i, \dot{q}_i, \xi_i, \varphi_i)$ «стрибком» приходить на поверхню повільних рухів, на якій рухається відповідно до рівнянь (2.5), (2.15) і першої групи рівнянь (2.1).

Скориставшись співвідношеннями (2.15), виключимо змінні φ_i ($i = 1, 2, \dots, m$) з інших рівнянь. В результаті перша група рівнянь (2.1) приймає вид

$$\dot{x}_i + \xi_i + V\theta_i + V \frac{\alpha_i}{\beta_i} - V \frac{\gamma_i}{\beta_i} \chi_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.17)$$

а сили й моменти, що діють на i -е колесо, визначаються наступними формулами:

$$\begin{aligned} F_i &= a_i \xi_i + \sigma_i N_i \chi_i \\ M_{\theta i} &= x_{1i} b_i \xi_i - x_{2i} b_i \chi_i \quad (x_{1i} = \frac{\alpha_i}{\beta_i}), \\ M_{\chi i} &= -\sigma_i N_i \xi_i - \rho_i N_i \chi_i \quad (x_{2i} = \frac{\gamma_i}{\beta_i}) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Таким чином, у випадку досить великих величин кінематичних параметрів шин рух автомобіля описується рівняннями (2.17) і (2.5), в яких узагальнені сили R_j обчислюються за допомогою виражень (2.18). В цьому випадку ми приходимо до характеристичного рівняння $(2n + m)$ -го порядку. Отже, у порівнянні з первісною системою порядок характеристичного рівняння знижується на m .

2.2.3 Узагальнення гіпотези відведення і умова її застосовності

Покажемо, що розглянуті вище окремі випадки, у яких рівняння руху автомобіля спрощуються, містять в собі узагальнення теорії і гіпотези відведення Рокара, Чудакова, Єчеїстова та інших. Для цього звернемося до рівнянь (2.11) і вираженням для сил і моментів (2.12), отриманим у випадку досить великої швидкості руху автомобіля, а також до рівнянь (2.17) і вираженням для сил і моментів (2.18), отриманим у випадку досить великих величин кінематичних параметрів шин. Неважко бачити, що в окремому випадку, $\theta_i = \chi_i \equiv 0$ рівняння (2.17) збігаються з кінематичним рівнянням (1.1), запропонованим Рокаром, якщо $x_l = x + \xi$. Із зіставлення цих рівнянь виходить, що коефіцієнт відведення χ_l пов'язаний з кінематичними параметрами Келдиша залежністю $\chi_l = \frac{\alpha}{\beta}$. В окремому випадку $\xi_i = \theta_i \equiv 0$, $\chi_i = \text{const} \neq 0$ рівняння (2.17) і відповідно (2.11) описують явище відведення, відзначене в роботах Ю. О. Єчеїстова й Є. О. Чудакова. З рівнянь (2.11) і (2.17) у розглянутому окремому випадку виходить, що це явище характеризується своїм коефіцієнтом відведення $\chi_2 = \frac{\gamma}{\beta}$.

В окремому випадку відсутності деформації шини ($\xi_i = \varphi_i = 0$ і $\gamma_i = 0$) рівняння (2.11) і (2.17) перетворюються в рівняння неголономного зв'язку, що має місце при коченні абсолютно твердого колеса.

Рокар сформулював свою гіпотезу відведення для пружного колеса у випадку $\chi = 0$. Отже, гіпотеза відведення Рокара застосовна лише при вивченні руху таких автомобілів, осі коліс яких залишаються завжди паралельними площини дороги. Тому область використання гіпотези Рокара є досить

обмеженою: вона, наприклад, не охоплює руху передніх коліс автомобіля з урахуванням нахилу осей шворнів і т.д.

Проведений вище розгляд дозволяє охопити всі ці випадки. Крім того, вираження для сил і моментів (2.18) і (2.12) також узагальнюють і уточнюють пропоновані раніше формули. Тому рівняння (2.11), (2.17) і відповідно вираження (2.12) і (2.18) є узагальненням гіпотези відведення.

Із сказаного випливає, що всі гіпотези відведення виходять із теорії Келдиша при певній зневазі перехідними процесами в шині. У випадку руху автомобіля з досить великою швидкістю час τ_i перехідних процесів в i -й шині визначається відповідно до характеристичного рівняння (2.10) вираженням

$$\tau_i = \operatorname{Re} \left\{ 2 \left[\beta_i V \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{\alpha_i}{\beta_i}} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (2.19)$$

а у випадку, коли кінематичні параметри α_i , β_i , γ_i досить великі – вираженням

$$\tau_i = (\beta_i V)^{-1} \quad (2.20)$$

Тому умовою застосовності тієї або іншої узагальненої гіпотези відведення є виконання нерівності

$$\tau > \tau_i (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.21)$$

де τ – найменший час перехідних процесів по змінним $q_1, q_2, \dots, q_n$, а τ_i визначається вираженням (2.19) або відповідно (2.20). Якщо нерівність (2.21) виконується не для всіх $i = 1, 2, \dots, m$, то спрощені рівняння руху варто складати лише для тих значень i , для яких виконується нерівність (2.21).

3 МОДЕЛЮВАННЯ РЕЖИМІВ РУХУ ГОНОЧНОГО АВТОМОБІЛЯ ТА СИНТЕЗ ЗАКОНІВ КЕРУВАННЯ ЦИМИ РЕЖИМАМИ ВИХОДЯЧИ З ВИКОНАННЯ УМОВ СТІЙКОГО Й БЕЗПЕЧНОГО РУХУ.

3.1 Стійкість автомобіля при русі по криволінійній ділянці дороги

3.1.1 Постановка задачі і рівняння руху

Розглянемо модель автомобіля, що рухається по горизонтальній площині Oxy уздовж осі Oy . Модель складається з кузова, жорстко скріпленого з віссю задніх коліс, і залежної передньої підвіски (рисунок 1.12).

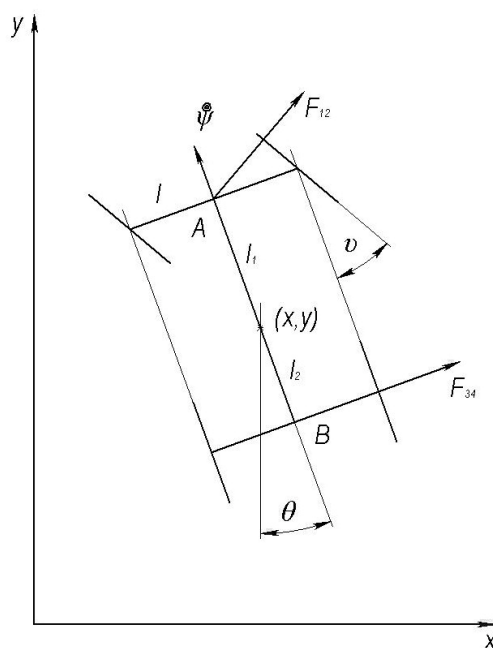


Рисунок 1.12 – Розрахункова схема моделі автомобіля

Будемо припускати, що кузов автомобіля може рухатися тільки пласкопаралельно, тобто може рухатися поступально уздовж площини Oxy і обертатися навколо вертикальної осі. Вісь передньої підвіски автомобіля, пружно пов'язана з кузовом, може ще повертатися навколо поздовжньої осі автомобіля.

Нехай (x, y) – координати центра мас автомобіля, θ – кут повороту автомобіля навколо вертикальної осі, ϑ – кут повороту передніх коліс, відлічуваний від напрямку поздовжньої осі автомобіля, ψ – кут повороту осі передньої підвіски навколо поздовжньої осі автомобіля, ω – кутова швидкість власного обертання коліс автомобіля. Умовимося, що позитивному значенню кутів ϑ , θ відповідає поворот коліс вліво, а позитивному значенню кута ψ відповідає підйом лівого колеса.

Розглянемо рух автомобіля при його малих відхиленнях від руху уздовж осі Oy з постійною швидкістю V . В цьому випадку $\omega = \frac{V}{r}$, де r – радіус коліс, які будемо припускати однаковими, а величини θ , ϑ і ψ є малими.

Введемо наступні позначення: m – маса автомобіля, l_1 і l_2 – відстані від центра мас автомобіля до його передньої й відповідно до задньої осі, так що $L = l_1 + l_2$ – база автомобіля, J_1 – момент інерції автомобіля без передніх коліс відносно вертикальної осі, що проходить через центр мас автомобіля, J_2 – момент інерції передніх коліс відносно вертикального діаметра, J_3 – момент інерції передньої підвіски відносно поздовжньої осі автомобіля, J_4 – осьовий момент інерції передніх коліс, $J = J_1 + J_2$, $J_5 = 2J_4$.

При зроблених припущеннях кінетична енергія автомобіля записується у вигляді

$$T = \frac{1}{2} \left[m\dot{x}^2 + J_1\dot{\theta}_2 + J_2(\dot{\theta} + \dot{\vartheta})^2 + J_3\dot{\psi}^2 + 2J_4\omega\psi(\dot{\theta} + \dot{\vartheta}) - 2J_4\omega\vartheta\psi \right] \quad (3.1)$$

де постійна аддитивна частина відкинута.

Складемо рівняння руху автомобіля. Динамічні рівняння автомобіля записуються у формі (2.5), де при обчисленні Q_j враховуються всі сили, крім сил, пов'язаних з деформацією шин. В нашому випадку узагальнені сили Q_j обумовлені грузим тертям у демпферах, пружним зв'язком між передньою підвіскою й кузовом автомобіля, а також пружністю кермового приводу. Нехай k_1

k_2 – коефіцієнти жорсткості кермового пристрою і відповідно пружних елементів передньої підвіски, h_1, h_2 – коефіцієнти грузлого тертя, тоді

$$Q_\theta = -k_1\theta - h_1\dot{\theta}, Q_\psi = -k_2\psi - h_2\dot{\psi} \quad (3.2)$$

Позначаючи через R_j узагальнені сили реакції, що діють на автомобіль із боку дороги, одержуємо згідно (3.1) і (3.2) наступні рівняння руху:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= R_x, \\ J\ddot{\theta} + J_2\ddot{\theta} + J_4\omega\psi &= R_\theta, \\ J_2\ddot{\theta} + h_1\dot{\theta} + k_1\theta + J_2\ddot{\theta} + J_5\omega\psi &= R_\theta, \\ J_3\ddot{\psi} + h_2\dot{\psi} + k_2\psi - J_5\omega(\dot{\theta} + \frac{1}{2}\dot{\theta}) &= R_\psi \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Подальше уточнення правих частин рівнянь (3.3) залежить від тих або інших припущень про характер деформації шин. У найпростішому припущенні (гіпотеза відведення Рокара) приймається до уваги лише поперечна деформація шини. У цьому випадку сили реакції, що діють на автомобіль із боку дороги, зводяться до бічних сил F_{12} і F_{34} , перпендикулярним до площин передніх і відповідно задніх коліс. Заради спрощення викладень будемо вважати, що сила F_{12} проходить через точку A (рисунок 1.12), а сила F_{34} – через точку B . При відсутності прослизання шин бічні сили реакції F_{12} і F_{34} пропорційні кутам відведення δ_A і δ_B , які неважко визначити з наступних міркувань.

Розглянемо кочення фіктивного колеса із центром у точці B , площина якого паралельна площини задніх коліс. Якби відведення було відсутнє, швидкість бічного зсуву точки B дорівнювала би $-V\theta$. В дійсності, при наявності відведення ця швидкість дорівнює $\dot{x} + l_2\dot{\theta}$. Отже, швидкість відведення дорівнює $\dot{x} + l_2\dot{\theta} + V\theta$. Звідси знаходимо кут відведення для задніх коліс

$$\operatorname{tg}\delta_B \approx \delta_B \approx \frac{1}{V}\dot{x} + \frac{l_2}{V}\dot{\theta} + \theta \quad (3.4)$$

Аналогічне міркування для передніх коліс приводить до співвідношення

$$\delta_A \approx \frac{1}{V} \dot{x} - \frac{l_2}{V} \dot{\theta} + \theta + \vartheta \quad (3.5)$$

Позначаючи через a_1 і a_2 коефіцієнти опору відведенню, маємо

$$F_{12} = -\frac{a_1}{V} \dot{x} + \frac{l_1 a_1}{V} \dot{\theta} - a_1 \theta - a_1 \vartheta, F_{34} = -\frac{a_2}{V} \dot{x} - \frac{l_2 a_2}{V} \dot{\theta} - \frac{l_2 a_2}{V} \dot{\theta} - a_2 \theta \quad (3.6)$$

Для визначення виражень узагальнених сил R_x , R_θ , R_v , R_ψ , складемо вираження віртуальної роботи сил (3.6)

$$\delta A = F_{12} (\delta x - l_1 \delta \theta) + F_{34} (\delta x + l_2 \delta \theta) - F_{12} h \delta \psi$$

Звідси

$$R_x = F_{12} + F_{34}, R_\theta = -l_1 F_{12} + l_2 F_{34}, R_\theta = 0, R_\psi = -h F_{12} \quad (3.7)$$

де h – висота центра мас передньої осі з колесами над дорогою (в загальному випадку ($h \neq r$)). Підставляючи сюди (3.6), знаходимо шукані вираження узагальнених сил R_j :

$$\left. \begin{aligned} R_x &= -\frac{a_1 + a_2}{V} \dot{x} + \frac{l_1 a_1 - l_2 a_2}{V} \dot{\theta} - (a_1 + a_2) \theta - a_1 \vartheta, \\ R_\theta &= \frac{l_1 a_1 - l_2 a_2}{V} \dot{x} - \frac{l_1^2 a_1 + l_2^2 a_2}{V} \dot{\theta} + (l_1 a_1 - l_2 a_2) \theta + l_1 a_1 \vartheta, \\ R_\theta &= 0, R_\psi = \frac{h a_1}{V} \dot{x} - \frac{h l_1 a_1}{V} \dot{\theta} + h a_1 \theta + h a_1 \vartheta \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

При використанні виражень (3.8) рівняння малих коливань автомобіля приймають вид ($i = \dot{x}$)

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u} + \frac{a_1 + a_2}{V} \dot{u} - \frac{l_1 a_1 - l_2 a_2}{V} \ddot{\theta} + (a_1 + a_2)\theta + a_1 \dot{\theta} &= 0, \\ J\ddot{\theta} + \frac{l_1^2 a_1 + l_2^2 a_2}{V} \ddot{\theta} - (l_1 a_1 - l_2 a_2)\dot{\theta} + J_2 \ddot{\theta} - l_1 a_1 \dot{\theta} - \frac{l_1 a_1 - l_2 a_2}{V} \dot{u} + J_4 \frac{V}{r} \psi &= 0, \\ J_2 \ddot{\theta} + h_1 \dot{\theta} + k_1 \theta + J_2 \ddot{\theta} + J_5 \frac{V}{r} \psi &= 0, \\ J_3 \ddot{\psi} + h_2 \dot{\psi} + k_2 \psi - \left(\frac{J_5 V}{2r} - \frac{h l_1 a_1}{V} \right) \dot{\theta} - h a_1 \dot{\theta} - \frac{J_5 V}{r} \dot{\theta} - h a_1 \dot{\theta} - \frac{h a_1}{V} \dot{u} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Рівняння (3.9) описують рух зображуючої крапки в семимірному фазовому просторі $\Phi (u, \theta, \dot{\theta}, \vartheta, \dot{\vartheta}, \psi, \dot{\psi})$. Стан рівноваги в просторі Φ відповідає стаціонарному руху автомобіля. Вважаючи в (3.9) всі похідні за часом рівними нулю, одержуємо систему рівнянь рівноваги

$$\frac{u}{V} + \theta = 0, \vartheta = 0, \psi = 0$$

звідки виходить, що автомобіль має двовимірне різноманіття стаціонарних рухів. Наявність циклічної координати x говорить про те, що при усталеному русі автомобіля абсциса x може бути довільною. Фізично цьому відповідає довільність прямої, уздовж якої можливий стаціонарний рух автомобіля.

3.1.2 Аналіз стійкості руху

Розглянемо спочатку стійкість прямолінійного руху автомобіля у випадку досить великих жорсткостей по кутових переміщеннях ψ і ϑ . В цьому випадку $\psi = \vartheta = 0$, і згідно (3.9) рівняння руху записуються у вигляді

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u} + \frac{a_1 + a_2}{V} \dot{u} - \frac{l_1 a_1 - l_2 a_2}{V} \ddot{\theta} + (a_1 + a_2)\theta &= 0, \\ J\ddot{\theta} + \frac{l_1^2 a_1 + l_2^2 a_2}{V} \ddot{\theta} - (l_1 a_1 - l_2 a_2)\dot{\theta} - \frac{l_1 a_1 - l_2 a_2}{V} \dot{u} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Характеристичне рівняння цієї системи рівнянь у відповідності зі сказаним раніше має один нульовий корінь. Інші корені, що визначають стійкість різноманіття стаціонарних рухів, задовольняють рівнянню другого порядку

$$p^2 + \frac{1}{mV} \left[\left(1 + \frac{l_1^2}{\rho^2} \right) a_1 + \left(1 + \frac{l_2^2}{\rho^2} \right) a_2 \right] p + \frac{1}{m^2 \rho^2 \left[\frac{(l_1 + l_2) a_1 a_2}{V^2} - m(l_1 a_1 - l_2 a_2) \right]} = 0 \quad (3.11)$$

де ρ – радіус інерції ($J = m\rho^2$). З виду коефіцієнтів характеристичного рівняння (3.11) безпосередньо виходить, що при

$$l_1 a_1 < l_2 a_2 \quad (3.12)$$

має місце стійкість при всіх швидкостях руху V ; при виконанні зворотної нерівності при досить великих швидкостях V настає нестійкість (занос), оскільки при цьому з'являється дійсний позитивний корінь.

Врахуємо тепер кутове переміщення коліс ϑ . При цьому рівняння руху (3.9) без врахування деформування по ϑ ($h_l = 0$) приймуть вид

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u} + \frac{a}{V} \dot{u} - \frac{b}{V} \dot{\theta} + a\theta + a_1 \vartheta &= 0, \\ J\ddot{\theta} + \frac{c}{V} \dot{\theta} - b\theta + J_2 \ddot{\vartheta} - l_1 a_1 \vartheta - \frac{b}{V} u &= 0, \\ J_2 \vartheta + k_1 \vartheta + J_2 \ddot{\vartheta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

де $a = a_1 + a_2$, $b = l_1 a_1 - l_2 a_2$, $c = l_1^2 a_1 - l_2^2 a_2$. Характеристичне рівняння системи (3.13) приводиться до форми

$$pP_4(p) = 0 \quad (3.14)$$

де $P_4(p)$ – поліном четвертого ступеня відносно p . Стійкість різноманіття визначається коренями рівняння $P_4(p) = 0$, яке можна представити у вигляді

$$\tau(p^4 + Ap^3 + Bp^2) + vk_1 + Cp^2 + Dp + k_1B = 0 \quad (3.15)$$

Тут введені позначення

$$A = \frac{aJ_1 + mc}{mJ_1}, B = \frac{a_1a_2L}{mJ_1}, C = \frac{k_1J + a_2l_2J_2}{J_1}, D = \frac{k_1(aJ + ml) + a_1a_2LJ_2}{mJ_1}$$

і виділені параметри

$$\tau = \frac{J_2}{V^2}, v = \frac{bV^2}{J_1} \quad (3.16)$$

Рівняння (3.15) з точністю до позначень збігається з характеристичним рівнянням, до якого, якщо взяти до уваги виправлення Ю. В. Долголенко [32], прийшов Г. В. Аронович [31]

Відповідно до фізичного змісту величин, що утворюють коефіцієнти k_l , A , B , C , D і параметри τ , v , величини k_l , A , B , C , D і τ можуть приймати лише позитивні значення, а величина v може бути як позитивною, так і негативною. Дослідимо рівняння (3.15) по параметрах τ , v . Використовуючи критерій Раута - Гурвица, одержуємо, що умова стійкості полягає у виконанні нерівностей

$$B + v > 0, v < M + \frac{N}{\tau} \quad (3.17)$$

де

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{DJ_2}{k_1A^2} [mc(k_1 + a_2l_2) - J_1a_2b] \frac{1}{mJ_1^2}, \\ M &= \frac{BJ_2}{mk_1AJ_1} (ak_1 + a_1a_2L) > 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Звідси виходить, що залежно від знака величини N область стійкості на напівплощині $\tau > 0$ може приймати один з видів, показаних на рисунку 1.13.

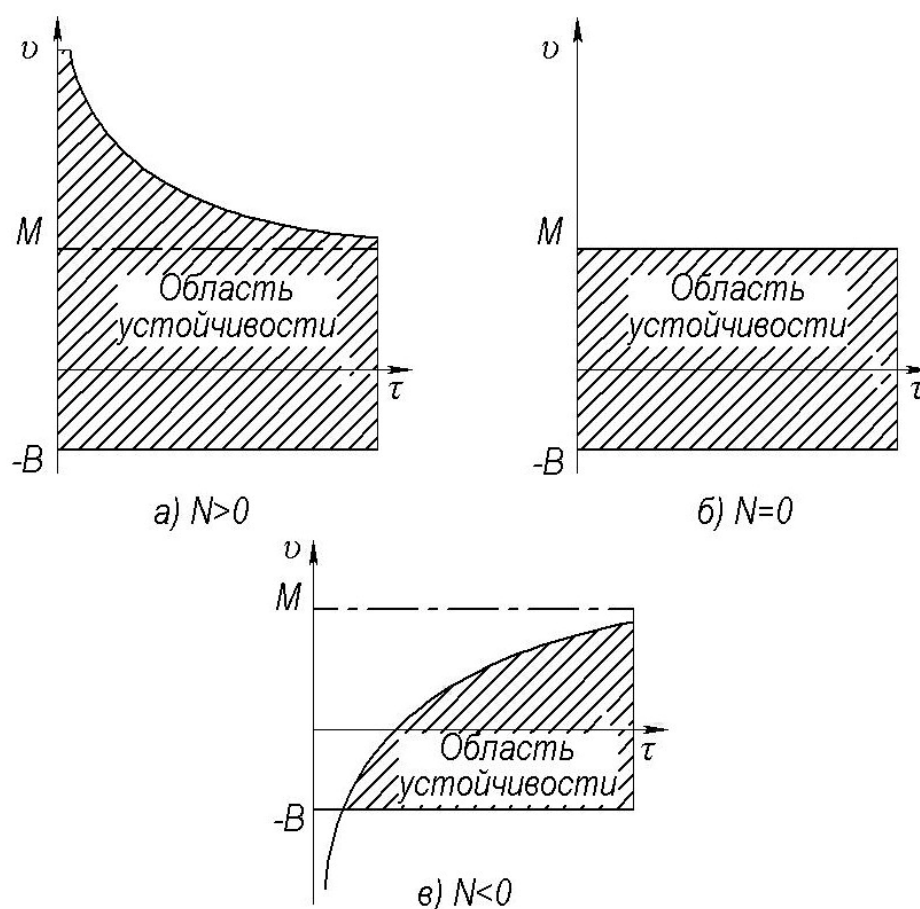


Рисунок 1.13 – Область стійкості залежно від знака величини N

Для того щоб за допомогою діаграм (рисунок 1.13) досліджувати стійкість автомобіля залежно від його швидкості руху V , досить на рисунку 1.13 провести гілку гіперболи

$$\tau v = \frac{J_2}{J_1 b} \quad (3.19)$$

яка виходить із (3.16) після виключення величини V^2 . З (3.19) виходить, що при $b > 0$ гіпербола перебуває в першому квадранті, а при $b < 0$ – у четвертому квадранті площини τ, v (нас цікавить лише напівплощина $\tau > 0$). Права частина

(3.19) так само, як і коефіцієнт N , залежить від величини $b = l_1 a_1 - l_2 a_2$, що може, загалом кажучи, приймати будь-які значення. Тому можливі наступні випадки взаємного розташування кривої (3.19) і області стійкості (рисунок 1.14), де величина b^* визначається з умови $N = 0$, звідки

$$b^* = \frac{mc(k_1 + a_1 a_2)}{a_2 J_2} \quad (3.20)$$

Перетинання кривої (3.19), що на рисунку 1.14 проведена жирною лінією, із границею області стійкості дає можливість визначити величину $\tau_{кр}$ і, отже, критичну швидкість $V_{кр}$ руху автомобіля, при переході через яку рух автомобіля стає нестійким. Зростання швидкості V руху автомобіля відповідає переміщенню крапки уздовж кривої (3.19) з права на ліво.

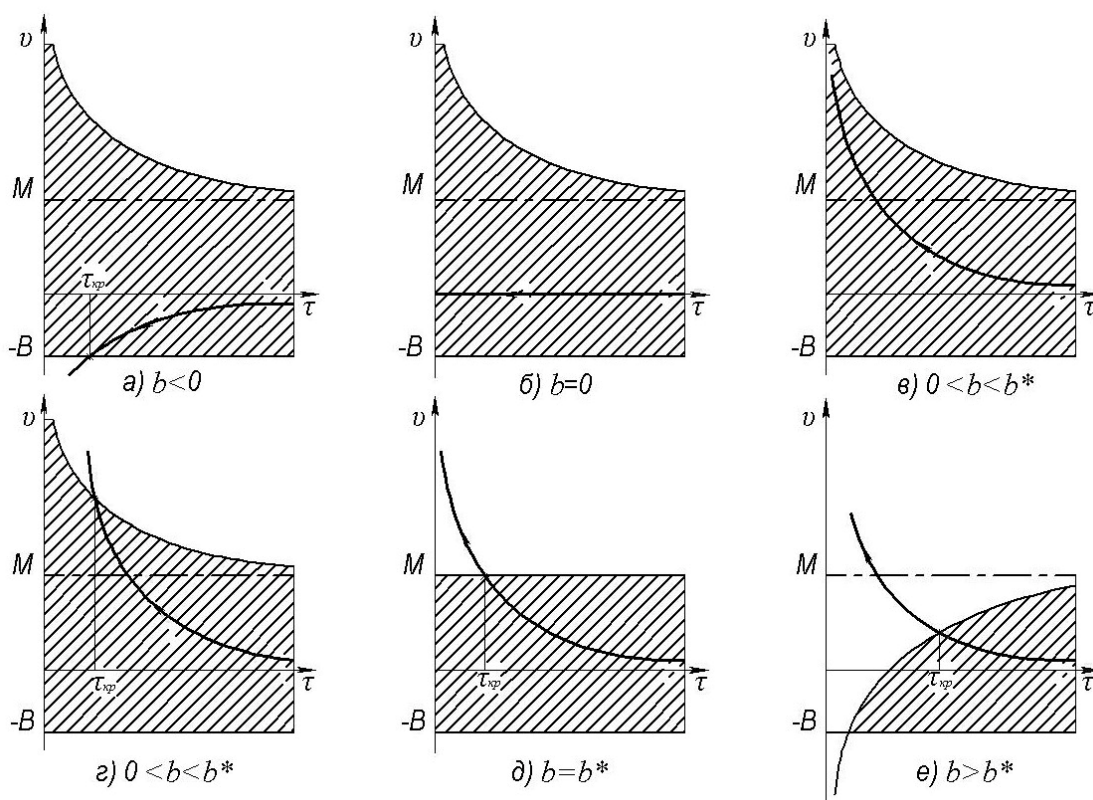


Рисунок 1.14 – Визначення величини $\tau_{кр}$ і критичної швидкості $V_{кр}$ руху автомобіля

Умова перетинання кривою (3.19) границі області стійкості, наприклад, у випадку рисунок 1.14, а приводить до величини $V_{кр}^2$, рівної

$$V_{кр}^2 = \frac{a_1 a_2 L}{m(l_2 a_2 - l_1 a_1)} \quad (3.21)$$

У випадку $b = 0$, який виходить з діаграми рисунок 1.14, б, рух автомобіля стійкий на всіх швидкостях. При зростанні величини b з нескінченності з'являється інше значення критичної швидкості $V_{кр}$, що визначається з умови перетинання кривої (3.19) із кривою

$$v = M + \frac{N}{\tau}$$

Ця умова приводить до величини $V_{кр}^2$, що дорівнює

$$V_{кр}^2 = \frac{MJ_1 J_2}{bJ_2 - NJ_1}$$

або в розгорнутому виді

$$V_{кр}^2 = \frac{mk_1 MJ_1^2 A^2}{bJ_1 (mk_1 A_2 + a_2 D) - mC(k_1 + a_2 l_2 D)} \quad (3.22)$$

З формули (3.22) виходить, що при будь-якому значенні параметра b в інтервалі $0 < b < b^{**}$, де b^{**} визначається вираженням

$$b^{**} = \frac{mC(k_1 + a_2 l_2 D)}{J_1 (mk_1 A^2 + a_2 D)},$$

рух автомобіля стійкий на всіх швидкостях руху.

4 РОЗРОБКА І ВИГОТОВЛЕННЯ ПРОГРАМНО-АПАРАТНОГО КОМПЛЕКСУ ЗБОРУ І ОБРОБКИ ДАНИХ, ПОВ'ЯЗАНИХ З РУХОМ ГОНОЧНОГО АВТОМОБІЛЯ.

4.1 Вихідні дані

З метою проведення всебічних дорожніх випробувань нового гоночного автомобіля формули 1600, створеного в лабораторії швидкісних автомобілів (ЛША), виникла потреба в застосуванні стаціонарної (постійно встановленої на автомобілі) телеметричної апаратури. На цей час для реєстрації, збору, збереження і обробки даних, отриманих у процесі руху автомобіля, використовується, придбаний раніше (у березні 2005 року), програмно-апаратний комплекс «AIM My-Chron 3 Gold kart systems». Цей комплекс не дозволяє повною мірою оцінювати параметри, пов'язані з активною безпекою під час руху гоночного автомобіля.

Таким чином, у зв'язку з необхідністю всебічного й докладного аналізу показань телеметрії, зібраних під час тренувальних виїздів і змагань, необхідно виготовити програмно-апаратний комплекс із розширеною, у порівнянні з комплексом «AIM My-Chron 3 Gold kart systems», функціональністю.

4.2 Вимоги й результати

Телеметрія – технологія автоматичного вимірювання, зберігання і передачі інформації за допомогою проводів, радіо або іншим способом від віддаленого джерела на прийомну станцію для запису та наступної обробки.

Контролери (комутаційні блоки) телеметричної апаратури, як правило, забезпечують наступні параметри:

- мінімум 2 вбудованих датчики прискорення;
- до 14 універсальних аналогових входів;
- до 16 універсальних цифрових входів;

- до 8 цифрових багатофункціональних виходів, що настраюються;
- 8Мб (до 16Мб) енергонезалежної пам'яті FLASH;
- 8Кб (до 256Кб) енергонезалежної пам'яті EPROM;
- годинник реального часу;
- інтерфейс CAN (1Mbit);
- інтерфейс RS232 (115Kbit);
- інтерфейс із радіо модемом;
- робоча напруга живлення 6..12 В;
- можливість об'єднання до 4-х контролерів в одну синхронізовану систему

Програмне забезпечення для обробки даних повинне мати простий і зручний інтерфейс і забезпечувати наступні можливості:

- автоматичне визначення інтерфейсу з контролером USB або RS232;
- підтримка інтерфейсу з радіо модемом;
- вивід миттєвого стану датчиків і параметрів системи;
- зчитування збереженої інформації з контролера;
- ведення бази даних у форматі Етап/Заїзд/Коло;
- підключення і налаштування параметрів датчиків, підключених до системи;
- розрахунок статистичних і екстремальних параметрів руху;
- розрахунок і збереження траєкторії руху;
- розбивка траєкторії на характерні ділянки;
- вивід даних щодо прив'язки траєкторії руху до плану траси;
- вивід даних положення (кута повороту) осі автомобіля щодо траєкторії руху;
- вивід даних по характерних ділянках траси.

На попередніх етапах виконання робіт був визначений мінімальний склад датчиків для підключення до блоків телеметричної апаратури: датчик поздовжнього прискорення (акселерометр діапазону $\pm 3g$. (до $\pm 10g$); датчик поперечного прискорення (акселерометр діапазону $\pm 3g$); датчик швидкості обертання коліс (4 шт.); датчик положення важелів підвіски (4 шт.); датчик положення кермового колеса; датчик обертів двигуна; датчик тиску гальмової

рідини; датчик температури охолоджувальної рідини; датчики крену; оптичний датчик кола.

Для автомобілів вищевказаного класу був визначений мінімальний і оптимальний набір датчиків, кількість каналів блоку телеметричної апаратури і показання, які необхідно відображати на дисплеї в процесі руху, реєструвати й зберігати для подальшої обробки. Така система (в оптимальному составі) подібна до програмно-апаратного комплексу для виміру, збору, зберігання і обробки даних, отриманих у процесі руху автомобіля – «AIM Data Logger EVO3 formula systems», вартість якого становить близько 3800 € (Євро).

Для вирішення поставлених завдань розроблена схема (рисунок 1.15), що задовольняє вищезгаданим вимогам, а вартість комплексу телеметричної апаратури (з мінімальним складом датчиків), по попередніх підрахунках, складе близько 15000 грн. (п'ятнадцять тисяч гривень).

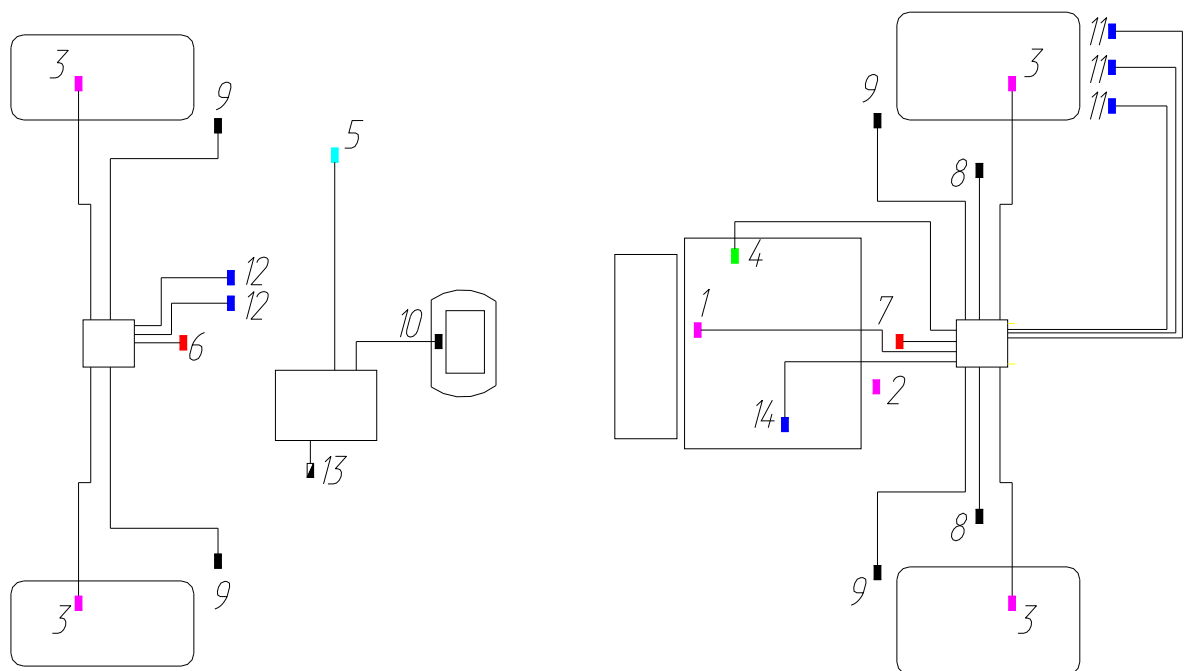


Рисунок 1.15 – Схема розміщення датчиків на автомобілі (входи контролерів телеметричної апаратури).

1. Датчик обертів ДВЗ

2. Датчик обертів первинного вала КП
3. Датчик частоти обертання коліс - 4 шт.
4. Датчик температури охолодної рідини
5. Оптичний датчик кола
6. Датчик прискорень передньої осі (XY)
7. Датчик прискорень задньої осі (XY)
8. Датчик прискорень непідресорених мас (Z) - 2 шт.
9. Датчики переміщення підвіски - 4 шт.
10. Датчик повороту кермового колеса
11. Пірометр - 3 шт.
12. Датчик тиску гальмової рідини - 2 шт.
13. Рівень напруги на АКБ
14. Датчик тиску мастила у ДВЗ.

Структура комплексу за вхідними даними, комутація входів і каналів контролерів представлена в таблиці 1.

Таблиця 1. Структура комплексу за вхідними даними (Входи)

Входи (Модуль 1):

№ Каналу	Найменування	Кіль- сть, шт.	Частота опитуван ня, Гц	Довжина кабелю, м.	Наявніс ть роз'єма	Вихідний сигнал	Живлення
1	Оптичний датчик кола	1		1,8 (э)	+	Лог. ТТЛ	5В
2, 24	Датчик прискорень (ХУ)	1	100	-	-	0÷5У	5В
3	Датчик частоти обертання колеса	1	55	2 (э)	+	Лог. ТТЛ	5В
4	Датчик обертів ДВЗ	1	170	2,5	+	Лог. ТТЛ Датчик Хола з феритовим кільцем	5В
5-7	Пірометр	3	5	3,5 x 3 (э)	+	10 мВ/°С	5В
8-9	Датчик тиску гальмової рідини	2	1-150	2,5 x 2	+	Струмовий вихід 4-20 ма	10-30В
10	Датчик температури охолоджувальної рідини	1	1	3	+	0÷12В	12В
11	Датчик тиску масла ДВС	1	5	2,3	+	Резистивни й 0а ->100Ом 3а->600Ом	12В

						5a->100Ом	
12	Датчик рівня напруги на АКБ	1	0,5	-	-	8÷16В	12В

Входи (Модуль 2):

<i>№ Каналу</i>	<i>Найменування</i>	<i>Кіль- сть, шт.</i>	<i>Частота опитуван ня, Гц</i>	<i>Довжина кабелю, м.</i>	<i>Наявніс ть роз'єма</i>	<i>Вихідний сигнал</i>	<i>Живлення</i>
13, 25	Датчик прискорень (ХУ)	1	100	4	-	0÷5В	5В
14-16	Датчик частоти обертання колеса	3	55	2x1; 3x2	+	Лог. ТТЛ	5В
17-20	Датчик переміщення штанги підвіски	4	10-100	2 (э)х4	+	Лог. ТТЛ	12В
21	Датчик кута повороту кермового колеса	1	50	1,8	+	Лог. ТТЛ Датчик Хола 0÷5В	12В
22-23	Датчик прискорень непідресорених мас (Z)	2	10-150	2,3 (э)	+	0÷5В	5В

Таблиця 2. Значення для швидкого перезапису констант, налаштування і калібрування входних каналів при збереженні профілю налаштувань.

Вкладка №1 «Налаштування профілю»*

№	Константа	Ім'я	Значення
1	Довжина окружності колеса переднього, м	<i>l1</i>	1.68
2	Довжина окружності колеса заднього, м	<i>l2</i>	1.75
3	Кількість імпульсів за 1 оберт колеса	<i>k</i>	1 – 3
4	Мінімальні оберти до/вала ДВС, про/хв	<i>nemin</i>	800 – 1500
5	Максимальні оберти до/вала ДВС, про/хв	<i>nemax</i>	11000
6	Передатні відносини КП: 1-я передача	<i>uk1</i>	2,4
7	2-я передача	<i>uk2</i>	1,8125
8	3-я передача	<i>uk3</i>	1,5
9	4-я передача	<i>uk4</i>	1,2857
10	5-я передача	<i>uk5</i>	1,125
11	Передатне відношення головної передачі	<i>uk0</i>	3,1
12	Затримка спрацювання оптичного датчика кола, с	<i>st</i>	10 – 60

* Передбачити збереження налаштувань в окремому файлі.

Вкладка №2 «Налаштування й калібрування каналів»

№ каналу	Константа	Значення					
<i>I</i>		<i>Ui1</i>	<i>Ui2</i>	<i>Ai1</i>	<i>Ai2</i>		
5-7	Пірометри:	<i>t, °</i>	<i>t, °</i>	<i>aцп</i>	<i>aцп</i>	<i>K5</i>	<i>B5</i>
						<i>K6</i>	<i>B6</i>
						<i>K7</i>	<i>B7</i>

8	Тиск у передньому контурі гальм.	P , МПа	P , МПа	ацп	ацп	K8	B8
9	Тиск у задньому контурі гальм.	P , МПа	P , МПа	ацп	ацп	K9	B9
10	Температура охолоджувальної рідини ДВЗ	t , °	t , °	ацп	ацп	K10	B10
11	Тиск мастила ДВЗ	P , МПа	P , МПа	ацп	ацп	K11	B11
17-20	Датчики переміщення	X , мм	X , мм	ацп	ацп	K17 K18 K19 K20	B17 B18 B19 B20
21	Датчик кута повороту кермового колеса	X , мм	X , мм	ацп	ацп	K21	B21
-	Нейтральне положення кермової рейки	X , мм		ацп		U01	A01

Для виводу значень деяких вимірюваних параметрів у режимі реального часу в складі комплексу телеметричної апаратури необхідно передбачити дисплейний блок, загальний вид якого представлений на рисунку 1.16.

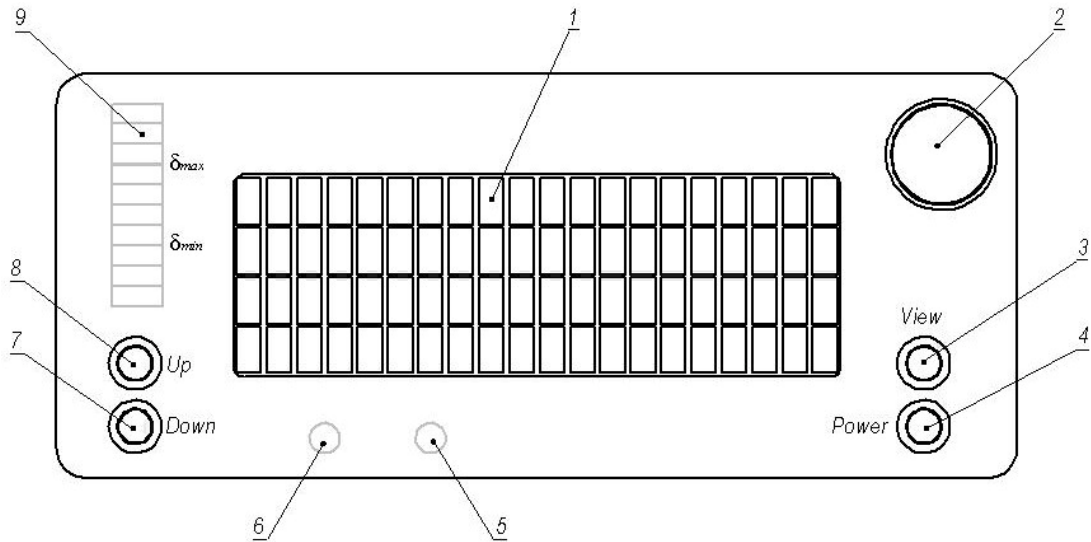


Рисунок 1.16 – Дисплейний блок. Контрольні лампи й сигналізатори.

1. Дисплей;
2. Red eye – лампа моменту перемикання передач (що настраюється);
3. Кнопка перемикання режимів відображення дисплея;
4. Кнопка вимикання живлення;
5. Лампа аварійна тиску мастила;
6. Лампа аварійна температури охолоджувальної рідини.
7. Кнопка перемикання на вище значення;
8. Кнопка перемикання на нижче значення;
9. Індикатор відносного проковзування δ задньої осі відносно передньої.

На дисплей виводяться дані в процесі руху автомобіля, а також, за допомогою кнопок 3, 7 і 8 може проводитися оперативна корекція деяких констант (рисунок 1.17).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	15	16	1	18	19	20
										0	1	2	3	4			7			
A	+		1	:	1	2					4					1	1	0	.	4
B	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>	>			1	0	0	0	0
C	0	1	:	1	8	:	2	5					0	1	:	1	9	:	1	4
D	T	=	8	6		p	=	6							L	A	P		1	0

Рисунок 1.16 – Показання на дисплеї (Аркуш 1 Показання в процесі руху).

A1 – Знак « + » або « - »;

A2-A6 – Різниця між кращим часом (TBL) кола і часом останнього кола (TLL), с. (4 знаки з роздільником, точність до 0.01 с);

A16-A20 – Швидкість автомобіля (VA), км/год. (4 знаки з роздільником, точність до 0.1);

A11 – Номер поточної передачі (NP) (1 знак, точність до 1);

B320 – Динамічний рядок індикатора тахометра (n_e) (B1 = n_{min} , B20 = n_{max} див. таблицю 1), B320 – числове значення n_e ;

n_e – частота обертання колінчатого вала ДВЗ

$$n_e = 60 \cdot n_{ДВС},$$

де $n_{ДВС}$ – кількість імпульсів у секунду від датчика обертів ДВЗ (канал ДО4).

Підсвічування або зняття підсвічування кожного нового знака в динамічному рядку відбувається після зміни частоти обертання колінчатого вала (n_e) на граничне значення $n_{порог}$

$$n_{\text{перог}} = \frac{n_{e \max} - n_{e \min}}{\text{число_знаков_в_динамической_строке}}$$

31-38 – Кращий час кола (TBL), хв, с. (6 знаків з 2-мя роздільниками, точність до 0.01 с);

313-320 – Поточний час кола (TCL) / Час останнього кола (TLL), хв, с. (6 знаків з 2-мя роздільниками, точність до 0.01 с). Значення TLL фіксується на дисплеї протягом 10 сек.;

D1-D4 – Температура охолоджувальної рідини (TF), °C (4 знаки, точність до 1) (канал ДО10);

D6-D8 – Тиск мастила ДВЗ (PO), (3 знаки, точність до 1) (канал ДО11);

D15-D17 – Слово “LAP” (3 знаки);

D19-D20 – Номер поточного кола / кількість пройдених кіл (2 знаки, точність до 1).

Розглянемо алгоритм роботи логічного пристрою для відображення поточних показань, розрахунку і запису обчислених показань.

1. Поточні показання.

Після включення живлення, на дисплеї відображаються: динамічний рядок індикатора тахометра, показання TF і PO. До надходження сигналу від датчика швидкості, запис в пам'ять не робиться.

2. Показання, що обчислюються.

Поточний час кола (TCL) – різниця між поточним часом і часом останнього надходження сигналу від інфрачервоного датчика кола.

Час останнього кола (TLL) – значення TCL у момент надходження сигналу від інфрачервоного датчика кола.

Кращий час кола (TBL) – мінімальне значення із двох часів у пам'яті TBL і TLL. За замовчуванням у момент старту TBL=60:60:60 і показання на дисплей не виводиться.

Швидкість автомобіля (VA) – розраховується по формулі:

$$V_A = \frac{l_1}{T_1} \cdot 3,6,$$

де $T_1 = \max(T_{1Пр} + T_{1Лев})$;

l_1 – константа (див. таблицю 2);

$T_{1Пр}$; $T_{1Лев}$ – час одного імпульсу переднього правого й лівого колеса.

Номер поточної передачі (NP) – визначається по формулі:

$$u_i = 0,0167 \cdot \frac{n_e \cdot T_2}{u_{K0}},$$

де $T_2 = \frac{T_{2Пр} + T_{2Лев}}{2}$;

n_e – поточне значення обертів ДВЗ;

u_{K0} – константа (див. таблицю 2);

$T_{2Пр}$; $T_{2Лев}$ – час одного імпульсу заднього правого і лівого колеса.

Номер поточної передачі (NP) – може приймати значення від 1 до 5 і вибирається виходячи з умов:

якщо $u_i < u_{12}$, то NP=1;

якщо $u_{12} < u_i < u_{23}$, то NP=2;

якщо $u_{23} < u_i < u_{34}$, то NP=3;

якщо $u_{34} < u_i < u_{45}$, то NP=4;

якщо $u_{45} < u_i$, то NP=5;

де $u_{K12} = u_{K1} + \frac{u_{K2} - u_{K1}}{2}$; $u_{K23} = u_{K2} + \frac{u_{K3} - u_{K2}}{2}$; $u_{K34} = u_{K3} + \frac{u_{K4} - u_{K3}}{2}$;

$u_{K45} = u_{K4} + \frac{u_{K5} - u_{K4}}{2}$

Величина відносного проковзування δ задньої осі відносно передньої визначається по формулі:

$$\delta = \frac{V_{A1} - V_{A2}}{V_{A1}},$$

де $V_{A1} = \frac{l_1}{T_1}$ – частота обертання коліс передньої осі автомобіля;

$V_{A2} = \frac{l_2}{T_2}$ – частота обертання коліс задньої осі автомобіля.

Введення початкових параметрів і постійних значень (констант) необхідно здійснювати в окремому вікні програми для обробки даних з можливістю збереження профілю налаштувань у конфігураційному файлі. Константи й початкові параметри записуються у виділену доступну для змін область пам'яті.

Калібровані (граничні) значення параметрів відповідних каналів визначаємо по формулах:

$$K_i = \left(\frac{U_{i2} - U_{i1}}{A_{i2} - A_{i1}} \right); B_i = U_{i2} - K_i \cdot A_{i2}; U_{ji} = K_i \cdot A_{ji} + B_i,$$

де i – номер каналу,

U_{i1} – перша фізична величина для тарировки i -го каналу;

U_{i2} – друга фізична величина для тарировки i -го каналу;

A_{i1} – перше значення коду АЦП для тарировки i -го каналу;

A_{i2} – друге значення коду АЦП для тарировки i -го каналу;

B_i, K_i – коефіцієнти тарувальній прямої i -го каналу;

A_{ji} – поточний код АЦП i -го каналу;

U_{ji} – поточна фізична величина АЦП i -го каналу.

Значення для швидкого перезапису констант, налаштування і калібрування вхідних каналів при збереженні профілю налаштувань представлені в таблиці 2.

4.3 Елементна база і вартість

Для реалізації необхідної функціональності комплексу телеметричної апаратури була підібрана наступна елементна база.

Таблиця 4. Перелік комплектуючих, робіт для виготовлення комплексу телеметричної апаратури.

1. Елементна база контролера (комутаційного блоку) (на 1 модуль)

<i>№</i>	<i>Найменування</i>	<i>Кіль-сть</i>	<i>Орієнтовна вартість, грн.</i>
1	Процесор TI MSP430F149IPM	<i>1</i>	<i>144-50</i>
2	Датчик прискорень (X,Y) FS MMA6231Q	<i>1</i>	<i>107-00</i>
3	Мікросхема пам'яті EPROM ST M27C256B	<i>1</i>	<i>58-00</i>
4	Мікросхема пам'яті Flash 8Mb	<i>1</i>	<i>240-00</i>
5	Шлейф інтерфейсний	<i>1</i>	<i>21-00</i>
6	Міст-перетворювач RS232-USB	<i>1</i>	<i>34-20</i>
7	Роз'єм інтерфейсний USB	<i>1</i>	<i>6-80</i>
8	Вимикач живлення	<i>1</i>	<i>3-40</i>
9	Резистори, конденсатори і т.д.		<i>10-00</i>
10	Індикатор живлення	<i>1</i>	<i>2-00</i>
11	Роз'єм для підключення датчиків	<i>8</i>	<i>80-00</i>
12	Корпус контролера	<i>1</i>	<i>23-00</i>

Разом: 729-90

Разом на 2 модулі: 1459-80

2. Елементна база дисплейного блоку

<i>№</i>	<i>Найменування</i>	<i>В</i>	<i>Орієнтовна вартість, грн.</i>
1	Процесор TI MSP430F149IPM	1	144-50
2	Алфавітно-цифровий ЖК-модуль (дисплей) Winstar LCD WH2004L YMS204-05AHAGDCL	1	215-60
3	Корпус дисплейного блоку	1	46-50
4	Світлодіодний індикатор	1	23-40

Разом:

430-00

3. Роботи (на 2 модулі й дисплейний блок)

<i>№</i>	<i>Найменування</i>	<i>В</i>	<i>Орієнтовна вартість, грн.</i>
1	Трасування і виготовлення друкованої плати	3	640-00
2	Монтаж друкованої плати. Підготовка алгоритму роботи і програмного забезпечення	2	3000-00
3	Програмування і налагодження	2	2000-00

Разом:

5640-00

Разом на контролер з 2-х модулів

с дисплейним блоком:

7529-80

4. Зовнішні датчики

<i>№</i>	<i>Найменування</i>	<i>В</i>	<i>Орієнтовна вартість, грн.</i>
1	Пірометр Raytec CI	2	4800-00
2	Оптичний датчик кола IR	1	7-10
3	Датчик тиску мастила ДВЗ реостатний Wike	2	16-40
4	Датчик температури аналоговий NXP КТУ83/110/A52R	2	7-00

5	Датчик обертів цифровий індукційний	4	320-00
6	Датчик переміщення реостатний	4	—
7	Датчик кутового положення (аналоговий датчик Холу)	1	—
8	Роз'єм для підключення датчиків	20	80-00
9	Датчик тиску Vega 60 bar	2	2800-00

Разом: 8030-50

Усього: 15560-30

4.4 Передбачувана функціональність програмного забезпечення

Програмне забезпечення для обробки даних телеметрії дає можливість визначати параметри поведінки автомобіля на трасі з позиції порівняння двох і більше пройдених кіл для подальшої роботи з налаштуваннями автомобіля.

На початку сесії необхідно зберегти найшвидше коло в якості базового (reference lap). У процесі подальшого руху після того, як час на колі покращиться, базовим стає наступне найшвидше коло. Незважаючи на те, що можна одночасно вивести багато кіл, простіше аналізувати результати, використовуючи тільки базове коло й краще коло з останньої спроби. Далі, якщо вдалося зменшити час базового кола, нове швидке коло варто зберегти як базове.

Нижче наведені параметри, необхідні для дослідження:

Velocity – Distance (Швидкість – дистанція): графік швидкості відносно дистанції траси. Накладення двох різних кіл дозволяє оцінити ефект від зміни налаштувань автомобіля і їхній вплив на час кола. Накладення кола один на іншій, дозволяє бачити, у яких місцях траси є втрати часу, і те на якій області налаштувань варто сконцентрувати увагу.

Engine RPM – Distance (Оберти двигуна – дистанція): Оберти двигуна на хвилину відносно дистанції. Дозволяє відслідковувати, як пілот керує потужністю ДВС, і чи вдається йому підтримувати оберти двигуна в зоні максимальної потужності і крутного моменту в тих місцях траси, де це важливо. Також, за допомогою цього графіка дуже зручно відслідковувати, де зближені передатні відносини КП можуть поліпшити стабільність руху автомобіля в повороті за рахунок підтримки постійної потужності/крутного моменту.

Longitude Acceleration – Lateral Acceleration (Поздовжнє прискорення – поперечне прискорення): Кругова діаграма тертя (коло Камма) або коло тертя – умовне коло, описане радіусом, рівним коефіцієнту тертя кочення. Діаграма тертя показує, наскільки близько до своєї межі по зчіпних властивостях шин пілотується автомобіль. В ідеалі цей графік буде показувати дуже точну і повторювану послідовність перевантажень у контрольних крапках, якщо пілот постійно доводить автомобіль до межі по зчіпних властивостях шин.

Incremental Time Difference (Наростаюча різниця часу): Графік показує виграш/втрату по дистанції часу, відносно базового кола. Всі значні розбіжності повинні бути ретельно проаналізовані, до цього розділу варто звертатися в першу чергу.

Gear – Distance (Передача – дистанція): графік відображає включену передачу по ходу кола.

Rear Wheel Speed Difference – Distance (Різниця швидкості обертання задніх коліс – дистанція): Цей графік демонструє різницю швидкостей обертання задніх коліс.

Track View: схема траси на якій відображається траєкторія руху автомобіля, побудована з використанням інших параметрів телеметрії.

Throttle – Distance (Газ – дистанція): Графік відображає ступінь натискання педалі газу (у відсотках від повного ходу педалі) протягом кола. Цей показник корисний при аналізі того, як додається газ на виході з різних типів

поворотів. На графіку видно, наскільки ефективні зміни настроювань, коли потрібно якомога раніше додавати газ на виході з поворотів.

Brake – Distance (Гальмування – дистанція): Відображає положення педалі гальма протягом кола. Відображає відсоток натискання на педаль. Накладення кіл допомагає зрозуміти, де на гальмуваннях губиться або виграється час.

Steering – Distance (Кут повороту рульового керма – дистанція): Графік відображає відсоток повороту кермового колеса протягом кола. Корисний при порівнянні крапок входу в поворот на декількох колах відносно того, як впливають дії пілота на надлишкову / недостатню схильність до повертання.

Clutch – Distance (Зчеплення – дистанція): Відображає переміщення педалі зчеплення по ходу кола.

Damper Velocity – Distance: Графік відображає швидкість переміщення штоків всіх 4-х амортизаторів по ходу кола. Стиск відображається як сплеск нагору (гострота сплеску відповідає швидкості, а висота – переміщенню). Відбій зображується у вигляді "сплесків униз" (провалів). Чим вище амплітуда сплесків, тим «м'якші» установки амортизаторів (відповідно нижче опір і більше переміщення). Цей графік представляє швидкі параметри амортизаторів, або їхню реакцію на нерівності.

Damper velocity (Smoothed): Графік відображає швидкість переміщення штоків всіх 4-х амортизаторів по ходу кола, однак більш наочний у плані повільних характеристик, інакше кажучи, як амортизатори відпрацьовують перерозподіл ваги при проходженні поворотів. Стиск відображається як сплеск нагору, відбій – вниз. Корисний при точному настроюванні повільних параметрів амортизаторів.

Longitude Acceleration – Distance (Поздовжнє прискорення – дистанція): Відображає поздовжнє перевантаження шасі при прискореннях і гальмуваннях. При прискоренні графік спрямований униз, при гальмуванні нагору.

Lateral Acceleration – Distance (Поперечне прискорення – дистанція):
Відображає поперечне перевантаження шасі при проходженні поворотів. У правому повороті графік іде вниз, у левом – нагору.

Vertical Acceleration – Distance (Вертикальне прискорення – дистанція):
Відображає вертикальне перевантаження шасі, викликане нерівностями і перепадами висоти траси. Нагору це нагору, а вниз – це вниз.

Front and Rear Ride Height (Дорожній просвіт під передньою й задньою віссю): Графік відображає відстань від поверхні траси (низ графіка) і днищем автомобіля в міліметрах. Він відслідковує всі зміни дорожнього просвіту під впливом всіх факторів, включаючи купини і нерівності. Корисний при початковій установці жорсткості пружин і точному регулюванню швидких параметрів амортизаторів.

Front and Rear Ride Height Smoothed (Дорожній просвіт під передньою й задньою віссю, згладжений): Графік відображає відстань від поверхні траси (низ графіка) і днищем автомобіля в міліметрах. Згладжена лінія графіка дає більш акуратне подання про зміну кліренсу тільки під впливом перерозподілу ваги. Графік корисний при точному настроюванні жорсткості пружин, а також при грубому настроюванні повільних параметрів амортизаторів і жорсткості буферів відбою.

Chassis Slip Angle (Кут ковзання): Відображає поперечне ковзання автомобіля. В ідеалі, відхилення цього графіка від нульової осі повинні бути якнайменші.

Suspension Travel (Хід підвіски): Окремо вимірює вертикальне переміщення кожного колеса в міліметрах. Крапкою відліку (нулем) є положення максимального ходу відбою. Вертикальні сплески відповідають стиску підвіски. Графік відслідковує наскільки ефективно пружини, амортизатори й стабілізатори контролюють кожне колесо при перерозподілі ваги і проїзді по нерівностях. Порівняння двох передніх або двох задніх коліс в умовах повороту з постійними навантаженнями, корисно при визначенні настроювань стабілізаторів.

Tire Temperatures (Inside/Middle/Outside) (Температура шин): Відображає температуру покриття у градусах Цельсія протягом кола. Графік "Camber Temperature" відображає температуру внутрішнього і зовнішнього краю шини, а графік "Crown Temperature" – температуру центральної частини. Нульова вісь координат відповідає оптимальній робочій температурі. Ці дані дуже корисні для досягнення оптимальної температури протягом кола. Допомагають аналізувати тиск у шинах і кут розвалу.

Wheel Spin (Пробуксовка): Графік показує відсоток обертання кожного колеса окремо, відносно пройденої дистанції протягом кола. Лінія йде вниз при блокуванні колеса на гальмуванні, і нагору при пробуксовці.

Tire Wear (Зношування гуми): Відображає зношування шин протягом кола. Бажано зіставляти цей графік із графіками ходів підвіски (Suspension Travel), кута ковзання (Chassis Slip Angle), і температури шин (Tire Temperatures), щоб зрозуміти причину передчасного зношування гуми.

Бажана можливість групування різних даних у кілька вікон. Наприклад, під заголовком "Incremental Time" можна бачити не тільки головне вікно із графіком наростаючої різниці часу, але також схему траси і графік "Velocity – Distance" у зменшених вікнах.

5 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ПАСИВНОЇ БЕЗПЕКИ

5.1 Вихідні дані

Завдання підвищення пасивної безпеки в сучасних умовах мають одне з першочергових значень. При цьому елементи пасивної безпеки часто нерозривно пов'язані з конструкцією автомобіля й можуть висувати суперечливі вимоги при проектуванні, наприклад з погляду конструктора несучої системи лонжерони повинні мати максимальну твердість і міцність а з погляду пасивної безпеки лонжерони повинні м'яти при ударі й гасити енергію. Через цього питання пасивної безпеки необхідно розглядати на ранніх етапах проектування автомобіля, гармонійно сполучаючи конструкцію автомобіля із правилами пасивної безпеки. Критеріями при розрахунках на пасивну безпеку виступають офіційні вимоги до автомобілів яки пропонуються до них (EuroNCAP, додаток J FAU, тощо). Найкращими можливостями для досліджень пасивної безпеки проєктованих автомобілів володіють методи математичного моделювання. Вони дозволяють виконувати в короткий термін попередні дослідження на етапах ескізного проектування й формування технічного завдання, вирішувати завдання оптимізації на стадії доводочних випробувань. На стадії сертифікації допускається оцінка міцності силової структури автомобіля методами математичного моделювання як еквівалентний метод офіційного твердження. При цьому: під "офіційним затвердженням типу транспортного засобу" мається на увазі весь офіційний процес, у рамках якого виробляються перевірка й випробування транспортного засобу для доказу того, що воно відповідає всім вимогам, зазначеним у справжніх Правилах; під "силовою структурою" маються на увазі несуче навантаження компонента кузова, певні заводом-виготовлювачем і утримуючі ті дотичні частини й елементи, які

підвищують міцність і енергопоглинаючу здатність кузова й зберігають залишковий простір при випробуванні на перекидання.

Застосовуються різні методи математичного моделювання на базі МКЕ, які найбільш раціональні на різних етапах проектування автомобіля. На початкових етапах проектування застосовують стрижневі моделі (рис. 5.1) які дозволяють проводити розрахунки в короткий час, моделі легко коректуються, трудомісткість невелика. Однак при розрахунках стрижневих моделей досить великі погрішності й застосування тільки стрижневих моделей невиправдано.

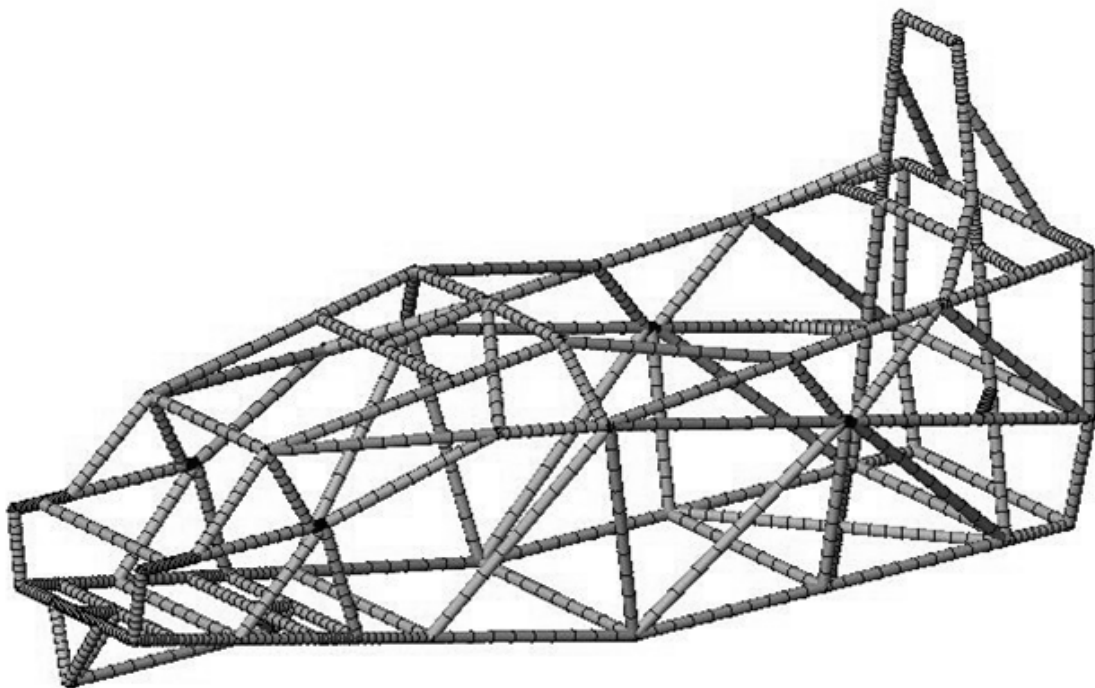


Рисунок 5.1 - Стрижнева модель

Для одержання результатів дослідження з високою точністю застосовуються об'ємні моделі (рис. 5.2). Вони будуються з обліком всіх геометричних характеристик проектного автомобіля, його конструктивних особливостей. У цих моделях ураховуються питання з'єднань різних деталей, моменти затягування болтових з'єднань і т.п. Хоча такі математичні моделі дозволяють одержати точні результати трудомісткість побудови такої моделі, більші витрати часу на розрахунки й

складність внесення коректив у модель вносять обмеження на повсюдне застосування таких математичних моделей.

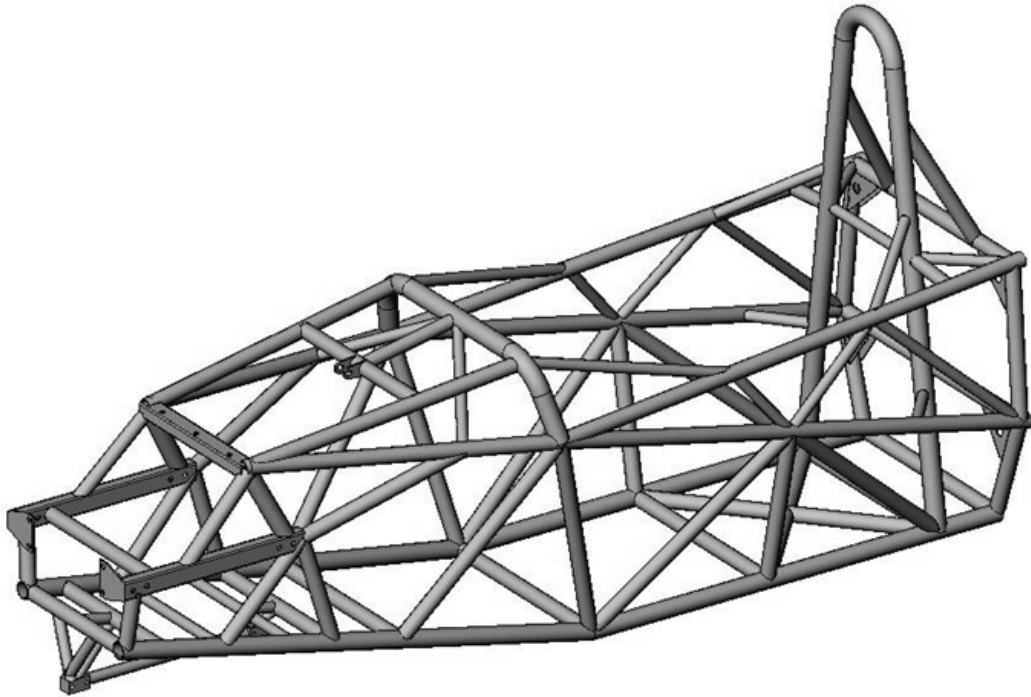


Рисунок 5.2 - Докладна модель

Для одержання адекватних результатів при застосуванні методів математичного моделювання необхідно раціонально сполучити різні підходи на всіх етапах проектування. Пропонований алгоритм (рис. 5.3) дозволяє одержувати точні результати моделювання при мінімальній трудомісткості. При використанні пропонованого алгоритму на початковому етапі проектування застосовуються стрижневі моделі, вони дозволяють швидко зробити розрахунки на міцність і відповідність вимогам пасивної безпеки. Надалі створюються докладні моделі, при розрахунках одержують уточнені дані й у випадку невідповідності вимогам вносять корективи, при цьому необхідно враховувати обсяги змін, при внесенні значних коректив має сенс спочатку досліджувати їх на стрижневих моделях. Після закінчення етапу дослідження математичних моделей переходять до випробувань досвідчених зразків, за умови точно виконаних математичних моделей, значні зміни на цьому етапі не потрібні, а випробування необхідні тільки для сертифікації.

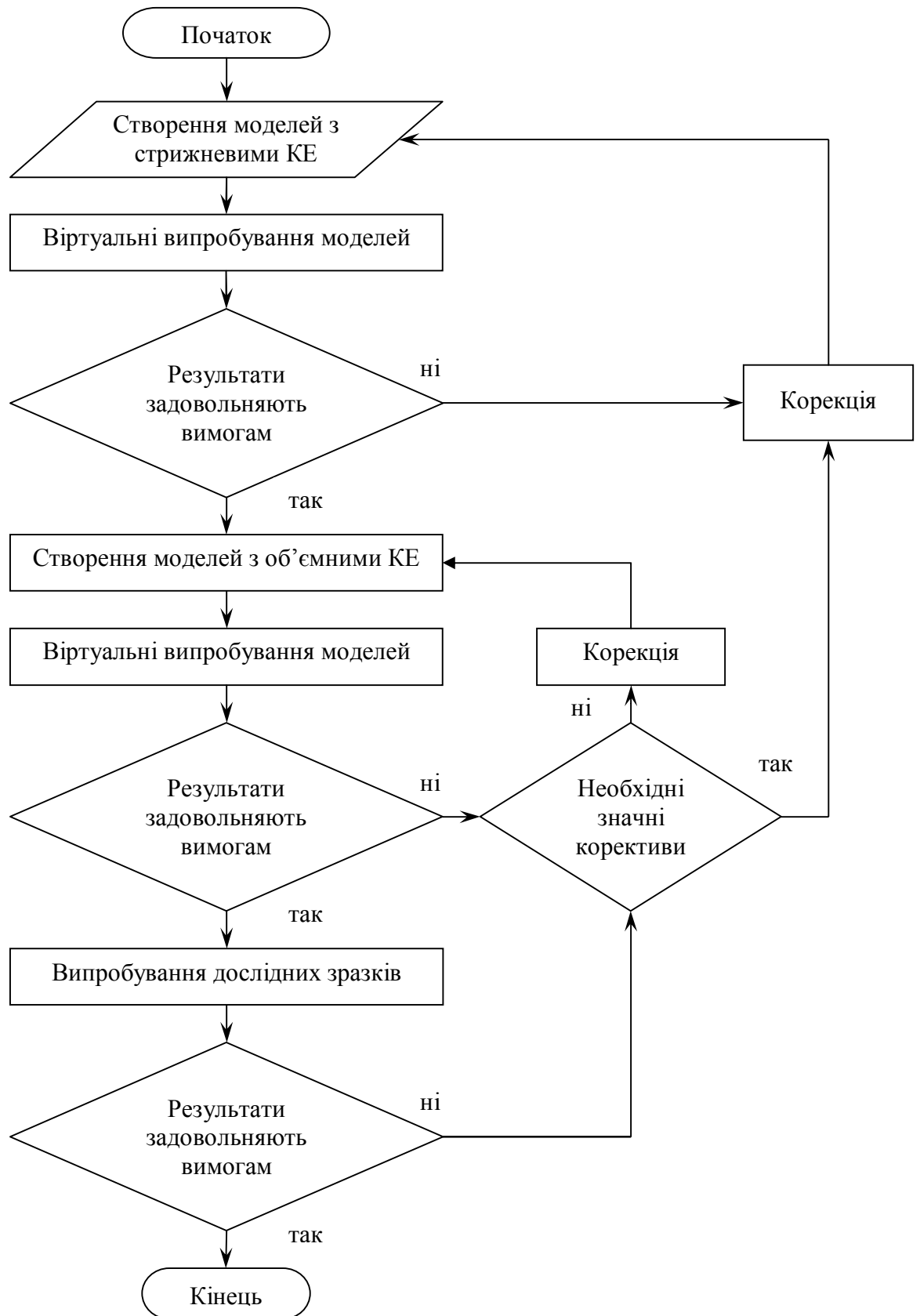


Рисунок 5.3 - Алгоритм використання методів математичного моделювання

5.2 Стрижневі математичні моделі

МКЭ для стрижневих систем заснований на поданні об'єкта у вигляді сукупності кінцевих елементів, взаємодіючих між собою в кінцевому числі вузлових крапок. Заміна вихідної конструкції сукупністю кінцевих елементів має на увазі рівність потенційних енергій конструкції і її дискретної моделі. Для стрижневих систем дотримання енергетичного балансу приводить до дискретної моделі, що точно описує поведження вихідної конструкції. Така ідеалізація конструкції вимагає, щоб напружений стан у кожному кінцевому елементі визначалося через значення вузлових переміщень. Зв'язок між вузовими зусиллями й переміщеннями здійснюється за допомогою матриці твердості по матричному рівнянню

$$\vec{R} + K \cdot \vec{Z} = \vec{I} \quad (5.1)$$

де $\vec{R}$ - вектор вузлового навантаження; K - матриця твердості конструкції в глобальній системі координат; $\vec{Z}$ - вектор невідомих переміщень. Рівняння (5.1) відповідає варіанту МКЭ у формі методу переміщень. Якщо за основні невідомі прийняти вузлові зусилля, то виходить варіант МКЭ у формі методу сил, де визначальної є вже матриця піддатливості. Розрахункова практика показала, що МКЭ у формі методу переміщень має менше число рівнянь для визначення невідомих, що визначило його переважне використання.

Як кінцеві елементи для розрахунку стрижневих систем використовуються прямолінійні стрижні із твердим защемленням кінців або шарнірним обпиранням і твердим закладенням (рис.5.4 та рис.5.5).

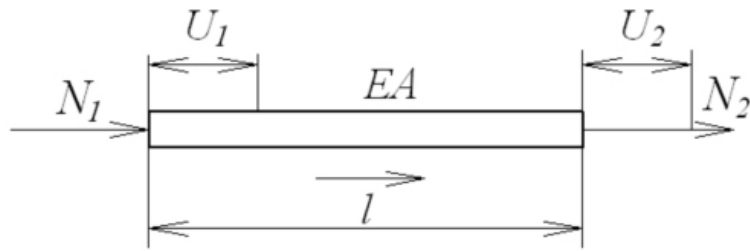


Рисунок 5.4 - Призматичний КЕ при розтяганні-стиску

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & -\frac{EA}{l} \\ -\frac{EA}{l} & \frac{EA}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

Аналогічний вид має рівняння МКЕ крутіння призматичного бруса, де необхідно поміняти кінематичні й статичні параметри.

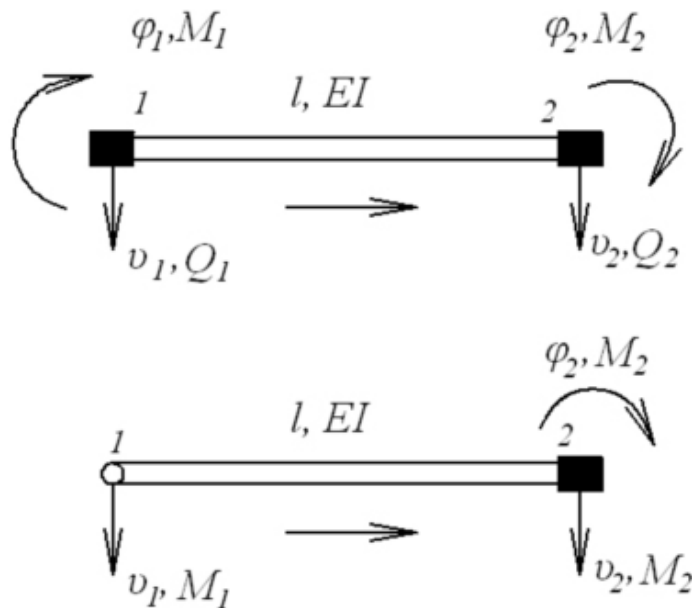


Рисунок 5.5 - Крутіння призматичного бруса

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \frac{2EI}{l} \begin{bmatrix} 6/l^2 & 3/l & -6/l^2 & 3/l \\ 3/l & 2 & -3/l & 1 \\ -6/l^2 & -3/l & 6/l^2 & -3/l \\ 3/l & 1 & -3/l & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{matrix} = \frac{3EI}{1} \begin{vmatrix} 1/l^2 & -1/l^2 & 1/l \\ -1/l^2 & 1/l^2 & -1/l \\ 1/l & -1/l & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{matrix} \quad (5.4)$$

У рівняннях (5.2), (5.3) і (5.4) матриці твердості відповідають локальним системам координат КЭ, а на Рисунках 5.4, 5.5 показані позитивні напрямки переміщень і зусиль. Для просторового випадку деформування КЭ рівняння (5.2), (5.3) і (5.4) поєднуються в одне матричне рівняння 12-го порядку. Якщо КЭ тонкостінний стрижень, то потрібно використовувати МЖ стиснутого крутіння й порядок рівняння просторового деформування збільшується до 14. Для приведення рівнянь стану КЭ до рівняння (5.1), тобто фактично до крайового завдання, необхідно виконати ряд стандартних матричних операцій.

Формування МЖ окремих КЭ в глобальній системі координат по формулі

$$\hat{E}_\partial = \tilde{N}_\partial^0 \hat{e}_\partial \tilde{N}_\partial \quad (5.5)$$

де $\hat{E}_\partial$ – МЖ окремого КЭ в глобальній системі координат; $\tilde{N}_\partial$ – матриця перетворення переміщень КЭ до глобальної системи координат; $\tilde{N}_\partial^0$ – транспонована матриця; $\hat{e}_\partial$ – МЖ КЭ в локальній системі координат.

Матриця $\tilde{N}_\partial$ містить напрямні косинуси між осями локальної й глобальної систем координат. Для стрижневого КЭ напрямку осей локальної й глобальної систем координат приймаються однаковими. Тому можна замість напрямних косинусів використовувати самі переміщення кінцевих перетинів КЭ в матриці $\tilde{N}_\partial$. Наприклад, для завдань вигину вони приймають вид (5.6), (5.7)

$$C_{\partial} = \begin{matrix} & \begin{matrix} Z1=1 & Z2=1 & \dots \end{matrix} \\ \begin{matrix} \upsilon_1 \\ \varphi_1 \\ \upsilon_2 \\ \varphi_2 \end{matrix} & \begin{matrix} \upsilon_1 & \varphi_1 & \dots \\ \varphi_1 & \upsilon_1 & \dots \\ \upsilon_2 & \varphi_2 & \dots \\ \varphi_2 & \upsilon_2 & \dots \end{matrix} \end{matrix} \quad (5.6)$$

$$C_{\partial} = \begin{matrix} & \begin{matrix} Z1=1 & Z2=1 & \dots \end{matrix} \\ \begin{matrix} \upsilon_1 \\ \upsilon_2 \\ \varphi_2 \end{matrix} & \begin{matrix} \upsilon_1 & \varphi_1 & \dots \\ \varphi_1 & \upsilon_1 & \dots \\ \upsilon_2 & \varphi_2 & \dots \\ \varphi_2 & \upsilon_2 & \dots \end{matrix} \end{matrix} \quad (5.7)$$

Де $Z_1, Z_2, \dots$ - невідомі переміщення вузлів основної системи методу переміщень стрижневої конструкції.

Побудова МЖ конструкції по формулі

$$\hat{E} = \sum_{\partial=1}^n \hat{E}_{\partial} \quad (5.8)$$

Складання розв'язного рівняння МКЕ і його рішення

$$K \cdot z + R = 0 \rightarrow z = -K^{-1} \cdot R \quad (5.9)$$

де K^{-1} - зворотна матриця твердості, R - матриця вузлових реакцій від зовнішнього навантаження.

Визначення переміщень граничних крапок всіх КЕ

$$\Delta_{\partial} = \tilde{N}_{\partial} \cdot z \quad (5.10)$$

Визначення зусиль у граничних крапках всіх КЕ

$$S_{\partial} = K_{\partial} \Delta_{\partial} + \overset{\Pi}{S}_{\partial} \quad (5.11)$$

де $\overset{\Pi}{S}_{\partial}$ - матриця зусиль у граничних крапках КЭ від вневузлових навантажень.

Побудова епюр напружно-деформованного стану по компонентах векторів переміщень $\ddot{A}_{\partial}$ і зусиль S_{∂} .

Для рішення завдань динаміки даний алгоритм доповнюється наступними процедурами:

Приведення матриць еквівалентних мас КЭ до глобальної системи координат

$$M_{\partial} = C_{\partial}^{\dot{O}} \cdot m_{\partial} \cdot \tilde{N}_{\partial} \quad (5.12)$$

де m_{∂} - матриця еквівалентних мас КЭ в локальній системі координат. Для поперечних коливань вона має вигляд

$$m_{\partial} = m_1 \begin{vmatrix} 11/35 & 111/210 & 9/70 & -131/420 \\ 111/210 & 1^2/105 & 131/420 & -1^2/420 \\ 9/70 & 131/420 & 13/35 & -111/210 \\ -131/420 & -1^2/140 & -111/210 & 1^2/105 \end{vmatrix} \quad (5.13)$$

$$m_{\partial} = m_1 \begin{vmatrix} 33/140 & 39/280 & -111/280 \\ 34/280 & 17/35 & -31/35 \\ -111/280 & -31/35 & 21^2/105 \end{vmatrix} \quad (5.14)$$

Формування матриці еквівалентних мас всієї системи

$$M = \sum_{\partial=1}^n M_{\partial} \quad (5.15)$$

Визначення частот власних коливань системи з вікового рівняння

$$\left| K^{-1} \cdot M - \lambda E \right| = 0 \quad (5.16)$$

де E – одинична матриця; $\lambda_i = 1/\omega_i^2$. У даному варіанті МКЭ число частот власних коливань ω_i дорівнює ступеня кінематичної невизначеності системи. Для збільшення числа частот і підвищення їхньої точності необхідно збільшувати число невідомих методу переміщень.

Побудова динамічних матриць твердості всіх КЭ в локальній системі координат

$$K_{m\partial} = K_{\partial} - \Theta^2 \cdot m_{\partial} \quad (5.17)$$

де Θ - частота змушених коливань.

Приведення динамічних матриць твердості всіх КЭ до глобальної системи координат

$$K_{m\partial} = C_{\partial}^T \cdot K_{m\partial} \cdot C_{\partial} \quad (5.18)$$

Формування динамічної матриці твердості всієї системи

$$K_m = \sum_{\partial=1}^n K_{m\partial} \quad (5.19)$$

Складання системи розв'язних рівнянь МКЭ для змушених коливань і його рішення

$$K_m \cdot z + R = 0 \rightarrow z = -K_m^{-1} \cdot R \quad (5.20)$$

Для завдань стійкості відповідно вводяться матриці потенціалу навантаження. КЭ, навантажені стискаючими силами, мають матриці потенціалу навантаження в локальній системі координат.

$$P_{\partial} = F \begin{vmatrix} 6/5l & 1/10 & -6/5l & 1/10 \\ 1/10 & 2l/15 & -1/10 & -1/30 \\ -6/5l & -1/10 & 6/5l & -1/10 \\ 1/10 & -1/30 & -1/10 & 2l/15 \end{vmatrix} \quad (5.21)$$

$$P_{\partial} = F \begin{vmatrix} 6/5l & -6/5l & 1/5 \\ -6/5l & 6/5l & -1/5 \\ 1/5 & -1/5 & 1/5 \end{vmatrix} \quad (5.22)$$

Критичні сили втрати стійкості визначаються з вікового рівняння

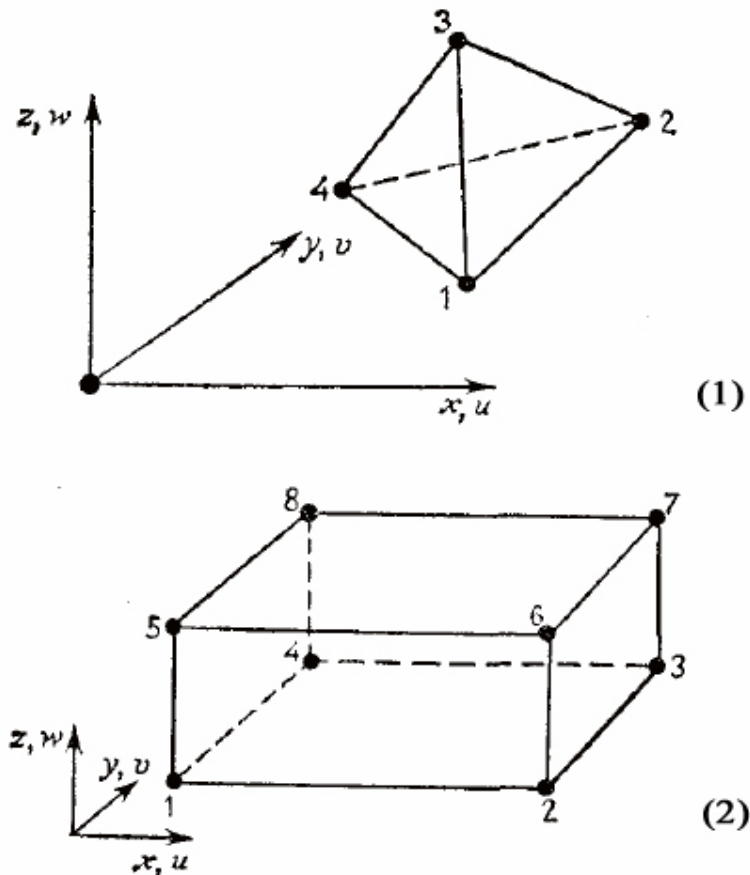
$$|K - P| = 0 \quad (5.23)$$

Де K , P - матриці твердості й потенціалу навантаження системи в глобальній системі координат. Число критичних сил, як і в завданні динаміки, буде дорівнює ступеня кінематичної невизначеності розрахункової схеми.

5.3 Об'ємні моделі

Суцільні, або тривимірні, елементи дозволяють одержати рішення завдань загальної тривимірної теорії пружності. Зазначеним завданням раніше приділялося відносно мало уваги при проектуванні через труднощі використання традиційних підходів до рішення. Тому в цій області, за винятком найпростіших випадків, кінцево-елементний аналіз став фактично незаперечним засобом відшукування рішення. Основні суцільні елементи являють собою безпосереднє узагальнення на тривимірний випадок плоских

елементів. Зображений на рисунку 5.6(1) тетрадральний елемент є узагальнення трикутного елемента на тривимірний випадок, а шестигранний елемент (рис. 5.6 (2)) - тривимірний аналог плоского прямокутного елемента. Хоча побудовані різні спеціальні й альтернативні види тривимірних елементів (наприклад, п'ятигранний або клинчастий елемент), на практиці частіше використовують тетрадральний і шестигранний елементи. Кінцево-елементне подання для суцільного тіла вимагає введення винятково великої кількості ступенів волі (рис. 5.7). З малюнка видно, що якщо для одержання рішення заданої точності в одномірному випадку потрібно 10 ступенів волі, то в тривимірному випадку - 3000. Тому вирішальними для використання методу в тривимірному випадку є питання економічності.

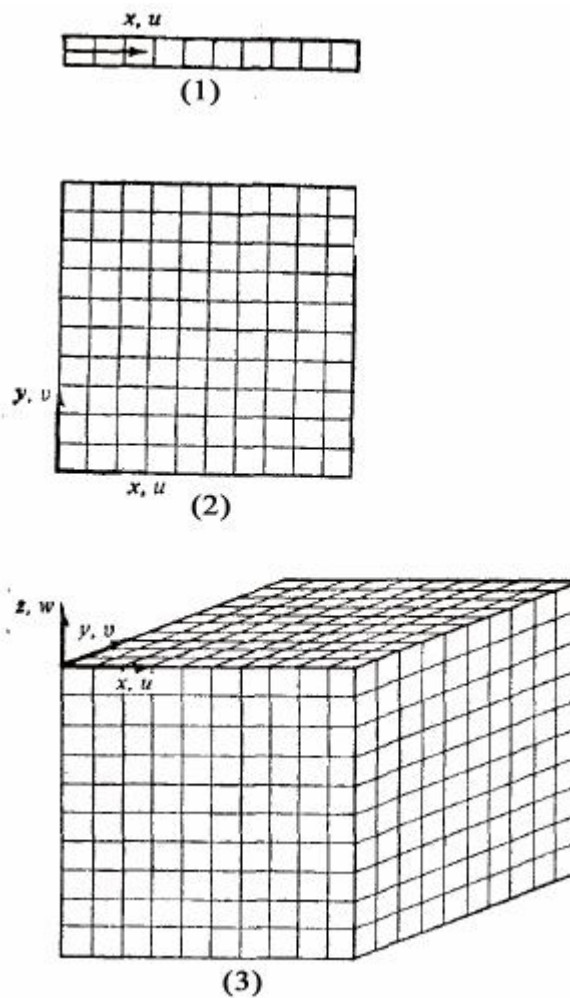


1-тетрадральний елемент; 2-шестигранний елемент

Рисунок 5.6 - Об'ємні елементи.

Необхідно домогтися найбільшої ефективності виконання операцій введення й виводу даних, процедур рішення систем рівнянь великої розмірності, подання реальної конструкції її кінцево-елементною моделлю.

Існуючі формулювання тривимірних елементів майже цілком ґрунтуються на передбачуваних полях переміщень і принципі мінімуму потенційної енергії.



1-одномірна сітка(10ступенів волі); 2-дхмерная сітка(200 ступенів волі);
 3-тривимірна сітка(3000 ступенів волі)

Рисунок 5.7 - Ріст числа ступенів волі зі збільшенням розмірності сітки.

Основні співвідношення для тривимірних елементів даються лінійною теорією пружності. Розглядаючи рівновагу нескінченно малого елемента, маємо (для простоти об'ємні сили виключені)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} &= 0.
\end{aligned}
\tag{5.24}$$

Лінійні співвідношення між деформаціями й переміщеннями записуються у вигляді

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial u}{\partial y}, \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}.
\end{aligned}
\tag{5.25}$$

Рівняння твердості для елемента у випадку ізотропного матеріалу буде

$$\begin{aligned}
&\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \times \\
&\times \begin{bmatrix} (1-\mu) & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & (1-\mu) & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & (1-\mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\mu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\mu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\mu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}
\end{aligned}
\tag{5.26}$$

Або

$$\sigma = [E]\epsilon \quad (5.27)$$

Іншим фактором досягнення максимальної ефективності аналізу є використання ізопараметричного подання геометрії тривимірних елементів. Якщо елементи обмежені плоскими, а не криволінійними гранями, то частина ступенів волі при загальному аналізі повинна визначатися відповідно геометричним поданням. Число зазначених ступенів волі істотно зменшується, якщо використовувати концепцію ізопараметричних елементів при завданні криволінійних границь елемента. Тоді ступеня волі максимально використовуються при визначенні поведження конструкції.

На рисунку 5.8 ілюструється спосіб завдання координатних осей, складності такі, що явне вираження для результуючих коефіцієнтів твердості одержати важко навіть для цього елемента, що є найпростішим із шестигранників. У загальному випадку є істотним чисельне визначення відповідних енергетичних інтегралів.

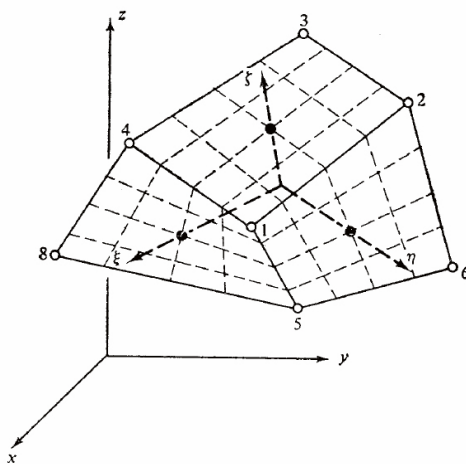


Рисунок 5.8 - Шестигранний елемент із лінійним полем переміщень - ізопараметричні координати

Ізопараметричні тривимірні елементи корисні також для подання оболонкових конструкцій. На рисунку 5.9 зображений двадцативузловий ізопараметричний елемент, побудований у вигляді, зручному для аналізу подібних завдань.

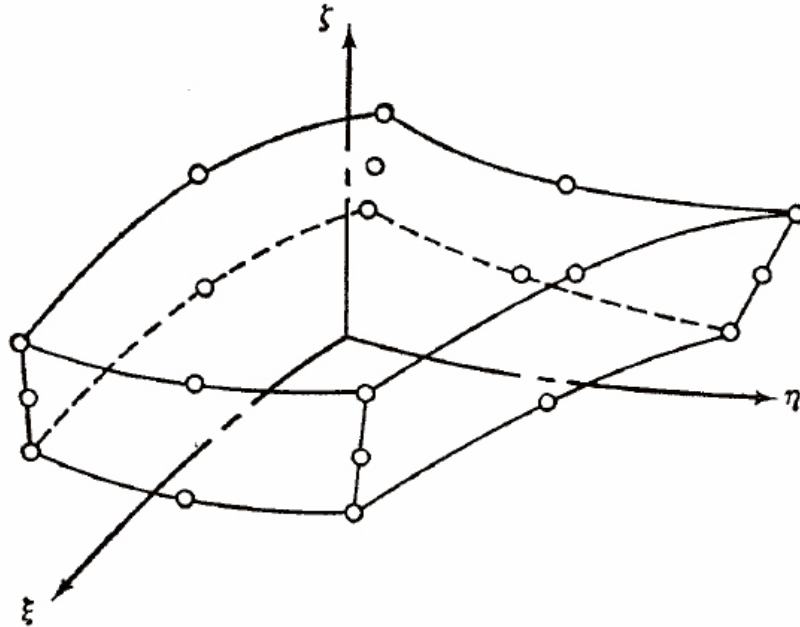


Рисунок 5.9 - Шестигранний елемент, використовуваний у якості скривленої оболонкової форми

Застосування цих елементів при аналізі товстих оболонок дає прекрасні результати, однак при зменшенні товщини елемента одержуване рішення не прагне до рішення для тонких оболонок. Це відбувається тому, що виникають члени, що характеризують надлишкову твердість у поданні енергії деформації зрушення. Можна одержати гарні результати для тонких оболонок, якщо апроксимувати внесок енергії деформацій зрушення й зберегти точність завдання складаючих енергії нормальних деформацій. Тому що цей тип елемента вимагає виконання чисельного інтегрування при підрахунку енергії деформації, легко здійснити це, знижуючи порядок чисельного інтегрування виражень для енергії деформацій зсуву.

Альтернативним підходом до аналізу оболонкових конструкцій з використанням тривимірних елементів є підхід, при якому розглядаються додаткові несумісні моди. Така схема дозволяє використовувати

найпростіший вид шестигранного елемента, що базується на лінійних полях переміщень і має тільки вісім вузлів у вершинах шестигранника. Для об'ємних моделей важливим є вибір типу розбивки сітки, застосовуються два основних типи: вільна й упорядкована розбивка.

Вільна розбивка застосовується для побудови кінцево-елементної сітки елементів зі складною геометрією. Воно не накладає твердих обмежень на геометрію моделі але сітка в результаті буде неупорядкованою. Також сітка при вільній розбивці може містити елементи різної форми.

Упорядкована розбивка призначена для побудови кінцево-елементних сіток елементів із простою геометрією, близьких до чотирикутного в плоских завданнях і шестигранних в об'ємні. При впорядкованій розбивці сітка створюється регулярною, яка складається з чітко простежуваних елементів. Сітка складається з елементів тільки однієї форми. Треба прагнути до одержання регулярної сітки тому що вона дозволяє одержувати максимально точні результати розрахунків.

ДОДАТОК А

Залежність максимально реалізованої бічної сили від кута відведення при різних значеннях вертикального навантаження для шини Michelin Slick 16/53-13 (175/532 R13) і тиску повітря $p = 0,7$ bar.

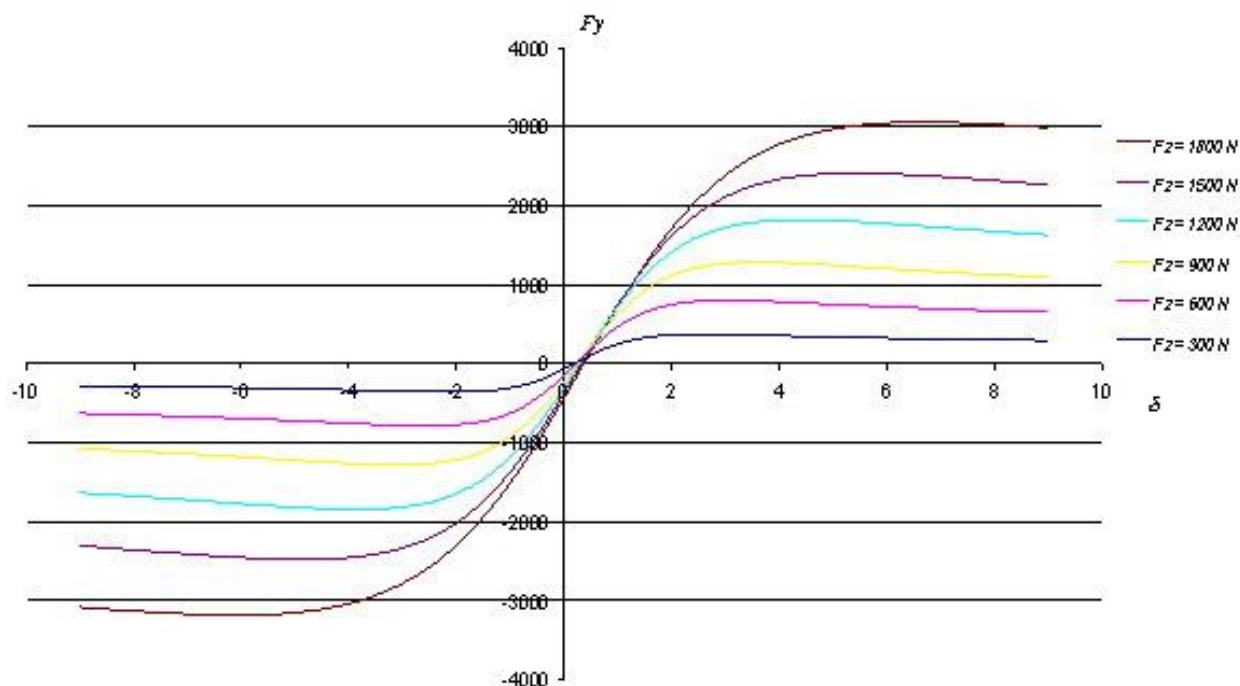


Рисунок А. 1 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = 0$ град.

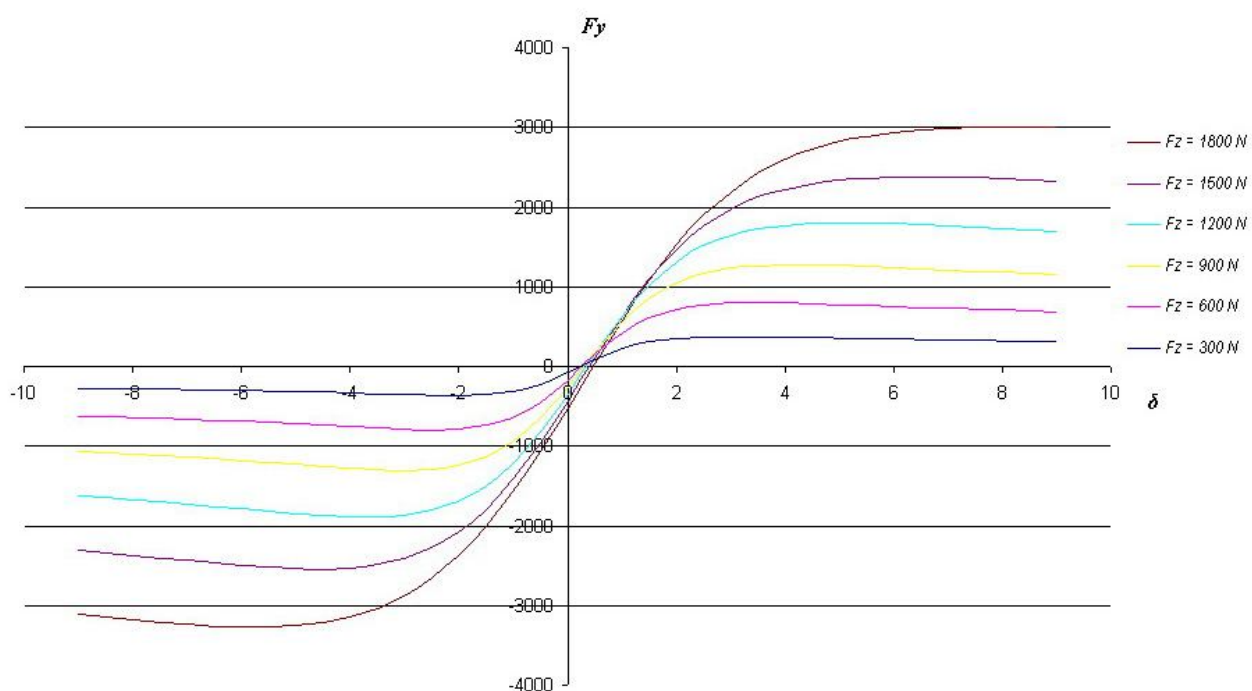


Рисунок А. 2 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = -1$ град.

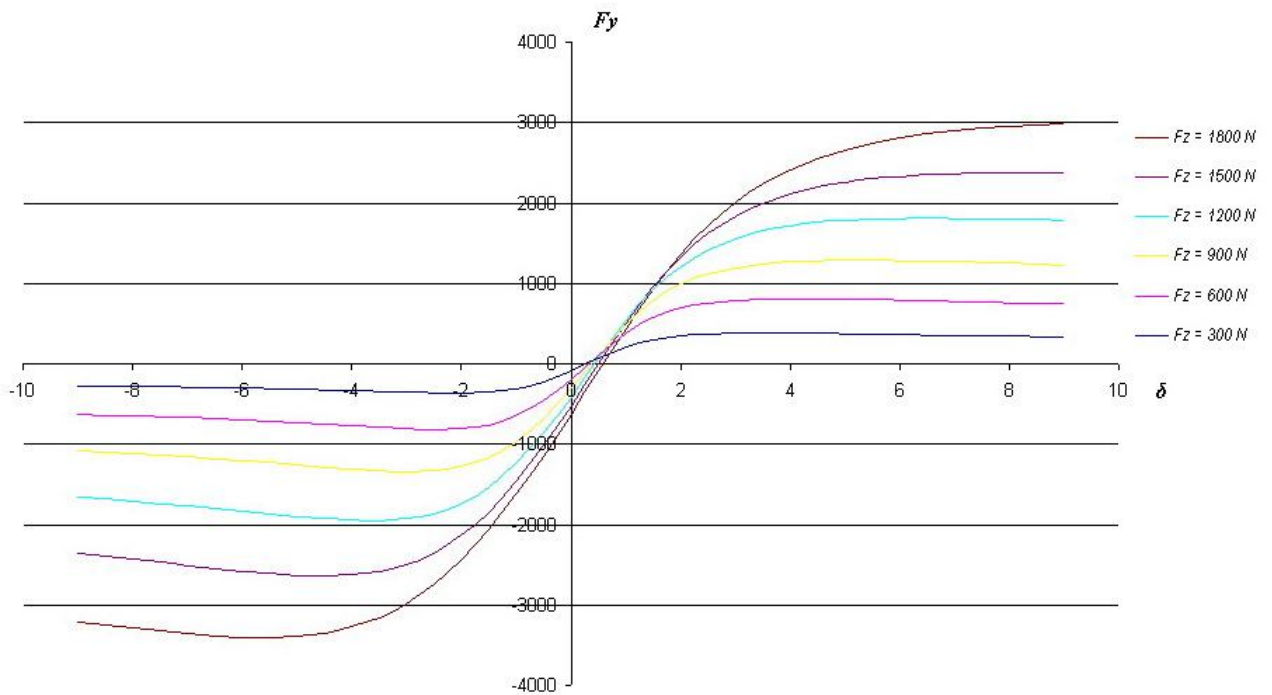


Рисунок А. 3 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = -2$ град.

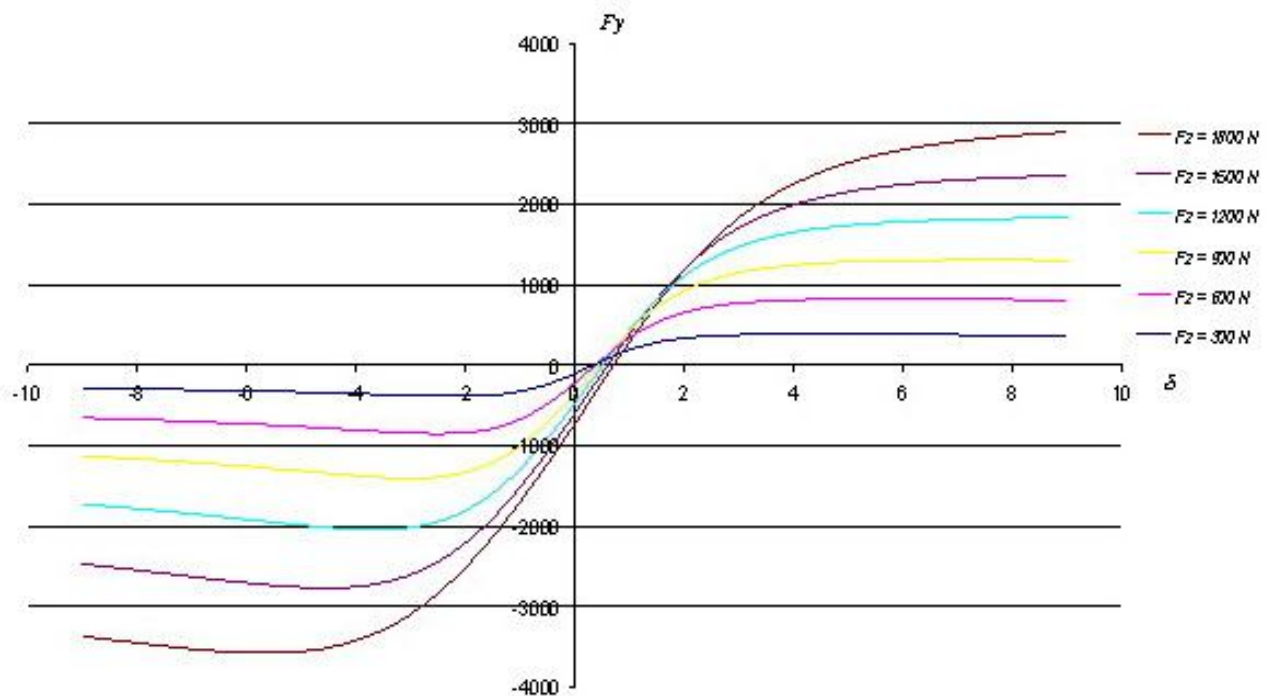


Рисунок А. 4 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = -3$ град.

Залежність максимально реалізованої бічної сили від кута відведення при різних значеннях вертикального навантаження для шини Michelin Slick 16/53-13 (175/532 R13) і тиску повітря $p = 0,9$ bar.

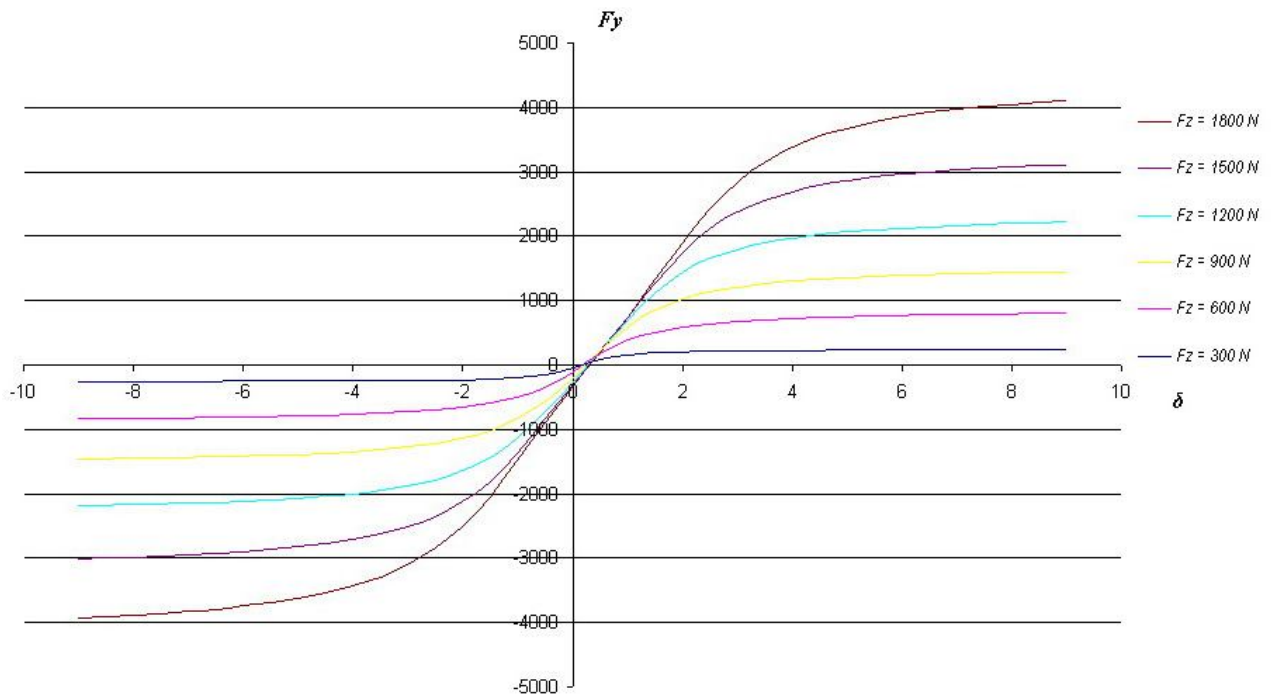


Рисунок А. 5 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = 0$ град.

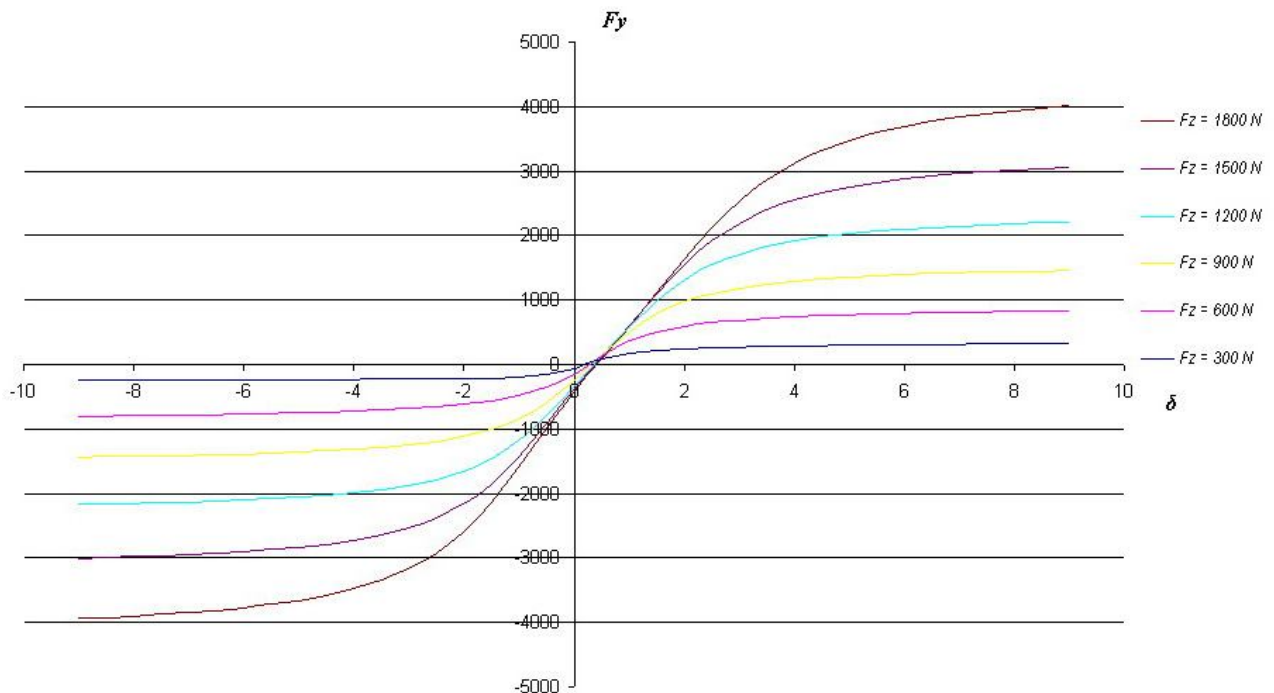


Рисунок А. 6 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = -1$ град.

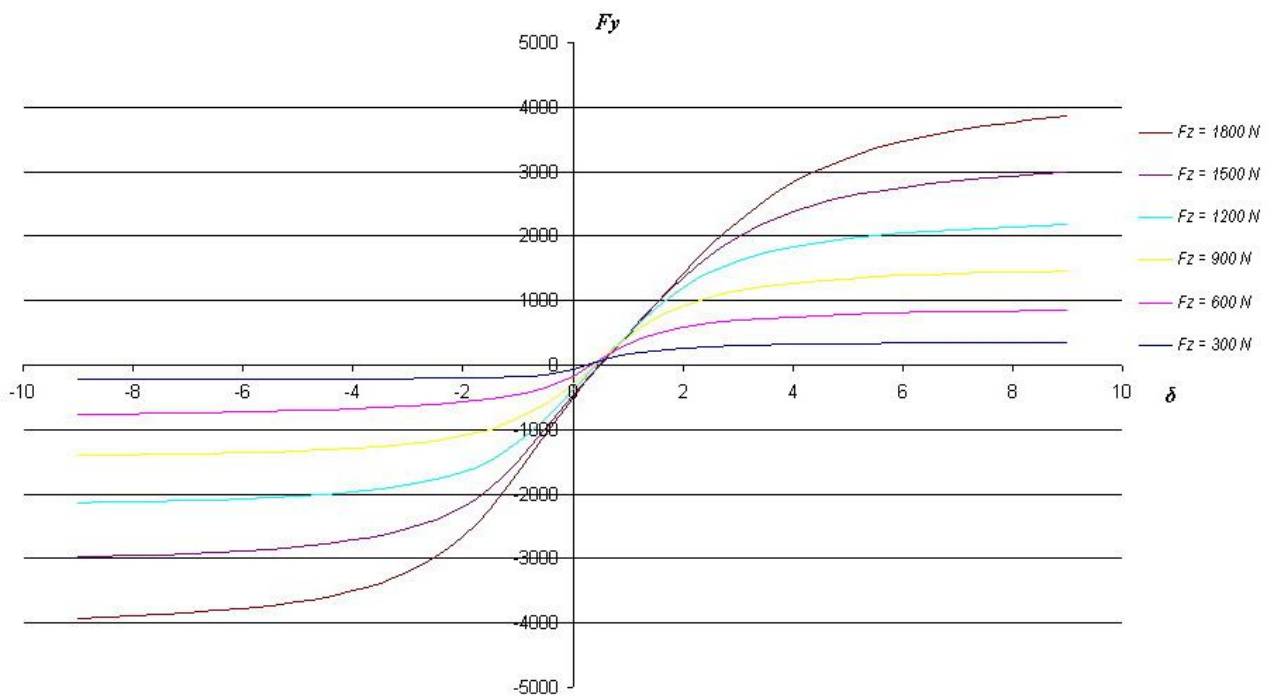


Рисунок А. 7 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = -2$ град.

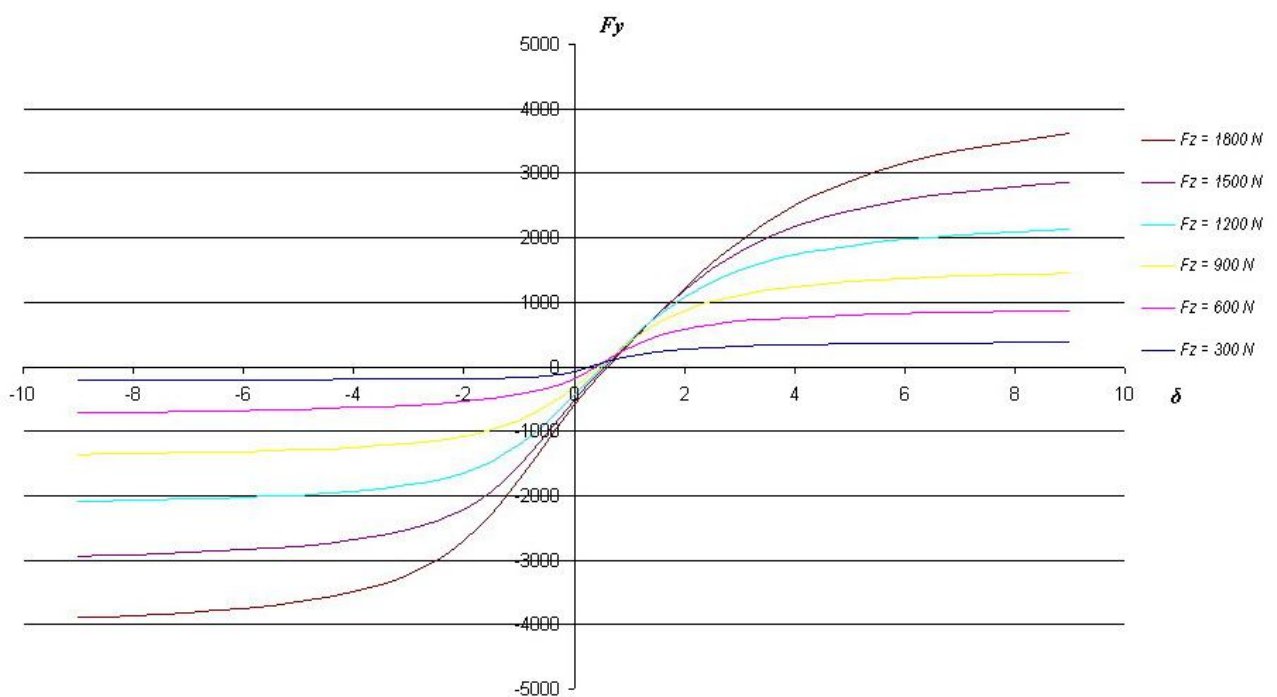


Рисунок А. 8 - Поперечна сила при встановленому куті розвалу $\gamma = -3$ град.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Чудаков Е. А. Устойчивость автомобиля при заносе. – М.: Изд-во АН СССР, 1945.– 144 с.
2. Чудаков Е. А. Устойчивость автомобиля против заноса. – М. Машгиз, 1949.– 193с.
3. Чудаков Е. А. Боковая устойчивость автомобиля при торможении. – М.: Машгиз, 1952.– 183 с.
4. Чудаков Е. А. Теория автомобиля. - М.: Машгиз, 1950.– 343 с
5. Чудаков Е. А. Избранные труды. Том 1. Теория автомобиля. – М.: АН СССР, 1961. – 464 с.
6. Kamm W., Kraftwagen und Strasse In ihrer Wechselwirkung. Kraftfahrtechnische Tagung 1934. – Berlin, 1934.
7. Kamm W., Schmid C., Das Versuchs- und Messwesen auf dem Gebiet des Kraftfahrzeug. – Berlin, 1938.
8. Kamm W., Huber L., Dietz O., Die Seitenführungskraft des gummbereiften Rades bei Antrieb und Bremsung. Deutsche Kraftfuhrforschung. – Zwischen bericht, 1940.
9. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. – М.-Л.: Гостехиздат, 1950. – 473 с.
10. Добронравов В. В. Основы механики неголономных систем. – М.: Высш. шк., 1970. – 272 с.
11. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Часть 1. – М.: Наука, 1960. – 468 с.
12. Жуковский Н. Е. Собрание сочинений. Том 7. – М.-Л.: Гостехиздат, 1950. – 608 с.
13. J.M. Besselink. Shimmy of aircraft main landing gears. PhD thesis. – Delft University of Technology, 2000. – 201 p.
14. Clark S., Dodge R., Nybakken G. Dynamic properties of aircraft tires. – J.aircraft, 1974. – Vol.11, №3. – p. 166-172.

15. Кручинин П.А., Магомедов М.Х., Новожилов И.В. Математическая модель автомобильного колеса на антиблокировочных режимах движения – Изв. РАН «Механика твердого тела», 2001. – №6. – с. 63-69.
16. Apetaur M. Modeling of transient nonlinear tire responses. Proc. of 1-st international colloquium on tire models. – Delft, oct. 21-22. –1991. – p. 116-126.
17. J.S. Loeb, D.A. Guenther, Hung-Hsu F. Chen, J.R. Ellis. Lateral stiffness, cornering stiffness and relaxation length of the pneumatic tire – SAE Technical Paper Series, № 900129. – 9 p.
18. G. Rill. First order tire dynamics. III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering. – Lisbon, 5-8 June 2006. – 9 p.
19. P.W.A. Zegelaar. The dynamic response of tires to brake torque variations and road uneven nesses. – PhD thesis, Delft University of Technology, 1998. – 315p.
20. Плахтієнко М.П., Шифрін Б.М. Модель відведення пневматика при вимушених коливаннях// Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – :Укр. міжвідомчий наук.-техн. зб.-Львів: Нац. ун-т «Львівська політехніка», 2006. № 40. – с. 190-195.
21. Рокар И. Неустойчивость в механике, Автомобили, Самолеты, Висячие мосты – М.: Иностранная литература, 1959. – 256 с.
22. Greidanus J. H. Besturing en stabiliteit van het neuswielonderstel. – Rapport V 1038, Nationaal Luchtvaartlaboratorium, Amsterdam.
23. Ечеистов Ю. А. Исследование увода мотоциклетных шин. Вопросы машиноведения (сб. статей) – АН СССР, 1950. – 194с.
24. Чудаков Е. А. Качение автомобильного колеса – М.: Машгиз, 1947. – 198 с.

25. Чудаков Е. А. Качение автомобильного колеса при наклонном расположении его средней плоскости – ДАН СССР, т. 90, №3, 1953. – 164с.
26. Келдыш М. В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси – Труды ЦАГИ, № 564, 1945. – с. 1-33.
27. Pacejka, H. B. Tyre Mechanics and Vehicle Dynamics. – Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2002. – 621 p.
28. Pacejka H. Bakker E. Nyborg L. Tyre modeling for use in vehicle dynamics studies. – SAE paper № 870421, 1987
29. Bakker, E., Pacejka, H.B. and Lidner, L. A New Tyre Model with Application in Vehicle Dynamics Studies. Proc. 4th Int. Conf. Automotive Technologies, Monte Carlo. – SAE paper № 890087, 1989.
30. Pacejka, H.B. and Bakker, E. The Magic Formula Tyre Model. Proc. 1st International Tyre Colloquium. – Delft, 1991. – pp. 1–18.
31. Аронович Г. В. К теории «шимми» автомобиля и самолета – ПММ, т.13, вып. 5, 1949.
32. Долгоненко Ю. В. Замечания к статье Г. В. Ароновича «К теории «шимми» автомобиля и самолета» – ПММ, т.14, вып. 4, 1950.