# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТУРА ЭЛЕКТРОННО-ПНЕВМАТИЧЕСКОГО ТОРМОЗНОГО ПРИВОДА С ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ МОДУЛЯТОРОМ

## С.И. Ломака, профессор, к.т.н., Л.А. Рыжих, профессор, к.т.н., А.Н. Красюк, аспирант, ХНАДУ

Аннотация. Разработана математическая модель контура электроннопневматического тормозного привода с пропорциональным модулятором, позволяющая оценивать быстродействие и качество следящего действия пропорционального модулятора.

**Ключевые слова:** математическая модель контура, электронно-пневматический тормозной привод, пропорциональный модулятор, шаговый двигатель.

#### Введение

Электронно-пневматический тормозной привод (ЭПТП) появился в начале 80-х и в настоящее время применяется на автопоездах зарубежного производства [1]. Достоинством ЭПТП является то, что, обеспечивая высокое быстродействие, на базе его без дополнительного оборудования выполняются новые различные сочетания функции активной безопасности транспортного средства. Например, такие как электронно-пневматической тормозной привод – регулирование тормозных сил между осями, антиблокировочная тормозная система и другие.

### Анализ публикаций

В современных ЭПТП следящее действие обеспечивается по-разному. На автомобилях «Scania» [1] следящее действие, т.е. пропорциональность между нажатием электрического подпедального модуля и давлением в исполнительных органах (тормозной камере), достигается за счет установки датчика давления после модулятора. Такое конструктивное исполнение позволяет иметь обратную связь по давлению и достигать высокого быстродействия. Однако в таких ЭПТП появляется эффект значительного перерегулирования, что существенно влияет на качество следящего действия.

#### Цель и постановка задачи

В настоящее время широко внедряются пропорциональные модуляторы на базе электромагнитов шаговых электродвигателей [2], которые не требуют обратной связи по датчику давления. Целью данной работы является создание математической модели контура ЭПТП, позволяющей оценивать быстродействие и качество следящего действия пропорционального модулятора.

#### Математическая модель контура ЭПТП

На рис. 1 представлена принципиальная схема ЭПТП.

Пропорциональный модулятор 3 состоит из следующих элементов: 7 – корпус; 8 – шаговый электродвигатель с шестерней; 9 – золотник, совмещенный с выпускным клапаном; 10 – пружина выпускного клапана; 11 – пневмопоршень; 12 – пружина пневмопоршня; 13 – впускной клапан; 14 – пружина впускного клапана; 15 – крышка с выпускным окном. Пропорциональный модулятор 3 работает следующим образом: при нажатии на педаль тормоза от подпедального электрического модуля 1 электрический сигнал поступает на электронный блок управления 2, который определяет и передает необходимое число импульсов на шаговый двигатель 8.



Рис. 1. Принципиальная схема ЭПТП: 1 – подпедальный электрический модуль; 2 – электронный блок управления; 3 – пропорциональный модулятор; 4 – ресивер, 5 – тормозная камера тип 20; 6 – соединительный трубопровод длиной 1 м

В результате происходит перемещение золотника 9 вправо; это приводит к закрытию выпускного клапана, при этом происходит отсоединение тормозной камеры 5 от атмосферы. Дальнейшее перемещение золотника 9 приводит к открытию впускного клапана 13 и перепуска сжатого воздуха от ресивера 4 через полости пропорционального модулятора 3 в тормозную камеру 5. Отработав необходимые импульсы, поданные от электронного блока управления, шаговый двигатель останавливается, при этом золотник 9 и впускной 13 также останавливаются, а пневмопоршень 11 продолжает движение, под действием давления сжатого воздуха, до тех пор, пока не закроется впускной клапан 13. Так перемещение запорно-регулирующего устройства приводит к установлению давления воздуха в тормозной камере 5 пропорционально нажатию на педаль тормоза, тем самым обеспечивая повышение качества регулирования процесса торможения транспортных средств, оборудованных электронно-пневматическим приводом тормозов.

При математическом моделировании были использованы параметры шагового электродвигателя, использованного при создании опытного образца пропорционального модулятора, имеющего следующую характеристику:

Наименование	Fulling motor
двигателя –	FL57STH76-2804B
Тип –	гибридный, четырехфазный,
	универсальный

Напряжение фазы, В	4,17
Ток фазы, А	2,8
Сопротивление фазы, Ом	1,5
Индуктивность фазы, мГн	6,8
Напряжение питания, В	12
Погрешность, %	5
Масса электродвигателя, кг	1,4
Момент на валу электродвигателя, кг.с	31,0

Математическая модель шагового электродвигателя состоит из уравнений (1), (2), (3) и условий (4) для каждой обмотки статора. Управлением являются сигналы: ga(t), gb(t). Основным выходным сигналом является угловое положение ротора  $\beta$ , которое имеет ряд устойчивых положений, находящихся друг от друга на один шаг. Начало отсчета угла  $\beta$ совмещено с осью статора.

В общем случае шаговый двигатель может быть описан с помощью модели электрической машины с двумя обмотками на статоре и одной обмоткой на роторе рис. 2.



Рис. 2. Расчетная модель шагового двигателя

Уравнения математической модели такой электрической машины могут быть записаны в виде (1)

$$\begin{cases} \frac{di_{sa}}{dt} = \frac{1}{L_{sa}} \cdot (u_{sa} - r_{sa} \cdot i_{sa} - C \cdot M \cdot \cos(\beta) + M \cdot i_{ra} \cdot \sin(\beta) \cdot w_r); \\ \frac{di_{sb}}{dt} = \frac{1}{L_{sb}} \cdot (u_{sb} - r_{sb} \cdot i_{sb} - C + Cr(*) \cdot M \cdot \cos(\beta) - M \cdot i_{ra} \cdot \sin(\beta) \cdot w_r); \\ -Kr(*) \cdot M \cdot \cos(\beta) - M \cdot i_{ra} \cdot \sin(\beta) \cdot w_r); \\ \frac{di_{ra}}{dt} = Kr(*); \\ \frac{d\beta}{dt} = w_r; \\ \frac{dW_r}{dt^2} = \frac{p}{J} (M_e - M_c - k \cdot w_r), \end{cases}$$

где  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{ra}$  – токи в обмотках статора и ротора по осям  $a_s$ ,  $b_s$ ,  $a_r$ ;  $u_{sa}$ ,  $u_{sb}$ ,  $u_{ra}$  – напряжения на обмотках по осям  $a_s$ ,  $b_s$ ,  $a_y$ ;  $r_{sa}$ ,  $r_{sb}$ ,  $r_{ra}$  – активные сопротивления обмоток по осям  $a_s$ ,  $b_s$ ,  $a_r$ ;  $L_{sa}$ ,  $L_{sb}$ ,  $L_{ra} = L_{r0} + L_{r1} \times \cos(4 \times \beta)$  – индуктивности обмоток по осям  $a_s$ ,  $b_s$ ,  $a_r$ ; M – взаимная индуктивность;  $\beta$  – угловое положение ротора; wr – угловая скорость;  $M_c$  – момент сопротивления;  $M_e$  – электромагнитный момент; J – момент инерции ротора; p – число пар полюсов.

В модели (1) используется следующее обозначение

$$Kr(*) = (L_{sa} \cdot L_{sb} \cdot (L_{r0} + L_{r1} - 2 \cdot L_{r1} \times \\ \times \sin^{2}(2 \cdot \beta)) - M^{2} \cdot L_{sa} + M^{2} \cdot \cos^{2}(\beta) \times \\ \times (L_{sa} - L_{sb}))^{-1} \times [L_{sa} \cdot L_{sb} \cdot (u_{ra} - r_{ra} \cdot i_{ra}) + \\ + 4 \cdot L_{r1} \cdot w_{r} \cdot i_{ra} \cdot L_{sa} \cdot L_{sb} \cdot \sin(4 \cdot \beta) + M \times \\ \times \sin(\beta) \cdot L_{sa} \cdot (r_{sb} \cdot i_{sb} - u_{sb}) + \\ + M \cdot \cos(\beta) \cdot L_{sb} \cdot (r_{sa} \cdot i_{sa} - u_{sa})].$$

Электромагнитный момент определен уравнением

$$M_e = i_{ra} \cdot (M \cdot i_{sb} \cdot \cos(\beta) - M \cdot i_{sa} \times \\ \times \sin(\beta) - 2 \cdot i_{sa} \cdot L_{r1} \cdot \sin(4 \cdot \beta)).$$
(3)

Напряжения  $u_{sa}$ ,  $u_{sb}$  на обмотках статора шагового двигателя, как правило, формируют с помощью специальной электронной системы управления, выходные каскады которой строятся по мостовой или полумостовой схемам. Использование электронных схем отражается на переходных процессах в шаговом двигателе. Поэтому в модели (1) для каждой обмотки шагового двигателя необходимо учитывать условия (4) (для краткости условия приведены для одной обмотки, так как для второй – аналогичны).

В соотношениях (4) приняты следующие обозначения: ga(t) – задание для формирователя импульсов (ga(t) = 1 – на обмотке положительный импульс тока или напряжения; ga(t) = 0 – обмотка обесточена; ga(t) = -1 – на обмотке отрицательный импульс тока или напряжения); h – шаг интегрирования при решении уравнений модели (1); U – напряжение источника электропитания; UD – прямое падение напряжения на диоде;  $R_{ON} \ll R_{OFF}$  – сопротивления открытого и закрытого транзисторного ключа (при этом считается время переключения транзисторов и диодов пренебрежимо малым по сравнению с длительностью управляющих импульсов).

$$\begin{cases} \text{если } ga(t) = 1, \text{ то } u_{sa} = U; r_{sa} = r + 2 \cdot R_{ON}; \\ \text{если } (ga(t) = 0) \& (ga(t - h) = 1), \\ \text{то } \begin{cases} \text{если } i_{sa} > 0, \text{ то } u_{sa} = -(E + 2 \cdot U_D); \\ \text{если } i_{sa} \leq 0, \text{ то } u_{sa} = 0; r_{sa} = R_{OFF}; \\ \text{если } ga(t) = -1, \text{ то } u_{sa} = -U; r_{sa} = r + 2 \cdot R_{ON}; \\ \text{если } (ga(t) = 0) \& (ga(t - h) = -1), \\ \text{то } \begin{cases} \text{если } i_{sa} < 0, \text{ то } u_{sa} = E + 2 \cdot U_D; \\ r_{sa} = r + 2 \cdot R_{ON}; \\ \text{если } i_{sa} < 0, \text{ то } u_{sa} = E + 2 \cdot U_D; \\ \text{то } \begin{cases} \text{если } i_{sa} < 0, \text{ то } u_{sa} = 0; r_{sa} = R_{OFF}. \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

При математическом описании динамики переходного процесса ЭПТП принят ряд допущений:

 пневматическая цепь рассматривается как система с сосредоточенными параметрами;

 температура воздуха в емкостях принимается одинаковой и постоянной за время переходного процесса;

 давление воздуха в ресивере *p*0 не изменяется за время переходного процесса;

- отсутствуют утечки из пневмосистемы;

- открытие клапанов происходит мгновенно.

На основе принципиальной схемы ЭПТП (рис. 1) составлена расчетная схема ЭПТП с пропорциональным модулятором, представленная на рис. 3.



Рис. 3. Расчетная схема ЭПТП с пропорциональным модулятором: 1 – пропорциональный модулятор; 2 – соединительный трубопровод; 3 – тормозная камера; V1 – объем управляющей полости модулятора; V2 – объем полости соединительного трубопровода; V3 – объем тормозной камеры; p0 – давление в ресивере; p1 – давление в управляющей полости модулятора; p2 – давление в полости соединительного трубопровода; p3 – давление в тормозной камере Динамическая характеристика наполнения звеньев дроссель-емкость (ДЕ) описывается системой дифференциальных уравнений газодинамических функций, которая в общем случае имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dp_{1}}{dt} = \frac{k \cdot \mu_{1} \cdot f_{1} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{0}}{V_{1}} \cdot \frac{A(p_{0} - p_{1})}{B \cdot p_{0} - p_{1}} - \\ \frac{k \cdot \mu_{2} \cdot f_{2} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{1}}{V_{1}} \cdot \frac{A(p_{1} - p_{2})}{B \cdot p_{1} - p_{2}} - \\ \frac{k \cdot \mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2}}{V_{1}} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{2}}{dt} = \frac{k \cdot \mu_{2} \cdot f_{2} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{1}}{V_{2}} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2}}{V_{2}} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{3})}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{B \cdot p_{2} - p_{3}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{3} + \left(V_{0} - \frac{F^{2}}{C_{\rm np}} \cdot p_{3}\right); \\ \frac{df_{1}}{dt} = \pi D_{\rm BH} \cdot \left(\frac{\pi \cdot r_{\rm m}}{180^{\circ}} \cdot \frac{d\beta}{dt} - \frac{d^{2}h_{\rm m}}{dt^{2}}\right); \\ \frac{d^{2}h_{\rm m}}{dt^{2}} = \frac{(p_{1} - p_{\rm Haq}) + F_{\rm 30H} - F_{\rm Tp}}{C_{\rm np}}, \end{cases}$$
(5)

где k – показатель адиабаты, k = 1,4;  $\mu_1$  – коэффициент расхода пневмосопротивления клапана модулятора; µ<sub>2</sub> - коэффициент расхода пневмосопротивления трубопровода; µ3 – коэффициенты расхода пневмосопротивления тормозной камеры;  $f_1$  – площадь поперечного сечения клапана модулятора;  $f_2$  – площадь поперечного сечения трубопровода;  $f_3$  – площадь поперечного сечения тормозной камеры; V<sub>кр</sub> – критическая скорость,  $V_{\rm kp} = \sqrt{kRT}$ , R – газовая постоянная, для воздуха  $R = 287,14 \text{ м}^2/(\text{c}^2 \cdot \text{K}); T$  – абсолютная температура воздуха перед дросселем; А и В - коэффициенты аппроксимации газодинамических функций,  $A = 0,654, B = 1,13; F_2 - 1,13;$ функция площади диафрагмы тормозной камеры;  $C_{np}$  – жесткость пружины;  $V_0$  – начальный объем тормозной камеры;  $D_{\rm вп}$  – диаметр впускного клапана;  $r_{\rm m}$  – радиус шестерни;  $h_{\rm n}$  – перемещение пневмопоршня;  $p_{\rm hay}$  – давление, при котором начинает перемещаться пневмопоршень; F<sub>зол</sub> – сила, действующая на пневмопоршень от золотника; F<sub>тр</sub> – сила трения между пневмопоршнем и корпусом.

Динамическая характеристика в случае опорожнения описывается аналогичной системой дифференциальных уравнений газодинамических функций



Рис. 4. Расчетная динамическая характеристика контура ЭПТП с пропорциональным модулятором

$$\begin{cases} \frac{dp_{1}}{dt} = -\frac{k \cdot \mu_{1} \cdot f_{1} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{1}}{V_{1}} \cdot \frac{A(p_{1} - p_{0})}{B \cdot p_{1} - p_{0}} + \\ + \frac{k \cdot \mu_{2} \cdot f_{2} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2}}{V_{1}} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{1})}{B \cdot p_{2} - p_{1}} + \\ + \frac{k \cdot \mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{3}}{V_{1}} \cdot \frac{A(p_{3} - p_{2})}{B \cdot p_{3} - p_{2}}; \\ \frac{dp_{2}}{dt} = \frac{k \cdot \mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{3}}{V_{2}} \cdot \frac{A(p_{3} - p_{2})}{B \cdot p_{3} - p_{2}} - \\ - \frac{k \cdot \mu_{2} \cdot f_{2} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{2}}{V_{2}} \cdot \frac{A(p_{2} - p_{1})}{B \cdot p_{2} - p_{1}}; \\ \frac{dp_{3}}{dt} = -\frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{3} \cdot \frac{A(p_{3} - p_{2})}{B \cdot p_{3} - p_{2}} - \\ - \frac{\mu_{3} \cdot f_{3} \cdot V_{\rm kp} \cdot p_{3} \cdot \frac{A(p_{3} - p_{2})}{B \cdot p_{3} - p_{2}}; \\ \frac{df_{1}}{dt} = \pi D_{\rm BH} \cdot \left(\frac{\pi \cdot r_{\rm m}}{180^{\circ}} \cdot \frac{d\beta}{dt} - \frac{d^{2}h_{\rm n}}{dt^{2}}\right); \\ \frac{d^{2}h_{\rm n}}{dt^{2}} = \frac{(p_{1} - p_{\rm Haq}) + F_{\rm 300} - F_{\rm rp}}{C_{\rm np}}. \end{cases}$$
(6)

Расчетная динамическая характеристика пропорционального модулятора электроннопневматической тормозной системы представлена на рис. 4.

Выполнение математического моделирования контура ЭПТП и сравнение с экспериментальными данными показало высокое схождение результатов. Применение в контуре ЭПТП разработанного пропорционального модулятора позволяет выполнить нормативные международные требования, обеспечить высокое быстродействие и качество следящего действия, а также реализовать различное сочетание функций (ЭПТП – РТС – АБС и т.д.) активной безопасности транспортного средства.

#### Выводы

Разработана математическая модель контура ЭПТП с пропорциональным модулятором.

Проведенное с ее помощью математическое моделирование динамических процессов показало высокую степень адекватности данной математической модели. Сравнение экспериментальных исследований аналогичного контура ЭПТП и полученных с помощью математической модели обеспечивает погрешность не более 3%. Это позволяет на стадии проектирования ЭПТП определять его динамические характеристики по быстродействию и оценивать качество следящего действия такой системы активной безопасности.

## Литература

- Клюшкин Г.Г., Галамин В.А., Перфильев В.С., Кравцов Н.В. Электронная тормозная система Кнорр-Бремзе шаг к новому уровню активной безопасности грузового автотранспорта // Грузовик. Изд-во «Машиностроение». 2002. № 9. С. 43 45.
- Пат. 36321 Україна, МПК В60Т 8/36 Пропорціональний модулятор електроннопневматичної гальмівної системи: Пат. 36321 Україна, МПК В60Т 8/36; Туренко А.Н., Ломака С.Й., Клименко В.І., Рижих Л.О., Тишковець С.В., Чебан А.А., Красюк О.М. № 200805078; Заявл. 21.04.2008; Опубл. 27.10.2008. 7 с.
- Нейдорф Р.А., Солоха А.А. Исследование возможностей квазиоптимального по быстродействию управления шаговым двигателем // Детерминированные системы. – 2006. – №2(12). – С. 111 – 119.
- Метлюк Н.Ф., Автушко В.П. Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей. – М: Машиностроение, 1980. – 232 с.

Рецензент: А.В. Бажинов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 10 апреля 2009 г.