

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ БАГАТОЛАНКОВИХ АВТОПОЇЗДІВ, ЩО МАЮТЬ ПЕРЕКОС МОСТІВ ТА ЕКСЦЕНТРИСИТЕТ ЦЕНТРІВ МАС ЛАНОК

**В.М. Поляков, доцент, к.т.н., О.М. Тімков, доцент, к.т.н.,
Д.Ю. Приходченко, аспірант, В.Г. Гаращенко, інженер, НТУ «КАДІ»**

Анотація. Розроблено універсальну плоску математичну модель руху багатоланкового автопоїзда, що має перекос мостів та ексцентриситет центру мас кожної ланки. Диференціальні рівняння руху складені на основі загальних теорем механіки: про зміну головного вектора і головного моменту кількості руху.

Ключові слова: автопоїзд, перекос мостів, ексцентриситет, математична модель, конструктивні фактори, експлуатаційні фактори.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МНОГОЗВЕННЫХ АВТОПОЕЗДОВ, КОТОРЫЕ ИМЕЮТ ПЕРЕКОС МОСТОВ И ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ ЦЕНТРОВ МАСС ЗВЕНЬЕВ

**В.М. Поляков, доцент, к.т.н., А.Н. Тимков, доцент, к.т.н., НТУ, Д.Ю. Приходченко,
аспирант, НТУ, В.Г. Гаращенко, инженер, НТУ «КАДИ»**

Анотация. Разработана универсальная плоская математическая модель движения многозвенного автопоезда, который имеет перекос мостов и эксцентриситет центров масс каждого звена. Дифференциальные уравнения движения составлены на основе общих теорем механики: об изменении главного вектора и главного момента количества движения.

Ключевые слова: автопоезд, перекос мостов, эксцентриситет, математическая модель, конструктивные факторы, эксплуатационные факторы.

MATHEMATICAL MODELING OF MULTI-TRUCK WITH BUCKLE BRIDGES AND CENTER OF MASS ECCENTRICITY LINKS

**V. Poljakov, associate professor, cand. eng. sc., A. Timkov, associate professor, cand.
eng. sc., D. Prihodchenko, post graduate student, V. Garashenko, engineer, NTU
“KAHI”**

Abstract. A universal mathematical model of the plane motion of multilink articulated vehicle which has skewed bridges and the eccentricity of the centers of mass of each link is developed. Differential equations of motion are based on general theorems of mechanics: to change the main vector and principal moment of momentum.

Key words: multi-truck, buckle bridges, eccentricity, mathematical model, design factors, operational factors.

Вступ

Досвід експлуатації автопоїздів показує, що характер їх руху залежить від багатьох факторів. При русі по криволінійних траєкторіях

спостерігається розбіжність колій тягача і причіпних ланок автопоїзда, що погіршує маневреність транспортного засобу і вимагає збільшеної ширини проїзної частини дороги. На характер руху ланок автопоїзда впливає

зміна конструктивних і експлуатаційних факторів (наприклад, при несиметричному розташуванні вантажу (ексцентриситет центрів мас), різному тиску повітря в шинах, зміні величини зазору в тягово-зчіпному пристрої, зміні розташування точки зчипки, перекосі і зсуві осей). Для визначення якісної оцінки впливу конструктивних і експлуатаційних факторів на характер руху ланок автопоїзда необхідно провести теоретичні та експериментальні дослідження.

Аналіз публікацій

Експлуатаційні властивості автопоїздів досліджували Д.А. Антонов, С.С. Атаев, В.Г. Вербицкий, Я.Х. Закин, Э.Н. Ибрагимов, А.П. Ковпаков, Л.Г. Лобас, М. Мичке, С.Я. Марголис, В.П. Сахно, Я.Е. Фаробин, Д.Р. Эллис та інші вітчизняні і закордонні вчені. У роботах цих дослідників досить глибоко вивчені питання маневреності та керуваності автопоїздів залежно від конструктивних параметрів транспортного засобу [1–3], а також залежно від експлуатаційних факторів (дорожніх умов, режимів руху та ін.) [2–4]. Не багато робіт з дослідження впливу зміни параметрів конструкції, що виникають у експлуатації (наприклад, порушень установки мостів, зміщення точки зчипки ланок автопоїзда та ін.), на експлуатаційні властивості автопоїзда.

Мета роботи та постановка задачі

Маємо на меті розробку плоскої математичної моделі руху багатоланкового автопоїзда, яка б дозволяла теоретично досліджувати вплив параметрів компоновальної схеми, режимів руху та технічного стану на експлуатаційні властивості автопоїзда.

Розробка математичної моделі

При розробці плоскої математичної моделі руху за основу було обрано узагальнену компоновальну схему автопоїзда [4] та взяті до уваги результати робіт Лобаса Л.Г. [5, 6].

У наведеній схемі автопоїзд здійснює плоско паралельний рух. Відомо, що такий рух твердого тіла складається з поступального руху, при якому всі точки тіла рухаються зі швидкістю полюса, і обертального руху навколо цього полюса. При цьому кутова швидкість не залежить від вибору полюса [7].

Швидкість точки C_0 при плоско паралельному русі тягача по рухомому базису i_0, j_0 (орти осей x_0, y_0) визначається за формулою

$$v_{C_0} = i_0 v + j_0 u.$$

Складові швидкості центра мас підкатного візка визначено

$$\begin{aligned} v_1 &= v_0 \cos \varphi_1 - (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) \sin \varphi_1, \\ u_1 &= v_0 \sin \varphi_1 + (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) \cos \varphi_1 - \\ &\quad - \omega_1 (e + f). \end{aligned} \quad (1)$$

Складові швидкості центра мас напівпричепа записані у вигляді

$$\begin{aligned} v_2 &= v_0 \cos(\varphi_2 + \varphi_1) - (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) * \\ &\quad * \sin(\varphi_2 + \varphi_1) + \omega_1 (e + f - g) \sin \varphi_2, \\ u_2 &= v_0 \sin(\varphi_2 + \varphi_1) + (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) * \\ &\quad * \cos(\varphi_2 + \varphi_1) - \omega_1 (e + f - g) \cos \varphi_2 - \omega_2 h. \end{aligned} \quad (2)$$

Величини $v, u, \omega, \varphi_1, \varphi_2$ можна визначити з динамічних рівнянь руху автопоїзда, координати центра мас і курсовий кут тягача – за допомогою кінематичних рівнянь.

$$\begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos \vartheta_0 - u_0 \sin \vartheta_0; \\ \dot{y} = v_0 \sin \vartheta_0 + u_0 \cos \vartheta_0; \\ \dot{\vartheta}_0 = \omega_0. \end{cases} \quad (3)$$

Для складання диференціальних рівнянь руху автопоїзда використано метод квазікоординат. Рівняння руху складено відносно величин v, u, ω – параметрів руху тягача на основі теореми про зміну головного вектора сил $\vec{K}$ і головного моменту $\vec{G}$ кількості руху, що виражені через кінетичну енергію T [7]. Перехід до квазішвидкостей дозволяє розділити змінні в такій динамічній системі на дві підсистеми меншої розмірності, які інтегруються послідовно.

$$\begin{cases} K = \text{grad}_{\vec{v}} T; \\ G = \text{grad}_{\vec{\omega}} T; \end{cases} \quad \begin{cases} K_i = \frac{\delta T}{\delta v_i}; \\ G_i = \frac{\delta T}{\delta \omega_i}; \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3),$$

де $\vec{v}$ – абсолютна швидкість; $\vec{\omega}$ – абсолютна кутова швидкість.

Для визначення кутів складання причіпних ланок автопоїзда φ_1, φ_2 , які є голономними координатами, достатньо записати рівняння Лагранжа другого роду. Згідно з відомими рекомендаціями [5, 6] після заміни третього рівняння в системі (4) та першого в системі (5) лінійними комбінаціями рівнянь для $\omega, \varphi_1, \varphi_2$ отримано систему рівнянь, що описує рух автопоїзда у загальному вигляді

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta v_0} - \omega_0 \frac{\delta T}{\delta u_0} = F_{x_0}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta u_0} + \omega_0 \frac{\delta T}{\delta v_0} = F_{y_0}; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \omega_0} + \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_1} \right) + v_0 \frac{\delta T}{\delta u_0} - u_0 \frac{\delta T}{\delta v_0} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_1} = \\ = M_{\vartheta_0} + M_{\varphi_1}; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_1} - \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\delta T}{\delta \varphi_1} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = M_{\varphi_1} - M_{\varphi_2}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_2} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = M_{\varphi_2}. \end{cases} \quad (4)$$

де F_{x_0}, F_{y_0} – проекції головного вектора $\vec{F}$ на рухомі осі x_0 та y_0 відповідно; $M_{\vartheta_0}, M_{\varphi_1}, M_{\varphi_2}$ – узагальнені моменти на відповідних координатах; $M_{\vartheta_0} = \text{mom}_{C_0 z_0} F$, $M_{\varphi_1} = -\text{mom}_{S_0 z_1} (F_1 + F_2)$, $M_{\varphi_2} = -\text{mom}_{S_1 z_2} F_2$.

Отримати вирази для сил і моментів, що діють на ланки автопоїзда, стає можливим, якщо розглянути їх відповідні схеми. На рис. 1, як приклад, наведено схему сил, що діють на осі автомобіля-тягача та підкатного візка при наявності перекосу мостів та ексцентриситету центрів мас.

Кінетичну енергію автопоїзда можна представити у вигляді суми кінетичних енергій його ланок.

$$T = \frac{1}{2} \left(m_0 V_{C_0}^2 + I_0 \dot{\vartheta}_0^2 + m_1 V_{C_1}^2 + I_1 \dot{\vartheta}_1^2 + m_2 V_{C_2}^2 + I_2 \dot{\vartheta}_2^2 \right). \quad (5)$$

На підставі (1)–(3) отримують вирази для визначення змінних, що характеризують рух автомобіля-тягача (складових лінійної швидкості v та u , кутової швидкості ω) і причіпних ланок автопоїзда (кутів складання відповідно підкатного візка φ_1 та напівпричепа φ_2).

Зазначені вирази разом з системою рівнянь (4) складають математичну модель руху триланкового автопоїзда обраної компоновальної схеми, у якому присутній перекося мостів та ексцентриситет центрів мас.

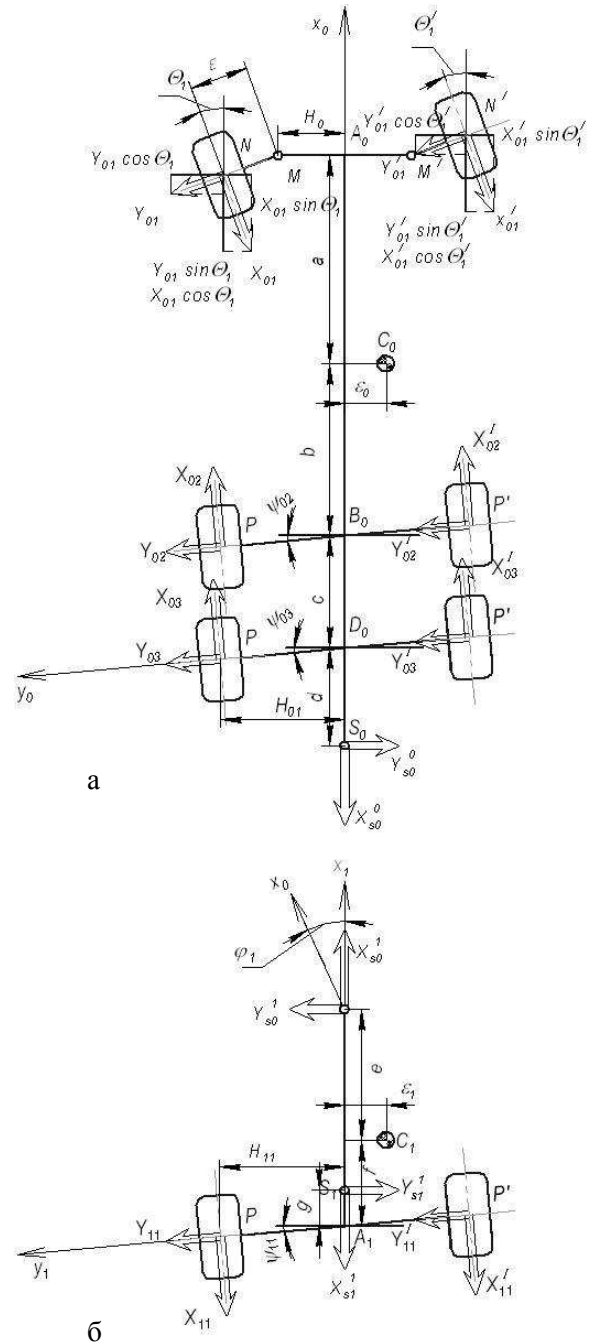


Рис. 1. Схема сил, що діють на осі автомобіля-тягача (а) та підкатного візка (б) при наявності перекосу мостів та ексцентриситету центрів мас ланок

Подальша робота буде присвячена проведенню теоретичних досліджень впливу величини та характеру перекосу мостів та ексцентриситетів центрів мас багатоланкового авто-

поїзда на показники його стійкості та маневреності в різних режимах руху.

Висновок

Розроблено універсальну плоску математичну модель руху багатоланкового автопоїзда з тривісним напівпричепом та одновісним опорним підкатним візком, яка дозволяє проводити теоретичні дослідження впливу величини та характеру перекосу мостів та ексцентриситету центрів мас ланок автопоїзда на його експлуатаційні властивості, зокрема на маневреність та стійкість з урахуванням параметрів компонування схеми та режимів руху.

Література

1. Закин Я.Х. Маневренность автомобиля и автопоезда. – М.: Транспорт, 1986. – 137 с.
2. Фаробин Я.Е., Щупляков В.С. Оценка эксплуатационных свойств автопоездов для международных перевозок. – М.: Транспорт, 1983. – 200 с.
3. Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
4. Поляков В.М., Тімков О.М., Приходченко Д.Ю., Файчук М.І. Математичне моделювання руху багатоланкових автопоїздів // Вісник СНУ імені Володимира Даля. Науковий журнал – Луганськ: ВСНУ. – 2009. – №11 (141). – С. 145–151.
5. Лобас Л.Г. Математическая модель связанных систем с качением // Прикл. механика. – 1986. – 20, №6. – С. 80–87.
6. Лобас Л.Г. Неголономные модели колесных экипажей. – К.: Наук. думка, 1986. – 232 с.
7. Федута А.А., Чигарев А.В., Чигарев Ю.В. Теоретическая механика и методы математики: Учебное пособие. – Минск.: УП «Технопринт», 2000. – 504 с.

Рецензент: М.А. Подригало, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 20 липня 2009 р.