

УДК 656.015

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ МОДЕЛЕЙ ДИСКРЕТНОГО ВИБОРУ ПАСАЖИРАМИ ШЛЯХУ ПЕРЕСУВАННЯ

П.Ф. Горбачов, доцент, д.т.н., О.В. Макаричев, доцент, к.ф.-м.н., О.В. Свічинська, магістр, ХНАДУ, С.В. Свічинський, інженер, ВАТ «ХПАС»

Анотація. Розглянуто принципи побудови та математичний апарат основних видів моделей дискретного вибору пасажиром шляху пересування громадським транспортом у містах. Наведено приклад розрахунку імовірності вибору шляху за стандартною логіт-моделлю. Виділено основні особливості розглянутих моделей та визначено напрями подальших досліджень.

Ключові слова: імовірність вибору шляху, модель дискретного вибору, корисність, функція щільності, похибка, альтернатива.

АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ДИСКРЕТНОГО ВЫБОРА ПАСАЖИРАМИ ПУТИ СЛЕДОВАНИЯ

П.Ф. Горбачев, доцент, д.т.н., О.В. Макаричев, доцент, к.ф.-м.н., О.В. Свичинская, магистр, ХНАДУ, С.В. Свичинский, инженер, ОАО «ХПАС»

Аннотация. Рассмотрены принципы построения и математический аппарат основных видов моделей дискретного выбора пассажирами пути следования маршрутным транспортом в городах. Приведен пример расчета вероятности выбора пути по стандартной логит-модели. Выделены основные особенности рассмотренных моделей и определены направления дальнейших исследований.

Ключевые слова: вероятность выбора пути, модель дискретного выбора, полезность, функция плотности, ошибка, альтернатива.

ANALYSIS OF UP-TO-DATE MODELS OF ROUTE DISCRETE CHOICE BY PASSENGERS

P. Gorbachiov, Associate Professor, Doctor of Technical Science, A. Makarichev, Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Science, O. Svichinskaya, master, KhNAHU, S. Svichinskiy, engineer, «KhBSE» Public Corporation

Abstract. The article deals with the principles of composing and mathematical tools of main types of discrete route choice model by passengers in cities. The example of trip probability calculation of standard logit-model is given. The main peculiarities of discrete choice models are shown and the areas for further research are specified.

Key words: trip probability, discrete choice model, utility, density function, error, alternative.

Вступ

Пересування є необхідним елементом життєдіяльності людини. Вже багато років транспорт спрощує реалізацію цього процесу, але обов'язковою умовою якісної роботи пасажирського транспорту є використання сучасних методів моделювання транспортних процесів, спрямованих на удосконалення технології перевезень пасажирів.

Основну частину серед існуючих методів моделювання складають математичні методи, до яких також відносяться і моделі дискретного вибору, тобто вибору рішення зі скінченної кількості набору альтернатив. Основною задачею при створенні моделей є визначення раціонального розподілу потоку пасажирів по маршрутній мережі [1]. Західні вчені також розглядають задачі розподілу пасажиропотоків поміж транспортом загального користування

та індивідуальним транспортом [2]. В їх розумінні розвиток маршрутного пасажирського транспорту є загально визнаною та найбільш ефективною мірою оптимізації використання простору вулично-дорожньої мережі, але при цьому він повинен бути реальною альтернативою індивідуальному транспорту [2].

В наш час велика кількість транспортних підприємств та конкуренція між ними суттєво впливають на показники якості перевезення, до яких відносяться доступність, безпека та комфорт, котрі в існуючих моделях не можуть бути враховані. Також для більшості моделей не є властивим повне та результативне вирішення питання переходу від привабливості шляху до імовірності його вибору. Тому удосконалення моделей поведінки пасажирів у маршрутній системі є дуже актуальним напрямом досліджень.

Аналіз публікацій

Математичні моделі вибору варіанта шляху пересування, що розглядаються у даній роботі, призначені для розрахунку імовірності вибору тієї або іншої альтернативи певним індивідуумом. Можна виділити два основних класи математичних моделей за визначенням шуканої імовірності: калібрувальні моделі та моделі дискретного вибору. Калібрувальні моделі є характерними для початкових етапів розвитку транспортної науки [3]. Загальний підхід до побудови цих моделей ґрунтується на прагненні до отримання практично припустимих значень імовірності

$$P_i = \frac{x_i}{\sum_{k=1}^n x_k}, \quad (1)$$

де P_i – імовірність використання i -го варіанта шляху прямування; x_i – деяка характеристика i -го варіанта шляху, що відображає його привабливість; n – кількість реальних альтернатив при виборі варіанта шляху прямування.

Основним недоліком більшості моделей цього класу є відсутність методики отримання виду функції, що відповідає реальному вибору пасажирів. Іншими словами, ці моделі носять апріорний характер і не можуть гарантувати точності транспортних розрахунків.

Найбільш сучасними є моделі дискретного вибору, які поділяються на дві групи залежно

від кількості альтернатив: дві альтернативи породжують моделі бінарного вибору, три та більше – моделі множинного вибору (MNL, тобто мультиноміальні моделі) [4]. Моделі дискретного вибору ґрунтуються на мікроекономічній теорії, що визначає таку поведінку індивідуума, при якій він завжди обирає із заданої множини альтернатив ту, яка створює максимальну корисність [1]. До прикладів застосування моделей дискретного вибору також можна віднести вирішення таких питань як: до якого коледжу вступити, яку машину краще купити, який вид транспорту (особистий автомобіль, автобус, трамвай) обрати, щоб дістатися до роботи та ін. [5]. Але перші моделі були розроблені МакФадденом та Бенном Аківіою саме для транспортного планування [6, 7]. Їх суть полягає у тому, що при розгляді великої кількості альтернативних шляхів кожному з них присвоюється деяка величина, яка називається корисністю (або узагальненою вартістю) та залежить від параметрів, що характеризують цей шлях (час пересування, кількість пересаджень, комфортність та ін.) [1]. Припускається, що імовірність вибору альтернативи визначається значенням корисності. При цьому також вважається, що кожний індивідуум, обираючи шлях, мінімізує свої суб'єктивні витрати, тобто максимізує свою індивідуальну корисність.

Специфікація моделей дискретного вибору

Моделі дискретного вибору тісно пов'язані з теорією корисності, яка розвивалася паралельно з ними як можливість пояснення спостережуваної поведінки індивідуума [4]. Через те що дослідник не може мати вичерпної інформації про всі елементи, що впливають на вибір індивідуума, корисність розділяють на дві складові [2, 6]. Перша вимірюється спостережуваною частиною V_{ij}

$$V_{ij} = V(a_{ij}, I_i), \quad (2)$$

де a_{ij} – вектор властивостей для обраної індивідуумом i -ї альтернативи j ; I_i – вектор характеристик індивідуума i .

Автори [2, 6] використовують для спрощення цього виразу відповідну векторозначну функцію f , яка визначає новий вектор властивостей, враховуючи a_{ij} та I_i

$$x_{ij} = f(a_{ij}, I_i), \quad (3)$$

після чого вираз (2) набуває вигляду

$$V_{ij} = V(x_{ij}). \quad (4)$$

Оскільки функція f детермінована, лінійний вид виразу (4) записують як [6, 7]

$$V_{ij} = \sum_k \beta_k x_{ijk} = \beta x_{ij}, \quad (5)$$

де β – вектор параметрів; x_{ij} – вектор характеристик індивідуума i та властивостей альтернативи j ; $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, J$ (n – кількість індивідуумів, J – кількість альтернатив, занумерованих довільним чином) [4, 8].

Друга складова вимірюється випадковою частиною ε_{ij} , яка відображає вплив всіх факторів, що справляють малопомітну дію на вибір індивідуума, а також враховує можливі похибки, зроблені при проведенні спостережень або формуванні математичного апарату моделювання [2, 6]. Враховуючи (5), функція корисності набуває наступного векторного вигляду

$$U_{ij} = x_{ij}\beta + \varepsilon_{ij}. \quad (6)$$

Теорія корисності базується також на припущенні, що корисність від альтернативи, яку обрав індивідуум, є найбільшою, у порівнянні з іншими альтернативами. Імовірність цього вибору записують у вигляді

$$P_{ij} = P\{U_{ij} \geq U_{ir}, \forall r = 1, \dots, J\}, \quad (7)$$

де U_{ir} – поточне значення корисності з набору альтернатив.

Підстановка (6) у (7) дозволяє одержати наступну залежність для імовірності вибору:

$$P_{ij} = P\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{ir} - \varepsilon_{ij} \leq x_{ij}\beta - x_{ir}\beta, \\ \forall r = 1, \dots, J \end{array} \right\}, \quad (8)$$

Для розв'язання представлений вираз записується в інтегральному вигляді

$$P_{ij} = \int_D f(\varepsilon_{ij}) d\varepsilon_{ij}, \quad (9)$$

де D – область інтегрування.



Рис. 1. Графік кумулятивної функції та функції щільності розподілу екстремальних значень: — — кумулятивна функція розподілу екстремальних значень $F(\varepsilon_{ij})$; - - - - функція щільності $f(\varepsilon_{ij})$

Пробіт-моделі, як бінарні, так і мультиноміальні, базуються на припущенні про нормальний розподіл випадкової складової. Змішані логіт-моделі базуються на припущенні, що випадкова складова корисності складається з частини, що задовольняє будь-якому розподілу, заданому дослідником, та частини, де похибки є незалежні та однаково розподілені за розподілом екстремальних значень типу I, як в логіт-моделі [2, 4–6, 9]. Пробіт та змішані логіт-моделі не мають закритої форми інтеграла, тому можуть бути оцінені тільки за допомогою спеціальних комп'ютерних програм [2, 4–6, 9].

Після виконання математичних перетворень стандартна логіт-модель набуває наступного вигляду [6, 7]

$$P_{ij} = \frac{e^{x_{ij}\beta}}{\sum_{r=1}^J e^{x_{ir}\beta}}. \quad (12)$$

Представлена мультиноміальна модель базується на припущенні про незалежність імовірності від сторонніх альтернатив. Таке припущення означає, що відношення імовірностей двох альтернатив залежить тільки від характеристик цих альтернатив і не залежить від інших [4, 6, 9]:

$$\frac{P_{ij}}{P_{ir}} = \frac{e^{x_{ij}\beta}}{e^{x_{ir}\beta}} = e^{\beta(x_{ij}-x_{ir})}. \quad (13)$$

Це, з одного боку, є привабливою властивістю, тому що робить використання логіт-моделі достатньо простим у розрахунках [4, 6, 9], а з іншого – додає серйозних недоліків у випадку, коли спостережувані і неспостережувані властивості корисності залежні одна від одної, тобто неспостережувані компоненти корисності можуть корелювати серед альтернатив, що, в свою чергу, може привести до зміщення параметрів корисності та до похибок прогнозу [4]. Однак логіт-модель залишається досить популярною в багатьох дисциплінах та вважається достатньо простою моделлю, що має високу стійкість до похибок.

Змішана логіт-модель, на відміну від стандартної моделі, забезпечує врахування впливу сторонніх альтернатив на імовірність вибору інших альтернатив. Через наведені вище особливості змішаної моделі її ще називають моделлю випадкових параметрів, в якій всі коефіцієнти є випадковими [4, 9]. Вираз корисності (6) в цьому випадку має вигляд

$$U_{ij} = x_{ij}\beta_i + \varepsilon_{ij} = x_{ij}(\beta + \theta_i) + \varepsilon_{ij}, \quad (14)$$

де β – середнє значення коефіцієнта; θ_i – випадкові значення, які охоплюють неспостережувані індивідуальні характеристики (наприклад, вподобання).

Оскільки друга частина представленої моделі має похибки ε_{ij} , які незалежні та однаково розподілені за розподілом екстремальних значень типу I, імовірність вибору альтернативи j дорівнює

$$P_{ij} = \frac{e^{x_{ij}\beta_i}}{\sum_{r=1}^J e^{x_{ir}\beta_i}}. \quad (15)$$

Через те що дослідник не може знати вподобань кожного індивідуума, коефіцієнти варіюються серед населення з щільністю $f(\beta_i | \beta, \theta)$, (β – середнє значення; θ – параметри розподілу середньоквадратичного відхилення вподобань населення) [4]. Імовірність вибору записується у вигляді інтеграла від виразу (15) за всіма можливими значеннями β_i , зваженими за щільністю β_i

$$P_{ij} = \int \frac{e^{x_{ij}\beta_i}}{\sum_{r=1}^J e^{x_{ir}\beta_i}} f(\beta_i) d\beta_i. \quad (16)$$

Отриманий інтеграл неможливо обчислити аналітично. Зазвичай він може бути оцінений за допомогою методу Монте-Карло або квазі Монте-Карло [6, 8, 9].

Пробіт-модель є досить схожою на змішану модель, але в ній всі випадкові елементи, коефіцієнти та похибки за припущенням мають нормальний розподіл [6, 8, 9].

Здебільшого модель найбільше застосовується в економічній галузі та біологічних дослідженнях. Головною її перевагою є властивість охоплювати всі кореляції серед альтернатив. Через це вираз корисності для пробіт-моделі має наступний векторний вигляд

$$U_i = V_i + \varepsilon_i, \quad (17)$$

де U_i , V_i та ε_i – вектори розмірності $J_i \times 1$ (J_i – кінцевий набір альтернатив для індивідуума i); ε_i – транспонований вектор-стовбець похибок, $\varepsilon_i = [\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{iJ}]^T$, який має багатомірний нормальний розподіл з вектором середніх значень, рівним нулю, та коваріаційною матрицею $M_{\text{ков}i}$ розмірністю $J_i \times J_i$ [6].

Імовірність вибору альтернативи j індивідуумом i з усього набору альтернатив дорівнює [6]

$$P_{ij} = P(U_{ir} - U_{ij} \leq 0, \forall r \in J_i). \quad (18)$$

Для визначення остаточного виразу для імовірності користуються властивостями багатовимірному нормального розподілу. Через те що у пробіт-моделі всі випадкові елементи, коефіцієнти та похибки мають нормальний розподіл, згідно з властивостями багатовимірному нормального розподілу [6], існує така $(J_i - 1 \times J_i)$ матриця A_j , що

$$A_j U_i \sim N(A_j V_i, A_j M_{\text{кові}} A_j^T), \quad (19)$$

де V_i – вектор середніх значень U_i ; $M_{\text{кові}}$ – коваріаційна матриця U_i ; A_j^T – матриця, транспонована до A_j .

За такої умови функція щільності при багатовимірному розподілі має вигляд [6]

$$f_j(x) = \lambda e^{-\frac{1}{2}(x - A_j V_i)^T (A_j M_{\text{кові}} A_j^T)^{-1} (x - A_j V_i)}, \quad (20)$$

$$\lambda = (2\pi)^{-\frac{J_i - 1}{2}} |A_j M_{\text{кові}} A_j^T|^{-1/2}, \quad (21)$$

де $|A_j M_{\text{кові}} A_j^T|$ – визначник матриці $A_j M_{\text{кові}} A_j^T$; $(A_j M_{\text{кові}} A_j^T)^{-1}$ – матриця, обернена до матриці $A_j M_{\text{кові}} A_j^T$.

Враховуючи вираз (18), імовірність вибору індивідуумом i альтернативи j дорівнює [6]

$$P_{ij} = \int_{-\infty}^0 \dots \int_{-\infty}^0 f_j(x) dx_1 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_{J_i}. \quad (22)$$

Найбільшим недоліком цієї моделі є те, що отриманий інтеграл імовірності важко обчислювати навіть за невеликої кількості альтернатив.

Найбільше розповсюдження серед існуючих форм дискретних моделей вибору в транспортних дослідженнях отримала стандартна логіт-модель. Змішані логіт та пробіт-моделі мають у транспортному плануванні виключно теоретичний характер за рахунок того, що їх практичне використання досить ускладнене та потребує дуже складних обчислювальних методів для визначення імовірності вибору альтернативи.

Для оцінки стандартних моделей дискретного вибору використовують в основному ме-

тод максимальної правдоподібності, логарифмічна функція якого дорівнює [8]

$$l(\beta, x) = \ln(L(\beta, x)), \quad (23)$$

де $L(\beta, x) = P_x(\beta)$ – функція правдоподібності при дискретному розподілі випадкової величини β ; x – вектор спостережень.

Оскільки x складається з незалежних випадкових величин, вираз (23) має вигляд

$$l(\beta, x) = \sum_i l_i(\beta_i, x) = \sum_i \ln(P_x(\beta_i)). \quad (24)$$

Цей метод було спеціально розроблено для оцінки параметрів законів розподілу, а з розглянутою задачею збігається лише зовні, що не гарантує достовірності та точності результатів у нашому випадку. Також для розглянутої задачі більш прийнятним було би використання стандартного методу найменших квадратів, який забезпечує мінімальну довжину вектора відхилень між розрахунковими і фактичними значеннями. Він також дозволяє провести обґрунтований аналіз коефіцієнтів і адекватності моделі в цілому та визначити ефективні напрями підвищення точності результату моделювання. Але такий механізм для стандартної логіт-моделі ще не розроблений.

Розрахунок імовірності вибору пасажиром шляху пересування

На основі проведеного аналізу можна зробити висновок, що для транспортних розрахунків практичне значення має лише стандартна логіт-модель. Незважаючи на відносну простоту виразу (12), результати розрахунку імовірності не зовсім очевидні [2]. Тому варто розглянути приклад вирішення задачі бінарного вибору з наступними умовами: пасажир обирає між двома видами транспорту, щоб дістатися роботи. Він має дві альтернативи: альтернатива 1 – обрати метрополітен та альтернатива 2 – обрати автобус. Параметрами альтернатив є час очікування транспортного засобу та вартість проїзду. Розглянемо три різних випадки (спостереження). Як відомо, людина завжди робить свій вибір (свідомо чи несвідомо) спираючись на власні психологічні та соціальні особливості. Так, у першому випадку, коли час очікування автобуса рівний нулю, пасажир обирає альтернативу 2, керуючись саме психологічними особливостями – існує імовірність запізнення на робо-

ту. У другому випадку пасажир знаходиться в майже рівних умовах вибору, тому, виходячи зі свого соціального положення, обирає альтернативу 1. У третьому спостереженні пасажир також, спираючись на психологічні та соціальні міркування, робить вибір на користь альтернативи 1, табл. 1.

Таблиця 1 Дані для розрахунку

Спостереження	Вибір (факт.)	Час очікування, хв.		Ціна, грн.	
		1	2	1	2
1	2	3	0	1,5	2
2	1	1,5	5	1,5	2
3	1	0	10	1,5	2

Користуючись виразом (24), запишемо логарифмічну функцію максимальної правдоподібності для даного прикладу за будь-яких значень β

$$l(\beta_{t,p}) = \ln(P_{21}) + \ln(P_{12}) + \ln(P_{13}), \quad (25)$$

де $\beta_{t,p}$ – вектори параметрів часу очікування t та вартості проїзду p відповідно; P_{21} – імовірність вибору альтернативи 2 у спостереженні 1

$$P_{21} = 1 / (1 + e^{(V_2 - V_1)}), \quad (26)$$

де $V_{1,2}$ – спостережувана корисність альтернатив, що записується у вигляді лінійної функції двох векторів-характеристик – часу очікування $x_t(x_{11}, x_{21})$ та вартості проїзду $y_p(y_{11}, y_{21})$ і двох констант β_t, β_p [2]

$$\begin{aligned} V_1 &= \beta_t x_{11} + \beta_p y_{21}, \\ V_2 &= \beta_t y_{11} + \beta_p x_{21}. \end{aligned}$$

Тоді

$$V_2 - V_1 = \beta_t (y_{11} - x_{11}) + \beta_p (y_{21} - x_{21}). \quad (27)$$

Імовірність вибору альтернативи 1 у спостереженні 1 дорівнює

$$P_{11} = 1 - P_{21}. \quad (28)$$

Підставляючи вираз (26) в (25) з урахуванням (27) та числових даних, отримуємо

$$\begin{aligned} L(\beta_{t,p}) &= 4,5\beta_t + 4\beta_p - \ln\left(e^{[3\beta_t + 1,5\beta_p]} + e^{[2\beta_p]}\right) - \\ &\quad - \ln\left(e^{[1,5\beta_t + 1,5\beta_p]} + e^{[5\beta_t + 2\beta_p]}\right) - \\ &\quad - \ln\left(e^{[1,5\beta_p]} + e^{[10\beta_t + 2\beta_p]}\right). \end{aligned}$$

Після знаходження похідних по β_t та β_p було отримано наступну систему рівнянь

$$\left\{ \begin{aligned} &4,5 - \frac{3e^{3\beta_t + 1,5\beta_p}}{\left(e^{[3\beta_t + 1,5\beta_p]} + e^{[2\beta_p]}\right)} - \\ &\quad - \frac{1,5e^{[1,5\beta_t + 1,5\beta_p]} + 5e^{[5\beta_t + 2\beta_p]}}{\left(e^{[1,5\beta_t + 1,5\beta_p]} + e^{[5\beta_t + 2\beta_p]}\right)} - \\ &\quad - \frac{10e^{[10\beta_t + 2\beta_p]}}{\left(e^{[1,5\beta_p]} + e^{[10\beta_t + 2\beta_p]}\right)} = 0; \\ &4,5 - \frac{1,5e^{3\beta_t + 1,5\beta_p} + 2e^{2\beta_p}}{\left(e^{[3\beta_t + 1,5\beta_p]} + e^{[2\beta_p]}\right)} - \\ &\quad - \frac{1,5e^{[1,5\beta_t + 1,5\beta_p]} + 2e^{[5\beta_t + 2\beta_p]}}{\left(e^{[1,5\beta_t + 1,5\beta_p]} + e^{[5\beta_t + 2\beta_p]}\right)} - \\ &\quad - \frac{1,5e^{[1,5\beta_p]} + 2e^{[10\beta_t + 2\beta_p]}}{\left(e^{[1,5\beta_p]} + e^{[10\beta_t + 2\beta_p]}\right)} = 0. \end{aligned} \right.$$

В результаті вирішення цієї системи за допомогою MS Microsoft Excel було отримано корені рівняння, які мінімізують значення функції правдоподібності $-\beta_t = 0,361$ та $\beta_p = -3,863$. З цими значеннями коефіцієнтів за формулами (26) та (28) було знайдено імовірності вибору, які занесено до табл. 2.

Таблиця 2 Результати розрахунків

Спостереження	Імовірності вибору		Розрахунковий вибір
	1	2	
1	0,953	0,047	1
2	0,661	0,339	1
3	0,157	0,843	2

При порівнянні розрахункових результатів вибору альтернатив з фактичними підтверджується той факт, що розглядувана мультиноміальна модель вибору шляху пересування

має не тільки досить складний математичний апарат, але й практично не враховує індивідуальних психологічних та соціальних особливостей індивідуума. Останній недолік також стосується коефіцієнтів значущості показників якості перевезення у функції привабливості шляху.

Хоча у даному випадку немає сенсу перевіряти інформаційну спроможність отриманої моделі, тому що вона виглядає достатньою, отримані результати лише у дуже приблизному варіанті можуть вважатися достатньо якісним описом фактичних імовірностей, оскільки імовірність вибору альтернативи 1 коливається у межах від 0,157 до 0,953. Та й взагалі, скорочення діапазону варіювання імовірностей також свідчить не на користь стандартної логіт-моделі.

Висновки

Серед усіх моделей дискретного вибору найбільше практичне застосування у транспортному моделюванні знайшла бінарна MNL-модель, яка в кінцевому варіанті виглядає як проста калібрувальна модель з попередньо перетвореними складовими через показову функцію (15). Інші моделі, з транспортної точки зору, носять виключно теоретичний характер та не дозволяють отримувати практично придатних результатів моделювання.

Отримані розробниками дискретного підходу моделі потребують для розрахунку значень коефіцієнтів використання методу максимальної правдоподібності, призначеного виключно для оцінки параметрів розподілу випадкових величин та має з розглянутою задачею лише зовнішню подібність.

Кінцеві результати розробки моделі дискретного вибору досягнуті за рахунок дуже жорстких припущень, таких як припущення про однаковий розподіл випадкових складових всіх факторів вибору шляху пересування, при тому, що ці фактори мають абсолютно різний фізичний зміст. Це не дає можливості вважати розроблений теоретичний апарат надійною основою для моделювання поведінки пасажирів у транспортних системах.

Необхідна розробка нових, достатньо обґрунтованих методів моделювання поведінки

пасажирів у транспортних системах, які дозволять прогнозувати імовірність вибору пасажиром шляху пересування на основі відомих за результатами обстежень фактичних значень імовірностей на всьому діапазоні її можливих значень.

Література

1. Грановский Б.И. Моделирование пассажирских потоков в транспортных системах : Автомобильный и городской транспорт (Итоги науки и техники) / Б.И. Грановский. – М. : ВИНТИ, 1986. – С.67–105.
2. Ortuzar J.D. Modelling Transport. / J.D. Ortuzar, L.G. Willumsen. Third Edition. John Wiley & Sons Ltd, 2006. – 499 p.
3. Ефремов И.С. Теория городских пассажирских перевозок : учеб. пос. для вузов / И.С. Ефремов, В.М. Кобозев, В.А. Юдин. – М. : Высшая школа, 1980. – 535 с.
4. Kjør T. A review of the discrete choice experiment / Trine Kjør. – D.: University Of Southern Denmark, 2005. – 143 p.
5. Ben-Akiva M. Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand (Transportation Studies) / M. Ben-Akiva, S. Lerman. – Massachusetts: MIT Press. – 1985. – 10 p.
6. Ben-Akiva M. Discrete choice models with applications to departure time and route choice / M. Ben-Akiva, M. Bierlaire. – Handbook of Transportation Science, 2003. – 32 p.
7. McFadden D. Modeling the choice of residential location / McFadden Daniel. – Amsterdam: University of California, Berkeley and Yale University, 1977. – 34p.
8. Эконометрия: учеб. для студ. эконом. спец. / В.И. Суслов, Н.М. Ибрагимов, Л.П. Тальшева, А.А. Цыплаков. – Новороссийск : Экфак, 1990. – 740 с.
9. Шандор З. Мультиномиальные модели дискретного выбора / Золт Шандор // Квантиль. Международный эконометрический журнал на русском языке. – 2009. – № 7. – С. 9–19.

Рецензент: М.А. Подригало, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 16 травня 2011 р.