

УДК 629.113.01

## ВЛИЯНИЕ УПРУГИХ И ИНЕРЦИОННЫХ ЗВЕНЬЕВ НА КПД ТРАНСМИССИИ ТРАНСПОРТНО-ТЯГОВЫХ МАШИН

Н.М. Подригало, доц., к.т.н.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

*Аннотация.* Введено понятие – «упругий КПД трансмиссии». Получены аналитические выражения, позволяющие с учетом податливости упругих звеньев определить угловую скорость выходного вала при увеличении нагрузки в трансмиссии (при любом числе ступеней трансформации крутящего момента).

*Ключевые слова:* упругий КПД трансмиссии, крутящий момент двигателя, угловая скорость.

## ВПЛИВ ПРУЖНИХ ТА ІНЕРЦІЙНИХ ЛАНОК НА ККД ТРАНСМІСІЇ ТРАНСПОРТНО-ТЯГОВИХ МАШИН

Н.М. Подригало, доц., к.т.н.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

*Анотація.* Введено поняття – «пружний ККД трансмісії». Отримано аналітичні вирази, що дозволяють із урахуванням піддатливості пружних ланок визначити кутову швидкість вихідного вала за збільшення навантаження у трансмісії (за будь-якого числа ступенів трансформації обертального моменту).

*Ключові слова:* пружний ККД трансмісії, обертальний момент двигуна, кутова швидкість.

## INFLUENCE OF ELASTIC AND INERTIAL PARTS ON TRANSMISSION EFFICIENCY OF THE TRACTIVE VEHICLE

N. Podryhalo, Assoc. Prof., P. D. (Eng.),  
Kharkov National Automobile and Highway University

*Abstract.* The concept – elastic efficiency of transmission is introduced and the condition of its equality to zero is determined. The analytical expressions that allow with taking into account a pliability of elastic parts to determine the angular speed of an output shaft with increasing the load in the transmission (at any number of steps of torque conversion) are obtained.

*Key words:* elastic efficiency of transmission, torque of the engine, angular speed.

### Введение

Трансмиссия – это сложная подсистема, состоящая из инерционных, упругих и диссипативных звеньев. Инерционные звенья – зубчатые колеса, шкивы, муфты, а упругие – валы. При работе трансмиссии упругие звенья накапливают и отдают потенциальную энергию упругих деформаций. В установившемся режиме движения угловые скорости и крутящие моменты на валах колеблются вокруг некоторого среднего значения. Относи-

тельно некоторого среднего значения колеблется и уровень потенциальной энергии упругих звеньев. Таким образом, направление передачи потенциальной энергии упругих деформаций зависит от фазы колебаний крутящего момента двигателя. Тем не менее, при проведении расчетов трансмиссий транспортно-тяговых машин в настоящее время принимается во внимание КПД, учитывающий только диссипативные потери энергии. Представленное исследование показывает необходимость учета взаимосвязи

между податливостью валов многоступенчатой передачи (трансмиссии) и ее коэффициентом полезного действия.

### Анализ публикаций

Построению динамических моделей машинных агрегатов посвящены исследования, результаты которых представлены в работах [1–3]. В работе [4] Л.А. Молибошко привел классификацию моделей, используемых при проведении исследований динамических систем. Описание методов оптимального управления динамическими системами представлено Ю.М. Заболотновым [5]. Исследованию динамических характеристик трансмиссии сельскохозяйственного трактора посвящена работа [6]. В работе [7] нами ранее рассмотрено влияние инерционных звеньев трансмиссии на динамику мобильных машин. Однако в известной литературе не предложены критерии, позволяющие оценить влияние податливости валов на потери мощности в трансмиссии при колебании крутящего момента двигателя.

### Цель и постановка задачи

Целью исследования является улучшение динамических свойств трансмиссий транспортно-тяговых машин путем выбора рациональных параметров упругих звеньев (валов).

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить на примере одно- и двухступенчатого редукторов влияние упругих деформаций валов на потери мощности в трансмиссии в режиме увеличения нагрузок;
- получить аналитические выражения для расчета КПД трансмиссии с учетом инерционных и упругих звеньев.

### Влияние упругих деформаций валов на потери мощности в трансмиссии

Инерционные элементы, к которым относятся вращающиеся детали трансмиссии, оказывают влияние на потери мощности при разгоне транспортно-тяговых машин. Нами ранее [7] предложен критерий – динамический КПД трансмиссии, позволяющий учесть потери мощности двигателя, идущие на разгон вращающихся масс. Мгновенный динамический КПД трансмиссии определяется как [7]

$$\eta_{\text{трмгн}}^{\text{дин}} = 1 - \frac{I_{\text{пр}}^{\text{тр}}}{T_1 \cdot u_{\text{общ}}} \cdot \frac{\partial \omega_{\text{вых}}}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $I_{\text{пр}}^{\text{тр}}$  – приведенный к выходному валу момент инерции трансмиссии;  $T_1$  – крутящий момент на входном валу;  $u_{\text{общ}}$  – общее передаточное число трансмиссии;  $\partial \omega_{\text{вых}} / \partial t$  – угловое ускорение выходного вала.

При определении указанного КПД в работе [7] моменты инерции валов не учитывались ввиду малых размеров их диаметров и, как следствие, – малого влияния на величину общего приведенного момента инерции трансмиссии. Однако, являясь упругими звеньями и имея относительно большие осевые размеры, валы испытывают большие угловые деформации (с высокими скоростями их изменения) в период пуска и резкого увеличения нагрузки. В указанный период валы, за счет резкого изменения угла закручивания, отбирают на себя часть мощности двигателя, передаваемой к выходному валу трансмиссии.

Определим потери мощности двигателя на закручивание валов на примере одно- и двухступенчатого редукторов (рис. 1).

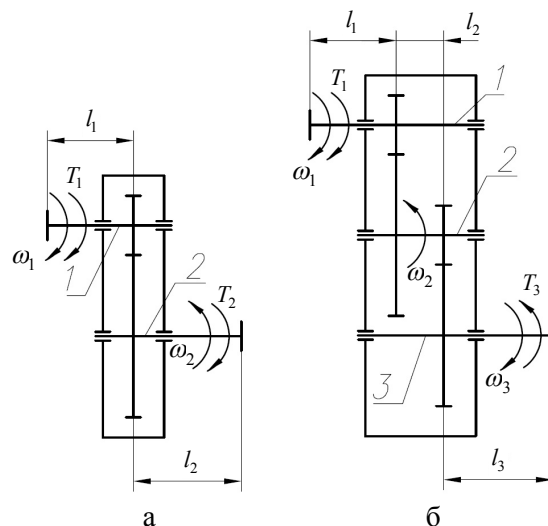


Рис. 1. Кинематические схемы зубчатых редукторов: а – одноступенчатого; б – двухступенчатого

В переходном режиме при нарастающем крутящем моменте угловая скорость на выходном валу одноступенчатого редуктора (рис. 1, а) может быть определена как

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 - \Delta\omega_1}{u_{1-2}} - \Delta\omega_2, \quad (2)$$

где  $\omega_1, \omega_2$  – угловые скорости входного и выходного валов редуктора соответственно;  $\Delta\omega_1, \Delta\omega_2$  – уменьшения угловых скоростей входного и выходного валов, обусловленные их упругой деформацией;  $u_{1-2}$  – передаточное отношение редуктора.

Для двухступенчатого редуктора (рис. 1, б) угловая скорость на выходном валу может быть определена как

$$\omega_3 = \left( \frac{\omega_1 - \Delta\omega_1}{u_{1-2}} - \Delta\omega_2 \right) \frac{1}{u_{2-3}} - \Delta\omega_3, \quad (3)$$

где  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  – угловые скорости входного, промежуточного и выходного валов редуктора соответственно;  $\Delta\omega_1, \Delta\omega_2, \Delta\omega_3$  – уменьшения угловых скоростей входного, промежуточного и выходного валов, обусловленные их упругой деформацией;  $u_{1-2}, u_{2-3}$  – передаточные отношения первой и второй ступеней трансформации крутящего момента редуктора.

Угол закручивания  $i$ -го вала может быть определен с помощью известной формулы (закона Гука для стержня, нагруженного крутящим моментом)

$$\varphi_i = \frac{T_i \cdot l_i}{I_{pi} \cdot G_{упр}}, \quad (4)$$

где  $T_i, l_i$  – крутящий момент и длина участка  $i$ -го вала, нагруженная этим крутящим моментом;  $G_{упр}$  – модуль сдвига (модуль упругости II рода), для стали  $G_{упр} = 0,8 \cdot 10^5$  МПа;  $I_{pi}$  – полярный момент инерции  $i$ -го вала

$$I_{pi} = \frac{\pi \cdot d_i^4}{32}, \quad (5)$$

$d_i$  – диаметр поперечного сечения  $i$ -го вала.

Уменьшение угловой скорости  $i$ -го вала определим как

$$\Delta\omega_i = \frac{\partial\varphi_i}{\partial t} = \frac{l_i}{I_{pi} \cdot G_{упр}} \cdot \frac{\partial T_i}{\partial t}. \quad (6)$$

Диаметры валов на этапе предварительного проектирования определяются по условию обеспечения прочности на кручение по известной формуле

$$d_i = \sqrt[3]{\frac{16T_{i\max}}{\pi[\tau]}}, \quad (7)$$

где  $[\tau]$  – допускаемое касательное напряжение, при расчете стальных валов на кручение принимается  $[\tau] = 25-50$  МПа;  $T_{i\max}$  – максимальный по условию прочности крутящий момент  $i$ -го вала.

Крутящий момент для выходного вала одноступенчатого редуктора и промежуточного вала двухступенчатого редуктора

$$T_2 = T_1 \cdot u_{1-2} \cdot \eta_{1-2}, \quad (8)$$

а для выходного вала двухступенчатого редуктора

$$T_3 = T_2 \cdot u_{2-3} \cdot \eta_2 = T_1 \cdot u_{1-2} \cdot u_{2-3} \cdot \eta_{1-2} \cdot \eta_{2-3}, \quad (9)$$

где  $\eta_{1-2}, \eta_{2-3}$  – мгновенные КПД зубчатых пар первой и второй ступеней редуктора, учитывающие потери на диссипацию энергии.

После преобразований выражений (2) и (3) с учетом (5)–(9) получим

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u_{1-2}} \left[ 1 - \frac{\partial T_1}{\partial t} \cdot \frac{\sqrt[3]{0,5\pi \left( \frac{[\tau]}{T_{1\max}} \right)^4}}{G_{упр} \cdot \omega_1} \left( l_1 + l_2 \sqrt[3]{\frac{u_{1-2}^2}{\eta_{1-2}}} \right) \right], \quad (10)$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_1}{u_{1-2} \cdot u_{2-3}} \left[ 1 - \frac{\partial T_1}{\partial t} \cdot \frac{\sqrt[3]{0,5\pi \left( \frac{[\tau]}{T_{1\max}} \right)^4}}{G_{упр} \cdot \omega_1} \times \left( l_1 + l_2 \sqrt[3]{\frac{u_{1-2}^2}{\eta_{1-2}}} + l_3 \sqrt[3]{\frac{(u_{1-2} \cdot u_{2-3})^2}{\eta_{1-2} \cdot \eta_{2-3}}} \right) \right]. \quad (11)$$

Обобщая полученные результаты, получим зависимость для  $n$ -ступенчатого редуктора

$$\omega_{n+1} = \frac{\omega_1}{u_{\text{общ}}} \left[ 1 - \frac{\partial T_1}{\partial t} \cdot \frac{\sqrt[3]{0,5\pi \left( \frac{[\tau]}{T_{1\text{max}}} \right)^4}}{G_{\text{упр}} \cdot \omega_1} \times \sum_{i=1}^{n+1} \left( l_i \cdot \sqrt[3]{\frac{u_{1-i}^2}{\eta_{1-i}}} \right) \right], \quad (12)$$

где  $u_{1-i}$ ,  $\eta_{1-i}$  – соответственно передаточное число и КПД ступеней трансформации крутящего момента от входного к  $i$ -му валу редуктора,  $u_{1-1} = 1$ ,  $\eta_{1-1} = 1$ .

Следует отметить, что характеристикой изменения крутящего момента входного вала по углу поворота будет

$$\frac{\partial T_1}{\omega_1 \partial t} = \frac{\partial T_1}{\partial \varphi_1}. \quad (13)$$

Полученная аналитическая зависимость (12) позволяет определить угловую скорость выходного вала трансмиссии с учетом податливости ее валов при любом числе ступеней трансформации крутящего момента.

#### Определение КПД трансмиссии с учетом упругих и инерционных звеньев

Общий КПД трансмиссии, учитывающий все виды потерь в режиме разгона и увеличения нагрузки в трансмиссии, может быть определен из следующей зависимости

$$\eta_{\text{тр}} = \frac{T_{\text{вых}} \cdot \omega_{\text{вых}}}{T_1 \cdot \omega_1}, \quad (14)$$

где  $T_{\text{вых}}$ ,  $\omega_{\text{вых}}$  – крутящий момент и угловая скорость выходного вала трансмиссии соответственно.

Крутящий момент на выходном валу можно определить как

$$T_{\text{вых}} = T_1 \cdot u_{\text{общ}} \cdot \eta_{\text{тр}}^{\text{дис}} - I_{\text{пр}}^{\text{тр}} \frac{\partial \omega_{\text{вых}}}{\partial t}, \quad (15)$$

где  $\eta_{\text{тр}}^{\text{дис}}$  – КПД трансмиссии, учитывающий диссипативные потери.

После подстановки в выражение (14) зависимостей (12), (13) и (15), с учетом  $\omega_{\text{вых}} = \omega_{n+1}$ , получим

$$\eta_{\text{тр}} = \left( \eta_{\text{тр}}^{\text{дис}} - \frac{I_{\text{пр}}^{\text{тр}}}{u_{\text{общ}} T_1} \cdot \frac{\partial \omega_{\text{вых}}}{\partial t} \right) \times \left[ 1 - \frac{\partial T_1}{\partial \varphi_1} \cdot \frac{\sqrt[3]{0,5\pi \left( \frac{[\tau]}{T_{1\text{max}}} \right)^4}}{G_{\text{упр}}} \sum_{i=1}^{n+1} \left( l_i \cdot \sqrt[3]{\frac{u_{1-i}^2}{\eta_{1-i}}} \right) \right]. \quad (16)$$

Полученное выражение можно преобразовать к виду

$$\eta_{\text{тр}} = (\eta_{\text{тр}}^{\text{дис}} + \eta_{\text{тр}}^{\text{дин}} - 1) \cdot \eta_{\text{тр}}^{\text{упр}}, \quad (17)$$

где  $\eta_{\text{тр}}^{\text{дин}}$  – динамический КПД трансмиссии,

$$\eta_{\text{тр}}^{\text{дин}} = 1 - \psi_{\text{тр}}^{\text{дин}} = 1 - \frac{I_{\text{пр}}^{\text{тр}}}{u_{\text{общ}} T_1} \frac{\partial \omega_{\text{вых}}}{\partial t}; \quad (18)$$

$\psi_{\text{тр}}^{\text{дин}}$  – коэффициент динамических потерь;

$\eta_{\text{тр}}^{\text{упр}}$  – упругий КПД трансмиссии,

$$\eta_{\text{тр}}^{\text{упр}} = 1 - \frac{\partial T_1}{\partial \varphi_1} \cdot \frac{\sqrt[3]{0,5\pi \left( \frac{[\tau]}{T_{1\text{max}}} \right)^4}}{G_{\text{упр}}} \times \sum_{i=1}^{n+1} \left( l_i \cdot \sqrt[3]{\frac{u_{1-i}^2}{\eta_{1-i}}} \right). \quad (19)$$

Следует заметить, что если  $\eta_{\text{тр}}^{\text{упр}} = 0$ , то общий КПД трансмиссии  $\eta_{\text{тр}}$  тоже равен нулю.

Уравнение (19) можно использовать в проектных расчетах.

Чтобы получить уравнение для проверочного расчета, необходимо при выводе зависимости (12) исключить формулу (7), в результате чего получим зависимость для определения угловой скорости выходного вала  $n$ -ступенчатого редуктора

$$\omega_{n+1} = \frac{\omega_1}{u_{\text{общ}}} \left[ 1 - \frac{\partial T_1}{\partial t} \cdot \frac{32}{\pi \cdot G_{\text{упр}} \cdot \omega_1} \times \sum_{i=1}^{n+1} \frac{l_i \cdot u_{1-i}^2 \cdot \eta_{1-i}}{d_i^4} \right]. \quad (20)$$

Соответственно упругий КПД при проведении проверочного расчета должен быть определен по следующей формуле

$$\eta_{\text{тр}}^{\text{упр}} = 1 - \frac{\partial T_1}{\partial t} \cdot \frac{32}{\pi \cdot G_{\text{упр}} \cdot \omega_1} \sum_{i=1}^{n+1} \frac{l_i \cdot u_{1-i}^2 \cdot \eta_{1-i}}{d_i^4}, \quad (21)$$

или, с учетом (13),

$$\eta_{\text{тр}}^{\text{упр}} = 1 - \frac{\partial T_1}{\partial \varphi_1} \cdot \frac{32}{\pi \cdot G_{\text{упр}}} \sum_{i=1}^{n+1} \frac{l_i \cdot u_{1-i}^2 \cdot \eta_{1-i}}{d_i^4}. \quad (22)$$

Критическая скорость изменения крутящего момента по углу поворота коленчатого вала  $(\partial T_1 / \partial \varphi_1)_{\text{крит}}$ , при достижении которой  $\eta_{\text{тр}}^{\text{упр}} = 0$ , может быть определена из уравнения (22)

$$\left( \frac{\partial T_1}{\partial \varphi_1} \right)_{\text{крит}} = \frac{\pi \cdot G_{\text{упр}}}{32} \left( \sum_{i=1}^{n+1} \frac{l_i \cdot u_{1-i}^2 \cdot \eta_{1-i}}{d_i^4} \right)^{-1}. \quad (23)$$

Использование полученной зависимости позволит избежать случаев, когда упругий, а следовательно, и общий КПД трансмиссии, будут равны нулю.

### Выводы

Полученные аналитические выражения позволяют с учетом податливости упругих звеньев определить угловую скорость выходного вала при увеличении нагрузки в трансмиссии (при любом числе ступеней трансформации крутящего момента).

Введено понятие – «упругий КПД трансмиссии», позволяющий учитывать потери мощности двигателя на закручивание валов при резком увеличении нагрузки в трансмиссии.

Определено условие, при котором мгновенный упругий, а следовательно, и общий КПД трансмиссии, принимают нулевое значение, что следует учитывать при проектировании трансмиссии транспортно-тяговых машин.

### Литература

1. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов / В.Л. Вейц. – М.-Л.: Машиностроение, 1969. – 370 с.
2. Вейц В.Л. Динамические расчеты приводов машин / В.Л. Вейц, А.Е. Кочура, А.М. Мартыненко. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1971. – 352 с.
3. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания / В.Л. Вейц, А.Е. Кочура. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1976. – 384 с.
4. Молибошко Л.А. Компьютерные модели автомобилей: учебник для студентов вузов / Л. А. Молибошко. – Минск-М.: Новое знание: ИНФРА-М, 2012. – 295 с.
5. Заболотнов Ю.М. Оптимальное управление непрерывными динамическими системами: учебное пособие / Ю.М. Заболотнов. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2005. – 129 с.
6. Шевчук В.П. Исследование динамических характеристик трансмиссии сельскохозяйственного трактора 6-го тягового класса / В.П. Шевчук, В.В. Шеховцов, Е.В. Клементьев и др. // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – №2. – С. 44–49.
7. Кириченко И.Г. Выбор параметров трансмиссии дорожных машин по критерию КПД / И.Г. Кириченко, Н.М. Подригало // Интенсификация рабочих процессов строительных и дорожных машин: сб. науч. тр. ПГАСА. – 2000. – С. 29–35.

### References

1. Vejc V.L. *Dinamika mashinnyh agregatov* [Dynamics of machine units]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 370 p.
2. Vejc V.L., Kochura A.E., Martynenko A.M. *Dinamicheskie raschety privodov mashin* [Dynamic calculations drive cars]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1971. 352 p.
3. Vejc V.L., Kochura A.E. *Dinamika mashinnyh agregatov s dvigateljami vnutrennego sgoraniya* [Dynamics of machine units with internal combustion engines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1976. 384 p.

4. Moliboshko L.A. *Komp'yuternye modeli avtomobilej: uchebnik dlja studentov vuzov* [Computer models of cars: a textbook for university students]. Minsk, Moscow, Novoe znanie Publ., INFRA-M Publ., 2012. 295 p.
  5. Zabolotnov Ju.M. *Optimal'noe upravlenie nepreryvnymi dinamicheskimi sistemami: uchebnoe posobie* [Optimal control of continuous dynamic systems: Tutorial]. Samara, Samarskij gosudarstvennyj ajerokosmicheskij universitet Publ., 2005, 129 p.
  6. Shevchuk V.P., Shehovcov V.V., Klement'ev E.V. i dr. *Issledovanie dinamicheskikh harakteristik transmissii sel'skohozjajstvennogo traktora 6-go t'jagovogo klassa* [Investigation of dynamic characteristics of the transmission of agricultural tractor 6-th drawbar category]. *Sovremennye naukoemkie tehnologii*, 2013, no. 2. pp. 44–49.
  7. Kirichenko I.G., Podrigalo N.M. *Vybor parametrov transmissii dorozhnyh mashin po kriteriju KPD*. [The choice of parameters of road machine's transmission by the criterion of efficiency]. *Intensifikacija rabochih processov stroitel'nyh i dorozhnyh mashin: sbornik nauchnyh trudov PGASA*, 2000. pp. 29–35.
- Рецензент: В.И. Клименко, профессор, к.т.н., ХНАДУ.
- Статья поступила в редакцию 2 июня 2015 г.
-