

УДК 539.3

ВИБІР МОДЕЛІ ДОРОЖНЬОЇ КОНСТРУКЦІЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЗА НЕСТАЦІОНАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Є.Г. Янютін, професор, д.т.н., Д.І. Богдан, доцент, к.т.н.,
О.В. Воропай, доцент, к.т.н., С.І. Поваляєв, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Анотація. Проведено аналіз і обґрунтування вибору математичної моделі дорожньої конструкції для розв'язку обернених нестационарних задач (ідентифікації). Критеріями вибору були простота моделі в математичному плані та достатня адекватність опису властивостей дорожньої конструкції при її нестационарному деформуванні.

Ключові слова: дорожня конструкція, моделювання, пластина, основа, нестационарне деформування, ідентифікація.

ВЫБОР МОДЕЛИ ДОРОЖНОЙ КОНСТРУКЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Е.Г. Янютин, профессор, д. т. н., Д.И. Богдан, доцент, к.т.н.,
А.В. Воропай, доцент, к.т.н., С.И. Поваляев, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Анотація. Проведен аналіз і обґрунтування вибору математичної моделі дорожньої конструкції для рішення обернених нестационарних задач (ідентифікації). Критеріями вибору були простота моделі в математичному плані та достатня адекватність опису властивостей дорожньої конструкції при її нестационарному деформуванні.

Ключевые слова: дорожная конструкция, моделирование, пластина, основание, нестационарное деформирование, идентификация.

SELECTION OF ROAD CONSTRUCTION MODEL FOR SOLVING IDENTIFICATION PROBLEMS AT NON-STATIONARY LOADING

Y. Yaniutin, Professor, Doctor of Technical Science,
D. Bogdan, Associate Professor, Candidate of Technical Science,
A. Voropay, Associate Professor, Candidate of Technical Science,
S. Povalyaiev, Associate Professor, Candidate of Technical Science, KhNAHU

Abstract. The analysis and grounding of road construction mathematical model choice for solving inverse non-stationary problems, particularly, different types of identification problems, are carried out. The selection criteria are: mathematical simplicity of the model and reasonable model adequacy of road construction properties at its non-stationary deforming.

Key words: road construction, modelling, plate, foundation, non-stationary deforming, identification.

Вступ

Дорожня конструкція складається з дорожнього покриття, яке сприймає вплив транспортних засобів та шарів основи. На сьогодні є актуальними різні задачі ідентифікації параметрів дорожнього одягу. Для

вивчення впливу транспортних засобів на дорожню конструкцію та розв'язку різних типів задач ідентифікації необхідно мати математичну модель дорожньої конструкції, яка б достатньо точно відображала деформаційні процеси, що відбуваються в реальній дорожній конструкції.

Аналіз публікацій

Проблемі моделювання дорожньої конструкції присвячено низку наукових праць, зокрема [1-2], в яких розглядаються різного типу моделі. Більшість цих моделей призначена для визначення напружено-деформованого стану дорожньої конструкції, що знаходиться під впливом навантаження від дії транспортних засобів. Значно менше досліджень присвячено розробці математичних моделей для розв'язку різних типів задач ідентифікації, які дозволяють вирішити такі важливі проблеми, як відновлення навантаження на дорожню конструкцію від транспортного засобу або ідентифікація механічних параметрів дорожньої конструкції. На основі розв'язку ідентифікаційних задач у дорожній індустрії виник напрям, що займається неруйнівним аналізом дорожніх конструкцій. Відомо, що це найбільш перспективний вид діагностики як дорожніх покриттів, так і основ [3]. Але не можна вважати повністю розв'язаною проблему вибору моделі дорожньої конструкції. Вказана проблема є актуальною.

Мета та постановка задачі

Метою роботи є вибір динамічної моделі дорожньої конструкції, яка б водночас достатньо точно відображала деформаційні процеси, що відбуваються в реальній дорожній конструкції, та була б не дуже складною для розв'язку відповідних задач ідентифікації.

Вибір моделі дорожньої конструкції

Для ефективного розв'язку задач ідентифікації, враховуючи їх складність, математична модель має відповідати реальній дорожній конструкції, та водночас бути достатньо простою в математичному плані. Цим зумовлений вибір параметрів математичної моделі.

Структура дорожньої конструкції. На рис. 1, *a* наведено приклад реальної дорожньої конструкції, що складається зі среднезернистого асфальтобетону, покриття з очесів з добавкою цементу, мінерального бетону і основного ґрунту. Найбільш точною моделлю дорожньої конструкції, що їй відповідає, була б модель тришарової пластини, що лежить на основі (рис. 1, *б*). Але ця модель складна для розв'язку обернених задач. Альтернативою їй є спрощена модель, що складається із пластини середньої товщини і

пружної двосторонньої інерційної основи типу Власова-Леонтьєва (рис. 1, *в*).

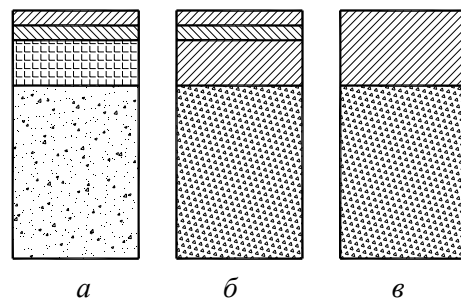


Рис. 1. Можливі моделі дорожньої конструкції: *a* – реальна дорожня конструкція; *б* – точна аналітична модель; *в* – модель, що приймалася для розрахунків

Для моделювання дорожніх конструкцій може бути застосована також модель, що складається з шару і напівпростору. До недоліків даної моделі можна віднести те, що дорожній одяг має скінченні розміри: ширину і товщину дорожньої основи. Таким чином, це свого роду ідеалізація, що є застосовною для моделювання статичних і квазідинамічних процесів, але її суперечливо застосовувати для адекватного моделювання динаміки, особливо за нестационарних навантажень.

Моделювання пластини залежно від її товщини. Пластини за товщиною розподіляють на три класи:

1. Тонкі пластини.
2. Пластини середньої товщини.
3. Товсті пластини.

Тонкі пластини можна моделювати відповідно до класичної теорії Кірхгофа. Внаслідок прийнятих припущень класична теорія поперечних коливань може бути застосовна лише для пластин, у яких відношення ширини до товщини більше 7. Рівняння руху тонкої пластини, відповідно до класичної теорії Кірхгофа, має вигляд

$$D \cdot \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho \cdot h \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = P(x, y, t), \quad (1)$$

де $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – циліндрична жорсткість пластини; ρ – щільність матеріалу пластини;

h – товщина пластини; $P(x, y, t)$ – поперечне навантаження.

Уточнення класичної теорії несиметричних за товщиною (поперечних) коливань пластини було виконано на основі моделі Тимошенка [4–8], з урахуванням інерції обертання та зсуву. У рамках зазначеної теорії наведемо таку систему диференціальних рівнянь, що з урахуванням відповідних початкових і граничних умов визначає розв’язок, що описує нестационарні деформаційні процеси в одношаровій пластині

$$\left\{ \begin{aligned} G'h(\nabla^2 w_0 + \psi_{xy}) &= \rho h \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - P_z(x, y, t); \\ D\nabla^2 \psi_{xy} - G'h(\psi_{xy} + \nabla^2 w_0) &= \rho \cdot I \frac{\partial^2 \psi_{xy}}{\partial t^2}; \\ \frac{D}{2} [(1-\nu)\nabla^2 \phi_{xy} + (1+\nu)\nabla_1^2 \psi_{xy}] - \\ -G'h(\phi_{xy} + \nabla_1^2 w_0) &= \rho \cdot I \frac{\partial^2 \phi_{xy}}{\partial t^2}, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

де $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}$;

$\psi_{xy} = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y}$; $\phi_{xy} = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \psi_y}{\partial y}$;

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$; $G' = k' G$; $I = h^3/12$; $w_0(x, y, t)$ – пе-

реміщення серединної площини пластини; h – товщина пластини; k' – коефіцієнт зсуву; ψ_x, ψ_y – кути повороту нормалі до серединної площини пластини вздовж осей Ox і Oy від згинальних; $P_z(x, y, t)$ – інтенсивність навантаження; ρ, E, ν – щільність і технічні пружні постійні матеріалу пластини; t – час.

Товсті пластини моделюються тривимірними теоріями, використання яких у край складне через значні труднощі математичного та обчислювального характеру навіть при отриманні рівнянь, що використовуються.

Моделювання основи. Розрахункова схема дорожньої конструкції в цілому може бути представлена у вигляді пластини, що лежить на основі. При моделюванні основи дорожніх конструкцій можуть бути використані пружні або пружнопластичні, односторонні або двосторонні, одношарові або багатшарові, однопараметричні або багатпараметричні моделі.

Найбільш важливі параметри основи було враховано в пружній одношаровій інерційній основі Власова-Леонтьєва як такої, що найбільш повно описує деформаційні процеси, що мають місце в дорожніх конструкціях. Рівняння коливань такої основи під дією динамічного навантаження в диференціальній формі має вигляд [9]

$$-2t\nabla^2 w(x, y, t) + k \cdot w(x, y, t) + m_0 \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = q(x, y, t), \quad (3)$$

$$k = \frac{E_0}{1-\nu_0} \int_0^H \psi'^2(z) dz, \quad t = \frac{E_0}{4(1+\nu_0)} \int_0^H \psi^2(z) dz,$$

$$m_0 = \bar{m}_0 \int_0^H \psi^2(z) dz,$$

де k – коефіцієнт «постелі», що визначає роботу пружної основи на стиск; t – коефіцієнт, що характеризує роботу пружної основи на зсув; m_0 – питома маса пружної основи; $q(x, y, t)$ – навантаження, прикладене до поверхні основи.

Урахування в’язких властивостей дорожньої конструкції може мати незначний вплив при нестационарному деформуванні, особливо коли розглядається деформування на малому проміжку часу. Тому можна уникнути значного ускладнення моделі при постановці задачі в рамках теорії пружності. Необхідно відмітити, що використання в’язкопружних моделей, які безумовно точніші, приводить до значного ускладнення саме обернених задач, оскільки виникає проблема ідентифікації параметрів ядер повзучості та релаксації. Вкажемо, що визначення параметрів в’язкопружних моделей пов’язано з окремими достатньо важкими теоретико-експериментальними дослідженнями практично для кожного з матеріалів, що використовуються при будівництві доріг.

Властивості матеріалу в різних напрямках. При розгляді пластини як анізотропного тіла варто враховувати, що пружні властивості неоднакові в різних напрямках, а закон Гука може бути записаний у матричній формі

$$\varepsilon = A\sigma, \quad (4)$$

де ε – деформація; σ – напруження; A – матриця, розміром 6×6 , що характеризує піддатливість пружного тіла з 36 пружними

постійними a_{ij} , де незалежними є тільки 21, тому що $a_{ij} = a_{ji}$. Якщо тіло (шар) розглядати як ортотропне, що має три взаємно перпендикулярні площини симетрії пружних властивостей, то число пружних постійних буде рівним 9. Якщо припустити, що пружні властивості матеріалу не залежать від напрямку, тобто розглядати ізотропне тіло, то мінімальна кількість пружних постійних буде дорівнювати трьом (це модуль пружності E , модуль зсуву G і коефіцієнт Пуассона ν), причому число незалежних постійних – два, тому що

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (5)$$

Висновки

Виходячи із зазначеного, можна зробити висновок, що в першому наближенні перспективною з погляду простоти при достатній адекватності опису властивостей дорожньої конструкції є модель динамічного навантаження пружної ізотропної пластини середньої товщини, що лежить на пружній інерційній основі типу Власова-Леонтьєва (рис. 2).

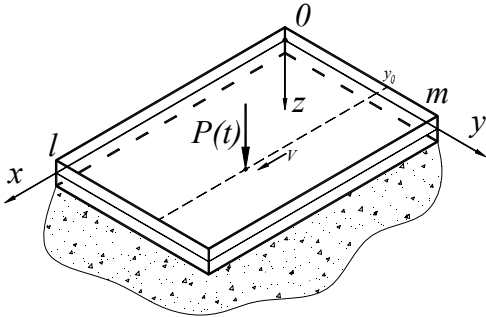


Рис. 2. Схема для моделювання дорожньої конструкції

При моделюванні дорожнього полотна по зможі варто використати ізотропні шари і лише за великих невідповідностей вздовж змінних x та y переходити до ортотропних. Використання анізотропних шарів, особливо в задачах ідентифікації, призводить лише до зайвого ускладнення задач.

Література

1. Углова Е. В. Моделирование деформирования нежестких дорожных конструкций при воздействии движущегося транспорта / Е. В. Углова // Известия вузов. Сер. Строительство. – 2009. – №3–4. – С. 31–35.
2. Матвиенко Ф. В. Моделирование деформации дорожной конструкции от воздействия транспортного потока / Ф.В. Матвиенко, А. Н. Канищев, В.В. Волков // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. – 2009. – № 3. – С. 67–72.
3. Кіяшко І.В., Особливості визначення міцності дорожньої конструкції в міських умовах / І.В. Кіяшко, Д.М. Новаковський, О.Ю. Пархоменко // материалы II Международной научно-технической конференции «Строительство, реконструкция и восстановление зданий городского хозяйства». – Харьков, 20–23 мая 2007 г.: ХНАГХ, 2007. – С. 142–146.
4. Григолюк Э. И. Механика твердых деформируемых тел. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек / Э.И. Григолюк, И.Т. Селезов. – М.: ВИНТИ, 1973. – 272 с.
5. Гузь А. Н. Методы расчета оболочек. Т. 5. Теория нестационарной аэрогидроупругости оболочек / А.Н. Гузь, В.Д. Кубенко. – Киев: Наукова думка, 1982. – 400 с.
6. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
7. Распространение волн при поперечных колебаниях стержней и пластин / Я.С. Уфлянд // Прикладная математика и механика. – 1948. – №3. – С. 287–300.
8. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates / R. Mindlin // Journal of applied mechanics. – 1951. – №1. – P. 31–38.
9. Власов В. З. Балки, плиты и оболочки на упругом основании / В.З. Власов, Н.И. Леонтьев. – М.: Физматгиз, 1960. – 492 с.

Рецензент: І.В. Кіяшко, професор, к.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 28 жовтня 2010 р.