УДК 656.072

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИН ПЕРЕГОНОВ ГОРОДСКОГО ТРАНСПОРТА КАК ЭЛЕМЕНТОВ ПУТИ СЛЕДОВАНИЯ ПАССАЖИРОВ

П.Ф. Горбачев, профессор, д.т.н., А.В. Макаричев, доцент, к.ф.-м.н., С.В. Свичинский, аспирант, ХНАДУ

Аннотация. *Приведено теоретическое обоснование частоты появления перегонов разной длины в пути следования пассажиров при поездках на городском пассажирском транспорте. Теоретически доказано и на эмпирическом материале подтверждено изменение характеристик исходного распределения длин перегонов при формировании маршрута поездок пассажиров.*

Ключевые слова: *перегон, остановочный пункт, экспоненциальное распределение, параметр сдвига, расстояние между объектами тяготения, расселение населения.*

РОЗПОДІЛ ДОВЖИН ПЕРЕГОНІВ МІСЬКОГО ТРАНСПОРТУ ЯК ЕЛЕМЕНТІВ ШЛЯХУ ПРЯМУВАННЯ ПАСАЖИРІВ

П.Ф. Горбачов, професор, д.т.н., О.В. Макарічев, доцент, к.ф.-м.н., С.В. Свічинський, аспірант, ХНАДУ

Анотація. *Наведено теоретичне обґрунтування частоти появи перегонів різної довжини на шляху прямування пасажирів при поїздках на міському пасажирському транспорті. Теоретично доведено та на емпіричному матеріалі підтверджено зміну характеристик вихідного розподілу довжин перегонів при формуванні маршруту поїздок пасажирів.*

Ключові слова: *перегін, зупиночний пункт, показниковий розподіл, параметр зсуву, відстань між об'єктами тяжіння, розселення населення.*

DISTRIBUTION OF DISTANCES BETWEEN ADJACENT CITY TRANSPORT STOPS AS COMPONENTS OF PASSENGER ROUTE

**P. Gorbachov, Professor, Doctor of Technical Sciences,
O. Makarychev, Associate Professor, Candidate of Physics-Mathematics Sciences,
S. Svichynskyi, postgraduate, KhNAHU**

Abstract. *The paper presents theoretical justification of the frequency of different distances between adjacent stops when considering a passenger route by city public transport. It is theoretically and empirically proved the change of parameters of the distribution of distances between adjacent stops when forming the passenger travel route.*

Key words: *distance between adjacent stops, stop, exponential distribution, shift parameter, distance between transport attractors, population allocation.*

Введение

Маршрутная система общественного транспорта предоставляет пассажирам набор маршрутов, из которых каждый пассажир может выбирать устраивающие его варианты пути следования. Каждый маршрут обслуживает определенную трассу, представляющую собой упорядоченную совокупность перегонов, то есть участков транспортной сети между соседними остановочными пунктами. В этом случае и пути следования пассажиров при совершении транспортных передвижений могут быть представлены как упорядоченная совокупность перегонов.

Длины перегонов занимают важное место среди пространственных характеристик города, поскольку используются во многих прикладных расчетах, в том числе и при определении пассажирских корреспонденций. Каждой корреспонденции соответствует набор вариантов пути следования и, соответственно, набор расстояний поездок пассажиров. Распределение последних, с учетом количества поездок в каждой корреспонденции, представляет собой закономерность расселения населения города, которая является характеристикой реализованного или потенциального транспортного спроса.

Распределение расстояний поездок для всех возможных направлений перемещения пассажиров является, с одной стороны, пространственной характеристикой городской территории, и с другой – основой для формирования функции расселения. Раскрытие закономерностей формирования расстояний между объектами транспортного тяготения в городах на основе длин перегонов, из которых состоит маршрутная система, позволит углубить знания о предпосылках формирования функции расселения, что делает эту задачу весьма актуальной для развития теории транспортных систем.

Анализ публикаций

Расстояние между объектами транспортного тяготения в городах достаточно часто рассматривается как мера так называемого «сопротивления» пути следования («travel impedance»), с точки зрения его восприятия человеком [1]. Это в значительной степени определяет способ его применения в разного рода транспортных расчетах, в том числе и при определении закономерностей расселения населения – расстояние используется как исходная, «неделимая» величина [2].

Одним из первых проявлений заинтересованности распределением расстояний между объектами транспортного тяготения в городах является работа А.Х. Зильберталя [3], который отождествлял это распределение с функцией расселения населения. Впоследствии было установлено отличие между ними, но теоретические основы формирования закономерностей в упомянутых расстояниях и, соответственно, функции расселения остались недостаточно изученными [3, 4].

В работе [5] были исследованы истоки формирования закономерностей распределения расстояний между объектами транспортного тяготения в городской маршрутной системе общественного транспорта. Для этого были использованы характеристики маршрутных сетей (МС) городов. В отмеченной работе теоретически обосновано и экспериментально подтверждено, что длины перегонов городского пассажирского транспорта (ГПТ) могут быть описаны экспоненциальным распределением с параметром сдвига, равным длине самого короткого перегона в городе. Расстояние между парой ОП i и j, то есть между объектами транспортного тяготения, при этом можно представить в виде суммы:

$$l_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} l_k = \sum_{k=1}^{n_{ij}} l'_k + l_{\min}, \qquad (1)$$

где l_{ij} – расстояние между ОП i и j; l_k – длина k-го перегона, км; l'_k – случайная составляющая длины k-го перегона, распределенная по показательному закону, км; $l_{\min}$ – минимальная длина перегона в городе, постоянная величина, км; n_{ij} – количество перегонов на пути следования между парой ОП.

Здесь следует обратить внимание на то, что расстояния l_{ij} являются случайной величиной (СВ), формируемой весьма специфическим набором перегонов. Это обусловлено тем, что один перегон, в общем случае, входит в несколько расстояний между объектами транспортного тяготения. Если ограничить это множество только кратчайшими вариантами пути, то можно получить однозначно определенный набор межостановочных расстояний. При этом частота вхождения каждого звена (перегона) в полный набор межостановочных расстояний определяется конфигурацией маршрутной системы и может считаться случайной.

Разная частота использования длин перегонов во множестве путей между объектами транспортного тяготения, безусловно, приведет к преобразованию линейного множества длин перегонов в некоторое другое. Такое преобразование представляет значительный интерес и требует определения характеристик новой СВ.

Известно несколько способов преобразования одной или нескольких исходных СВ в новую СВ. Наиболее распространенными среди них являются методы получения искомого распределения на основе случайной величины, равномерно распределенной на промежутке (0;1) [6]. Однако такой подход не может помочь в прогнозировании характеристик СВ после ее частотного преобразования.

Еще одним распространенным способом оценки параметров случайной величины является установление аналитической связи между несколькими исходными СВ и СВ, полученной на их основе. В качестве механизмов преобразования принимаются сумма, минимум, максимум или какие-то другие СВ, происходящие из исходного набора [6]. Однако в данном случае происходит преобразование не нескольких, а одной СВ в другую, что не позволяет использовать для оценки результатов преобразования уже имеющиеся разработки.

Цель и постановка задачи

При рассмотрении расстояния между парой ОП i и j в случае, когда оно записывается как (1), следует сделать следующее замечание. При получении закона распределения СВ l_{ij} на основе характеристик l'_k использование суммы (1) в обычном ее понимании может привести к некоторым погрешностям. С целью их исключения необходимо учитывать возможные неоднократные возникновения одних и тех же перегонов на разных l_{ij}. В данной ситуации возникает вопрос: какие перегоны l'_k будут встречаться в расстояниях l_{ij} чаще, а какие – реже [5].

Целью данной статьи является определение и теоретическое обоснование характеристик распределения длин перегонов при их рассмотрении как составных частей расстояний между всевозможными парами ОП городского пассажирского транспорта. Эти расстояния формируются как выборки разного объема из существующего набора перегонов маршрутной системы, которые подчиняются известному распределению.

При этом основной гипотезой считается, что при указанном способе формирования СВ вероятность попадания конкретной реализации исходной СВ в итоговую совокупность будет зависеть от исходной частоты: чем она выше, тем выше будет и искомая вероятность. Справедливым также считается и обратное утверждение: редко встречающиеся в исходной СВ элементы будут иметь меньшую частоту появления в итоговой СВ.

Аналитический поиск закономерностей формирования межостановочных расстояний

Изучение данного вопроса целесообразно провести с точки зрения теории вероятностей. Обозначим через L'_i случайную величину – длину i-го перегона на расстоянии l'_{ij}. Вероятность попадания L'_i в некоторый промежуток $(a;b]$ при известном законе распределения случайной величины l'_k определяется по формуле

$$P\{a < L'_i \le b\} = F(b) - F(a) = \int_a^b f(l')dl', \qquad (2)$$

где $F(a), F(b)$ – значения функции распределения l'_k в точках a и b соответственно; $f(l')$ – плотность распределения величины l'_k.

Пусть $p = P\{a < L'_i \le b\}$ и $q = P\{L'_i \notin (a;b]\}$, а расстояния l'_{ij} имеет ровно n_{ij} перегонов. Введем $\nu_{(a;b]}$ – случайную величину, которая показывает количество перегонов, длины которых находятся в промежутке $(a;b]$.

Предполагая, что длины перегонов независимы и одинаково распределены, можно установить вероятность того, что ровно m длин перегонов на пути следования из n_{ij} перегонов будут находиться в промежутке $(a;b]$

$$P\{\nu_{(a;b]} = m\} = C_{n_{ij}}^m \cdot p^m \cdot q^{n_{ij}-m}, \quad m = 0,1,2,...,n_{ij}. \qquad (3)$$

С другой стороны, $\nu_{(a;b]}$ можно представить в виде суммы индикаторов

$$I_1^{(a;b]} + I_2^{(a;b]} + \ldots + I_{n_{ij}}^{(a;b]} = \nu_{(a;b]}, \qquad (4)$$

где

$$I_i^{(a;b]} = \begin{cases} 1, \text{если } L_i' \in (a;b] \text{ с вероятностью } p; \\ 0, \text{если } L_i' \notin (a;b] \text{ с вероятностью } q \end{cases} \quad (5)$$

является индикатором случайного события $\{$длина i-го перегона находится в промежутке $(a;b]\}$.

Возьмем другой промежуток возможных значений величины L_i' – $(c;d]$, для которого аналогично определим индикаторы случайных событий $\{L_i' \in (c;d]\}$, $i = 1,2,...,n_{ij}$

$$I_i^{(c;d]} = \begin{cases} 1, \text{если } L_i' \in (c;d] \text{ с вероятностью } p_1; \\ 0, \text{если } L_i' \notin (c;d] \text{ с вероятностью } q_1. \end{cases} \quad (6)$$

Пусть $p \ge p_1$ – вероятность того, что длина перегона будет находиться в промежутке $(a;b]$, больше или равна вероятности того, что длина перегона будет находиться в промежутке $(c;d]$. Если ввести элементарное следствие случайного эксперимента попадания некоторой точки на промежуток $[0;1]$ – $\omega_i \in [0;1]$, то вышеописанные индикаторы событий можно сравнить на одном вероятностном пространстве

$$I_i^{(a;b]}(\omega_i) \ge I_i^{(c;d]}(\omega_i) \quad (7)$$

и представить в виде распределения Бернулли, которое приведено на рис. 1.

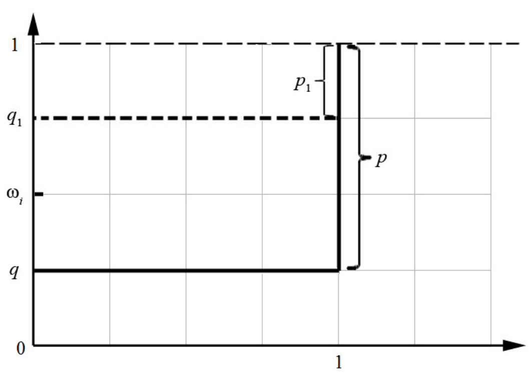

Рис. 1. Распределение индикаторов событий

Пусть $\omega = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{n_{ij}})$ – элементарное следствие для случайных величин типа $\nu_{(a;b]}$. Тогда по определению

$$I_i^{(a;b]}(\omega) \equiv I_i^{(a;b]}(\omega_i), \; i = 1,2,...,n_{ij} \quad (8)$$

и

$$\nu_{(a;b]}(\omega) = I_1^{(a;b]}(\omega) + I_2^{(a;b]}(\omega) + \ldots + I_{n_{ij}}^{(a;b]}(\omega), \quad (9)$$

то есть количество перегонов на l_{ij} (имеющем n_{ij} перегонов), которые попали в промежуток $(a;b]$, состоит из количества перегонов, стоящих на i-ом месте и длины которых попали в промежуток $(a;b]$, что отвечает индикатору (5).

Теперь необходимо проверить следующее утверждение: если

$$P\{a < L_i' \le b\} = p \;\; \ge \;\; P\{c < L_i' \le d\} = p_1, \quad (10)$$

то

$$P\{\nu_{(a;b]} \ge m\} \ge P\{\nu_{(c;d]} \ge m\}, \; m = 0,1,2,...,n_{ij} \;, \quad (11)$$

то есть

$$\nu_{(a;b]} \underset{P}{\ge} \nu_{(c;d]} \,. \quad (12)$$

При условии $p \ge p_1$ и $q = 1 - p \;\le\; q_1 = 1 - p_1$ $(p + q = 1, \; p_1 + q_1 = 1)$ выходит, что

$$I_i^{(a;b]}(\omega) \ge I_i^{(c;d]}(\omega), \; i = 1,2,...,n_{ij} \,. \quad (13)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \nu_{(a;b]}(\omega) &= I_1^{(a;b]}(\omega) + I_2^{(a;b]}(\omega) + \ldots + \\ &+ I_{n_{ij}}^{(a;b]}(\omega) \;\; \ge \;\; \nu_{(c;d]}(\omega) = I_1^{(c;d]}(\omega) + \\ &+ I_2^{(c;d]}(\omega) + \ldots + I_{n_{ij}}^{(c;d]}(\omega). \end{aligned} \quad (14)$$

Если сравнить данные величины на одном вероятностном пространстве $\{\omega\} = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{n_{ij}}\}$, то выходит, что

$$\nu_{(a;b]}(\omega) \ge \nu_{(c;d]}(\omega) \,, \quad (15)$$

что свидетельствует о справедливости утверждений (10) – (12).

Это означает, что чем больше, согласно закону распределения, вероятность возникновения перегонов определенной длины l'_k, тем чаще эти перегоны будут встречаться в расстояниях между парами ОП, формируя величину L'_i. Этот результат соответствует выдвинутой в постановке задачи гипотезе и может быть проверен на фактических данных.

Экспериментальная проверка закономерностей формирования межостановочных расстояний

Из предыдущих работ известно, что распределение перегонов l'_k может быть описано показательным законом рис. 1 [8]. Выберем на графике рис. 1 ранее упомянутые промежутки $(a;b]$ и $(c;d]$.

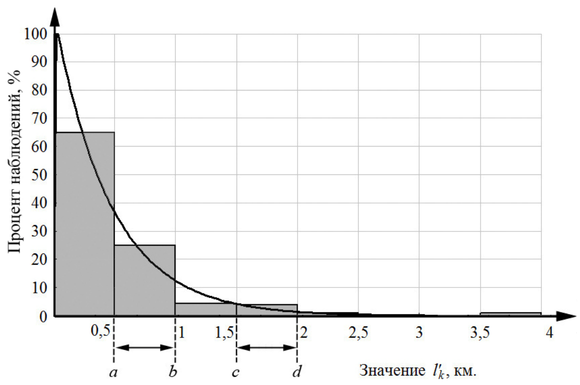

Рис. 2. Распределение значений l'_k для г. Сумы

Согласно аналитическим выкладкам должно быть справедливо следующее: если распределение длин перегонов является экспоненциальным, то на путях следования перегоны с меньшей длиной будут встречаться чаще, чем более длинные. Иначе говоря, перегоны меньшей длины будут задействованы в расстояниях между парами ОП чаще, чем перегоны большей длины.

Данный факт подталкивает к выводу о том, что вид распределения длин перегонов в наборе l_{ij} не должен отличаться от вида распределения l'_k – измениться должна лишь крутизна кривой плотности вероятности, которая будет характеризоваться большим значением параметра экспоненциального закона.

Проверить такую гипотезу можно, если сформировать случайную выборку из набора расстояний между всевозможными парами ОП i и j в городе. Далее из этой выборки нужно получить полный перечень перегонов и определить закон распределения, пригодный для их описания. Если он окажется экспоненциальным с большим параметром, чем в случае величины l'_k (большее количество перегонов с малыми длинами уменьшит математическое ожидание описанной выборки), то гипотезу можно будет не отклонять. Разница же между формами распределений l'_k и L'_i, согласно такой гипотезе, должна иметь вид, который в общем случае можно представить на рис. 3.

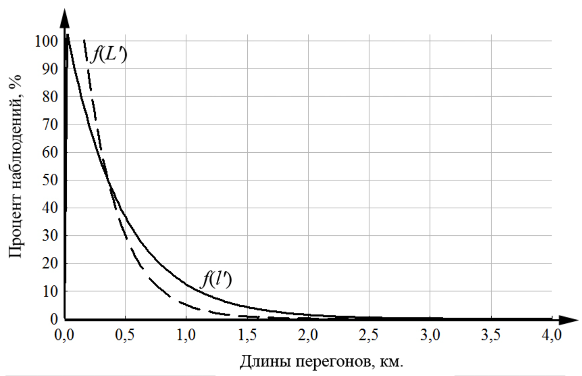

Рис. 3. Кривые плотности распределения L'_i и l'_k

Охарактеризовать такое преобразование кривой распределения l'_k в кривую распределения L'_i можно отношением соответствующих плотностей вероятности

$$TRANS(l') = \frac{f(L')}{f(l')} = \frac{\lambda' e^{-\lambda' L'_i}}{\lambda e^{-\lambda l'_k}} = \frac{\lambda'}{\lambda} e^{\lambda l'_k - \lambda' L'_i}, \quad (16)$$

где $TRANS(l'_{(k)})$ – функция преобразования (трансформатор) плотности вероятности $f(l')$ в $f(L')$; λ' – параметр прогнозируемого показательного распределения значений L'_i; λ – параметр исходного показательного распределения l'_k.

Общий вид графика функции (16) представлен на рис. 4. Знание характеристик данной функции позволит судить о соотношении степени использования перегонов разной длины в путях следования.

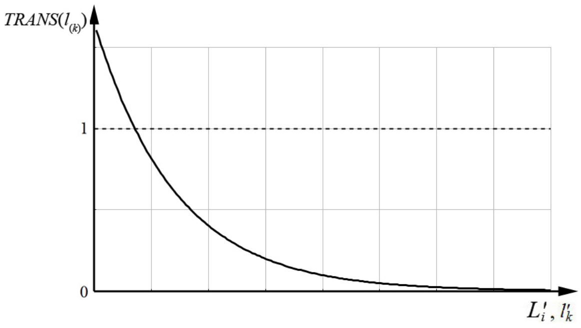

Рис. 4. График функции $TRANS(l')$

Для проверки выдвинутой гипотезы о виде распределения L'_i и возможности применения выражения (16) был избран г. Сумы. В результате оказалось, что теоретическим законом, наиболее пригодным для описания распределения длин перегонов L'_i, из которых состоят расстояния l'_{ij}, оказался экспоненциальный. Характеристики данного закона приведены в табл. 1.

Таблица 1 Параметры экспоненциального распределения, пригодного для описания L'_i и l'_k для г. Сумы

Показатель	Значение для величин	
	L'_i	l'_k
Количество перегонов	1547	185
Параметр распределения	3,57	2,16
Вероятность согласно тесту χ^2	0,827	0,773

Таким образом, теоретические суждения, представленные выражениями (3)–(17), оказались верны.

Выводы

Распределение длин перегонов городского транспорта как элементов пути следования пассажиров является результатом такого преобразования набора перегонов маршрутной системы города, при котором сохраняется показательный вид распределения длин перегонов, но изменяются параметры этого распределения в сторону сокращения среднего значения длины перегона.

Данные знания служат хорошей основой для определения вида кривой расселения городского населения на основе характеристик МС, наличие которой позволит уточнить модели спроса пассажиров на услуги маршрутного транспорта в городах.

Литература

1. Feng Xie. Evolving transportation networks / Xie Feng, David M. Levinson. – New York: Springer, 2011. – 278 p.
2. Ben-Akiva M. Discrete choice models with applications to departure time and route choice / M. Ben-Akiva, M. Bierlaire; in R. Hall (ed.). – [Second Edition]. – Kluwer: Handbook of Transportation Science, 2003. – 32 p.
3. Зильберталь А.Х. Трамвайное хозяйство: руководство для работников трамвая и учащихся / А.Х. Зильберталь. – М.-Л.: ОГИЗ – Гострансиздат, 1932. – Ч. 1. – 304 с.
4. Шелейховский Г.В. Композиция городского плана как проблема транспорта / Г.В. Шелейховский. – М.: Государственный институт проектирования городов «ГИПРОГОР», 1946. – 132 с.
5. Горбачов П.Ф. Обґрунтування показникового закону розподілу довжин перегонів міського пасажирського транспорту / П.Ф. Горбачов, О.В. Макарічев, С.В. Свічинський // Автомобильный транспорт: сб. науч. тр. – 2012. – Вып. 31. – С. 88–92.
6. Хастингс Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок ; пер. с англ. А.К. Звонкина. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.
7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е.С. Вентцель. – 7-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
8. Горбачов П.Ф. Статистичний опис взаємного розташування зупиночних пунктів міського пасажирського транспорту / П.Ф. Горбачов, П.С. Кабалянц, С.В. Свічинський // Вестник ХНАДУ: сб. науч. тр. – 2011. – Вып. 53. – С. 66–69.

Рецензент: Е.В. Нагорный, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 3 июня 2013 г.