

УДК 556.536

РІВНЯННЯ РІЗКОЗМІННОГО РУХУ ДЛЯ ГІДРАВЛІЧНОГО СТРИБКА

О.В. Біловол, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Анотація. Отримано рівняння різкозмінного руху рідини у відкритих руслах. На основі рівняння розглянуто задачу на визначення вільної поверхні гідравлічного стрибка. Запропоновано аналітичні розв'язки для вільної поверхні досконалого і хвилястого стрибка у прямокутному руслі.

Ключові слова: гідравлічний стрибок, рівняння різкозмінного руху, спряжені глибини, нормальна глибина, критична глибина.

УРАВНЕНИЕ РЕЗКОИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА

А.В. Беловол, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Аннотация. Получено уравнение резкоизменяющегося движения жидкости в открытых руслах. На основе уравнения рассмотрена задача на определение свободной поверхности гидравлического прыжка. Предложены аналитические решения для свободной поверхности совершенного и волнистого прыжка в прямоугольном русле.

Ключевые слова: гидравлический прыжок, уравнение резкоизменяющегося движения, сопряженные глубины, нормальная глубина, критическая глубина.

EQUATION OF RAPIDLY CHANGING MOVEMENT FOR HYDRAULIC SPRING

O. Belovol, Associate Professor, Candidate of Technical Sceance, KhNAHU

Abstract. The equation concerning the rapidly changing liquid movement in open streams is obtained. On the bases of the equation obtained there has been considered the task concerning hydraulic spring open surface determination. There have also been offered analytical solutions for absolute and wave spring open space in the right angled stream.

Key words: hydraulic spring, equation of rapidly changing movement, depth coupling, normal depth, critical depth.

Вступ

Перехід від бурхливого стану потоку до спокійного з утворенням гідравлічного стрибка – досить поширене явище у транспортному будівництві. Практично кожен схил річка, кореневого берега або заплавної тераси у долинах річок має похил, більший за критичний. Перехід до більш пологої частини рельєфу, наприклад річкової заплави, зазвичай утворює умови для виникнення спокійного потоку і відповідно гідравлічного стрибка.

Гідравлічний стрибок є характерним для більшості водобійних споруд, призначених для гасіння надлишкової кінетичної енергії. Безнапірним дорожнім трубам і малим мостам притаманне утворення хвилястого стрибка.

Аналіз структури досконалого стрибка показує, що в межах стрибка і на післястрибковій ділянці розподіл швидкостей характеризується високими придонними швидкостями.

Природно, це збільшує розмивну здатність потоку.

На практиці для оцінки довжини стрибка здебільшого використовують емпіричні й напівемпіричні формули, які носять скоріше якісний, ніж кількісний характер.

Аналіз публікацій

Для визначення довжини стрибка у прямокутних руслах в умовах вільного стрибка широко використовується формула Павловського [1]

$$l_{\text{стр}} = 2,5(1,9h'' - h').$$

Але вона дає занижені значення (у два рази і більше) за відносно малих чисел Фруда у початковому перерізі ($Fr' < 10 - 50$) і завищені – за високих чисел Фруда ($Fr' > 100$). Більш близькі значення при $Fr' > 10$ дає формула Чертоусова [2]

$$l_{\text{стр}} = 10,3h'(\sqrt{Fr' - 1})^{0,81},$$

де h' і h'' – відповідно менша і більша спряжені глибини.

Але при $Fr' < 10$ розрахунки за цією формулою приводять до ще більшого завищення результатів, ніж при використанні формули Павловського. Найкращі результати дає формула Айвазяна [2], яка пов'язує довжину стрибка із втратами енергії в ньому

$$l_{\text{стр}} = 8E_{\text{стр}} \frac{10 + \sqrt{Fr'}}{Fr'}.$$

Кінематика гідравлічного стрибка в каналах трапецеїдального перерізу викликає зростання довжини стрибка, порівняно з випадком прямокутного русла. Це наочно демонструє формула Мейєрова, яка має за основу формулу Чертоусова [1]

$$l_{\text{стр}} = 10,3h'(\sqrt{Fr' - 1})^{0,81} \times \\ \times [1 + 1,76m(h'' - h') / \chi'],$$

де m – коефіцієнт закладення укосів; χ' – змочений периметр перерізу за меншої спряженої глибини.

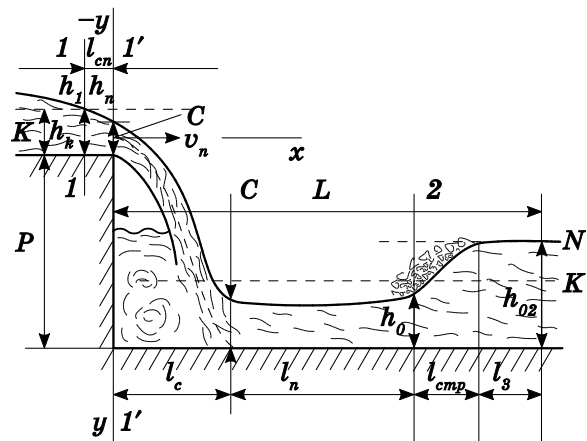


Рис. 1. Досконалий гідравлічний стрибок

Мета і постановка завдання

Дослідження передбачає вирішення таких завдань: по-перше, на основі гідравлічного підходу одержати рівняння нерівномірного різкозмінного руху рідини у відкритих руслах; по-друге, провести аналіз цього рівняння; по-третє, скористатися ним для отримання форми вільної поверхні гідравлічного стрибка у прямокутному руслі.

Рівняння різкозмінного руху та побудова вільної поверхні гідравлічного стрибка

Рівняння гідравлічного стрибка дозволяє визначити висоту досконалого стрибка, але для того щоб знайти його довжину, необхідно побудувати криву вільної поверхні в області стрибка. Для цього можна скористатися рівнянням різкозмінного руху у прямокутному призматичному руслі, якщо додати у праву частину, крім питомої сили тяжіння і питомої сили тертя, питому силу інерції, тобто проекцію рівнодіючої відцентрових сил, що виникають при викривленні струменів при різкозмінному русі, на напрямок основного потоку.

Зважаючи на те, що у рівнянні гідравлічного стрибка нехтують силами тертя об дно русла, природно знехтувати проекцією дотичних сил інерції на напрямок основного руху. Отже, загальний вигляд рівняння різкозмінного руху у прямокутному призматичному руслі

$$\frac{dE}{dl} = i - I - I',$$

де E – питома енергія перерізу; i – питома сила тяжіння; I – питома сила тертя; I' –

питома сила інерції; l – повздовжня координата перерізу.

Згадаємо, що відцентрова сила інерції є пропорційною квадрату швидкості частки рідини і кривизні її траєкторії, тому питому силу інерції можна записати у вигляді

$$I' = -\beta \frac{\alpha v^2}{g} \frac{d^2 h}{dl^2},$$

де v – середня швидкість потоку; h – глибина потоку; g – прискорення вільного падіння; α – коефіцієнт кінетичної енергії; β – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу сил інерції у перерізі.

Одержимо диференціальне рівняння другого порядку відносно функції $h = h(l)$

$$\beta \frac{\alpha v^2}{g} \frac{d^2 h}{dl^2} - \frac{dE}{dh} \frac{dh}{dl} + i - I = 0.$$

Проведемо лінеаризацію останнього рівняння. Для цього зробимо заміну коефіцієнтів, що стоять перед похідними, на їх середні вздовж стрибка значення

$$\frac{dE}{dh} \approx \frac{E(h'') - E(h')}{h'' - h'},$$

$$\beta \frac{\alpha v^2}{g} \approx \beta \frac{\alpha v_{\kappa}^2}{g} = \beta h_{\kappa},$$

де v_{κ} і h_{κ} – критична швидкість і критична глибина відповідно.

Враховуючи відому формулу для втрат енергії у гідравлічному стрибку для русла прямокутного перерізу [2]

$$E(h') - E(h'') = \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''},$$

рівняння різкозмінного руху можна записати у вигляді

$$\beta h_{\kappa} \frac{d^2 h}{dl^2} + \frac{a^2}{4h'h''} \frac{dh}{dl} + i - I = 0,$$

де a – висота стрибка.

У випадку, коли русло має прямий похил, можна скористатися гідравлічним показником русла x , відповідно

$$i - I = i \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2} \right) = i \left(1 - \left(\frac{h_0}{h} \right)^x \right),$$

де h_0 – нормальна глибина, а K_0 – витратна характеристика, що їй відповідає.

Перейдемо до нових безрозмірних змінних за формулами

$$h = \frac{h - h_0}{h_0}, l = \frac{l}{h_0};$$

отже, залишаючи члени першого порядку малості, отримаємо

$$i - I = i \left(1 - \left(\frac{1}{1+h} \right)^x \right) \approx ixh.$$

Тепер лінеаризоване рівняння різкозмінного руху можна записати у вигляді

$$\frac{d^2 h}{dl^2} + 2b \frac{dh}{dl} + k^2 h = 0,$$

де сталі коефіцієнти дорівнюють

$$2b = \frac{a^2 h_0}{4\beta h' h'' h_{\kappa}}, k^2 = \frac{ix h_0}{\beta h_{\kappa}}.$$

Одержане рівняння є аналогічним рівнянню малих коливань механічної системи з одним ступенем свободи з урахуванням сил опору, наприклад рівнянню коливання вантажу, що висить на пружині. Відхилення глибини від нормальної відповідає відхиленню вантажу від положення рівноваги. Відстань до перерізу відповідає часу.

Скористаємося вказаною аналогією і запишемо відповідні рішення. У випадку, коли $b > k$, маємо

$$h = C_1 e^{b_1 l} + C_2 e^{b_2 l},$$

де

$$b_1 = -b - \sqrt{b^2 - k^2},$$

$$b_2 = -b + \sqrt{b^2 - k^2}.$$

У випадку, коли $b < k$, маємо

$$h = e^{-bl} (C_1 \sin(k_1 l) + C_2 \cos(k_1 l)),$$

$$\text{де } k_1 = \sqrt{k^2 - b^2}.$$

Очевидно, що перший розв'язок має відповідати досконалому стрибку, а другий – хвилястому.

Невідомі сталі визначаються з початкових умов

$$h(l=0) = h', \frac{d^2 h}{dl^2}(l=0) = 0.$$

Остання з цих умов полягає в тому, що на початку стрибка має місце точка перегину, увігнута крива підпору переходить в опуклу криву підпору, характерну для передньої частини гідравлічного стрибка.

Остаточно для вільної поверхні досконалого стрибка будемо мати формулу

$$h = \frac{h'}{2b(b_2 - b_1)} \times \\ \times \left((2bb_2 + k^2) e^{b_1 l} - (2bb_1 + k^2) e^{b_2 l} \right).$$

Для вільної поверхні хвилястого стрибка – формулу

$$h = \frac{h' e^{-bl}}{2bk_1} \times \\ \times \left((k^2 - 2b^2) \sin(k_1 l) + 2bk_1 \cos(k_1 l) \right).$$

Залишилось визначити введений раніше коефіцієнт β . Як відомо, переходу від досконалого до хвилястого стрибка відповідають співвідношення

$$\frac{h''}{h'} = 2; \Pi'_k = 3.$$

З іншого боку, у цьому випадку $b = k$. Якщо скористатися останнім рівнянням і врахувати, що зазвичай $h_0 = h''$, то одержимо формулу для шуканого коефіцієнта

$$\beta = \frac{1}{128 \sqrt[3]{3}} \frac{1}{ix}.$$

Якщо підставити останню формулу в лінеаризоване рівняння різкозмінного руху, то відповідні коефіцієнти будуть визначатися за формулами

$$2b = 32 \sqrt[3]{3} ix \frac{a^2}{h' h_k},$$

$$k^2 = 128 \sqrt[3]{3} i^2 x^2 \frac{h_0}{h_k}.$$

Таким чином, лінійний аналіз рівняння різкозмінного руху дозволяє отримати криві вільної поверхні для досконалого і хвилястого стрибків в явному вигляді, а також врахувати вплив на довжину стрибка нормальної глибини за стрибком, критичної глибини, похилу русла і гідравлічного показника русла.

Висновки

Доведено, що гідравлічний підхід дозволяє у певних важливих, з практичної точки зору, випадках проводити розрахунки нерівномірного різкозмінного руху рідини у відкритих руслах. Отримано рівняння нерівномірного різкозмінного руху і показано, що серед його розв'язків є такі, що відповідають досконалому і хвилястому гідравлічному стрибку. Також отримано аналітичні залежності для гідравлічного стрибка у руслі прямокутного перерізу.

Література

1. Большаков В.А. Гидрологические и гидравлические расчеты малых дорожных сооружений / В.А. Большаков, А.А. Курганович. – К.: Вища школа, 1983. – 280 с.
2. Гидравлика, гидрология, гидрометрия: учеб. для вузов: в 2 ч. Специальные вопросы / Н.М. Константинов, Н.А. Петров, Л.И. Высоцкий; под ред. Н.М. Константинова. – М.: Высшая школа, 1987. – Ч. II. – 432 с.

Рецензент: В.Г. Солодов, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 26 червня 2013 р.