

УДК 621.825.6

## ОБОСНОВАНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СФЕРОГЛОБОИДНОГО СУХАРНОГО СИНХРОННОГО КАРДАННОГО ШАРНИРА

**А.М. Саньоцкий, ассист., Тернопольский национальный педагогический  
университет имени Владимира Гнатюка**

*Аннотация.* Разработана методика расчета конструктивных параметров сфероглобоидного сухарного синхронного карданного шарнира с учетом контактных напряжений между сопряженными поверхностями, определения необходимого крутящего момента на входном валу с использованием теории контактных деформаций Герца. Исследована зависимость максимального момента для различных типоразмеров карданного шарнира. Графически изображены зависимости расчетной величины максимального момента от прочности материала в логарифмической системе координат.

*Ключевые слова:* контактные напряжения, крутящий момент, удельные контактные усилия, типоразмер.

## ОБҐРУНТУВАННЯ КОНСТРУКТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ СФЕРОГЛОБОЇДНОГО СУХАРНОГО СИНХРОННОГО КАРДАННОГО ШАРНИРА

**А.М. Саньоцький, асист., Тернопільський національний педагогічний університет  
імені Володимира Гнатюка**

*Анотація.* Розроблено методику розрахунку конструктивних параметрів сфероглобоїдного сухарного синхронного карданного шарніра з урахуванням контактних напружень між спряженими поверхнями, визначення необхідного обертового моменту на входному валу з використанням теорії контактних деформацій Герца. Досліджено залежність максимального моменту для різних типорозмірів карданного шарніра. Графічно зображено залежність розрахункової величини максимального моменту від міцності матеріалу у логарифмічній системі координат.

*Ключові слова:* контактні напруження, обертовий момент, питомі контактні зусилля, типорозмір.

## THE GROUNDING OF THE STRUCTURAL PARAMETERS OF THE AREAHLOBOYID RUSK SYNCHRONOUS CARDAN HINGE

**A. Saniotskyi, T. Asst, Ternopil National Pedagogical University  
after Volodymyr Hnatiuk**

*Abstract.* The method of calculation of structural parameters of the areahloboiyid rusk synchronous cardan hinge with consideration of contact tensions in the mating surfaces is determined, the required torque in the input wave with a contact by using the Hertz's theory of contact deformations is determined. The dependence of the maximum torque for different hyposizes of the cardan hinge is investigated. The dependences of the calculated maximum torque to the resistance of the material are demonstrated graphically in the logarithmic coordinate system.

*Key words:* contact tensions, torque, specific contact forces, typosize.

## Вступ

Сфероглободний сухарний синхронний карданний шарнір рівних кутових швидкостей призначений для використання у трансмісіях транспортних засобів для кутової передачі крутного моменту між валами для приводу ведучих і одночасно керованих коліс при забезпеченні синхронності обертання півосей з ведучими колесами з постійною частотою обертання, що знаходяться в кінці силової передачі трансмісії. Йому притаманні простота конструкції, більш низькі вимоги до точності виготовлення і достатня компактність. Він забезпечує відносно великий діапазон передаваних обертових моментів з досить широкими межами зміни кутових значень ведучого і веденого валів за незначного зношення тертьових поверхонь ковзання. Завдяки наявності тертя-ковзання між спряженими поверхнями контактуючих деталей, що знаходяться у відносному русі, який відбувається по сферичній і глободній поверхнях, такий карданний шарнір при забезпеченні значного кутового діапазону між ведучим і веденим валами здатний передавати значний за величиною крутний момент, що обмежується питомим контактним зусиллям сферичних кулачків із глободним сухарем.

## Аналіз публікацій

Обґрунтуванням конструктивних параметрів синхронних карданних шарнірів та методикою їх розрахунку займалися такі науковці: Е.А. Чудаков, С.Н. Кожевников, П.Д. Перфільєв, Я.Е. Малаховський [1–5] та інші. Автори розглядають і обґрунтовують конструктивні параметри одинарного асинхронного і подвійного синхронного карданного шарніра Гука, а також кулькові синхронні карданні шарніри, яким притаманне тертя-ковзання з питомим точковим контактним тиском. Однак недостатньо досліджено і вивчено питання щодо обґрунтування конструктивних параметрів сухарних синхронних карданних шарнірів з наявним тертям-ковзанням спряжених поверхонь і площинним або ж лінійним контактним зусиллям між ними.

## Мета і постановка задачі

Метою статті було розробити методику розрахунку конструктивних параметрів сфероглободного сухарного синхронного карданного шарніра з урахуванням контактних напружень між спряженими поверхнями, визначення необхідного обертового моменту на

вхідному валу з використанням теорії контактних деформацій Герца; дослідити залежність максимального моменту для різних типорозмірів карданного шарніра, графічно зобразити залежність розрахункової величини максимального моменту від міцності матеріалу в логарифмічній системі координат.

## Розрахунок контактних напружень спряжених поверхонь

Контактні напруження між спряженими поверхнями у сфероглободному сухарному синхронному карданному шарнірі з наявністю тертя-ковзання можна розрахувати з умови балансу потужностей, які передаються шарнірним механізмом. Припустимо, що момент опору на вихідному валу карданного шарніра є постійним, так само як і постійною є кутова швидкість її обертання. Визначимо необхідний обертовий момент на вхідному валу за постійної кутової швидкості.

Внаслідок симетрії системи розподіл зусиль на вхідній та вихідній ланках буде однаковою і симетричним. На вхідному валу діє обертовий момент, який забезпечує обертовий рух карданного шарніра та перевищує момент від сил тертя ведучих сферичних кулачків. Аналогічно глободний сухар передає момент для обертання веденої ланки і подолання моменту сил тертя ведених сферичних кулачків. Втрати енергії на тертя відбуваються у двох ланках, які вважатимемо рівними внаслідок симетрії системи, однакової якості поверхні та умов змащування.

Схему сил тертя, що виникають у місці контакту спряжених поверхонь сфероглободного сухарного синхронного карданного шарніра, наведеного у двох взаємно перпендикулярних площинах з різницею за фазою обертання  $\omega = 90^\circ$  (рис. 1).

Позначимо обертовий момент у глободному сухарі через  $T$ , момент ведучої ланки  $T_1$ , а момент веденої ланки  $T_2$ .

Умови балансу потужностей зі сторони ведучої і веденої ланок відповідно будуть

$$T_1\omega = T\omega + W_f;$$

$$T_2\omega = T\omega - W_f,$$

де  $\omega$  – кутова частота обертання;  $W_f$  – потужність сил тертя у кожній з ланок.

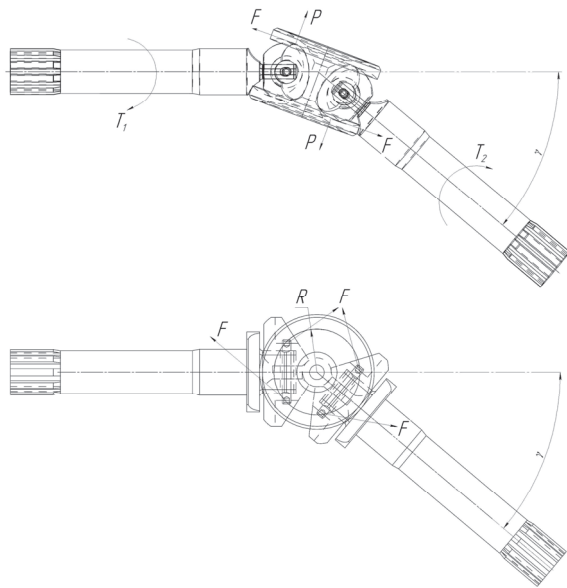


Рис. 1. Розрахункова схема сил тертя у карданному шарнірі

Потужність сил тертя визначимо через швидкість переміщення по колу сферичних кулачків відносно глобoidного сухаря.

Сила тертя сферичного кулачка по глобoidній поверхні становитиме

$$F = \mu \frac{T}{2R \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \quad (1)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя;  $T$  – обертовий момент;  $R$  – радіус обертання сферичного кулачка навколо осі глобoidної поверхні сухаря;  $\alpha$  – кут між сферичними поверхнями кулачків.

Відповідно для двох кулачків енергія втрат визначається за формулою

$$W_f = 2FR \frac{d\beta}{dt},$$

де  $\beta$  – кутове зміщення кулачка відносно його початкового положення.

Для визначення кута  $\beta$  скористаємося формулою для апроксимації дійсної залежності швидкості від кута повороту карданного шарніра у вигляді

$$\dot{\beta} = \frac{\gamma}{2} \omega \sin(\omega t).$$

Під час передачі крутного моменту сферичний кулачок взаємодіє з поверхнею глобoidного сухаря, при цьому виникають значні зусилля у місці контакту. Для їх розрахунку використаємо теорію контактних деформацій Герца, вважаючи тіла у місці контакту ідеальною сферою (кулачок) та площиною (бічна поверхня глобoidного сухаря).

Найбільші питомі контактні зусилля розраховують за формулою [6]

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi ab},$$

де  $P$  – зусилля в контактї;  $a$  і  $b$  – півосі еліпса плями контакту.

У випадку контакту сфери із площиною пляма контакту перетворюється на коло радіуса  $a$ , звідки

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi a^2}.$$

Величина плями контакту (радіуса  $a$ ) розраховується за формулою

$$a = n_a \sqrt[3]{\frac{3\eta P}{2 \sum k}},$$

де  $\sum k$  – сума кривизни поверхонь контакту.

У нашому випадку

$$\sum k = \frac{2}{r_k},$$

де  $r_k$  – радіус сферичного кулачка;  $\eta$  – коефіцієнт Ляме, який враховує механічні характеристики матеріалу

$$\eta = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2},$$

де  $\nu_1, \nu_2$  – коефіцієнти Пуасона для матеріалу сферичних кулачків та глобoidного сухаря відповідно;  $E_1, E_2$  – модулі пружності для відповідних матеріалів;  $n_a$  – коефіцієнт, що визначаємо з табличних даних. Для кругової плями контакту  $n_a = 1$ .

Вважаючи матеріали кулачка та сухаря близькими за механічними властивостями:

$E_1 = E_2 = E$  і  $v_1 = v_2 = v$ , отримаємо вираз для обчислення радіуса плями контакту

$$a = \sqrt[3]{\frac{3(1-v^2)}{2E} r_k P}.$$

Звідси, після відповідних підставлень та перетворень, визначимо максимальний тиск у контакті  $\sigma_{\max}$

$$\sigma_{\max} = P_0 = \sqrt[3]{\frac{3E^2 P}{2\pi^3 r_k^2 (1-v^2)^2}}.$$

Зусилля  $P$  визначається через обертовий момент  $T$ , що передається у шарнірному механізмі через контактну пару тертя

$$P = \frac{T}{2R}.$$

Остаточно визначимо максимальне зусилля тиску через обертовий момент

$$\sigma_{\max} = P_0 = \sqrt[3]{\frac{3E^2 T}{4\pi^3 R r_k^2 (1-v^2)^2}}. \quad (2)$$

Визначена з виразу (2) величина максимального тиску визначає міцність сфероглобідного сухарного синхронного карданного шарніра, довговічність його роботи, зношення у sprzęженій парі тертя.

За формулою (2) можна визначити допустимий максимальний обертовий момент на радіусі обертання сферичного кулачка навколо осі сухаря, щоб забезпечити необхідну міцність та працездатність карданного шарніра, задавши допустиме значення тиску  $[\sigma]$

$$T_{\max} < \frac{4\pi^3 [\sigma]^3 R r_k^2 (1-v^2)^2}{3E^2}. \quad (3)$$

Аналіз формули (3) показує, що зі збільшенням радіуса кулачка  $r_k$  допустимий обертовий момент у карданному шарнірі зростає у квадратичній залежності. Також, у кубічній залежності, збільшується максимально допустиме його значення при використанні якісного матеріалу з термічно обробленою поверхнею та застосуванням мастильних матеріалів, що допускає значні контактні навантаження  $[\sigma]$ . Очевидно, що збільшення

радіуса осі глободної поверхні сухаря  $R$ , на якій встановлені сферичні кулачки, пропорційно збільшує обертовий момент.

Значення обертового моменту під час одного оберту карданного шарніра коливається в певних межах залежно від кута відхилення між осями валів  $\gamma$  та коефіцієнта тертя  $\mu$  (1) внаслідок змінної величини потужності втрат  $W_f$  залежно від конструктивних параметрів шарнірного механізму і кутів повороту осей валів. Відповідно обчислене за формулою (3) значення моменту не може бути перевищене в будь-який момент часу при обертанні ведучого чи веденого валів.

Проведемо дослідження залежності максимального моменту, що може передаватись шарнірним механізмом, за зміни якості матеріалу (величини  $[\sigma]$ ) та для різних типорозмірів карданного шарніра. Також необхідним є підбір оптимального співвідношення радіуса кульки кулачка  $r_k$  до радіуса його обертання  $R$ .

Залежність розрахункової величини максимального моменту  $T_{\max}$  від міцності матеріалу  $[\sigma]$  зображена на рис. 2 у логарифмічній системі координат. Взяті такі числові значення величин:  $R = 50$  мм;  $r_k = 10$  мм; матеріал – сталь  $v = 0,3$ ;  $E = 2 \times 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>. Розрахункова величина допустимої границі міцності матеріалу для побудови графіка варіюється в межах  $[\sigma] = 100 - 10000$  Н/м<sup>2</sup>. Реальні значення  $[\sigma]$ , як правило, не перевищують 4000 Н/м<sup>2</sup>.

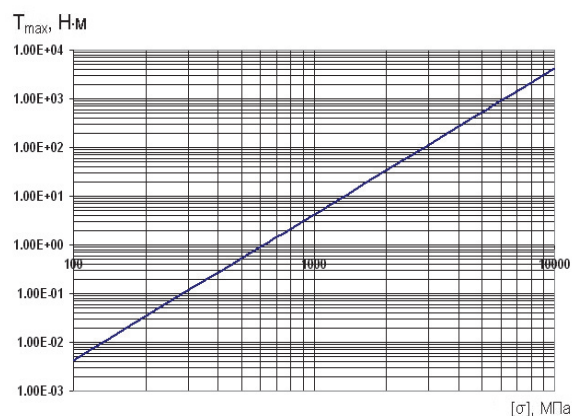


Рис. 2. Залежність максимального крутного моменту  $T_{\max}$  у сфероглобідному сухарному синхронному карданному шарнірі від допустимого тиску  $[\sigma]$

Як видно із наведеного графіка, збільшення допустимих контактних напружень суттєво

збільшує обертовий момент, що передається у шарнірному механізмі і, згідно з виразом (3), зростає у кубічній залежності.

З метою аналізу оптимальних конструктивних параметрів сфероглобoidного сухарного синхронного карданного шарніра необхідно визначити вплив геометричного співвідношення радіуса сферичного кулачка  $r_k$  та радіуса глобoidної поверхні контакту шарніру  $R$ .

Проведемо дослідження величини максимального моменту  $T_{max}$  від співвідношення радіусів сферичного кулачка та осі глобoidної поверхні сухаря  $r_k/R$ . Візьмемо для розрахунків такі числові значення параметрів шарнірного механізму:  $[\sigma]=2000$  МПа;  $\nu=0,3$ ;  $E=2 \times 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;  $R=50$  мм.

Величину співвідношення  $r_k/R$  для проведення розрахунків візьмемо у межах  $r_k/R = 0,05-0,99$ . Реально можливі величини цього співвідношення знаходяться у значно вужчому діапазоні, що визначається технологією виготовлення, складання та міцністю глобoidного сухаря.

Результат обчислень зображено на графіку рис. 3.

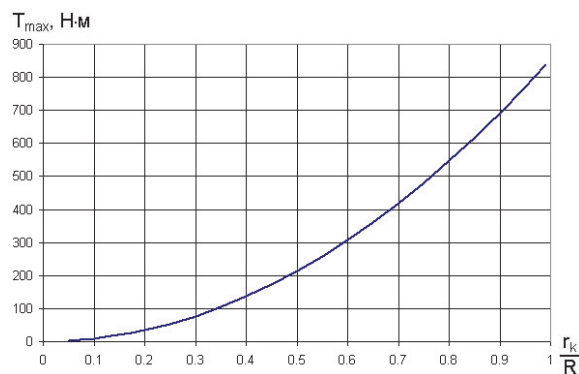


Рис. 3. Залежність  $T_{max}$  у сфероглобoidному сухарному синхронному карданному шарнірі від співвідношення радіусів кулачка та осі глобoidної поверхні сухаря  $r_k/R$

Незначні величини співвідношення  $r_k/R < 0,2$  практично не забезпечують карданний шарнір значним обертовим моментом. За співвідношення  $r_k/R > 0,8$  значно збільшуються габарити шарнірного механізму і ускладнюються його конструктивні параметри. Для досягнення максимального значення крутного моменту  $T_{max}$  у сфероглобoidному

сухарному синхронному карданному шарнірі доцільно виготовляти сферичні кулачки з діаметром сфери, максимально можливим із конструктивних міркувань, тому що максимальний момент зростає у квадратичній залежності від його радіуса.

Дослідження розрахункових величин сфероглобoidного сухарного синхронного карданного шарніра проведемо для трьох типорозмірів – малого, середнього та великого, при цьому матеріал та допустимі напруження вважатимемо однаковими.

Результати дослідження зведемо у табл. 1, взявши такі величини, що характеризують матеріал та конструкцію:  $[\sigma]=2000$  МПа;  $\nu=0,3$ ;  $E = 2 \times 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;  $r_k/R = 0,4$ .

Таблиця 1 Дослідження типорозміру сфероглобoidного сухарного синхронного карданного шарніра

Типорозмір	$r_k$ , мм	$R$ , мм	$T_{max}$ , Н·м
Малий	10	25	17,1
Середній	25	62,5	267
Великий	50	125	2140

Як показують табличні розрахункові дані, збільшення типорозміру вдвічі збільшує допустимий момент у 8 разів.

Звичайно, за необхідності, залежно від умов роботи, розміри елементів конструкції сфероглобoidного сухарного синхронного карданного шарніра можуть обиратись довільно з урахуванням вищенаведених рекомендацій.

### Висновок

Виведено формулу величини максимального тиску в контакті, що визначає міцність карданного шарніра, довговічність його роботи, зношування у спряженій парі тертя. Встановлено, що зі збільшенням радіуса кулачка  $r_k$  допустимий обертовий момент у карданному шарнірі зростає у квадратичній залежності, а зі збільшенням радіуса осі глобoidної поверхні сухаря  $R$ , на якій встановлені сферичні кулачки, пропорційно збільшується обертовий момент. Також, у кубічній залежності, збільшується максимально допустиме його значення при використанні якісного матеріалу з термічно обробленою поверхнею та застосуванням мастильних матеріалів, що допускає значні контактні навантаження  $[\sigma]$ . Значення обертового моменту під час одного

обертання карданного шарніра коливається в певних межах залежно від кута відхилення між осями валів  $\gamma$  та коефіцієнта тертя  $\mu$ . Збільшення типорозміру карданного шарніра вдвічі збільшує допустимий передаваний момент у 8 разів.

### Література

1. Чудаков Е.А. Конструкция и расчет автомобиля / Е.А. Чудаков. – М.: Машгиз, 1951. – 433 с.
2. Кожевников С.Н. Карданные передачи / С.Н. Кожевников, П.Д. Перфильев. – К.: Техніка, 1978. – 264 с.
3. Малаховский Я.Е. Карданные передачи / Я.Е. Малаховский, А.А. Лапин, Н.К. Веденеев. – М.: Машгиз, 1962. – 155 с.
4. Шарипов В.М. Конструирование и расчет тракторов: учебник для студентов вузов / В. М. Шарипов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 2009. – 752 с.
5. Проектирование полноприводных колесных машин: учеб. для вузов / Б.А. Афанасьев, Н.Ф. Бочаров, Л.Ф. Жеглов и др.; под общ. ред. А. А. Полунгяна. – В 2 т. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. – 488 с.
6. Прочность, устойчивость, колебания: справочник: в 3 т. Т. 2. / под ред. И.А. Биргенра и Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 463 с.
7. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
8. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность: руководство и справочное пособие; под ред. С.В. Серенсена. – 3-е изд., изм. и доп. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.

Рецензент: В.І. Клименко, професор, к.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 13 лютого 2014 р.

---