

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ

**О.Я. Никонов, профессор, д.т.н., О.А. Подоляка, доцент, к.т.н., ХНАДУ,
А.Н. Подоляка, ст. преподаватель, НАУ «ХАИ»,
Е.В. Скакалина, к.т.н., начальник отдела ВиЭИС, НГДУ «Полтаванефтегаз»**

Аннотация. Рассматривается метод решения многокритериальной задачи о назначениях, основанный на алгоритмах порядковой нормализации критериев, основным достоинством которого является существенное упрощение процедуры построения векторных решений и их сравнения, а также процесс свертки функционалов многокритериальных задач.

Ключевые слова: многокритериальная задача о назначениях, векторная целевая функция, нормализация критериев.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ

**О.Я. Ніконов, професор, д.т.н., О.О. Подоляка, доцент, к.т.н., ХНАДУ,
О.М. Подоляка, ст. викладач, НАУ «ХАІ»,
О.В. Скакаліна, к.т.н., начальник відділу ВіЕІС, НГВУ «Полтаванафтогаз»**

Анотація. Розглядається метод розв'язання багатокритеріальної задачі про призначення, заснований на алгоритмах порядкової нормалізації критеріїв, основним достоїнством якого є істотне спрощення процедур побудови векторних розв'язків та їх порівняння, а також процес згортки функціоналів багатокритеріальних задач.

Ключові слова: багатокритеріальна задача про призначення, векторна цільова функція, нормалізація критеріїв.

MATHEMATICAL METHODS OF SOLVING MULTICRITERION ASSIGNMENT PROBLEM

**O. Nikonov, professor, dr. eng. sc., O. Podolyaka, assistant professor, cand. eng. sc.,
KhNAHU, A. Podolyaka, senior teacher, NAU «KhAI»,
E. Skakalina, cand. eng. sc., department head IOIS, NGMC «Poltavaneftegaz»**

Abstract. The method of solving multicriterion assignment problem based on the algorithms of ordinal normalization criteria, the main advantage is a significant simplification of the vector solutions construction and compare them, as well as the process of convolution of functionals multicriterion problems.

Key words: multicriterion assignment problem, vector objective function, the criteria normalization.

Введение

Результаты исследования задач планирования и управления на транспорте показывают,

что в реальной постановке они являются многокритериальными, т.к. характеризуются множеством различных параметров или критериев. В связи с этим традиционные методы

решения задач, оказываются малоэффективными.

Представление математических моделей транспортного процесса в виде многокритериальных постановок транспортных задач представляет естественный процесс формирования цивилизованного рынка транспортных услуг в Украине.

Анализ публикаций

В основе метода решения многокритериальной задачи о назначениях, рассматриваемого в данной работе, лежат алгоритмы нормализации критериев. Основной проблемой нормализации является слабая оценка важности критериев, с точки зрения возможности построения решений задачи, особенно, когда критерии задачи имеют различные шкалы. [1-4], а известные схемы свертки функционала или методы поиска компромисса, не в состоянии решить эту проблему [3-5].

Для решения вышеперечисленных проблем в работе предлагается определить следующие характеристики ценности критерия, которые должны учитываться при нормализации:

1. Нормализованное значение должно отражать величину выигрыша (важности) при использовании этого элемента в решении.
2. Нормализация критерия должна отображать размерное значение веса критерия в некоторое безразмерное компактное счетное множество значений. Если необходимо, значения элементов этого множества можно отобразить в диапазон $[0,1]$.
3. Нормализация не должна менять порядок следования решений или, по крайней мере, изменять его незначительно.

Цель и постановка задачи

Данное исследование направлено на разработку математического метода решения многокритериальной задачи о назначениях (МЗН), в котором лицо, принимающее (ЛПР) будет играть свою роль только на этапе подготовки исходных данных и выбора приоритетных целей, а также на заключительном этапе выбора решения задачи из полученного множества альтернативных решений. Этап подготовки данных означает выбор ЛПР метода нормализации соответствующего критерия, который отражает подходящую, в данном случае, схему значимости критерия.

Если решение задачи, по каким-либо причинам не устраивает ЛПР, он может изменить значения соответствующих критериев на основе одной из трех схем нормализации, отражающих: пессимизм, оптимизм, или средневзвешенную оценку и построить новое решение. Основное внимание в работе уделено разработке различных методов нормализации критериев, что существенно образом упрощают процедуру свертки критериев в один суперкритерий.

Рассмотрим математическую постановку многокритериальной задачи о назначениях с множеством равнозначных критериев.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(\pi_1^*) = \min_{\pi_1} \sum_{i,j \in \pi_1} C_{ij}^1 \\ \rho(\pi_2^*) = \min_{\pi_2} \sum_{i,j \in \pi_2} C_{ij}^2 \\ \dots \\ \rho(\pi_k^*) = \min_{\pi_k} \sum_{i,j \in \pi_k} C_{ij}^k \end{array} \right. \quad (1)$$

где: $\min_{\pi_k} \sum_{i,j \in \pi_k} C_{ij}^k$ – вес паросочетания π^k ;

C_{ij}^k – вес k -го критерия элемента исходной матрицы β_{ij} , принадлежащего паросочетанию π^k .

В многокритериальной постановке элемент матрицы β_{ij} представляет сложный тип данных, называемый вектором критериев.

$$\beta_{ij} = \{C_{ij}^k, k = \overline{1, L}\} \quad (2)$$

где: L – число критериев; C_{ij}^k – значение k -го критерия элемента решения β_{ij} .

Метод решения многокритериальной задачи

1. Оценка важности критерия многокритериальной задачи о назначениях

На начальном этапе решения МЗН производится нормализация критериев, в процессе которой производится оценка важности критериев.

Важность критерия или соответствующего

элемента матрицы назначений определяется величиной выигрыша, которая достигается при использовании этого критерия в решении задачи. Алгоритмы нормализации вычисляют значение этого выигрыша, используя аддитивную схему определения важности критерия.

Главным отличием алгоритма нормализации от известных схем является предварительный этап, на котором реализуется отображение критерия в безразмерное компактное счетное множество значений. Каждый элемент этого множества находится в диапазоне $0, (N-1)^2$, где N – порядок матрицы. Это отображение реализуют алгоритмы порядковой сортировки.

2. Вычисление порядковой матрицы

Элементами порядковой матрицы являются аппроксимированные значения выигрышей, рассчитанные по выбранным алгоритмам порядковой сортировки.

В данной работе предлагается применять схему расчета, в которой для определения выигрыша использовать алгоритм порядковой сортировки LOS (Less order sort).

Алгоритм определяет индекс элемента или аппроксимированный выигрыш элемента β_{ij} для заданной пары строк i и r .

3. Решение МЗН, представленной порядковой матрицей

Следует понимать, что представление элементов решений в виде выигрышей, вычисленных с помощью алгоритмов порядковой сортировки, предназначено только для упрощения построения решений в известных методах решения многокритериальных задач.

Таким образом, после вычисления порядковой матрицы может быть использован любой метод решения многокритериальной задачи.

Алгоритм решения МЗН, представленной порядковой матрицей следующий:

1. *Нормализация.* Вычисление аппроксимирующей порядковой матрицы Im .
2. *Выделение доминирующего критерия.* Сортировка критериев Im на основе аксиомы упорядочения критериев и построение матрицы Isort.

3. Решение МЗН для матрицы Isort.

Выводы

Рассмотренный в работе метод решения МЗН, основанный на алгоритмах порядковой нормализации расширяет спектр современных методов решения многокритериальных задач.

Основным достоинством алгоритмов нормализации является то, что взвешенные значения критериев приводятся к единой шкале. Это существенно упрощает процедуры построения векторных решений и их сравнения, а также процесс свертки функционалов многокритериальных задач.

Предложенный метод решения МЗН позволяет решать задачи большой размерности с большим количеством критериев.

Литература

1. Подиновский В.В., Ногин В.Д.. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982, 267 с.
2. Анохин А.М., Глозов В.А., Павельев В.В., Черкашин А.М.. Методы определения коэффициентов важности критериев // Автоматика и телемеханика. – 1997. – №8. – С. 3-35.
3. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. М.: Физматлит, 2007. – 64 с.
4. Подиновский В.В. Количественная важность критериев с дискретной шкалой первой порядковой метрики // Автоматика и телемеханика. – 2004. – №8. – С. 196–203.
5. Салтыков С. А. Экспериментальное сопоставление методов взвешенной суммы, теории полезности и теории важности критериев для решения многокритериальных задач с балльными критериями // Управление большими системами. Выпуск 29. М.: ИПУ РАН, 2010. – С.16-41.

Рецензент: О.П. Алексієв, профессор, д.т.н., ХНАДУ

Стаття надійшла до редакції 17 жовтня 2011р