

напрямі повинні бути спрямовані на розроблення універсальної моделі побудови мережевої координації, що забезпечить баланс між ефективністю, стійкістю та екологічністю функціонування міського транспорту.

### Література

1. Li, J., Peng, L., Hou, K., Tian, Y., Ma, Y., Xu, Sh., & Qiu, T. Z. (2023). Adaptive signal control and coordination for urban traffic control in a connected vehicle environment: A review. *Digital Transportation and Safety*, 2(2), 89-111 DOI:10.48130/DTS-2023-0008.

2. Robertson, D.I. (1969). «TRANSYT» METHOD FOR AREA TRAFFIC CONTROL. *Traffic engineering and control*, 11(6): 276-281.

3. Stevanovic, A.Z., Kergaye, C., & Martin, P.T. (2009). SCOOT and SCATS: Closer Look into Their Operations.

4. Chen, S., Shang, C., & Zhu, F. (2023). A Flexible Traffic Signal Coordinated Control Approach and System on Complicated Transportation Control Infrastructure. *Sensors*, 23(13), 5796. <https://doi.org/10.3390/s23135796>.

5. Wang, X., & Shao, W. (2025). Networked Sensor-Based Adaptive Traffic Signal Control for Dynamic Flow Optimization. *Sensors*, 25(11), 3501. <https://doi.org/10.3390/s25113501>.

6. Genders, W., & Razavi, S. (2016). Using a deep reinforcement learning agent for traffic signal control. arXiv preprint <https://doi.org/10.48550/arXiv.1611.01142>.

7. S. Lin, B. De Schutter, Y. Xi, & Hellendoorn, H. (2010). Model Predictive Control for urban traffic networks via MILP. *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, Baltimore, MD, USA, pp. 2272-2277, doi: 10.1109/ACC.2010.5530534.

8. Zhu, H., Sun, F., Tang, K., Wu, H., Feng, J., & Tang, Z. (2024). Digital Twin-Enhanced Adaptive Traffic Signal Framework under Limited Synchronization Conditions. *Sustainability*, 16(13), 5502. <https://doi.org/10.3390/su16135502>.

9. Wang, W., Qiao, T., Ma, J., Jin, J., Li, Z., Wu, W., & Jian, Y. (2023). Real-Time Network-Level Traffic Signal Control: An Explicit Multiagent Coordination Method. arXiv preprint <https://doi.org/10.48550/arXiv.2306.08843>.

УДК 656.02

## МЕТОДИ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПОРНИХ ПЛАНІВ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ В ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРИ

**Славич В'ячеслав Петрович**, канд. техн. наук, доцент кафедра транспортних систем і технічного сервісу, Херсонський національний технічний університет,  
e-mail: [vslavich@ukr.net](mailto:vslavich@ukr.net), ORCID: [0000-0001-7882-4198](https://orcid.org/0000-0001-7882-4198)

**Білоущенко Дар'я Юрїївна**, бакалавр,  
Херсонський національний технічний університет,  
e-mail: [s6782581@kntu.edu.ua](mailto:s6782581@kntu.edu.ua)

Ефективна організація внутрішньоскладських перевезень є ключовим чинником підвищення продуктивності логістичних систем. У сучасних умовах

інтенсивного розвитку електронної комерції, логістичних хабів і дистрибуційних центрів набуває актуальності питання оптимізації руху вантажних потоків у складських комплексах багаторівневої структури. Особливо це стосується дворівневих складів, де вантажі переміщуються між рівнями через кілька точок підйому або спуску (ліфти, конвеєри, рампи, підйомники). Наявність кількох точок переміщення формує складну транспортно-логістичну задачу, що вимагає використання математичних методів для прийняття оптимальних рішень.

Аналіз наукових джерел показує, що дворівневі транспортні задачі та оптимізація потоків вантажу активно досліджуються останніми роками. В [1, 5] пропонують евристичні методи для планування маршрутів у дворівневих системах, що дозволяє зменшити витрати та час перевезень. В [2] розглядають дворівневі задачі з часовими обмеженнями, що актуально при наявності декількох точок переміщення між рівнями. В роботах [3, 4] досліджують оптимізацію багаторівневих логістичних мереж та систем підйомників, що забезпечує ефективну координацію вантажних потоків.

Проблема полягає у визначенні таких маршрутів і способів розподілу потоків вантажів між точками переміщення, які забезпечують мінімальні витрати часу, енергії чи вартості транспортування при дотриманні обмежень на пропускну здатність кожної точки та засобів транспортування. У класичному підході доставка всередині складу моделюється як транспортна задача. Однак у випадку дворівневої структури з кількома точками вертикального переміщення ця задача набуває багаторівневого характеру. Для формалізації такого процесу доцільно використовувати розширену модель транспортної задачі або задачу мережеских потоків з проміжними вузлами.

Введемо наступні позначення:

- 1)  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  – множину зон комплектування на нижньому рівні;
- 2)  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$  – множину зон відвантаження на верхньому рівні;
- 3)  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$  – множину точок вертикального переміщення.

Кожна зона  $a_i$  має запас продукції  $s_i$ , а кожна зона  $b_j$  потребує вантажу у кількості  $d_j$ . Переміщення вантажу між рівнями можливе лише через точки  $c_p$ , кожна з яких має обмежену пропускну здатність  $u_p$ .

Тоді оптимізаційна модель може бути представлена у вигляді трирівневої транспортної схеми:

$$\min Z = \sum_{i=1}^m \sum_{p=1}^k c_{ip} x_{ip} + \sum_{p=1}^k \sum_{j=1}^n c_{pj} y_{pj} \quad (1)$$

за умов:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{p=1}^k x_{ip} = s_i, i = 1, \dots, m \\ \sum_{p=1}^k y_{pj} = d_j, j = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m x_{ip} = \sum_{j=1}^n y_{pj}, p = 1, \dots, k \\ \sum_{i=1}^m x_{ip} \leq u_p, p = 1, \dots, k \\ x_{ip} \geq 0, y_{pj} \geq 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

де  $c_{ip}$ — вартість транспортування одиниці вантажу від зони комплектування  $a_i$  до точки підйому  $c_p$ , а  $c_{pj}$  – вартість транспортування від точки підйому  $c_p$  до зони відвантаження  $b_j$ .

Для розв’язання цієї задачі можуть застосовуватися методи лінійного програмування, зокрема симплекс-метод або спеціалізовані методи транспортних задач (метод потенціалів, метод найменшої вартості, метод північно-західного кута). У випадку великої кількості точок переміщення  $S$  та динамічної зміни потоків доцільно використовувати моделі мережевого програмування, наприклад, алгоритм Форда–Беллмана або метод мінімального потоку з обмеженнями пропускної здатності.

У випадку коли у дворівневому складі одночасно функціонує декілька підйомних механізмів з різною швидкістю чи енергоспоживанням необхідне введення додаткової змінної, що характеризують стан кожного підйомника. У цьому випадку цільова функція набуває вигляду:

$$\min Z = \sum_{i,p} (c_{ip} + \alpha_p t_{ip}) x_{ip} + \sum_{p,j} (c_{pj} + \beta_p t_{pj}) y_{pj}$$

де  $t_{ip}, t_{pj}$  – час транспортування, а коефіцієнти  $\alpha_p, \beta_p$  враховують енергетичні витрати або знос обладнання. Такий підхід дозволяє як мінімізувати вартість, так і збалансувати навантаження між різними точками переміщення.

Важливо, що в реальних умовах вантажопотоки на дворівневих складах не є статичними. Тому перспективним є застосування методів стохастичного програмування, які враховують випадкові коливання попиту та часу обробки.

Таким чином, дворівнева складська система з кількома точками переміщення між рівнями є прикладом складної логістичної структури, де поєднуються задачі маршрутизації, розподілу потоків та управління ресурсами. Використання математичного програмування дозволяє формалізувати процес прийняття рішень, мінімізувати витрати й забезпечити рівномірне використання інфраструктури складу.

## Висновки

Організація доставки вантажів на дворівневих складах з декількома точками переміщення між рівнями потребує системного підходу, який поєднує логістичне планування та методи математичного програмування. Моделі лінійного, мережевого та стохастичного програмування дозволяють оптимізувати витрати, мінімізувати час транспортування й забезпечити стабільність потоків при обмеженій пропускну здатності обладнання. Раціональне використання цих підходів є передумовою підвищення ефективності роботи сучасних логістичних комплексів та їх інтеграції у цифрову інфраструктуру транспортно-складських систем.

## Література

1. Breunig, U., Schmid, V., Hartl, R. F., & Vidal, T. (2016). A large neighbourhood based heuristic for two-echelon routing problems. *Computers & Operations Research*, 76, 208–225.
2. Yu, V. F., Lin, S. W., Zhou, L., & Baldacci, R. (2023). A fast simulated annealing heuristic for the multi-depot two-echelon vehicle routing problem with delivery options. *Transportation Letters*, 16(8), 921–932.
3. Li, C., Shi, X. (2024). Optimisation of a multilevel logistics network for prepositioned warehouses under an omni-channel retail model. *Humanit Soc Sci Commun* 11, 970.
4. Vincent F. Yu, Panca Jodiawan, Shih-Wei Lin, Winy Fara Nadira, Anna Maria Sri Asih & Le Nguyen Hoang Vinh. (2024) Using Simulated Annealing to Solve the Multi-Depot Waste Collection Vehicle Routing Problem with Time Window and Self-Delivery Option. *Mathematics* 12:3, pages 501.
5. Hemmelmayr, V. C., Cordeau, J.-F., & Crainic, T. G. (2012). An adaptive large neighborhood search heuristic for Two-Echelon Vehicle Routing Problems arising in city logistics. *Computers & Operations Research*, 39(12), 3215–3228.

УДК 656.072

## АЛГОРИТМ ГАРАНТОВАНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ ВИПАДКОВИХ МАТРИЦЬ КОРЕСПОНДЕНЦІЙ

**Цинь Сясюань**, здобувачка третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет, e-mail:  
[xiaoxuan@ukr.net](mailto:xiaoxuan@ukr.net), ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3736-619X>.

Проблема відтворення реального стану пересувань населення з використанням громадського транспорту (ГТ) завжди була складною через неоднорідність і неточність вхідних даних, а також через те, що фіксація кожного окремого пересування між транспортними районами при проведенні спостережень неможлива. Традиційні методи побудови матриць пасажирських