

УДК 621.8:681.5

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАНИПУЛЯТОРА ЭКСКАВАТОРА С ОБРАТНОЙ ЛОПАТОЙ

А.Г. Гурко, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Аннотация. Работа посвящена вопросу автоматизации гидравлического экскаватора. Рассматривая систему стрела–рукоять–ковш как звенья манипулятора промышленного робота, при помощи процедуры Денавита–Хартенберга, записаны уравнения кинематики экскаватора. На основании метода Ньютона–Эйлера получены уравнения динамики звеньев манипулятора экскаватора в форме, удобной для работы в реальном времени при решении задач управления.

Ключевые слова: гидравлический экскаватор, система управления, уравнения кинематики, динамическая модель.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАНІПУЛЯТОРА ЕКСКАВАТОРА ЗІ ЗВОРотною ЛОПАТОЮ

О.Г. Гурко, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Анотація. Робота присвячена питанню автоматизації гідравлічного экскаватора. Розглядаючи систему стріла–рукоять–ківш як ланки маніпулятора промислового робота, за допомогою процедури Денавіта–Хартенберга, записано рівняння кінематики экскаватора. На підставі методу Ньютона–Ейлера отримано рівняння динаміки ланок маніпулятора экскаватора у зручній для роботи в реальному часі при вирішенні завдань керування формі.

Ключові слова: гідравлічний экскаватор, система керування, рівняння кінематики, динамічна модель.

MATHEMATICAL MODEL OF BACKHOE SHOVEL MANIPULATOR

A. Gurko, Associate Professor, Candidate of Technical Science, KhNAHU

Abstract. This paper deals with the problem of hydraulic excavator automation. Considering the arm-handle-bucket system as links of a robotic industrial manipulator and using the Denavit-Hartenberg procedure, the kinematics equations of the excavator are obtained. Based on the Newton-Euler equations, a dynamic model for excavator manipulator links in the form suitable for real-time control tasks solution is obtained.

Key words: hydraulic excavator, control system, kinematics equation, dynamic model.

Введение

Около половины всех земляных работ производится с помощью экскаватора, поэтому повышение эффективности, производительности использования экскаваторов является одной из актуальных задач развития машин для земляных работ (МЗР). До недавнего времени решение этих задач осуществлялось в основном традиционными средствами – за

счет усовершенствования конструкций узлов и механизмов МЗР. Это обусловлено тем, что экскаватор, да и все МЗР, являются сложными динамическими системами, которые к тому же должны работать в неоднородной, изменяющейся среде, часто в неблагоприятных погодных условиях. Тем не менее для дальнейшего усовершенствования экскаваторов необходимо развитие систем автоматического управления.

Кроме промышленного применения, где автоматизация МЗР мотивируется, главным образом, экономическими соображениями, развитие систем управления такими машинами стимулируется и другими сферами деятельности, например, космическими исследованиями, ликвидацией чрезвычайных ситуаций, переработкой химических и ядерных отходов [1–3]. Все это, а также значительные достижения в теории управления и технических средств автоматизации, привело к интенсификации работ по созданию систем автоматического управления МЗР и, в частности, экскаваторами.

Анализ публикаций

Многие работы по управлению экскаваторами с гидроприводом сфокусированы на дистанционном управлении работой машины, когда оператор удаляется из машины, например, по соображениям безопасности [3–5]. Более высокий уровень автономности достигается при совместном использовании оператора и системы управления. В этом случае оператор выбирает положение ковша, а система управления берет на себя непосредственно процесс копания грунта и его доставки на транспортные средства для дальнейшей перевозки [6–14].

На следующем уровне автономности расположены системы, автоматически определяющие место копания. Такие системы измеряют топологию местности, используя локационные датчики, и вычисляют траекторию копания [15, 16]. На самом высоком уровне автономности находятся системы, которые выполняют всю последовательность процедуры копания в течение длительного периода [17–20].

Один из подходов при проектировании систем управления непосредственно процессом копания связан с рассмотрением системы стрела-рукоять-ковш как манипулятора промышленного робота. Такой подход оправдан, т.к. очевидны параллели между «классическими» роботами и роботизированными экскаваторами. Однако при этом необходимо учитывать и ряд принципиальных отличий. В частности экскаватор не зафиксирован жестко относительно рабочей поверхности, он перемещается по поверхности, при этом активно изменяя её [15]. Более того, непостоянство свойств грунта делает работу экскава-

тора намного более сложной, чем задачи обычного робота [17]. Поэтому проблема создания систем управления рабочим процессом экскаватора является актуальной.

Цель и постановка задачи

Целью данной работы и ряда последующих работ является разработка системы управления экскаватором с гидравлическим приводом и рабочим оборудованием «обратная лопата». Для достижения поставленной цели в работе решены следующие задачи:

- анализ рабочего процесса экскаватора как объекта автоматизации;
- получение моделей, позволяющих решить прямую и обратную задачи кинематики манипулятора экскаватора;
- получение модели динамики манипулятора экскаватора в форме, удобной для работы с ней в реальном времени при решении задач управления.

Рабочий процесс экскаватора

Для автоматизации работы экскаватора необходимо проанализировать рабочий процесс копания, методы и приёмы копания различных грунтов.

Рабочий процесс одноковшового экскаватора является циклическим и состоит из разработки и перемещения грунта и передвижения экскаватора к забою, после того как с места стоянки экскаватора станет неудобно или невозможно продолжать дальнейшую разработку грунта [21]. Во время передвижения экскаватора работа не производится, поэтому время, затрачиваемое на передвижение, следует максимально сокращать. Нас интересует процесс разработки и перемещения грунта, состоящий из следующих операций:

- позиционирование стрелы рукояти и ковша под углами, обеспечивающими копание выбранным методом;
- собственно копание грунта (загрузка ковша);
- выведение ковша с грунтом из забоя;
- перемещение заполненного грунтом ковша к месту разгрузки;
- разгрузка грунта из ковша в отвал или в транспортное средство;
- перемещение ковша к забою.

Каждая из указанных операций характеризуется разными показателями – усилиями, скоростями, изменением их величины и направ-

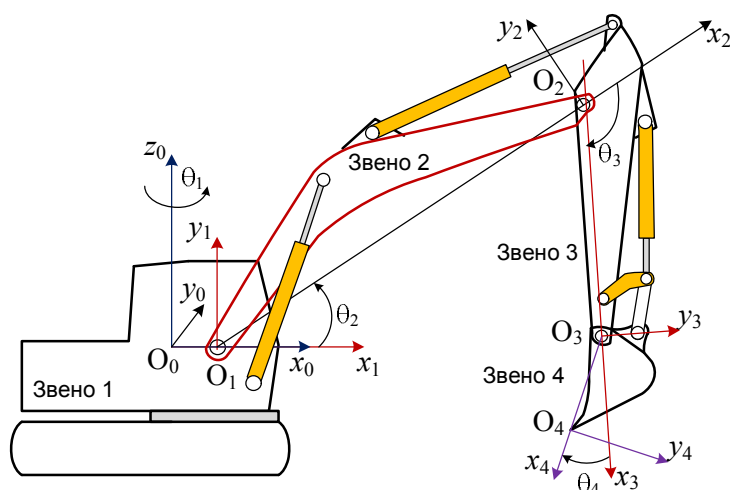


Рис. 1. Звенья манипулятора экскаватора и соответствующие системы координат

ления, точностью и т.д. Изменение всех этих показателей в основном зависит от рабочей среды и неоднородности условий работы, конструкции машины и в целом определяет нагрузку рабочих механизмов, конструкций и двигателя или режим работы машины.

Важно отметить, что физические свойства разрабатываемого грунта имеют прямое влияние на метод копания. Они существенно определяют силы, действующие на ковш, а значит, и на полезную мощность машины.

Для управления указанными операциями требуются соответствующие контуры системы управления, которые учитывают особенности каждой операции. Таким образом, система управления экскаватора имеет сложную многоуровневую структуру [17]. Она включает в себя подсистемы планирования траектории движения рукояти и ковша; позиционирования рабочего оборудования; контроля за выполнением запланированного движения оборудования и возврата на заданную траекторию при отклонении от неё; обеспечения требуемой точности и производительности процесса копания; изменения запланированной траектории или прекращения процесса копания в случае необходимости. При этом выполнение рабочего цикла должно осуществляться за минимальное время, с наименьшей загруженностью и энергетическими затратами.

Прямая задача кинематики манипулятора экскаватора

Получим математическую модель экскаватора, рассматривая стрелу, рукоять и ковш как

элементы манипулятора робота. Рассмотрим сначала кинематику экскаватора для аналитического описания изменения с течением времени пространственного положения элементов его манипулятора. Для этого воспользуемся векторно-матричным методом преобразования координат манипулятора, предложенным Ж. Денавитом и Р.С. Хартенбергом [22]. Этот метод позволяет последовательно преобразовать координаты ковша из связанной с ним системы координат в базовую систему координат.

Свяжем с базовой частью экскаватора базовую систему декартовых координат (x_0, y_0, z_0) , направив ось z_0 вдоль оси поворота базовой части экскаватора (рис. 1). Каждую последующую i -ю систему координат $i = \overline{1,4}$ для стрелы, рукояти, ковша и его зубьев соответственно сформируем на основе следующих трех правил [22]:

- 1) ось z_{i-1} направлена вдоль оси i -го сочленения;
- 2) ось x_i перпендикулярна оси z_{i-1} и направлена от неё;
- 3) ось y_i дополняет оси x_i и z_i до правой декартовой системы координат.

Однородная матрица преобразования $(i-1)$ -й в i -ю систему координат имеет вид

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -c_{\alpha_i} s_{\theta_i} & s_{\alpha_i} s_{\theta_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\alpha_i} c_{\theta_i} & -s_{\alpha_i} c_{\theta_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $c = \cos$, $s = \sin$, θ_i – такой угол поворота вокруг оси z_{i-1} , чтобы ось x_{i-1} стала сонаправ-

ленной с осью x_i ; d_i – величина сдвига вдоль оси x_i до совмещения осей x_{i-1} и x_i ; a_i – расстояние между соседними началами координат; α_i – такой угол поворота вокруг оси x_i , в результате которого достигается совпадение систем координат.

Значения параметров систем координат звеньев манипулятора приведены в табл. 1.

Таблица 1 Параметры систем координат звеньев экскаватора

Звено i	θ_i	α_i	a_i	d_i
1 (база)	θ_1	$-\pi/2$	l_1	0
2 (стрела)	θ_2	0	l_2	0
3 (рукоять)	θ_3	0	l_3	0
4 (ковш)	θ_4	0	l_4	0

Следует отметить, что в процессе копания угол поворота θ_1 базовой части экскаватора относительно вертикальной оси z_0 , как правило, остаётся постоянным, в то время как углы θ_2 , θ_3 и θ_4 изменяются.

При помощи матрицы A_i^{i-1} можно связать однородные координаты произвольной точки P_i с однородными координатами этой точки относительно $(i-1)$ -й системы отсчета, связанной с $(i-1)$ -м звеном манипулятора экскаватора

$$P_{i-1} = A_i^{i-1} P_i, \quad (2)$$

где $P_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}, 1)^T$ и $P_i = (x_i, y_i, z_i, 1)^T$, верхний индекс T – символ транспонирования.

Например, связь точек O_4 и O_0 , представляющих собой начала координат, связанных с зубьями ковша и базовой частью экскаватора, описывается следующим образом

$$P_{O_1} = A_4^0 P_{O_4}, \quad (3)$$

где $A_4^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3$, а $P_{O_4} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$.

Рассмотренный выше подход применительно к экскаватору был использован в [23].

Получим координаты P_{O_i} , $i = \overline{1,4}$ в явном виде. Для нашего случая матрица A_1^0 равна

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & 0 & s_{\theta_1} & l_1 c_{\theta_1} \\ s_{\theta_1} & 0 & -c_{\theta_1} & l_1 s_{\theta_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

а однородные матрицы A_i^{i-1} при P_{O_i} , $i = \overline{2,4}$ можно получить следующим образом

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & l_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} & 0 & l_i s_{\theta_i} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = \overline{2,4}. \quad (5)$$

Тогда

$$P_{O_1}^{O_0} = A_1^0 P_{O_1} = [l_1 c_{\theta_1} \quad l_1 s_{\theta_1} \quad 0 \quad 1]^T; \quad (6)$$

$$P_{O_2}^{O_0} = A_1^0 A_2^1 P_{O_2} = [l_1 + l_2 c_{\theta_2} \quad 0 \quad l_2 s_{\theta_2} \quad 1]^T; \quad (7)$$

$$P_{O_3}^{O_0} = A_1^0 A_2^1 A_3^2 P_{O_3} = \begin{bmatrix} l_1 + l_2 c_{\theta_2} + l_3 c_{\theta_{23}} \\ 0 \\ l_2 s_{\theta_2} + l_3 s_{\theta_{23}} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$P_{O_4}^{O_0} = A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_4^3 P_{O_4} = \begin{bmatrix} l_1 + l_2 c_{\theta_2} + l_3 c_{\theta_{23}} + l_4 c_{\theta_{234}} \\ 0 \\ l_2 s_{\theta_2} + l_3 s_{\theta_{23}} + l_4 s_{\theta_{234}} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где $\theta_{23} = \theta_2 + \theta_3$, а $\theta_{234} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$.

Обратная задача кинематики

Полученная модель (9) экскаватора является решением так называемой прямой задачи кинематики манипулятора. При управлении процессом копания необходимо также уметь решать и обратную задачу кинематики, которая заключается в обеспечении заданного положения ковша экскаватора относительно базовой системы координат на основе информации о геометрических параметрах звеньев манипулятора. Иными словами, задача заключается в определении таких углов $\Theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T$, которые бы обеспечили заданную ориентацию ковша.

Известны различные методы решения обратной задачи кинематики [22]. В [24] дано решение обратной задачи кинематики манипулятора экскаватора на основе геометрического подхода. Для этого рассматривается проекция звеньев манипулятора экскаватора на вертикальную плоскость (рис. 2). Выполняя несложные тригонометрические преобразования, имеем

$$h_1 = \sqrt{(r_b - l_1)^2 + z_b^2}; \quad (10)$$

$$\xi_1 = \arctan \frac{z_b}{r_b - l_1}; \quad (11)$$

$$h = \sqrt{h_1^2 + l_4^2 - 2h_1l_4 \cos(\xi_1 - \psi)}; \quad (12)$$

$$\xi_2 = \arcsin \frac{z_b - l_4 \sin \psi}{h}. \quad (13)$$

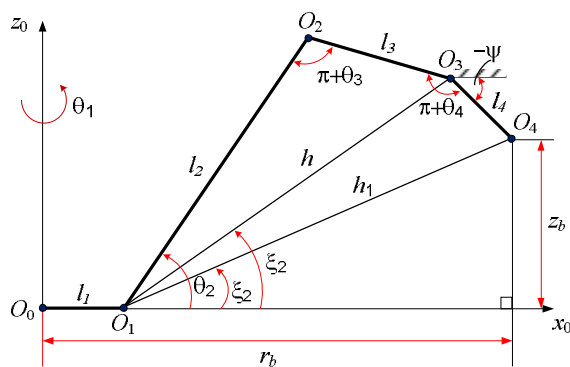


Рис. 2. Кинематическая схема манипулятора экскаватора

Теперь найдем углы Θ

$$\theta_1 = \theta_b, \quad (14)$$

$$\theta_2 = \xi_2 + \arccos \left(\frac{l_2^2 + h^2 - l_3^2}{2l_2h} \right); \quad (15)$$

$$\theta_3 = \arccos \left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - h^2}{2l_2l_3} \right) - \pi; \quad (16)$$

$$\theta_4 = \psi - \theta_{23}, \quad (17)$$

где индекс b характеризует отношение соответствующей координаты к базовой части экскаватора.

По известным углам $\Theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T$ можно найти длины L_i выдвижения соответствующих исполнительных гидроцилиндров. Выражения, связывающие углы поворотов звеньев манипулятора с величинами L_i для экскаватора с кинематической схемой, изображенной на рис. 1, получены в [20].

Уравнения динамики манипулятора

Для синтеза системы управления процессом копания необходимо также иметь уравнения динамики манипулятора экскаватора. Динамическая модель манипулятора может быть построена при помощи традиционных методов Лагранжа–Эйлера или Ньютона–Эйлера. Метод Лагранжа–Эйлера позволяет получить уравнения в удобной для анализа форме. Однако решение в реальном времени полученных уравнений может быть затруднительно с вычислительной точки зрения. Поэтому предпочтительнее использовать подходы, основанные на применении метода Ньютона–Эйлера. В работах [7, 25, 26] получены прямые и обратные уравнения, описывающие динамику манипулятора экскаватора на основе различных подходов к реализации метода Ньютона–Эйлера. Недостаток указанных уравнений движения состоит в том, что матрицы инерции звеньев, а также некоторые их геометрические параметры выражены относительно базовой системы координат, поэтому меняются в процессе движения манипулятора. Поэтому при составлении уравнений динамики манипулятора экскаватора будем использовать подход, описанный в [27] и являющийся усовершенствованием метода Ньютона–Эйлера. Предложенный в [27] переход в уравнениях движения к параметрам, выраженным относительно систем координат соответствующих звеньев, позволяет существенно упростить вычисления.

Для удобства будем рассматривать режим копания, когда угол поворота первого звена $\theta_1 = \text{const}$ и $\dot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_1 = 0$, т.е. движение механизмов экскаватора осуществляется в вертикальной плоскости. Будем также считать, что звенья манипулятора экскаватора являются жесткими свободными телами.

Рассмотрим еще раз матрицу A_i^{i-1} (1). Выделим в ней подматрицу R_i^{i-1} поворота размерности 3×3 , преобразующую произвольный

трехмерный вектор из системы координат (x_i, y_i, z_i) в систему координат $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$

$$R_{i-1}^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\theta i} & -c_{\alpha i} s_{\theta i} & s_{\alpha i} s_{\theta i} \\ s_{\theta i} & c_{\alpha i} c_{\theta i} & -s_{\alpha i} c_{\theta i} \\ 0 & s_{\alpha i} & c_{\alpha i} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Рассмотрим также обратную матрицу, такую что

$$R_{i-1}^i = (R_{i-1}^{i-1})^{-1} = (R_{i-1}^{i-1})^T, \quad (19)$$

$$R_{i-1}^i = \begin{bmatrix} c_{\theta i} & s_{\theta i} & 0 \\ -c_{\alpha i} s_{\theta i} & c_{\alpha i} c_{\theta i} & s_{\alpha i} \\ s_{\alpha i} s_{\theta i} & -s_{\alpha i} c_{\theta i} & c_{\alpha i} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Рассмотрим i -е звено. Пренебрегая силами трения в сочленениях, применив принцип д'Аламбера, получим

$$F_i = \frac{d(m_i v_i)}{dt} = m_i a_i, \quad (21)$$

$$N_i = \frac{d(I_i \omega_i)}{dt} = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i), \quad (22)$$

где F_i – суммарная внешняя сила, приложенная к центру масс i -го звена; N_i – суммарный момент внешних сил, приложенных к i -му звену; m_i – масса i -го звена; v_i – линейная скорость центра масс i -го звена; a_i – линейное ускорение центра масс i -го звена; I_i – матрица инерции i -го звена относительно его центра масс в системе координат (x_i, y_i, z_i) ; ω_i – угловая скорость вращения i -й системы координат; $\dot{\omega}_i$ – угловое ускорение i -й системы координат.

Будем вычислять $R_0^i \omega_i$, $R_0^i \dot{\omega}_i$, $R_0^i \dot{v}_i$, $R_0^i a_i$, $R_0^i F_i$, $R_0^i N_i$, $R_0^i f_i$, $R_0^i n_i$ и $R_0^i \tau_i$, заданные в системе координат i -го звена (x_i, y_i, z_i) . Здесь f_i – сила, с которой $(i-1)$ -е звено действует на i -е звено в системе координат $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$; n_i – момент, вызванный действием $(i-1)$ -го звена на i -е звено в системе координат $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$; τ_i – момент, создаваемый гидроцилиндрами i -го звена. Поскольку в процессе копания угол поворота θ_1 базовой части экскаватора постоянный, то для первого звена

$$\omega_1 = 0, \quad \dot{\omega}_1 = 0, \quad (23)$$

$$v_1 = 0, \quad \dot{v}_1 = [0 \quad g \quad 0]^T, \quad (24)$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Запишем прямые уравнения динамики для остальных звеньев манипулятора (рис. 3). Уравнения динамики стрелы описываются выражениями (25) – (28).

$$R_0^2 \omega_2 = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_2]^T, \quad (25)$$

$$R_0^2 \dot{\omega}_2 = [0 \quad 0 \quad \ddot{\theta}_2]^T, \quad (26)$$

$$R_0^2 \dot{v}_2 = \begin{bmatrix} -l_2 \dot{\theta}_2^2 + g s_{\theta 12} \\ l_2 \ddot{\theta}_2 + g c_{\theta 12} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$R_0^2 a_2 = \begin{bmatrix} r_2 s_{\sigma 2} \ddot{\theta}_2 - (l_2 + r_2 c_{\sigma 2}) \dot{\theta}_2^2 + g s_{\theta 12} \\ (l_2 + r_2 c_{\sigma 2}) \ddot{\theta}_2 + r_2 s_{\sigma 2} \ddot{\theta}_2^2 + g c_{\theta 12} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

где $c_{\sigma 2} = \cos \sigma_2$, $s_{\sigma 2} = \sin \sigma_2$, $\sigma_2 = \theta_1 + \theta_2 - \varphi_2$.

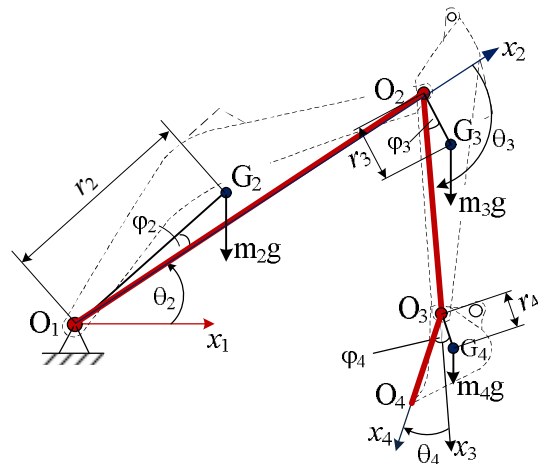


Рис. 3. К определению уравнений динамики манипулятора экскаватора

Для руки экскаватора

$$R_0^3 \omega_3 = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_{23}]^T, \quad (29)$$

$$R_0^3 \dot{\omega}_3 = [0 \quad 0 \quad \ddot{\theta}_{23}]^T, \quad (30)$$

$$R_0^3 \dot{v}_3 = \begin{bmatrix} l_2 (s_{\theta 3} \ddot{\theta}_2 - c_{\theta 3} \dot{\theta}_2^2) - l_3 \dot{\theta}_{23}^2 + g s_{\theta 123} \\ l_2 (c_{\theta 3} \ddot{\theta}_2 + s_{\theta 3} \dot{\theta}_2^2) + l_3 \ddot{\theta}_{23} + g c_{\theta 123} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$R_0^3 a_3 = \begin{bmatrix} l_2(s_{03}\ddot{\theta}_2 - c_{03}\dot{\theta}_2^2) - r_3 s_{\sigma 3} \ddot{\theta}_{23} \\ l_2(c_{03}\ddot{\theta}_2 + s_{03}\dot{\theta}_2^2) + (l_3 + r_3 c_{\sigma 3})\ddot{\theta}_{23} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (l_3 + r_3 c_{\sigma 3})\dot{\theta}_{23}^2 - g s_{0123} \\ r_3 s_{\sigma 3} \dot{\theta}_{23}^2 - g c_{0123} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

где $\sigma_3 = \theta_1 + \theta_2 + \varphi_3$, $\theta_{123} = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$.

Для ковша

$$R_0^3 \omega_3 = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_{234}]^T, \quad (33)$$

$$R_0^4 \dot{\omega}_4 = [0 \quad 0 \quad \ddot{\theta}_{234}]^T, \quad (34)$$

$$R_0^4 \dot{v}_4 = \begin{bmatrix} l_2(s_{034}\ddot{\theta}_2 - c_{034}\dot{\theta}_2^2) \\ l_2(c_{034}\ddot{\theta}_2 + s_{034}\dot{\theta}_2^2) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_3(s_{04}\ddot{\theta}_{23} - c_{04}\dot{\theta}_{23}^2) \\ l_3(c_{04}\ddot{\theta}_{23} + s_{04}\dot{\theta}_{23}^2) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g s_{01234} - l_4 \dot{\theta}_{234}^2 \\ g c_{01234} + l_4 \ddot{\theta}_{234} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$R_0^4 a_4 = \begin{bmatrix} l_2(s_{034}\ddot{\theta}_2 - c_{034}\dot{\theta}_2^2) + l_3(s_{04}\ddot{\theta}_{23} - c_{04}\dot{\theta}_{23}^2) \\ l_2(c_{034}\ddot{\theta}_2 + s_{034}\dot{\theta}_2^2) + l_3(c_{04}\ddot{\theta}_{23} + s_{04}\dot{\theta}_{23}^2) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_4 s_{\sigma 4} \ddot{\theta}_{234} - (l_4 + r_4 c_{\sigma 4}) \dot{\theta}_{234}^2 + g s_{01234} \\ (l_4 + r_4 c_{\sigma 4}) \ddot{\theta}_{234} + r_4 s_{\sigma 4} \dot{\theta}_{234}^2 + g c_{01234} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

где $\sigma_4 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \varphi_4$.

При помощи полученных соотношений (25)–(36) получим обратные уравнения динамики, позволяющие по известным обобщенным координатам, скоростям и ускорениям определить силы и моменты, действующие в сочленениях манипулятора экскаватора. При этом для простоты будем считать, что ковш экскаватора не нагружен, т.е. решается задача перемещения порожнего

ковша к забою. В этом случае $f_5 = n_5 = [0 \ 0 \ 0]^T$. Для расчета сил, действующих на i -е звено, воспользуемся следующим равенством

$$R_0^i f_i = R_{i+1}^i (R_0^{i+1} f_{i+1}) + R_0^i F_i, \quad (37)$$

где

$$R_0^i F_i = m_i R_0^i a_i. \quad (38)$$

Тогда

$$R_0^4 f_4 = m_4 R_0^4 a_4, \quad (39)$$

$$R_0^3 f_3 = \begin{bmatrix} (m_3 + m_4)(l_2(s_{03}\ddot{\theta}_2 - c_{03}\dot{\theta}_2^2) - l_3\dot{\theta}_{23}^2 + g s_{0123}) \\ (m_3 + m_4)(l_2(c_{03}\ddot{\theta}_2 + s_{03}\dot{\theta}_2^2) + l_3\ddot{\theta}_{23} + g c_{0123}) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m_3 r_3 (s_{\sigma 3} \ddot{\theta}_{23} + c_{\sigma 3} \dot{\theta}_{23}^2) \\ m_3 r_3 (s_{\sigma 3} \dot{\theta}_{23}^2 - c_{\sigma 3} \ddot{\theta}_{23}) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_4 (\ddot{\theta}_{234} (r_4 s_{\gamma 4} - l_4 s_{04}) - \dot{\theta}_{234}^2 (r_4 c_{\gamma 4} + l_4 c_{04})) \\ m_4 (\ddot{\theta}_{234} (r_4 c_{\gamma 4} + l_4 c_{04}) + \dot{\theta}_{234}^2 (r_4 s_{\gamma 4} - l_4 s_{04})) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

$$R_0^2 f_2 = \begin{bmatrix} (m_2 + m_3 + m_4)(g s_{012} - l_2 \dot{\theta}_2^2) \\ (m_2 + m_3 + m_4)(g c_{012} + l_2 \ddot{\theta}_2) \\ 0 \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} (m_3 + m_4) l_3 (s_{03} \ddot{\theta}_{23} + c_{03} \dot{\theta}_{23}^2) \\ (m_3 + m_4) l_3 (s_{03} \dot{\theta}_{23}^2 - c_{03} \ddot{\theta}_{23}) \\ 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} m_2 r_2 (s_{\sigma 2} \ddot{\theta}_2 - c_{\sigma 2} \dot{\theta}_2^2) \\ m_2 r_2 (c_{\sigma 2} \ddot{\theta}_2 + s_{\sigma 2} \dot{\theta}_2^2) \\ 0 \end{bmatrix} -$$

$$\begin{aligned}
& - \begin{bmatrix} m_3 r_3 (s_{\gamma 3} \ddot{\theta}_{23} + c_{\gamma 3} \dot{\theta}_{23}^2) \\ m_3 r_3 (s_{\gamma 3} \dot{\theta}_{23}^2 - c_{\gamma 3} \ddot{\theta}_{23}) \\ 0 \end{bmatrix} - \\
& - \begin{bmatrix} m_4 l_4 (s_{\theta 34} \ddot{\theta}_{234} + c_{\theta 34} \dot{\theta}_{234}^2) \\ m_4 l_4 (s_{\theta 34} \dot{\theta}_{234}^2 - c_{\theta 34} \ddot{\theta}_{234}) \\ 0 \end{bmatrix} + \quad (41) \\
& + \begin{bmatrix} m_4 r_4 (s_{\gamma 2} \ddot{\theta}_{234} - c_{\gamma 2} \dot{\theta}_{234}^2) \\ m_4 r_4 (c_{\gamma 2} \ddot{\theta}_{234} - s_{\gamma 2} \dot{\theta}_{234}^2) \\ 0 \end{bmatrix} . \\
R_0^1 f_1 = & \begin{bmatrix} g s_{\theta 1} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \\ g c_{\theta 1} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \\ 0 \end{bmatrix} - \\
& - \begin{bmatrix} (m_2 + m_3 + m_4) l_2 (\dot{\theta}_2^2 c_{\theta 2} + \ddot{\theta}_2 s_{\theta 2}) \\ (m_2 + m_3 + m_4) l_2 (\dot{\theta}_2^2 s_{\theta 2} - \ddot{\theta}_2 c_{\theta 2}) \\ 0 \end{bmatrix} - \\
& - \begin{bmatrix} (m_3 + m_4) l_3 (s_{\theta 23} \ddot{\theta}_{23} + c_{\theta 23} \dot{\theta}_{23}^2) \\ (m_3 + m_4) l_3 (s_{\theta 23} \dot{\theta}_{23}^2 - c_{\theta 23} \ddot{\theta}_{23}) \\ 0 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} m_2 r_2 (s_{\sigma 1} \ddot{\theta}_2 - c_{\sigma 1} \dot{\theta}_2^2) \\ m_2 r_2 (c_{\sigma 1} \ddot{\theta}_2 + s_{\sigma 1} \dot{\theta}_2^2) \\ 0 \end{bmatrix} - \\
& - \begin{bmatrix} m_3 r_3 (s_{\sigma 5} \ddot{\theta}_{23} + c_{\sigma 5} \dot{\theta}_{23}^2) \\ m_3 r_3 (s_{\sigma 5} \dot{\theta}_{23}^2 - c_{\sigma 5} \ddot{\theta}_{23}) \\ 0 \end{bmatrix} - \\
& - \begin{bmatrix} m_4 l_4 (s_{\theta 234} \ddot{\theta}_{234} + c_{\theta 234} \dot{\theta}_{234}^2) \\ m_4 l_4 (s_{\theta 234} \dot{\theta}_{234}^2 - c_{\theta 234} \ddot{\theta}_{234}) \\ 0 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} m_4 r_4 (s_{\gamma 1} \ddot{\theta}_{234} - c_{\gamma 1} \dot{\theta}_{234}^2) \\ m_4 r_4 (c_{\gamma 1} \ddot{\theta}_{234} + s_{\gamma 1} \dot{\theta}_{234}^2) \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (42)
\end{aligned}$$

В уравнениях (40)–(42): $\gamma_1 = \theta_1 - \varphi_4$, $\gamma_2 = \theta_1 + \theta_2 - \varphi_4$, $\gamma_3 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \varphi_3$, $\gamma_4 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \varphi_4$, $\sigma_1 = \theta_1 - \varphi_2$, $\sigma_5 = \theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3 + \varphi_3$.

Теперь с помощью равенств (43) и (44) вычислим моменты $R_0^i n_i$, действующие на звенья.

$$\begin{aligned}
R_0^i n_i = & R_{i+1}^i \left[R_0^{i+1} n_{i+1} + (R_0^{i+1} p_i) \times (R_0^{i+1} f_{i+1}) \right] + \\
& + (R_0^i p_i + R_0^i s_i) \times (R_0^i F_i) + R_0^i N_i, \quad (43)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
R_0^i N_i = & (R_0^i I_i R_i^0) (R_0^i \dot{\omega}_i) + \\
& + (R_0^i \dot{\omega}_i) \times \left[(R_0^i I_i R_i^0) (R_0^i \dot{\omega}_i) \right], \quad (44)
\end{aligned}$$

$R_0^{i+1} p_i$ – вектор относительного положения начал систем координат (x_i, y_i, z_i) и $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$, выраженный относительно системы координат (x_i, y_i, z_i) , $R_0^{i+1} s_i$ – центр масс i -го звена в системе координат (x_i, y_i, z_i) , $R_0^i I_i R_i^0$ – матрица i -го звена относительно его центра масс, выраженная в системе координат (x_i, y_i, z_i) .

С учетом того, что $n_5 = 0$, имеем

$$R_0^4 n_4 = [0 \quad 0 \quad D_4]^T, \quad (45)$$

где

$$\begin{aligned}
D_4 = & (I_{4z} + m_4 (l_4^2 + 2l_4 r_4 c_{\sigma 4} + r_4^2) + \\
& + m_4 l_3 (l_4 c_{\theta 124} + r_4 c_{\sigma 6})) \ddot{\theta}_{234} + \\
& + m_4 l_3 ((l_4 c_{\theta 4} + r_4 c_{\gamma 4}) \ddot{\theta}_{23} + (l_4 s_{\theta 4} - r_4 s_{\gamma 4}) \dot{\theta}_{23}^2) + \\
& + m_4 l_2 ((l_4 c_{\theta 34} + r_4 c_{\gamma 2}) \ddot{\theta}_2 + (l_4 s_{\theta 34} - r_4 s_{\gamma 2}) \dot{\theta}_2^2) + \\
& + g m_4 (l_4 c_{\theta 1234} + r_4 c_{\alpha 4}),
\end{aligned}$$

$$\sigma_6 = \theta_3 - \varphi_4.$$

$$R_0^3 n_3 = [0 \quad 0 \quad D_3]^T, \quad (46)$$

где

$$\begin{aligned}
D_3 = & (I_{3z} + m_3 (l_3^2 + 2l_3 r_3 c_{\sigma 3} + r_3^2) + \\
& + m_4 l_3 (l_4 c_{\theta 124} + r_4 c_{\sigma 6})) \ddot{\theta}_{234} + \\
& + (I_{3z} + m_3 (l_3^2 + 2l_3 r_3 c_{\sigma 3} + r_3^2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +m_4 l_3 (l_4 c_{\sigma 4} + r_4 c_{\gamma 4} + l_3 c_{012})) \ddot{\theta}_{23} + \\
& + (m_4 l_3 (l_4 s_{\sigma 4} - r_4 s_{\gamma 4}) - m_4 l_3^2 s_{012}) \dot{\theta}_{23}^2 + \\
& + (m_3 l_2 (l_3 c_{03} + r_3 c_{\gamma 3}) + m_4 l_2 l_3 c_{\sigma 7}) \ddot{\theta}_2 + \\
& + (m_3 l_2 (l_3 s_{03} + r_3 s_{\gamma 2}) + \\
& + m_4 l_2 (l_4 s_{\sigma 34} - r_4 s_{\gamma 2} - l_3 s_{\sigma 7})) \dot{\theta}_2^2 + \\
& + (m_3 (l_3 c_{0123} + r_3 c_{\gamma 6}) + \\
& + m_4 (l_4 c_{01234} + r_4 c_{\alpha 4} + l_3 c_{03})) g,
\end{aligned}$$

$$\gamma_6 = 2\theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3 + \varphi_3, \quad \sigma_7 = \theta_1 + \theta_2 - \theta_3.$$

$$R_0^2 n_2 = [0 \quad 0 \quad D_2]^T, \quad (47)$$

где

$$\begin{aligned}
D_2 = & (I_{4z} + m_4 (l_4^2 + 2l_4 r_4 c_{\sigma 4} + r_4^2) + \\
& + m_4 l_3 (l_4 c_{0124} + r_4 c_{\sigma 6}) + m_4 l_2 (l_4 c_{0134} + r_4 c_{\gamma 5})) \ddot{\theta}_{234} + \\
& + (m_3 l_3 (l_4 s_{0124} - r_4 s_{\sigma 6}) + m_4 l_2 (r_4 s_{\gamma 5} - l_4 s_{0134})) \dot{\theta}_{234}^2 + \\
& + (I_{3z} + m_3 (l_3^2 + 2l_3 r_3 c_{\sigma 3} + r_3^2) + m_3 l_2 r_3 c_{\gamma 7} + \\
& + m_4 l_3 (l_4 c_{\sigma 4} + r_4 c_{\gamma 4} + l_3 c_{012})) \ddot{\theta}_{23} + \\
& + (m_4 l_3 (l_4 s_{\sigma 4} - r_4 s_{\gamma 4} - l_3 s_{012}) - (m_3 + m_4) l_2 l_3 s_{013} - \\
& - m_3 r_3 l_2 s_{\gamma 7}) \dot{\theta}_{23}^2 + (I_{2z} + m_2 (l_2^2 + 2l_2 r_2 c_{\sigma 2} + r_2^2) + \\
& + m_3 l_2 (l_3 c_{03} + r_3 c_{\gamma 3}) + (m_3 + m_4) l_2^2 c_{01} + m_4 l_2 l_3 c_{\sigma 7}) \ddot{\theta}_2 + \\
& + (m_3 l_2 (l_3 s_{03} + r_3 s_{\gamma 2}) + m_4 l_2 (l_4 s_{\sigma 34} - r_4 s_{\gamma 2} - l_3 s_{\sigma 7}) - \\
& - (m_3 + m_4) l_2^2 s_{01}) \dot{\theta}_2^2 + (m_4 (l_4 c_{01234} + r_4 c_{\alpha 4} + l_3 c_{03}) + \\
& + m_3 (l_3 c_{0123} + r_3 c_{\gamma 6}) + m_2 (l_2 c_{012} + r_2 c_{\alpha 2})) g,
\end{aligned}$$

$$\gamma_5 = \theta_2 - \varphi_4, \quad \gamma_7 = 2\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \varphi_3.$$

$$R_0^1 n_1 = [0 \quad 0 \quad D_1]^T, \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned}
D_1 = & (I_{4z} + m_4 (l_4^2 + 2l_4 r_4 c_{\sigma 4} + r_4^2) + \\
& + m_4 l_3 (l_4 c_{0124} + r_4 c_{\sigma 6}) + m_4 l_2 (l_4 c_{0134} + r_4 c_{\gamma 5}) + \\
& + m_4 l_1 (l_4 c_{01234} + r_4 c_{\alpha 4})) \ddot{\theta}_{234} + \\
& + (l_3 (r_4 s_{\sigma 6} - l_4 s_{0124}) + l_2 (r_4 s_{\gamma 5} - l_4 s_{0134}) - \\
& - l_1 (l_4 s_{01234} + r_4 s_{\alpha 4})) m_4 \dot{\theta}_{234}^2 - \\
& - (I_{3z} + m_3 (l_3^2 + 2l_3 r_3 c_{\sigma 3} + r_3^2) + \\
& - (m_4 l_3 (l_3 s_{012} - l_4 s_{04} + r_4 s_{\gamma 4}) + m_3 r_3 (l_2 s_{\gamma 7} + l_1 s_{\gamma 6}) + \\
& + l_1 l_3 (m_3 + m_4) (s_{123} + s_{13})) \dot{\theta}_{23}^2 + \\
& + (I_{2z} + m_4 l_2 (l_2 c_{\sigma 7} + l_2 c_{01}) + m_3 l_2 (l_2 c_{01} + l_3 c_{03}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + m_2 (l_2^2 + 2l_2 r_2 c_{\sigma 2} + r_2^2) + m_2 r_2 l_1 c_{\alpha 2} + \\
& + (m_2 + m_3 + m_4) l_1 l_2 c_{012}) \ddot{\theta}_2 + \\
& + (m_4 l_2 (l_4 s_{034} - r_4 s_{\gamma 2} - l_3 s_{\sigma 7}) + m_3 l_2 (l_3 s_{03} + r_3 s_{\gamma 2}) - \\
& - (m_3 + m_4) l_2^2 s_{01} - (m_2 + m_3 + m_4) l_1 l_2 s_{12} - \\
& - m_2 r_2 l_1 s_{\alpha 2}) \dot{\theta}_2^2 + (m_4 (l_4 c_{01234} + r_4 c_{\alpha 4} + l_3 c_{03} + l_2 c_{01}) + \\
& + m_3 (l_3 (c_{0123} + c_{01}) + r_3 c_{\gamma 6}) + m_2 (l_2 c_{012} + r_2 c_{\alpha 2}) - \\
& - (m_2 + m_3 + m_4) l_1 + m_1 c_{01} (l_1 + r_1)) g.
\end{aligned}$$

Наконец, в соответствии с выражением (49)

$$\tau_i = (R_0^i n_i)^T (R_{i-1}^i z_0) + b_i \dot{q}_i, \quad (49)$$

где b_i – коэффициент вязкого трения в i -м сочленении, определим моменты, которые должны быть реализованы силовыми гидроцилиндрами звеньев манипулятора экскаватора.

$$\begin{aligned}
\tau_4 = & (I_{4z} + m_4 (l_4^2 + 2l_4 r_4 c_{\sigma 4})) \ddot{\theta}_{234} + \\
& + m_4 l_4 (c_{01234} g + l_3 (c_{04} \ddot{\theta}_{23} + s_{04} \dot{\theta}_{23}^2)) + \\
& + m_4 r_4 (c_{\alpha 4} g + l_3 (c_{\gamma 4} \ddot{\theta}_{23} - s_{\gamma 4} \dot{\theta}_{23}^2)) + \\
& + m_4 l_2 (l_4 (s_{034} \dot{\theta}_2^2 + c_{034} \ddot{\theta}_2) + \\
& + r_4 (c_{\gamma 2} \ddot{\theta}_2 - s_{\gamma 2} \dot{\theta}_2^2)) + b_4 \dot{\theta}_4.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_3 = & (I_{4z} + m_4 (l_4^2 + 2l_4 r_4 c_{\sigma 4} + r_4^2)) \ddot{\theta}_{234} + \\
& + m_4 l_4 l_3 (c_{04} \ddot{\theta}_{23} + s_{04} \dot{\theta}_{23}^2 + c_{0124} \ddot{\theta}_{234} - s_{0124} \dot{\theta}_{234}^2) + \\
& + m_4 r_4 l_3 (c_{\gamma 4} \ddot{\theta}_{23} - s_{\gamma 4} \dot{\theta}_{23}^2 + c_{\sigma 6} \ddot{\theta}_{234} + s_{\sigma 6} \dot{\theta}_{234}^2) + \\
& + m_4 l_3 (l_2 (c_{\sigma 7} \ddot{\theta}_2 - s_{\sigma 7} \dot{\theta}_2^2) + g c_3) + \\
& + (I_{3z} + m_3 (l_3^2 + 2l_3 r_3 c_{\sigma 3} + r_3^2)) \ddot{\theta}_{23} + \\
& + m_3 l_3 (l_2 (c_{03} \ddot{\theta}_2 + s_{03} \dot{\theta}_2^2) + g c_{0123}) + \\
& + m_3 r_3 (l_2 (c_{\gamma 3} \ddot{\theta}_2 + s_{\gamma 2} \dot{\theta}_2^2) + g c_{\gamma 6}) + b_3 \dot{\theta}_3.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_2 = & (I_{4z} + m_4 (l_4^2 + 2l_4 r_4 c_{\sigma 4} + r_4^2)) \ddot{\theta}_{234} + \\
& + (I_{3z} + m_3 (l_3^2 + 2l_3 r_3 c_{\sigma 3} + r_3^2)) \ddot{\theta}_{23} + \\
& + (I_{2z} + m_2 (l_2^2 + 2l_2 r_2 c_{\sigma 2} + r_2^2)) \ddot{\theta}_2 + \\
& + m_4 l_3^2 (c_{012} \ddot{\theta}_{23} - s_{012} \dot{\theta}_{23}^2) + \\
& + m_4 l_2^2 (c_{01} \ddot{\theta}_2 - s_{01} \dot{\theta}_2^2) + \\
& + m_4 ((l_4 s_{\sigma 4} - r_4 s_{\gamma 4}) \dot{\theta}_{23}^2 + g (l_4 c_{01234} + r_4 c_{\alpha 4})) + \\
& + m_4 l_4 l_2 (c_{0134} \ddot{\theta}_{234} - s_{0134} \dot{\theta}_{234}^2 + s_{034} \dot{\theta}_2^2) + \\
& + m_4 l_4 l_3 (c_{0124} \ddot{\theta}_{234} + c_{04} \ddot{\theta}_{23}) + m_4 g c_{03} (l_2 + l_3) + \\
& + m_4 r_4 l_3 (c_{\sigma 6} \ddot{\theta}_{234} + c_{\gamma 4} \ddot{\theta}_{23}) + \\
& + m_4 r_4 l_2 (c_{\gamma 5} \ddot{\theta}_{234} + s_{\gamma 5} \dot{\theta}_{234}^2 - s_{\gamma 2} \dot{\theta}_2^2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +m_4 l_3 l_2 (c_{\sigma 7} \ddot{\theta}_2 - s_{\sigma 7} \dot{\theta}_2^2 + c_{013} \ddot{\theta}_{23} - s_{013} \dot{\theta}_{23}^2) + \\
& +m_3 l_2 (l_3 (c_3 \ddot{\theta}_2 + s_3 \dot{\theta}_2^2 + s_{13} \dot{\theta}_{23}^2) + \\
& +m_3 l_2^2 (s_{01} \dot{\theta}_2^2 + c_{01} \ddot{\theta}_2) + \\
& +m_3 l_3 (l_4 s_{124} - r_4 s_{\sigma 6}) \dot{\theta}_{234}^2 + \\
& +m_3 r_3 l_2 (c_{\gamma 7} \ddot{\theta}_{23} - s_{\gamma 7} \dot{\theta}_{23}^2 + c_{\gamma 3} \ddot{\theta}_2 + s_{\gamma 2} \dot{\theta}_2^2) + \\
& m_3 g (l_2 c_3 + l_3 c_{123} + r_3 c_{\gamma 6}) + \\
& +m_2 g (l_2 c_{012} + r_2 c_{\alpha 2}) + b_2 \dot{\theta}_2.
\end{aligned}$$

Полученные уравнения динамики манипулятора экскаватора эффективны с вычислительной точки зрения, т.к. позволяют вычислить параметры движения каждого звена в системе координат, связанной с этим звеном, и поэтому неизменные при движении манипулятора.

Выводы

Дальнейшее совершенствование экскаваторов связано с их роботизацией. Представленные уравнения кинематики, описывающие пространственное положение звеньев манипулятора экскаватора, необходимы как для исследования поведения манипулятора, так и для определения траектории его движения, обеспечивающей требуемое позиционирование ковша. Полученные уравнения динамики манипулятора необходимы для синтеза системы управления и имеют форму, удобную для реализации вычислений в реальном времени.

Литература

1. Lever P.A. Intelligent excavation control system for lunar mining system / P.A. Lever, F.Y. Wang // *Journal of Aerospace Engineering*. – 1995. – Vol. 8(1). – P. 16–24.
2. Гурко А.Г. Управление мобильным роботом для земляных работ / А.Г. Гурко // *Технология приборостроения*. – 2010. – Вып. 1. – С. 21 – 25.
3. Wohlford W.P. New capability for remotely controlled excavation / W.P. Wohlford, B.D. Bode, F.D. Griswold // *Proc. Winter Meeting of the American Nuclear Society, American Nuclear Society*. – November, 1990. – P. 628–629.
4. Burks B.L. Remote excavation using the tele-robotic small emplacement excavator / B.L. Burks, S.M. Killough, D.H. Thompson // *Proc. Winter Meeting. International Conference on Fifty Years of Controlled Nuclear Chain Reaction: Past, Present and Future, American Nuclear Society*. – November, 1992. – P. 559–60.
5. Le Q.H. Study on the architecture of the remote control system for hydraulic excavator / Le Quang Hoan, Yang Soon-Yong // *Proc. on 11th International Conference on Control, Automation and Systems, Gyeonggi-do, Korea (South), 26–29 Oct., 2011*. – P. 941–945.
6. Chang P.H. A straight-line motion tracking control of hydraulic excavator system / P.H. Chang, Soo-Jin Lee // *Mechatronics*. – 2002. – Vol. 12, № 1. – P. 119–138.
7. Koivo A.J. Modeling and Control of Excavator Dynamics During Digging Operation / A.J. Koivo, M. Thoma, E. Kocaoglan, J. Andrade-Cetto // *Journal of Aerospace Engineering*. – 1996. – Vol. 9, № 1. – P. 10–18.
8. Koivo A.J. Controller for Excavator During Digging Operations / A.J. Koivo, J. Andrade-Cetto, // *Proc. second Latinamerican Seminar Adv. Control, 1995*. – P. 126–129.
9. Stentz A.A. Robotic Excavator for Autonomous Truck Loading / A. Stentz, J. Bares, S. Singh, P. Rowe // *Autonomous Robots*. – 1999. – Vol. 7, № 2. – P. 157–186.
10. Bradley D.A. Artificial intelligence in the control and operation of construction plant-the autonomous robot excavator / D.A. Bradley, D.W. Seward, J.E. Mann, M.R. Goodwin // *Automation in Construction*. – 1993. – Vol. 2(3). – P. 217 – 228.
11. Bullock D.M. A Laboratory Study of Force-Cognitive Excavation / D.M. Bullock, I.J. Oppenheim // *Proc. Sixth International Symposium on Automation and Robotics in Construction*. – June, 1989. – P. 64–72.
12. Salcudean S.E. Impedance control of a tele-operated mini excavator / S.E. Salcudean, S. Tafazoli, P.D. Lawrence, I. Chau // *Proc. of the eighth IEEE International Conference on Advanced Robotics, Monterey, CA, USA*. – July, 1997. – P. 19–25.
13. Sameshima M. Development of Auto Digging Controller for Construction Machine by Fuzzy Logic Control / M. Sameshima, S. Tozawa // *Proc. of Conference Japanese Society of Mechanical Engineers, 1992*. – P. 271–287.
14. Seward D. Controlling an Intelligent Excavator for Autonomous Digging in Difficult Ground / D. Seward, D. Bradley, J. Mann, M. Goodwin // *Proc. ninth International*

- Symposium on Automation and Construction, Tokyo. – June, 1992. – P. 743–750.
15. Feng, P. Research on Control Method of Planning Level for Excavation Robot / P. Feng, Y. Yang, Z. Qi, S. Sun // Proc. ninth International Symposium on Automation and Robotics in Construction. – Tokyo, 1992.
 16. Takahashi H. Autonomous shoveling of rocks by using image vision system on LHD / H. Takahashi, H. Kamata, T. Masuyama, S. Sarata // Proc. International Symposium on Mine Mechanization and Automation, Golden, Colorado, USA. – June, 1995. – P. 33–44.
 17. Ha Q.P. A Control Architecture for Robotic Excavation in Construction / Q.P. Ha // Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering. – 2004. – Vol. 19. – P. 28–41.
 18. Seward D.W. Safety analysis of autonomous excavator functionality / D.W. Seward, C. Pace, R. Morrey, I. Sommerville // Reliability Engineering & System Safety. – 2000. – Vol. 70 (1). – P. 29–39.
 19. Schmidt D. Simulation and Control of an Autonomous Bucket Excavator for Landscaping Tasks / D. Schmidt, M. Proetzsch, K. Berns // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation Anchorage Convention District Anchorage, Alaska, USA. – May 3–8, 2010. – P. 55108–5113.
 20. Nguyen Hong Quang. Robust low level control of robotic excavation: PhD dissertation / Nguyen Hong Quang. – Australian Centre for Field Robotics The University of Sydney, 2000. – 234 p.
 21. Беркман И.Л. Универсальные одноковшовые строительные экскаваторы / И.Л. Беркман, А.В. Раннев, А.К. Рейш. – М.: Высшая школа, 1977. – 384 с.
 22. Фу К. Робототехника / К. Фу, Р. Гонсалес, К. Ли; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 624 с.
 23. Koivo A.J. Kinematics of excavators (back-hoes) for transferring surface material / A.J. Koivo // Journal of Aerospace Engineering. – 1994. – Vol. 7(1). – P. 17–32.
 24. Tafazoli S. Identification of frictional effects and structural dynamics for improved control of hydraulic manipulator: PhD dissertation / S. Tafazoli; Dept. Elect. Comput. Eng. Univ. British Columbia, Vancouver, B.C., Canada, 1997.
 25. Vähä P.K. Dynamic Model of Excavator / P.K. Vähä, M.J. Skibniewski // Journal of Aerospace Engineering. – 1993. – Vol. 6, № 2. – P. 148–158.
 26. Frimpong S. Dynamic modeling of hydraulic shovel excavators for geomaterials / S. Frimpong, Y. Hu, H. Inyang // International Journal of Geomechanics. – 2009. – Vol. 8, № 1. – P. 20–29.
 27. Luh J.Y.S. On Line-Computational Scheme for Mechanical Manipulators / J.Y.S. Luh, M.W. Walker, R.P. Paul // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. – 1980. – Vol. 102, Issue 2. – P. 69–76.
- Рецензент: Е.С. Венцель, профессор, д.т.н., ХНАДУ.
- Статья поступила в редакцию 15 ноября 2011 г.
-