# ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПОДВІЙНИХ ДЕФЕКТІВ ДАТЧИКІВ, ЗАСНОВАНИЙ НА ТОЧНОСТІ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ

## Н.В. Назарова, науковий співробітник, ХНАДУ

Анотація. Розглядається завдання ідентифікації дефекту для точності систем транспортних засобів, які мають надлишкові датчики, такі як гіроскопи і акселерометри. Запропонований новий алгоритм ідентифікації для подвійних дефектів, заснований на коваріації похибки вирішення надлишкових датчиків, який є родинним для точності систем транспортних засобів. Запропонований алгоритм ідентифікації забезпечує правила точності, аби визначити який датчик потрібно виключити серед похибкових датчиків.

Ключові слова: ідентифікація, дефект, точність, система, транспортний засіб, надлишкові датчики.

# ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДВОЙНЫХ ДЕФЕКТОВ ДАТЧИКОВ, ОСНОВАННЫЙ НА ТОЧНОСТИ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

### Н.В. Назарова, научный сотрудник, ХНАДУ

Аннотация. Рассматривается задача идентификации дефекта для точности систем транспортных средств, которые имеют избыточные датчики, такие как гироскопы и акселерометры. Предложен новый алгоритм идентификации для двойных дефектов, основанное на ковариации ошибки решения избыточных датчиков, которое является родственным для точности систем транспортных средств. Предложенный алгоритм идентификации обеспечивает правила точности, чтобы определить который датчик нужно исключить среди ошибочных датчиков.

*Ключевые слова:* идентификация, дефект, точность, система, транспортное средство, избыточные датчики.

## IDENTIFIER OF DOUBLE DEFECTS OF SENSORS, BASED ON EXACTNESS OF TRANSPORT VEHICLE

### N. Nazarova, research worker, KHNADU

Abstract. The defect identification problem is examined for exactness of the systems of transport vehicles which have surplus sensors, such as gyroscopes and accelerometers. A new observer identifier is offered for double defects, based on the decision error covariance of surplus sensors, which is family for exactness of the transport vehicle systems. The offered observer identifier provides the rules of exactness, to define which sensor it is needed to eliminate among erroneous sensors.

Key words: identification, defect, exactness, system, transport vehicle, surplus sensors.

#### Вступ

Нині всі види контролю точності систем транспортних засобів складаються з різних

підсистем і тому структура технічних засобів і програмного забезпечення даних систем складні. У зв'язку з цим збільшується важливість надійності транспортного засобу

в цілому. Надійність транспортного засобу може бути отримана за допомогою дефектоскопії i ізоляції, а також ідентифікації дефектів датчиків. Методи дефектоскопії і ізоляції були вивчені в різних технічних областях і застосовані у всіляких додатках. Алгоритми дефектоскопії і ізоляції проектуються, щоб використовувати всю надлишкову інформацію системи датчиків. Надмірність системи датчиків широко класифікується як апаратна надмірність і аналітична надмірність. При апаратній надмірності використовується мінімальне число датчиків. Наприклад, два або більш за датчики використовуються для простих систем, і чотири або більш – для складних. Системи використовують в основному акселерометри і гіроскопи, щоб обчислити інформацію про систему, як наприклад положення, швидкість і прискорення. Щоб забезпечити надійність і збільшити точність, необхідно в системі використовувати наллишкову кількість латчиків. При аналітичній надмірності додаткова інформація виходить від математичної моделі системи. Цей вигляд надмірності заснований на ідеї, що існує динамічний взаємозв'язок між входами і виходами моделі системи. Аналітична надмірність була вивчена в багатьох застосуваннях, таких як, аерокосмічні наприклад, системи. транспортні засоби, суспільний транспорт і атомні електростанції.

Основний шлях виявлення дефекту виправити поріг дефекту, і якщо оцінка дефекту більша, ніж поріг, визначено, що дефект стався. Єдина типова дорога для здобуття порогу дефекту - використання вірогідності похибкового дефекту. Шум виміру зазвичай передбачається як білий гаусів. Якщо немає жодного дефекту, то функція спектральної щільності оцінки дефекту має гаусів розподіл.

Новий поріг ідентифікації заснований на коваріації похибки оцінки змінної, яка є родинної з точністю системи. Використання більшого числа датчиків краще для точності системи коваріація похибки оцінки положення системи стає менше.

Тому, коли використовують надлишкові датчики для системи, то, можливо, трапляється, що хоча є дефект, похибковий датчик має бути виключений, щоб не втратити точність Поріг системи. ідентифікації дефекту дає алгоритм точності системи, щоб визначити, чи потрібно похибковий датчик виключити чи ні. Якщо дефект є менш ніж поріг ідентифікації, говорять, що це є терпимим дефектом і відповідний датчик не має бути виключений. Якщо дефект більший, ніж поріг ідентифікації, говорять, що це є не терпимим дефектом і відповідний датчик має бути виключений.

У статті пропонується новий алгоритм ідентифікації для подвійних дефектів в системі надлишкових датчиках. В даному випадку алгоритм ідентифікації дефекту представляється у вигляді області двовимірного простору.

# Дефектоскопія, ізоляція і ідентифікація дефектів датчиків

Розглянемо типове рівняння виміру для системи надмірних датчиків

$$m(t) = \mathbf{H} \cdot x(t) + f(t) + \varepsilon(t), \qquad (1)$$

де  $m(t) = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & \cdots & m_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$  - вимір датчика,  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & \cdots & h_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$  - матриця виміру розмірністю n x 3,  $x(t) \in \mathbb{R}^3$  - рішення (прискорення або кутова швидкість),  $f(t) = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$ вектор дефекту,  $\varepsilon(t) \sim N(0_n, \sigma I_n)$  - вектор шуму виміру, нормальний розподіл (білий шум), N(x, y) - функція Гауса спектральної значення щільності віл i x середньоквадратичне відхилення у.

Вектор паритету p(t) отриманий за допомогою матриці V, як зазначено нижче:

$$p(t) = \mathbf{V} \cdot m(t) = \mathbf{V} \cdot f(t) + \mathbf{V} \cdot \varepsilon(t), \qquad (2)$$

де матриця V задовольня $\varepsilon$ 

$$\mathbf{V}\mathbf{H} = 0 \text{ Ta } \mathbf{V}\mathbf{V}^{\mathrm{T}} = \mathbf{I} . \tag{3}$$

Визначимо термінологію дефектоскопії, ізоляції і ідентифікації дефектів в системі датчиків: дефектоскопія - вказівка, що якийсь датчик не справний в системі; ізоляція дефекту - визначення точного розташування дефекту датчика; ідентифікація похибки - визначення розміру і природи дефекту датчика; ідентифікація дефекту - реконфігурація справних датчиків системи.

На рис. 1 показана блок-схема процедури дефектоскопії, ізоляції і ідентифікації в системах [1]. Після виміру датчика робиться

паритетне вирівнювання, і виконуються процедури дефектоскопії, ізоляції і ідентифікації.

Рішення виходить на основі застосування методу найменших квадратів і вводиться в паритетне вирівнювання. Точність залежить від похибки оцінки рішень, тобто прискорення або кутової швидкості.



Рис. 1. Дефектоскопія, ізоляція і ідентифікація для системи з надмірними датчиками

У статті розглядається тільки ідентифікація дефекту при наступних трьох припущеннях: 1) будь-які три датчики не лежать в одній площині; 2) усі датчики мають ті ж шумові характеристики, тобто таке ж середнє квадратичне відхилення білого гаусівого шуму; 3) дефектоскопія, ізоляція і ідентифікація виконуються заздалегідь.

3. Алгоритм ідентифікації для єдиного дефекту, ґрунтованого на виконанні системи

По аналогії з (1) розглянемо рівняння виміру:

$$m = \mathbf{H} \cdot x + f + \varepsilon, \quad \varepsilon(t) \sim N(\mathbf{0}_n, \sigma I_n).$$
 (4)

На рис. 1 рішення  $\hat{x}(t) = [\hat{x}_x \ \hat{x}_y \ \hat{x}_z]^T$ , яке є прискоренням або кутовою швидкістю, можна отримати за допомогою методу найменших квадратів, як зазначено нижче:

$$\hat{x}(t) = (\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}m(t).$$
(5)

Визначимо похибку оцінки x(t) як  $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ . Рішення. як наприклад позиція, швидкість і положення, і вичислено з  $\hat{x}(t)$ . Тому точність системи залежить від коваріації похибки  $C(t) = E[e(t)e(t)^{T}]$ . Розглянемо дві матриці C+i(t) та C-i(t):

$$C_{+i}(t) = f^{2}(t)(\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})h_{i}h_{i}^{T}(\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1} + \sigma^{2}(\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1}, \qquad (6)$$

$$C_{-i}(t) = E[(\hat{x}_{-i}(t) - x(t))(\hat{x}_{-i}(t) - x(t))^{T}] =$$
  
=  $\sigma^{2} (\mathbf{H}^{T} W_{i} \mathbf{H})^{-1},$  (7)

де матриці C+i та C-i означають коваріацію  $\hat{x}(t)$ , у тому числі та виключаючи i-й датчик відповідно та Wi – n×n діагональна матриця з (i,i) компонентою, рівною нулю, i іншими компонентами, рівними одиниці.

Лема 1: Припустимо, що і-й датчик має дефект. Тоді для матриць (6) і (7) еквівалентні наступні дві нерівності:

a) 
$$|f(t)| \le \sigma / ||v_i||_2$$
; 6)  $C_{+i}(t) - C_{-i}(t) \le 0$ ,

де  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення сенсорного шуму та і-й стовпець матриці V, яка задовольняє (3).

Звідси витікає, що

$$|f(t)| \leq \sigma / ||v_i||_2 \Leftrightarrow C_{+i}(t) = C_{-i}(t).$$

Лема 1 має на увазі, що, коли величина і-го

дефекту складає менше  $\sigma/||v_i||_2$ , коваріація похибки оцінного  $\hat{x}(t)$ , що включає і-й датчик, є менш ніж коваріація похибки оцінки  $\hat{x}(t)$ , що виключає це, тому і-й похибковий датчик має бути виключений незважаючи на його дефект, щоб поліпшити точність системи. Згідно з лемою 1 маємо поріг виключення  $\sigma/||v_i||_2$  як алгоритм ідентифікації.

## Алгоритм ідентифікації для подвійних дефектів, грунтованих на виконанні системи

Для (1) передбачається, що відбуваються подвійні дефекти fi та fj, що має на увазі  $f(t) = [0 \cdots f_i \ 0 \cdots f_j \ 0 \cdots]^{\mathrm{T}}$ .

Щоб проаналізувати виконання системи, треба вичислити коваріацію похибку рішення  $\hat{x}(t)$  [2]. Коваріації матриць визначаються як зазначено нижче. Матриця C+i+j означає коваріацію похибки  $\hat{x}(t)$ , включаючи виходи i-го та j-го датчиків, та Ci-j - коваріація похибки  $\hat{x}(t)$ , виключаючи i-й та j-й датчики, i так далі для C-i+j та C+i-j.

Матриця коваріації C+i+j. Похибка для  $\hat{x}(t)$  може бути вичислена як зазначено нижче

$$\hat{x}_{+i+j} - x = (\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1} \{f_i h_i + f_j h_j + \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \varepsilon\}, \quad (8)$$

де  $\hat{x}_{+i+j} = [\hat{x}_{++x} \ \hat{x}_{++y} \ \hat{x}_{++z}]^{\mathrm{T}}.$ 

Потім похибка оцінки х може бути описана як матриця коваріації похибки C+i+j

$$C_{+i+j} = E\left[(\hat{x}_{+i+j} - x)(\hat{x}_{+i+j} - x)^{T}\right] = \sigma^{2}(H^{T}H)^{-1} + (H^{T}H)^{-1}\left[h_{i} \quad h_{j}\right] \times \left[ \begin{array}{c} f_{i}^{2} & f_{i}f_{j} \\ f_{i}f_{j} & f_{j}^{2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} h_{i}^{T} \\ h_{j}^{T} \end{array} \right] (H^{T}H)^{-1}.$$
(9)

Матриця коваріації С-і-j. Похибка для  $\hat{x}(t)$  може бути вичислена як зазначено нижче

$$\hat{x}_{-i-j} - x = (H^T W_{ij} H)^{-1} H^T W_{ij} \varepsilon,$$
 (10)

де  $\hat{x}_{-i-j} = [\hat{x}_{-x} \ \hat{x}_{-y} \ \hat{x}_{-z}]^T$  та Wij – діагональна матриця з одиничними діагональними елементами, окрім (i, i) компоненти та (j, j) компоненти, які дорівнюють нулю.

Потім оцінка похибки  $\hat{x}(t)$  може бути описана як матриця коваріації похибки C-i-j

$$C_{-i-j} = E \Big[ (\hat{x}_{-i-j} - x) (\hat{x}_{-i-j} - x)^T \Big] =$$
  
=  $\sigma^2 (H^T H)^{-1} + \frac{\sigma^2}{D_{ij}} (H^T H)^{-1} \Big[ h_i \quad h_j \Big] \times$   
 $\times \begin{bmatrix} \|v_j\|_2^2 & -v_j^T v_i \\ -v_i^T v_j & \|v_i\|_2^2 \end{bmatrix} \Big[ h_i^T \\ h_j^T \Big] (H^T H)^{-1}, \quad (11)$ 

де  $D_{ij} = \|v_i\|_2^2 \|v_j\|_2^2 - \langle v_i, v_j \rangle = \|v_i\|_2^2 \|v_j\|_2^2 \sin^2 \theta_{ij}$ та  $\Theta_{ij}$  – кут між двома векторами vi та vj, які є векторами-стовіцями матриці V, визначуваної (3).

Матриця коваріації C-i+j. Похибка для  $\hat{x}(t)$  може бути вичислена як зазначено нижче

$$\hat{x}_{-i+j} - x = (H^T W_i H)^{-1} H^T W_i (V_{Fj} f_j + \varepsilon),$$
(12)

де  $\hat{x}_{-i+j} = [\hat{x}_{-+x} \ \hat{x}_{-+y} \ \hat{x}_{-+z}]^T$  та  $V_{Fj} = [0 \cdots 0 \ 1 \ 0 \cdots 0]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  з j-й одиничною компонентою, яка наводиться до виду  $H^T W_i V_{Fj} = h_j$ 

Потім похибка оцінки  $\hat{x}(t)$  може бути описана як матриця коваріації похибки C-i+j

$$C_{-i+j} = f_j^2 (H^T W_i H)^{-1} h_j h_j^T (H^T W_i H)^{-1} + \sigma^2 (H^T W_i H)^{-1} = f_j^2 (H^T W_i H)^{-1} \times h_j h_j^T (H^T W_i H)^{-1} + \sigma^2 (H^T H)^{-1} + \frac{\sigma^2}{\|v_i\|_2^2} (H^T H)^{-1} h_i h_i^T (H^T H)^{-1}.$$
 (13)

Алгоритм ідентифікації для подвійних дефектів заснований на наступних трьох теоремах [3].

Теорема 1: Розглянемо рівняння виміру (1) і рішення (5), і припустимо, що і-й та ј-й датчики мають дефекти. Для обох коваріацій похибки оцінки матриць (9) і (11) еквівалентні наступні дві нерівності:

a)  $tr(C_{+i+j}) < tr(C_{-i-j}),$ де  $tr(\bullet)$ означає слід матриці. б)  $f_i^2 \| (H^T H)^{-1} h_i \|^2 + f_i^2 \| (H^T H)^{-1} h_i \|^2 +$ 

$$f_{i}^{-} \| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \|_{2}^{2} + f_{j}^{-} \| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \|_{2}^{2} + 2f_{i}f_{j}^{-} < \langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}^{-}, (H^{T}H)^{-1}h_{j}^{-} \rangle < \zeta_{1},$$
 (14)

де <,> означає скалярний добуток і

$$\begin{split} \zeta_{1} &= \frac{\sigma^{2}}{D_{ij}} \bigg[ \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2} \left\| v_{j} \right\|_{2}^{2} + \\ &+ \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} \left\| v_{i} \right\|_{2}^{2} - \gamma \bigg], \\ \gamma &= 2 \Big\langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}, (H^{T}H)^{-1}h_{j} \Big\rangle \Big\langle v_{i}, v_{j} \Big\rangle. \end{split}$$

Теорема 1 означає, що, якщо дефекти fi та fj відбуваються, і величини двох дефектів задовольняють (14) розміщено усередині еліпса, потім похибкові датчики передачі не треба виключати, щоб отримати меншу похибку оцінки, використовуючи їх.

Теорема 2: Розглянемо рівняння виміру (1) і рішення (5), і припустимо, що і-й та ј-й датчики мають дефекти. Для обох коваріацій похибки оцінки матриць (11) і (13) еквівалентні наступне дві нерівності:

a) 
$$tr(C_{-i+j}) < tr(C_{-i-j}),$$

$$6) f_j^2 < \zeta_2, (15)$$

де  $\zeta_2 = tr(A)/tr(B)$  та

$$A = \sigma^{2} (H^{T} H)^{-1} \left\{ \frac{1}{D_{ij}} \begin{bmatrix} h_{i} & h_{j} \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \|v_{j}\|_{2}^{2} & -v_{j}^{T} v_{i} \\ -v_{i}^{T} v_{j} & \|v_{i}\|_{2}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i}^{T} \\ h_{j}^{T} \end{bmatrix} - \\ - \frac{1}{\|v_{i}\|_{2}^{2}} h_{i} h_{i}^{T} \right\} (H^{T} H)^{-1},$$
$$B = (H^{T} W_{i} H)^{-1} h_{i} h_{i}^{T} (H^{T} W_{i} H)^{-1}.$$

Теорема 2 означає, що хоча дефекти fi та fj розміщуються за межами еліпса в (14) і |fi|<|fj|, якщо (15) задоволений, то j-й датчик не треба виключати відколи меншу похибку оцінки може отримати використання ј- го датчика.

Теорема 3: Розглянемо рівняння виміру (1) і рішення (5), і припустимо, що і-й та ј-й датчики мають дефекти. Для обох коваріацій похибки оцінки матриць (9) і (13) еквівалентні наступне дві нерівності:

a) 
$$tr(C_{-i+j}) < tr(C_{+i+j}),$$

б)

$$f_{i}^{2} + f_{j}^{2} \frac{\left\{ \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} - \left\| (H^{T}W_{i}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} \right\}}{\left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2}} + \frac{2f_{i}f_{j} < \left\langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}, (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\rangle}{\left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2}} > \frac{\sigma^{2}}{\left\| v_{i} \right\|_{2}^{2}}. (16)$$

Теорема 3 означає, що хоча дефекти fi та fj, що задовольняють (14), розміщені усередині еліпса, та |fi|<|fj|, якщо (16) задоволений, то і-й датчик треба виключити відколи меншу похибку оцінки може отримати його виключення.

За результатами теореми 1 з теореми 3 подвійні дефекти можуть бути представлені у вигляді чотирьох категорій.

I: Подвійні дефекти визначаються наступними трьома нерівностями: а)

$$\int_{i}^{2} \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2} + f_{j}^{2} \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} + 2f_{i}f_{j} < \left\langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}, (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\rangle < \zeta_{1},$$

б)

$$f_{i}^{2} + f_{j}^{2} \frac{\left\{ \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} - \left\| (H^{T}W_{i}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} \right\}}{\left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2}} + \frac{2f_{i}f_{j} < \left\langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}, (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\rangle}{\left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2}} > \frac{\sigma^{2}}{\left\| v_{i} \right\|_{2}^{2}},$$

в) |fj|<|fi|.

Два похибкові датчики не треба виключати.

II: Подвійні дефекти визначаються наступними трьома нерівностями:а) B)

$$\begin{split} f_{i}^{2} \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2} + f_{j}^{2} \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} + 2f_{i}f_{j} < \\ < \left\langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}, (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\rangle < \zeta_{1}, \end{split}$$

$$\begin{aligned} f_{i}^{2} + f_{j}^{2} & \frac{\left\{ \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} - \left\| (H^{T}W_{i}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} \right\}}{\left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2}} + \\ & + \frac{2f_{i}f_{j} < \left\langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}, (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\rangle}{\left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2}} > \frac{\sigma^{2}}{\left\| v_{i} \right\|_{2}^{2}}, \end{aligned}$$

Треба виключити i-й датчик, але не j-й датчик.

 $|\mathbf{fj}| < |\mathbf{fi}|$ .

III: Подвійні дефекти визначаються наступними трьома нерівностями:а)

Треба виключити і-й датчик, але не ј-й датчик.

IV: Подвійні дефекти визначаються наступними трьома нерівностями: a)

$$f_{i}^{2} \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{i} \right\|_{2}^{2} + f_{j}^{2} \left\| (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\|_{2}^{2} + 2f_{i}f_{j} < \left\langle (H^{T}H)^{-1}h_{i}, (H^{T}H)^{-1}h_{j} \right\rangle \geq \zeta_{1},$$

 $f_i^2 \ge \zeta_2,$ 

б)

Два несправні датчики треба виключити.

Для вище розглянутої категорії IV ми розглядаємо тільки половину першого квадранта в двовимірному просторі, тобто

 $0 \le \theta \le \pi/4$ . Відмітимо, що категорії II і III дають той же результат.

Рішення задачі. Для того, щоб показати алгоритм ідентифікації для реальної конфігурації надмірних датчиків, ми використовуємо симетричну конфігурацію у вигляді додекаедра, як показано на рис. 2, який використовує 6 датчиків. В даному випадку матриця виміру і паритетна матриця мають наступні відношення:

$$H^{T}H = 2I_{3}, ||h_{i}||_{2} = 1, ||v_{i}||_{2} = 1/\sqrt{2} \ (i = 1, 2, \dots, 6).$$



Рис. 2. Конфігурація додекаедра з 6 ідентичними датчиками

Кути  $\hat{\theta}_{ij}$  між векторами косинусів напряму hi для 6 датчиків складають 63.4° та 116.6°. Вони є кутами паритетних векторів. Тому завжди мають місце значення  $\sin^2 \theta_{ij} = \sin^2 \hat{\theta}_{ij} = 0,8$  та  $\cos^2 \theta_{ij} = \cos^2 \hat{\theta}_{ij} = 0,2.$ 

Нерівності (14) - (16) для конфігурації додекаедра набирають вигляду:

$$f_i^2 + 0,8944 f_i f_j + f_j^2 < 6\sigma^2, \qquad (17)$$

$$\left|f_{j}\right| \ge 1,5811\sigma,\tag{18}$$

$$f_i^2 - 0.6f_j^2 + 0.8944f_if_j \ge 2\sigma^2.$$
 (19)

Отримаємо таблицю. 1 для симетричної конфігурації додекаедра.

По таблиці 1 рисуємо план в двовимірній площині, як показано на рис. 3.

На цьому рисунку наведено алгоритм рішення для виключення несправних датчиків для конфігурації додекаедра, конфігурацію якого з 6 ідентичними датчиками показано на рис. 2.

<u>Таблиця 1</u> Чотири категорії подвійних дефектів з
конфігурацією додекаедра (о : використання,
х : виключення)

		і-й	ј-й
Ka		по-	по-
Ка- те	Умови	мил-	мил-
10-	(тільки область	ко-	ко-
10-	$0 \le  heta \le \pi/4$ )	вий	вий
рія		дат-	дат-
		чик	чик
Ι	$f_i^2 + 0,8944 f_i f_j + f_j^2 < 6\sigma^2$	0	0
	$f_i^2 - 0.6f_j^2 + 0.8944f_if_j \ge 2$	$\sigma^2$ ,	
	fi < fi		
II	$f_i^2 + 0,8944 f_i f_j + f_j^2 < 6\sigma^2$	Х	0
	$f_i^2 - 0.6f_j^2 + 0.8944f_if_j \ge 2$	$\sigma^2$ ,	
	fi < fi		
III	$f_i^2 + 0.8944 f_i f_j + f_j^2 \ge 6\sigma^2$	х	0
	$\left f_{j}\right  \geq 1,5811\sigma,$		
	$ \mathbf{fj}  <  \mathbf{fi} $		
IV	$f_i^2 + 0.8944 f_i f_j + f_j^2 \ge 6\sigma^2$	Х	Х
	$\left f_{j}\right  \geq 1,5811\sigma,$		
	tj < t1		



Рис. 3. Алгоритм рішення для виключення несправних датчиків для конфігурації додекаедра (Для області  $\pi/4 \le \theta \le \pi/2$  і та ј треба поміняти місцями в табл. 1).

Таблиця 1 розглядається тільки для області  $0 \le \theta \le \pi/4$  у першому квадранті. Необхідно поміняти місцями і та ј для області  $\pi/4 \le \theta \le \pi/2$ .

На рис. 3 еліпс  $f_i^2 + 0,8944 f_i f_j + f_j^2 = 6\sigma^2$  не відповідає правилу точності. Проте, він відповідає йому в другому і четвертому квадрантах.

## Моделювання

Виконаємо моделювання методом Монте-Карло 10000 разів, щоб підтвердити алгоритм ідентифікації кожного дефекту для випадків одинарного і подвійного дефекту відповідно. Шість ідентичних датчиків представлені конфігурацією додекаедра, як показано на рис. 2.

Матриці виміру **H** та **V**, які задовольняють умовам **VH**=0 и **VVT**=I, отримані, як зазначено нижче:

$$H = \begin{bmatrix} 0,5257 & -0,5257 & 0,8507 \\ 0 & 0 & 0,5257 \\ 0,8507 & 0,8507 & 0 \\ 0,8507 & 0 & 0 \\ -0,5257 & 0,8507 & 0,8507 \\ 0 & 0,5257 & -0,5257 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
 (20)

$$V = \begin{bmatrix} 0,3717 & 0,3717 & 0 \\ -0,6015 & 0,6015 & 0,3717 \\ 0 & 0 & -0,6015 \\ 0,3717 & 0 & 0 \\ 0,6015 & 0,3717 & 0,3717 \end{bmatrix}$$

де  $||v_1|| = ||v_2|| = \dots = ||v_6|| = \sqrt{2}.$ 

Розглянемо моделювання випадку для одинарного дефекту. Ми припускаємо, що перший датчик має дефект  $f(t) = [f_1(t) 0 \cdots 0]^T$  з ненульовим значенням  $f_1(t)$ , а шум виміру – білий гаусів з нульовим середнім і дисперсією  $\sigma = 1$ Поріг виключення датчика, заявлений в лемі 1, складає  $Th = \sqrt{2}\sigma$  для отриманої вище матриці V.

На рис. 4 представлений результат моделювання Монте-Карло для випадку одинарного дефекту, де показані  $trace(C_{+1}(t))$  та  $trace(C_{-1}(t))$ .



Рис. 4. Сліди коваріації похибки  $trace(C_{+1}(t))$  та  $trace(C_{-1}(t))$  відносно співвідношення дефекту до шуму (F/N).

По горизонтальній осі відкладається співвідношення розміру дефекту до шуму (співвідношення F/N), а по вертикальній осі - величини  $trace(C_{+1}(t))$  та  $trace(C_{-1}(t))$ .

Коли сигнал дефекту f1(t) більше, ніж  $\sqrt{2\sigma}$  має місце нерівність

 $trace(C_{+1}(t)) > trace(C_{-1}(t))$ . Ця нерівність, погоджена з лемою 1, означає, що, коли розмір дефекту більший, ніж  $\sqrt{2\sigma}$  несправний датчик треба виключити, щоб забезпечити меншу коваріацію похибки  $\hat{x}(t)$ . Виключення несправного датчика призводить до збільшення точності системи транспортного засобу.

Для випадку подвійного дефекту, припускаємо, що перший і другий датчики мають дефект виду  $f(t) = [f_1 f_2 0000]^T$  а величини  $f_1$  та  $f_2 \in$  константами і задовольняють пряму лінію на рис. 5, а шум виміру - білий гаусів з нульовим середнім і дисперсією  $\sigma = 1$ .

На рис. 5 наведено алгоритм рішення для виключення похибкових датчиків і відношення двох величин дефекту для моделювання.





На рис. 6 показані результати ідентифікації для подвійних дефектів згідно з розміром дефекту на рис. 5.



Рис. 6. Сліди коваріації похибки  $trace(C_{+1+2}(t))$ ,  $trace(C_{-1+2}(t))$  та  $trace(C_{-1-2}(t))$  відносно величини дефекту.

Коли величини  $f_1$  та  $f_2$  належать до області категорії І, слід  $trace(C_{+1+2}(t))$  мінімальний серед трьох слідів. Коли величини  $f_1$  та  $f_2$  належать до областей категорій ІІ та ІІІ, слід  $trace(C_{-1+2}(t))$  мінімальний, а для категорії ІV слід  $trace(C_{-1-2}(t))$  мінімальний.

#### Висновки

Таким чином, розглянуто завдання

ідентифікації дефекту для надмірних систем датчика залежно від точності системи і запропонований новий алгоритм ідентифікації подвійного для випадку дефекту. Алгоритм ідентифікації може бути поширений в двовимірному просторі рішень. Виконане моделювання за допомогою методу Монте-Карло показало, що конфігурація додекаедра датчиків забезпечує точність системи для випадків одинарних і подвійних дефектів. Алгоритм ідентифікації може бути застосований до будь-яких конфігурацій і будь-якого числа датчиків.

### Література

- 1. Говорущенко Н.Я., Туренко А.Н. Системотехника транспорта. - Харьков: ХГАДТУ, 1998. - 255 с.
- 2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и её инженерные приложения. М.: Наука, 1991. 384 с.
- 3. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977. 488 с.

Рецензент: А.В. Бажинов, профессор, д.т.н., XHAДУ.

Статья поступила в редакцию 30 апреля 2015 г.