

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ
УНІВЕРСИТЕТ

С.О. Бугаєвський, Л.В. Гапонова, О.В. Архіпов,
Є.М. Іванов, В.І. Олексин, О.М. Пустовойтова, С.В. Андрієнко

ЧИСЕЛЬНЕ ТА ГЕОМЕТРИЧНЕ
МОДЕЛЮВАННЯ В ІНЖЕНЕРНОМУ
ПРОЄКТУВАННІ ТА ПРОМИСЛОВОМУ
ДИЗАЙНІ

Монографія

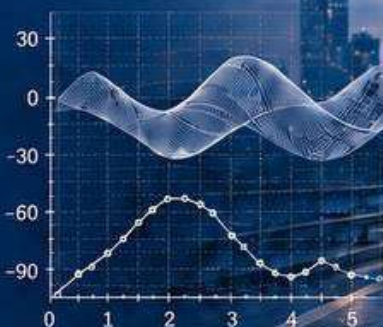
Під заг. ред. д.т.н., проф. С.О. Бугаєвського

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (D \nabla u) = f$$

$$\sum_{i=1}^n F_i = 0$$

$$\int_{\Omega} \sigma : \varepsilon \, d\Omega = \Pi$$

$$[K]\{u\} = \{F\}$$



Харків
ХНАДУ

Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**С.О. Бугаєвський, Л.В. Гапонова, О.В. Архіпов, Є.М. Іванов,
В.І. Олексин, О.М. Пустовойтова, С.В. Андрієнко**

**ЧИСЕЛЬНЕ ТА ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
В ІНЖЕНЕРНОМУ ПРОЄКТУВАННІ
ТА ПРОМИСЛОВОМУ ДИЗАЙНІ**

Монографія

Під заг. ред. д.т.н., проф. С.О. Бугаєвського

Харків
ХНАДУ
2026

УДК: 514.18+004.925.8

С 18

Друкується за рішенням Вченої ради Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (протокол № 87/26/6.15 від 10 червня 2026 р.)

Рецензенти:

Кожушко В.П., доктор технічних наук, професор, професор кафедри мостів, конструкцій і будівельної механіки ім. В.О. Російського Харківського національного автомобільно-дорожнього університету;

Устиненко О.В., кандидат технічних наук, професор, завідувач кафедри теорії і систем автоматизованого проєктування механізмів і машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»;

Трикоз Л.В., доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельних матеріалів, конструкцій та споруд Українського державного університету залізничного транспорту.

Авторський колектив:

Бугаєвський С.О., доктор технічних наук, професор, професор кафедри мостів, конструкцій і будівельної механіки ім. В.О. Російського; **Гапонова Л.В.**, кандидат технічних наук, доцент, завідувачка кафедри комп'ютерної графіки; **Архіпов О.В.**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної графіки; **Іванов Є.М.**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної графіки; **Олексин В.І.**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної графіки; **Пустовойтова О.М.**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної графіки; **Андрієнко С.В.**, старший викладач кафедри комп'ютерної графіки.

Під загальною редакцією д.т.н., проф. С.О. Бугаєвського.

С 18 Чисельне та геометричне моделювання в інженерному проєктуванні та промисловому дизайні: монографія / С.О. Бугаєвський, Л.В. Гапонова, О.В. Архіпов, Є.М. Іванов, В.І. Олексин, О.М. Пустовойтова, С.В. Андрієнко; під заг. ред. д.т.н., проф. С.О. Бугаєвського. Харків : ХНАДУ, 2026. 124 с.

ISBN

Монографія є колективною працею українських науковців, у якій розглянуто актуальні питання сучасного інженерного проєктування, чисельного моделювання та промислового дизайну. Окреслено загальні тенденції розвитку зазначених галузей та обґрунтовано необхідність впровадження інноваційних підходів до аналізу й проєктування технічних систем. Матеріали охоплюють широкий спектр питань – від теоретичних аспектів чисельного аналізу до практичних рішень у сфері інженерного дизайну та інфраструктурного проєктування.

Іл. 57. Табл. 9. Бібліогр.: 113 назв.

УДК: 514.18+004.925.8
© Колектив авторів, 2026
© ХНАДУ

ВСТУП

Визначним досягненням в останні десятиріччя є швидкий розвиток обчислювальної техніки та створення на її основі багато-планової автоматизованої системи комп'ютерної графіки.

Сучасна комп'ютерна графіка має ряд різноманітних застосувань, одне з яких є створення віртуальних тривимірних моделей та їх робочих креслеників.

Необхідність створення та розвитку інтерактивного графічного моделювання тривимірних об'єктів різноманітного функціонального призначення обумовило розробку апаратно-незалежних програмних пакетів параметричного 3D-моделювання деталей, поверхонь, складальних одиниць та оформлення відповідної документації для фахівців у галузях машинобудування та транспортного будівництва. Найбільш популярне середовище автоматизованого проєктування – програма Autodesk Inventor, продукція компанії Autodesk. Програма має зручний інтерфейс користувача, систему підтримки проєктування Decision Support System (DSS) і мультимедійну систему допомоги, а для утворення 3D-моделей елементів конструкцій деталей, вузлів, механізмів та їх робочих креслеників пропонує великий набір ефективних інструментів. Також Autodesk Inventor надає різноманітні засоби для розробки параметричних 3D-моделей.

У наукових дослідженнях Є.М. Іванова (розділ 1) представлено ефективний метод чисельного аналізу об'ємного напружено-деформованого стану зубчастого колеса, що дозволяє підвищити точність розрахунків та врахувати складні умови навантаження.

В.І. Олексин (розділ 2) розглядає та досліджує питання дизайну та моделювання деталей із листової сталі з урахуванням технологічних особливостей виготовлення, що сприяє підвищенню якості та технологічності виробів.

У дослідженнях О.В. Архіпова (розділ 3) розглянуто розробку та апробацію параметричного підходу до дизайну автомобільного вузла із застосуванням програмного середовища Autodesk Inventor, що забезпечує гнучкість проєктування та можливість швидкої адаптації конструкцій під вимоги використання.

С.В. Андрієнко (розділ 4) присвячує дослідження оптимальному проєктуванню високонавантажених циліндричних прямозубчастих

передач, що є важливим для підвищення надійності та довговічності машинобудівних систем.

У дослідженнях Л.В. Гапонової (розділ 5) представлено дизайн-проект покрівлі станції швидкої зарядки електромобілів, де враховано сучасні вимоги до енергоефективності, естетики та функціональності інфраструктурних об'єктів.

О.М. Пустовойтова (розділ 6) розглядає та досліджує інтеграцію тривимірного чисельного моделювання для структурної оптимізації конструкцій дорожніх покриттів із використанням Autodesk Inventor, що дозволяє підвищити ефективність проектних рішень і зменшити матеріаломісткість.

С.О. Бугаєвський (розділ 7) обґрунтовує, що промисловий дизайн є міждисциплінарною сферою, у якій поєднуються інженерні, математичні та естетичні підходи, а використання теорії подібності та фрактальної геометрії значно розширює можливості проектування сучасних виробів. Показано, що теорія подібності дозволяє встановлювати узагальнені залежності між основними фізичними та геометричними параметрами об'єктів. Зокрема, доведено, що при масштабуванні конструкцій лінійні розміри, площі, об'єми, сили та напруження змінюються за різними законами, що зумовлює необхідність урахування масштабного ефекту при переході від моделей до реальних об'єктів. Це підтверджує, що просте геометричне масштабування без урахування фізичних факторів є обмеженим і може призводити до втрати міцності та працездатності конструкцій.

Розділ 1.

ЕФЕКТИВНИЙ МЕТОД ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ОБ'ЄМНОГО НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА

Наведено ефективний метод для чисельного аналізу об'ємного напружено-деформованого стану (НДС) зубчастого колеса. Визначено поля згинальних напружень у галтелях зубців зубчастих коліс з урахуванням геометричних параметрів. В основу покладено методи класичної теорії пружності в тривимірній постановці зі змішаними граничними умовами для області зі складною граничною поверхнею. Рішення виконано в переміщеннях.

Визначені компоненти вектора пружних переміщень у довільній точці області, а потім компоненти тензора напруг у цій же точці з використанням диференціальних залежностей Коші та узагальненого закону Гука. Під час розв'язання поставленої задачі вирішена проблема в поданні всієї пружної ділянки колеса разом із зубами у вигляді неявної безперервної функції безперервного аргументу, що визначає можливість застосування методів теорії пружності та побудови граничних умов.

Використано теорію R-функцій при описі граничної поверхні зубчастого колеса в цілому. Зусилля, що передається зубцем, введено в завданні з врахуванням конфігурації та величини модельованого поля зачеплення з можливістю варіації закону його розподілу по полю зачеплення. Досліджено різне положення миттєвої площадки контакту за фазою зачеплення за весь період сполучення пари зубців. Чисельне розв'язання задачі побудовано на базі методу Рітца, де під час розроблення координатних послідовностей використано лінійно незалежну ортонормовану систему поліномів Лежандра, а також враховано геометрію області та граничні умови.

Запропонована математична модель об'ємного НДС може використовуватися при проєктуванні зубчастих коліс з довільною формою зубців при різних системах зачеплення реальної передачі та для раціонального вибору розмірів і місцеположення поля зачеплення. Можливо моделювання форми миттєвої площадки контакту за фазою зачеплення.

Зубчасті передачі є найбільш поширеними механічними передачами в сучасному машино- та приладобудуванні. Вони застосовуються як у механізмах найточніших приладів, де розміри коліс вимірюються кількома міліметрами, так і найпотужніших машинах з розмірами коліс до 10 м.

Однією з важливих проблем підвищення надійності та довговічності зубчастих передач за поліпшення якості їхніх експлуатаційних показників і зниження металомісткості є розвиток і вдосконалення методів розрахунку напружено-деформованого стану (НДС) зубчастих зачеплень з урахуванням геометрії зубців і зубчастих коліс загалом.

Під час зачеплення пари зубців зубчастих коліс (шестерні) мають місце силові взаємодії, що деформують як зуб, так і вінець зубчастого колеса (рис. 1).

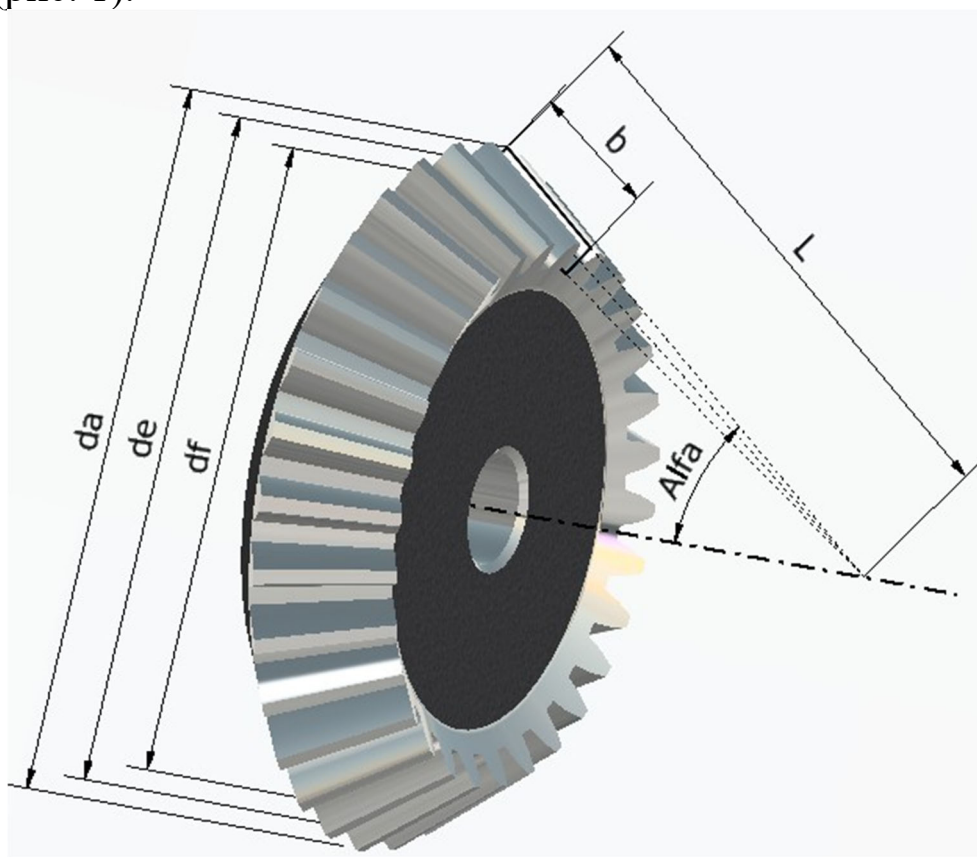


Рис. 1. Геометрія зубчатого колеса

Згинальна напруга, яка виникає, біля кореня зуба, значною мірою залежить від радіальних розмірів зубчастого колеса, від товщини зубчастого вінця і з'єднувального диска. Існуючі методи дослідження згинальних напружень [1–3] ґрунтуються на низці грубих припущень:

зуб апроксимують пружним гребенем трапецеїдального перерізу; галтель біля кореня зуба, а також вплив кута нахилу, конусність зуба та конструкція зубчастого колеса враховуються наближено. Точність врахування цих параметрів пов'язана зі встановленням крайових умов під час використання варіаційних методів теорії пружності, що, своєю чергою, зумовлено геометрією досліджуваних конічних зубчастих коліс.

Оскільки зубчасті колеса в умовах експлуатації перебувають в об'ємному НДС, то і відповідне рішення необхідно будувати в тривимірній постановці. Модель деформованого тіла в роботі приймається як ідеально пружне тіло [4, 5]. Технологічні операції такі, як механічне та хіміко-термічне оброблення зубців впливають на механічні характеристики матеріалу шестерні, але не впливають на НДС, а впливають на допустиме напруження [6–8].

Розв'язання задач теорії пружності зводиться до інтегрування системи диференціальних рівнянь у частинних похідних, що визначають поведінку пружного тіла у внутрішніх точках. До цих рівнянь додаються умови на поверхні, що обмежує тіло. Ці умови визначають завдання або зовнішніх поверхневих сил, або переміщень точок поверхні тіла. Залежно від цього зазвичай формулюють один із трьох типів крайових задач.

Перша крайова задача – кінематична. В об'ємі тіла відшукуються складові переміщень, що набувають на поверхні певних значень. В умові на поверхні тіла в такий спосіб задаються рівняння поверхні й значення складових переміщень на ній.

Друга крайова задача – статична. У цьому випадку на поверхні тіла не накладені жодні обмеження на переміщення і задаються рівняння поверхні, що направляють косинуси нормалі до поверхні й значення складових поверхневих навантажень.

У випадку, коли поверхня тіла збігається з координатними площинами, граничні умови можуть бути сформульовані безпосередньо в напруженнях. Тоді достатньо вказати рівняння поверхні й задати значення складових напружень на ній.

Третя крайова задача – змішана. У цьому випадку на одній частині поверхні тіла задаються кінематичні умови, а на іншій – статичні.

Сьогодні актуальним питанням є пошук ефективного методу для чисельного аналізу об'ємного напружено-деформованого стану

зубчастого колеса. Основним завданням є визначення поля згинальних напружень у галтелях зубців зубчастих коліс з урахуванням геометричних параметрів. Для вирішення поставленої завдання будемо застосовувати методи класичної теорії пружності в тривимірній постановці зі змішаними граничними умовами для області зі складною граничною поверхнею.

Для побудови математичної моделі припустимо, що пружну область і граничну поверхню зубчастого колеса з довільною формою зубців представлено в неявному вигляді як безперервну функцію безперервного аргументу $D = \omega(x, y, z) \geq 0$, до складу якої входять окремі ділянки всієї області D , задані своїми рівняннями

$$\left. \begin{aligned} f_{n1} = \omega_1(x, y, z) &= 0 \\ f_{n2} = \omega_2(x, y, z) &= 0 \\ f_{n3} = \omega_3(x, y, z) &= 0 \\ f_{n4} = \omega_4(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

де ω_1 – рівняння поверхні жорсткого закладення зубчастого колеса;

ω_2 – поверхня площадки контакту;

ω_3 – поверхня всієї пружної області без закладення і площадки контакту;

ω_4 – поверхня всієї пружної області без закладення.

Ці функції нормовані на межі f_{ni} і задовольняють таким умовам [9]:

$$\omega_i(x, y, z) > 0 \text{ в } (D), \quad \omega_i(x, y, z)|_{f_i} = 0, \quad \left. \frac{\partial \omega_i(x, y, z)}{\partial r} \right|_{f_i} = -1,$$

де r – нормаль до поверхні області.

Такі рівняння для складних ділянок можуть бути побудовані з використанням R-функцій [9–14] у вигляді суперпозиції опорних ділянок, що являють собою окремі ділянки зуба і зубчастого колеса. Оскільки в структуру пружної області D входять ділянки (1) і зокрема f_{n2} , то можливо сформулювати крайову умову, що впливає з необхідності врахування зовнішніх сил, що діють на пружну область

D. У загальному випадку задача про визначення НДС зубців зубчастих коліс є змішаною просторовою задачею теорії пружності. Знаходження відповідних переміщень точок пружного тіла при цьому зводиться до визначення вектора пружних переміщень [15–18].

$$U(x, y, z) = iu(x, y, z) + jv(x, y, z) + kw(x, y, z), \quad (1.2)$$

що задовольняє в пружній області *D* рівнянням рівноваги Ламе. Ці рівняння показують зв'язок між напруженнями та деформаціями для ізотропних тіл через коефіцієнти Ламе:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u &= 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v &= 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

де *u*, *v*, *w*, Θ – геометричні характеристики деформації;

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{ і } \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} - \text{фізичні характеристики матеріалу}$$

(пружні постійні Ламе),

E – модуль пружності першого роду;

ν – коефіцієнт Пуассона.

Вектор $U(x, y, z)$ (1.2) має задовольняти таким крайовим умовам:

$$\left. \begin{aligned} U(x, y, z)|_{\omega_1} &= 0; \\ T_G(U)|_{\omega_3} &= 0, T_G \cdot n; \\ T_G(U)|_{\omega_2} &= -P \cdot n; \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

де T_G – тензор напружень;

n – одинична зовнішня нормаль;

P – інтенсивність розподіленого навантаження по плямі контакту.

Застосування варіаційно-структурного методу дає змогу на аналітичному рівні точно врахувати геометричну інформацію, що міститься в постановці крайової задачі, не тільки окремих зубців, а й усього зубчастого колеса. У задачі про НДС зубців (див. (1.3), (1.4)) структура розв'язання може бути представлена у вигляді [9, 10]

$$U = \omega_1 \Phi. \quad (1.5)$$

Незалежно від вибору вектора Φ , враховуючи (1.1), умова жорсткого закладення пружної області задовольняється автоматично. Оскільки вектор (1.5) має задовольняти диференціальні рівняння (1.3) і граничні умови (1.4), то необхідно вектор представити у вигляді $\Phi = \Phi_0 + \omega \Phi_1$. Тоді структуру (1.5) може бути записано

$$U = \omega_1 \Phi_0 + \omega \omega_1 \Phi_1 \quad (1.6)$$

де Φ_0, Φ_1 – довільні вектори.

Оператор напруження в (1.4), застосований до вектора $\bar{U}$, дає вектор напружень на площадки із зовнішньою нормаллю r . Скориставшись його векторним записом з урахуванням (1.6), напругу на площадки із зовнішньою нормаллю r в будь-якій точці пружної області можна визначити таким чином:

$$\begin{aligned} T(U) &= T(\omega_1 \Phi_0) + T(\omega \omega_1 \Phi_1) = \\ &= 2\mu \Phi_0 + \lambda \nabla \omega_1 (\Phi_0 \nabla \omega_1) - \mu \nabla \omega_1 \times (\Phi_0 \times \nabla \omega_1) + \\ &+ 2\mu F_1 + \lambda \nabla \omega (F_1 \nabla \omega) - \mu \nabla \omega \times (F_1 \times \nabla \omega); \\ F_1 &= \omega_1 \Phi_1. \end{aligned} \quad (1.7)$$

З (1.1) видно, що внаслідок вибору структури розв'язання у вигляді (1.6) через функції алгебри логіки $\omega_i(x, y, z)$ [9, 10], що обертаються в нуль на межі, напруження на закладенні описуються виразом

$$-T(U) = 2\mu \Phi_0 + \lambda \nabla \omega_1 (\Phi_0 \nabla \omega_1) - \mu \nabla \omega_1 \times (\Phi_0 \times \nabla \omega_1).$$

Виберемо тепер вектор Φ_1 , щоб виконувалася друга і третя умова (1.4), тобто $T(U)|_{\omega_4} = \frac{P\omega_3}{\omega_2 + \omega_3}r$ або в розгорнутому вигляді з урахуванням структури (6)

$$2\mu F_1 + \lambda \nabla \omega (F_1 \nabla \omega) - \lambda \nabla \omega (F_1 \times \nabla \omega) = B, \quad (1.8)$$

де

$$B = -2\mu (\nabla \omega \nabla) (\omega_1 \Phi_0) - \lambda \nabla \omega \operatorname{div} (\omega_1 \Phi_0) - \\ - \mu [\nabla \omega \operatorname{rot} (\omega_1 \Phi_0)] - \frac{P\omega_3}{\omega_2 + \omega_3} r.$$

Виконуючи в (1.8) тотожні перетворення і розв'язуючи його відносно вектора F_1 , отримаємо $F_1 = \frac{\nabla \omega}{\lambda + 2\mu} (B \nabla \omega) + \frac{1}{\mu} \nabla \omega \times (B \times \nabla \omega)$, звідки

$$\Phi_1 = \frac{1}{\omega_1 + \omega_4} \left[\frac{\nabla \omega}{\lambda + 2\mu} (B \nabla \omega) + \frac{1}{\mu} \nabla \omega \times (B \times \nabla \omega) \right]. \quad (1.9)$$

Структура розв'язання задачі, з урахуванням (9), остаточно має вигляд

$$U = \omega_1 \Phi_0 + \omega \left\{ \frac{1}{\omega_1 + \omega_4} \left[\frac{\nabla \omega}{\lambda + 2\mu} (B \nabla \omega) + \frac{1}{\mu} \nabla \omega \times (B \times \nabla \omega) \right] \right\}. \quad (1.10)$$

У структурі (1.10) вектор Φ_0 поки що довільний, а всі граничні умови задоволено. Вибір вектора $\overline{\Phi_0}$ можна здійснити шляхом найкращого задоволення системи (1.3). Для цієї мети приведемо структуру рішення до лінійного вигляду щодо системи координатних функцій. У виразі (1.10) покладемо

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0 &= \Phi_{0x} I + \Phi_{0y} J + \Phi_{0z} K; \\ B &= B_x I + B_y J + B_z K \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Розкриваючи операції скалярного і подвійного векторного добутку у виразі структури і привівши подібні, відносно одиничних

векторів $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$, отримаємо вираз вектора пружних переміщень U через його компоненти:

$$U = u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k} \quad (1.12)$$

де

$$\begin{aligned} u &= \omega_1 \left\{ \Phi_{0x} + \omega^1 \left[\frac{1}{\mu} B_x \text{grad}^2 \omega - \frac{\lambda + \mu}{\mu(\lambda + 2\mu)} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} (\bar{B}, \text{grad} \omega) \right] \right\}; \\ v &= \omega_1 \left\{ \Phi_{0y} + \omega^1 \left[\frac{1}{\mu} B_y \text{grad}^2 \omega - \frac{\lambda + \mu}{\mu(\lambda + 2\mu)} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y} (\bar{B}, \text{grad} \omega) \right] \right\}; \\ w &= \omega_1 \left\{ \Phi_{0z} + \omega^1 \left[\frac{1}{\mu} B_z \text{grad}^2 \omega - \frac{\lambda + \mu}{\mu(\lambda + 2\mu)} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} (\bar{B}, \text{grad} \omega) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Виберемо далі функції $\Phi_{0\tau}$ ($\tau = x, y, z$) у вигляді розкладання за деякою системою функцій f_{ijk} . Тоді вектор Φ із (1.11) можна подати у вигляді

$$\Phi_{0n} = \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk} f_{ijk}; \quad C_{ijk} = C_{ijk}^1 i + C_{ijk}^2 j + C_{ijk}^3 k;$$

де

$$\Phi_{0nx} = \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^1 f_{ijk}; \quad \Phi_{0ny} = \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^2 f_{ijk}; \quad \Phi_{0nz} = \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^3 f_{ijk}.$$

Оскільки компоненти вектора переміщень (1.12) виражені через компоненти векторів Φ_0 та B то для лінійного представлення n -го наближення вектора U_n знайдемо вираження компонент вектора через компоненти вектора у вигляді Φ_0 (1.8). З огляду на лінійність операторних доданків вектора $\bar{B}$ (див. (1.8)), після підстановки в нього Φ_{0n} і виконання низки векторних перетворень, отримаємо вирази для компонент $B_{n\tau}$ ($\tau = x, y, z$) у розкладанні (1.11) у вигляді

$$\begin{aligned}
B_{nx} = & - \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^1 \left[\mu \left(\nabla \omega_1 \nabla \omega_1 f_{ijk} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega_1 \partial f_{ijk}}{\partial x} \right] + \\
& + \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^2 \left[\lambda \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial y} + \mu \frac{\partial \omega}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial x} \right] + \\
& + \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^3 \left[\lambda \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial z} + \mu \frac{\partial \omega}{\partial z} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial x} \right] - \frac{P \omega_3}{\omega_2 + \omega_3} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}; \\
\\
B_{ny} = & - \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^1 \left[\lambda \frac{\partial \omega}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial x} + \mu \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial y} \right] + \\
& + \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^2 \left[\mu \left(\nabla \omega_1 \nabla \omega_1 f_{ijk} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial \omega}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega_1 \partial f_{ijk}}{\partial y} \right] + \quad (1.13) \\
& + \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^3 \left[\lambda \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial z} + \mu \frac{\partial \omega}{\partial z} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial x} \right] - \frac{P \omega_3}{\omega_2 + \omega_3} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}; \\
\\
B_{nz} = & - \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^1 \left[\lambda \frac{\partial \omega}{\partial z} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial x} + \mu \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial z} \right] + \\
& + \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^2 \left[\lambda \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial y} + \mu \frac{\partial \omega}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega_1 f_{ijk}}{\partial z} \right] + \\
& + \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^3 \left[\mu \left(\nabla \omega_1 \nabla \omega_1 f_{ijk} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial \omega}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega_1 \partial f_{ijk}}{\partial y} \right] - \frac{P \omega_3}{\omega_2 + \omega_3} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}.
\end{aligned}$$

Підставляючи (1.13) у (1.12) після перетворень, отримаємо вирази для компонент вектора u в будь-якій точці зубчастого колеса

$$\begin{aligned}
u_n &= u_0 + \sum_{i+j+k=0}^n \left(C_{ijk}^1 u_{ijk}^1 + C_{ijk}^2 u_{ijk}^2 + C_{ijk}^3 u_{ijk}^3 \right); \\
v_n &= v_0 + \sum_{i+j+k=0}^n \left(C_{ijk}^1 v_{ijk}^1 + C_{ijk}^2 v_{ijk}^2 + C_{ijk}^3 v_{ijk}^3 \right); \\
w_n &= w_0 + \sum_{i+j+k=0}^n \left(C_{ijk}^1 w_{ijk}^1 + C_{ijk}^2 w_{ijk}^2 + C_{ijk}^3 w_{ijk}^3 \right),
\end{aligned}$$

і вектор пружних переміщень запишемо

$$U_n = U_0 + \sum_{i+j+k=0}^n \left(C_{ijk}^1 U_{ijk}^1 + C_{ijk}^2 U_{ijk}^2 + C_{ijk}^3 U_{ijk}^3 \right)$$

де

$$U_0 = U_0 i + V_0 j + W_0 k;$$

$$U_{ijk}^1 = U_{ijk}^1 i + V_{ijk}^1 j + W_{ijk}^1 k;$$

$$U_{ijk}^2 = U_{ijk}^2 i + V_{ijk}^2 j + W_{ijk}^2 k;$$

$$U_{ijk}^3 = U_{ijk}^3 i + V_{ijk}^3 j + W_{ijk}^3 k.$$

Зауважимо, що у вище наведених величинах, угорі праворуч проставлено індекси, а не показники ступеня. Вектори U_0 , U_{ijk}^1 , U_{ijk}^2 , U_{ijk}^3 задовольняють таким крайовим умовам:

$$U_0|_{\omega} = 0;$$

$$T(U_0)|_{\omega} = \frac{P\omega_3}{\omega_2 + \omega_3} \cdot T(U_0)|_{\omega_1} = 0;$$

$$T(U_{ijk}^L)|_{\omega_4} = 0;$$

$$T(U_{ijk}^L)|_{\omega_1} = 0;$$

$$L = \overline{1, 3}.$$

Постійні параметри C_{ijk}^L визначаються з умови найкращого наближення структури до вектора реальних переміщень. Цій умові відповідають рішення, що використовують методи Рітца, Бубнова-Галеркіна та інші [4], оскільки структура $\overline{U_n}$ задовольняє геометричним і статичним граничним умовам.

За методом Рітца [4], розв'язання диференціальних рівнянь (1.3) за крайових умов (1.4) еквівалентне завданню варіаційного числення про мінімізацію потенціальної енергії зовнішніх і внутрішніх сил системи, що діють на пружну область D , для якої диференціальні

рівняння (1.3) є рівняннями Ейлера-Лагранжа. У цьому разі наближене значення вектора пружних переміщень, вибране у вигляді сімейства функцій (див. (1.2))

$$U_n(x, y, z) = iu_n + jv_n + kw_n$$

де

$$\left. \begin{aligned} u_n &= -P \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^1 \cdot f_{ijk} \\ v_n &= -P \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^2 \cdot f_{ijk} \\ w_n &= -P \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^3 \cdot f_{ijk} \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

(f_{ijk} – координатні функції; C_{ijk}^N , ($N = 1, 2, 3$) – постійні величини, що підлягають визначенню і задовольняють крайовим умовам (1.4)), повинно задовольняти варіаційному рівнянню Лагранжа

$$\delta E = \delta Q - \delta A = 0,$$

де δQ – робота внутрішніх сил, що являє собою приріст потенціальної енергії на будь-якому можливому переміщенні системи;

δA – робота зовнішніх сил на тому самому можливому переміщенні.

$$E = \iiint W dx dy dz - \iint (X_{\bar{n}} u + Y_{\bar{n}} v + Z_{\bar{n}} w) ds, \quad (1.15)$$

де

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \left(\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ &+ \mu \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) + \\ &\left. + 2\mu \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) \right). \end{aligned}$$

Робота зовнішніх сил при врахуванні крайових умов (1.4) записується співвідношенням

$$\begin{aligned} & \iint (X_{\bar{n}}u + Y_{\bar{n}}v + Z_{\bar{n}}w) ds = \\ & = \iint P [u \cos(\bar{n}, x) + v \cos(\bar{n}, y) + w \cos(\bar{n}, z)] d\omega, \end{aligned} \quad (1.16)$$

де $\cos(\bar{n}, l)$, $j = x, y, z$ – напрямні косинуси зовнішньої нормалі на площадки контакту. На поверхні, вільній від площадки контакту, нормальні напруження дорівнюють нулю. У виразі (1.16) інтенсивність розподіленого по площадки контакту навантаження P входить вхідною складовою частиною в підінтегральну функцію.

Для визначення значень параметрів C_{ijk}^L ($L = 1, 2, 3$) (1.14), відповідних мінімуму потенційної енергії системи, необхідно розв'язати задачу на екстремум у вигляді

$$\frac{\partial E}{\partial C_{\alpha\beta\gamma}^1} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial C_{\alpha\beta\gamma}^2} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial C_{\alpha\beta\gamma}^3} = 0; \quad (1.17)$$

де $\alpha + \beta + \gamma = 0, 1, \dots, n$.

Якщо в (1.17) підставити (1.14) і виконати деякі перетворення, отримаємо систему Рітца в розгорнутому вигляді, зручному для алгоритмізації процесу обчислення. Компоненти вектора $U_n = iu_n + jv_n + kw_n$ для будь-якої точки області D визначаються шляхом підстановки в (1.14) коефіцієнтів. C_{ijk}^L ($L = 1, 2, 3$), отриманих у результаті розв'язання системи Рітца в розгорнутому вигляді

$$\begin{aligned} & \sum_{i+j+k=0}^n \left\{ C_{ijk}^1 \iiint_D \left[\left(\frac{\lambda}{\mu} + 2 \right) \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \right] dx dy dz + \right. \\ & + C_{ijk}^2 \iiint_D \left(\frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \right) dx dy dz + \\ & \left. + C_{ijk}^3 \iiint_D \left(\frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \right) dx dy dz \right\} = \frac{1}{\mu} \iint_{\omega_2} f_{\alpha\beta\gamma} \cos(v, x) d\omega; \end{aligned}$$

$$\sum_{i+j+k=0}^n \left\{ C_{ijk}^1 \iiint_D \left[\left(\frac{\lambda}{\mu} + 2 \right) \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \right] dx dy dz + \right. \\ \left. + C_{ijk}^2 \iiint_D \left(\frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \right) dx dy dz + \right. \\ \left. + C_{ijk}^3 \iiint_D \left(\frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \right) dx dy dz \right\} = \frac{1}{\mu} \iint_{\omega_2} f_{\alpha\beta\gamma} \cos(\nu, x) d\omega;$$

$$\sum_{i+j+k=0}^n \left\{ C_{ijk}^1 \iiint_D \left(\frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \right) dx dy dz + \right. \\ \left. + C_{ijk}^2 \iiint_D \left(\frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \right) dx dy dz + \right. \\ \left. + C_{ijk}^3 \iiint_D \left(\frac{\partial \varphi_{ijk}}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \varphi_{\alpha\beta\gamma}}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi_{ijk}}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \varphi_{\alpha\beta\gamma}}{\partial \psi} \left(\frac{\lambda}{\mu} + 2 \right) \frac{\partial \varphi_{ijk}}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \varphi_{\alpha\beta\gamma}}{\partial \psi} \right) \partial \xi \partial \psi \partial \xi \right\} = \\ = \frac{1}{\mu} \iint_{\omega_2} f_{\alpha\beta\gamma} \cos(\nu, x) d\omega; \quad \alpha + \beta + \gamma = 0, 1, \dots, n.$$

Модуль вектора пружних переміщень визначається з виразу $U_n = \sqrt{u_n^2 + v_n^2 + w_n^2}$. Визначення напружень у будь-якій точці області базується на узагальненому законі Гука в тензорній формі [4, 5]

$$T_G = \lambda \Theta E_1 + 2\mu T_\varepsilon = \begin{Bmatrix} G_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & G_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{zy} & G_z \end{Bmatrix},$$

$$\text{де } T_\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x & (1/2)\gamma_{xy} & (1/2)\gamma_{xz} \\ (1/2)\gamma_{yx} & \varepsilon_y & (1/2)\gamma_{yz} \\ (1/2)\gamma_{zx} & (1/2)\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{Bmatrix} - \text{тензор деформацій};$$

$$E_1 - \text{одиничний тензор} \left(E_1 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \right).$$

Компоненти тензора деформацій виражаються через геометричні характеристики деформацій у вигляді

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right);$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right);$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right).$$

Якщо $\bar{l} = \{l_x, l_y, l_z\}$ – напрямні косинуси деякої площадки з нормаллю r у точці $M(x, y, z)$, що належить області D , то для обчислення складової напруги в цій точці необхідно скористатися залежностями Коші в тензорній формі [4, 5] у вигляді

$$P_v = \{l_x, l_y, l_z\} = \begin{Bmatrix} G_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & G_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{zy} & G_z \end{Bmatrix}$$

Повне напруження на цій площадці визначається як геометрична сума складової, тобто

$$P_v = \sqrt{x_v^2 + y_v^2 + z_v^2},$$

де

$$x_v = G_x l_x + \tau_{xy} l_y + \tau_{xz} l_z;$$

$$y_v = \tau_{yx} l_x + G_y l_y + \tau_{yz} l_z;$$

$$z_v = \tau_{zx} l_x + \tau_{zy} l_y + G_z l_z.$$

Результатом є розроблення теорії отримання структури наближеного рішення задачі визначення полів згинальних напружень у галтелі зуба зубчастих коліс з довільною формою зубців при будь-якій системі зовнішнього зачеплення реальної передачі, а також раціонального вибору розмірів і місцеположення поля зачеплення. Під час розв'язання поставленої задачі вирішена проблема в поданні всієї пружної ділянки колеса разом із зубами у вигляді неявної безперервної функції безперервного аргументу, що визначає можливість застосування методів теорії пружності та побудови граничних умов.

Використано теорію R-функцій при описі граничної поверхні зубчастого колеса в цілому. Зусилля, що передається зубцем, введено в завданні з врахуванням конфігурації та величини модельованого поля зачеплення з можливістю варіації закону його розподілу по полю зачеплення.

Досліджено різне положення миттєвої площадки контакту за фазою зачеплення за весь період сполучення пари зубців. Чисельне розв'язання задачі побудовано на базі методу Рітца, де під час розроблення координатних послідовностей використано лінійно незалежну ортонормовану систему поліномів Лежандра, а також враховано геометрію області та граничні умови.

В основу теорії покладено методи класичної теорії пружності в тривимірній постановці з використанням диференціальних залежностей Коші та узагальненого закону Гука за змішаних граничних умов для області зі складною граничною поверхнею. Рішення виконано в переміщеннях. Визначені компоненти вектора пружних переміщень у довільній точці області, а потім компоненти тензора напруг у цій же точці з використанням диференціальних залежностей Коші та узагальненого закону Гука.

Запропонована математична модель об'ємного НДС може використовуватися при проєктуванні зубчастих коліс з довільною формою зубців при різних системах зачеплення реальної передачі та для раціонального вибору розмірів і місцеположення поля зачеплення. Можливо моделювання форми миттєвої площадки контакту за фазою зачеплення за весь період спряження пари зубців.

Розділ 2.

ДИЗАЙН ТА МОДЕЛЮВАННЯ ДЕТАЛЕЙ ІЗ ЛИСТОВОЇ СТАЛІ З УРАХУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ ВИГОТОВЛЕННЯ

Технологія виготовлення деталей із листової сталі є важливим процесом у сучасному промисловому секторі, яка забезпечує виробництво різноманітних виробів починаючи від скриньок і закінчуючи автомобілями та будівельною технікою. Але перед початком виготовлення деталей передує процес розробки або моделювання окремих деталей та вузлів в цілому. Для забезпечення випуску якісної продукції із листової сталі необхідно ще на етапі розробки в модель закладати технологічні аспекти виготовлення. Тому викладання та вивчення даної теми має бути комбінованим з розкриттям можливостей CAD-систем та технологій виготовлення.

У роботі представлена технологія виготовлення деталей із листової сталі, яка базується на найбільш розповсюдженішому устаткуванні, а саме на станках лазерного різання і координатно-пробивних пресах за допомогою яких отримують розгортку деталі із листа металу. Вертикально-згинальні преси і сегментні згинальні станки, які виконують згинання заготовки (розгортки) і надають фінальну форму деталі.

Вказано про необхідний параметр налаштування файлу листового металу, який можна виразити коефіцієнтом К-фактор, і у навчальних цілях його рекомендовано прийняти рівним $K = 0,44$.

Дано рекомендації про використання найбільш відповідного обладнання і інструменту для реалізації конкретної задачі. Наведена таблиця з найбільш використовуваним інструментом для станків КПП. Зазначені мінімально-можливі технологічно обґрунтовані елементи листової деталі, які необхідно забезпечити для реалізації процесу згинання на етапі розробки.

Наведені переваги і недоліки кожного із методів обробки листового металу у проєкціюванні на відповідне обладнання, а також випадки у яких раціонально використовувати це обладнання.

Згадані найбільш розповсюджені формати листової сталі, на які слід орієнтуватись при проєктуванні деталей із розрахунку розміщення на них розгортки деталі.

В процесі вивчення такого інструменту, як «Листовий метал» у програмах Autodesk Inventor, SolidWorks тощо. Слід акцентувати увагу не тільки на можливості програми реалізувати конструкторську задачу, а і на технологію виготовлення, за якою буде дана деталь із листової сталі втілюватись у життя. Це пов'язано з тим, що можливості програми є розлогими, які необхідно адаптувати під певні технологічні умови. Тобто проєктувати деталь таким чином, щоб її можна було виготовити на заданому обладнанні. Таким чином викладання даної теми здобувачам повинно супроводжуватись виключно з інформацією про технологію виготовлення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Деталі зокрема і вузли в цілому із листової сталі здебільшого зустрічаються у електротехнічних, телекомунікаційних виробках (у вигляді шаф, щитів тощо) у автомобілебудуванні (штамповані корпуси автомобілів), у будівництві та різній будівельній техніці [19] у ролі, як основних деталей і вузлів, так і у ролі допоміжних елементів. Окрім галузей, де застосовуються вироби із листової сталі з певними вимогами до їх якості, особливостей конструювання та ін., також слід враховувати ряд параметрів очевидних, напівочевидних і неочевидних, які взагалі впливають на саму можливість процесу виготовлення [20–22].

Неврахування цілого ряду факторів і параметрів технологічного процесу при конструюванні деталей породжує ситуацію, коли у програмному продукті вдається реалізувати певну геометрію деталі, а у виробничих умовах ні, що призводить до цілого ланцюга невідповідності. Починаючи від неможливості виготовлення окремої деталі і, відповідно, складання вузла та закінчуючи переглядом технічного рішення виробу на етапі виготовлення, що в цілому викликає додаткові витрати на усунення браку окремої деталі.

На основі вищевикладеного матеріалу виникає потреба у процесі навчання здобувачів технічного напрямку, а саме інженерів-конструкторів, подавати інформацію про інструмент «Листовий метал» у комплексі з технологією виготовлення. Для освітлення цієї теми слід передбачити більше аудиторного часу і самостійного вивчення здобувачами даного матеріалу.

Найпершим кроком у проєктуванні деталей з листової сталі слід визначити на якому форматі листа вона буде виготовлятись. Найбільш розповсюдженими форматами листової сталі є такі 1000×2000 мм; 1250×2500 мм і 1500×3000 мм, що відповідає ДСТУ 8540 і ДСТУ 8971.

Тобто розгортка деталі має вміщуватись у розміри відповідного листа за умови технологічного зазору у 10–15 мм по периметру листа сталі. Під дані формати листа орієнтовані робочі площини більшості станків.

Здебільшого для різання листового металу при виготовленні різноманітних конструкцій використовують верстати лазерного різання чи координатно-пробивні преси (КПП), або комбіновані верстати де поєднані ці два принципи обробки. Наявність на підприємстві по обробці листового металу такого комбінованого комплексу є скоріш виняток, а ніж закономірність у зв'язку з його суттєвою вартістю. Тому обробку листового металу на лазерному станку і на КПП розглянемо окремо, а у випадку використання комбінованих станків ці принципи екстраполюються на відповідний верстат.

Слід зазначити, що існують станки плазменного різання, які виконують різання кромки металу з нижчою якістю і здебільшого застосовуються для різання заготовок, які у подальшому підлягають більш точній обробці. Станки плазменного різання працюють за таким самим принципом, як і станки лазерного різання.

Суть технології лазерного різання полягає у тепловому впливі вимушеного випромінювання вузької спрямованості, тобто лазерного променя, на матеріал обробки. Процес схожий на механічне різання, але замість ріжучого інструменту застосовують лазер в результаті чого майже немає відходів. Технологія енерговитратна, тому використовується переважно для розкрою тонких листів металу. Обробка листової сталі більшої товщини супроводжується розігріванням до температури плавлення, для полегшення різання в зону обробки подають газ. Найчастіше – кисень, також використовують аргон, азот, гелій, повітря. Газ необхідний для підтримки горіння, видалення продуктів згорання і охолодження зони різання.

Переваги лазерного різання:

- Обробка листів сталі різної товщини від 0,2 до 30 мм.
- Високошвидкісна обробка з точністю до $\pm 0,05$ мм.
- Створення виробів зі складними контурами (фігурне або художнє різання рис. 2.1) [23–25].
- Щільна розкладка та різання з чистими кромками без відходів
- економія матеріалу.

– Мінімальна механічна обробка деталей або її повна відсутність завдяки філігранному різі.

– Простота налаштування лазерного верстата: достатньо створити зображення деталі та завантажити в керуючу програму на ПК.

– Висока ефективність при використанні у виробництві малих партій, коли недоцільно створювати форми для пресування чи лиття.



а



б



в

а – декоративна панель; б – журнальний столик;
в – довільні форми заготовок

Рис. 2.1. Приклади художнього різання на лазерних станках

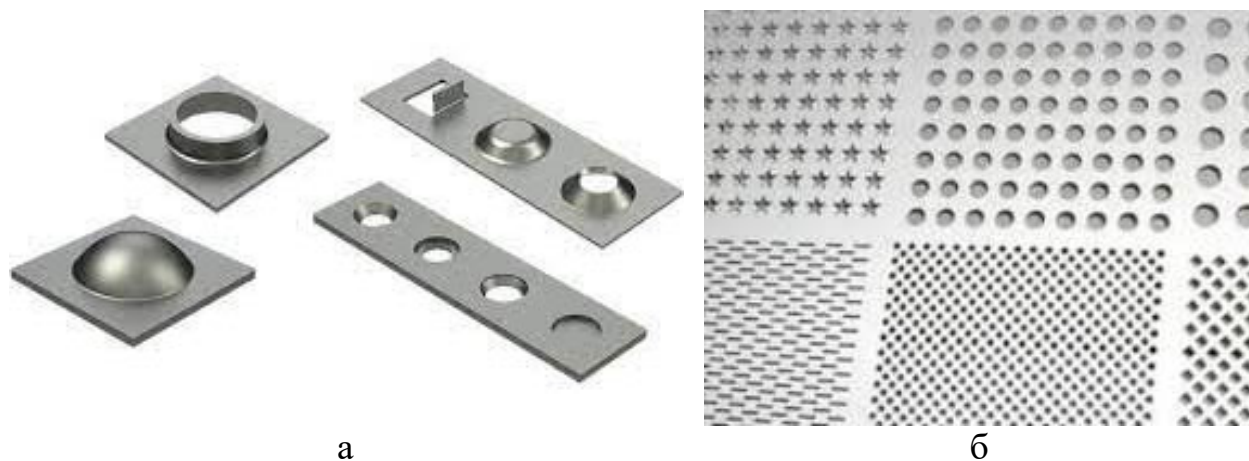
Недоліки:

– Неможливість виконання рельєфного формування «пуклівки» рис. 2.2, а.

– Неефективність виконання перфорації рис 2.2, б за рахунок тривалого процесу врізу лазерного променя в метал.

Суть обробки листового металу на координатно-пробивному пресі (КПП) полягає у холодному штампуванні, який реалізується на відповідних станках [26, 27]. Координатне пробивання металу при спозиційованому листі відбувається наступним чином. Спочатку спеціальне притискне кільце на верхній частині пробивного

інструменту притискає лист до матриці (нижньої частини пробивного інструменту). Далі пуансон із певним зусиллям (до 50 т) б'є по листу (товщиною до 6 мм), пробиваючи його. Потім пуансон під впливом потужних зворотних пружин повертається у вихідне положення, притискне кільце відпускає лист, який відразу змінює своє розташування для реалізації наступної операції.



а – пуклівка; б – перфорація

Рис. 2.2. Приклади виконання пуклівки та перфорації на КПП

Переваги КПП:

- Під час серійного випуску забезпечується висока швидкість обробки деталей. Устаткування точно слідує встановленому оператором алгоритму і визначає координати, якими пробиватимуться отвори.

- На продуктивність верстата не впливають форма чи габарити отворів. У даному разі довжина різку не зменшує ефективність операції. Удар пуансона забезпечує одномоментну пробивку всього контуру отвору.

- У процесі обробки на метал не виконується термічного впливу, що забезпечує економію електроенергії та виключає можливість деформації металу, яка виникає внаслідок перегріву.

- Координатне пробивання металу дозволяє здійснювати обробку з високою точністю та продуктивністю. Точність може досягати $\pm 0,05$ мм. У порівнянні з лазерним різанням на деталях певної складності пробивні машини здатні досягати більш ніж десятикратної продуктивності.

- Створення перфорованих виробів, або виробів з рельєфним формуванням «пуклівка» рис. 2.2.

Недоліки:

- Під кожну форму отвору або товщину металу необхідний відповідний інструмент.

- Неможливість виконувати вироби зі складними контурами (фігурне або художнє різання рис. 2.1).

Особливими відмінностями застосування обладнання, які треба враховувати при конструюванні деталей, між лазерними і КПП верстатами є неможливість створення рельєфного формування «пукльовок» на лазерному обладнанні. В той час суттєвим обмеження для КПП є різання листового матеріалу по складній траєкторії у вигляді сплайну, або з переходом одних спряжень певного радіусу у інші. Тобто виконання художнього вирізання з листа металу на верстатах КПП неможливе.

Слід зазначити, що обладнання КПП використовує інструмент для створення отворів у листі у вигляді кола, квадрату, прямокутника, пазоподібної форми тощо, або спеціальних пукльовочних форм. Приклади деяких інструментів наведений у табл. 2.1.

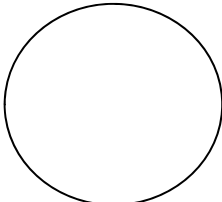
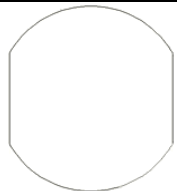
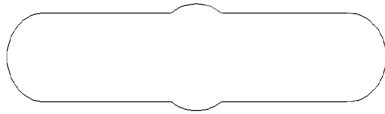
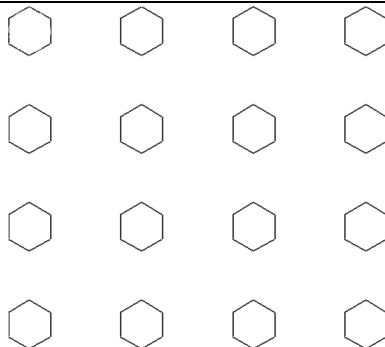
Фінальним етапом створення деталі з листової сталі є згинання заготовки – розгортки до проєктних розмірів. Для цієї операції використовують здебільшого два типи станків сегментний згинальний станок або вертикально-згинальний прес.

Сегментний згинальний станок використовується здебільшого для виготовлення простих форм схожих на профіль профнастилу. Також по такому принципу побудовані більшість ручних станків, які найчастіше використовуються у обробці оцинкованої листової сталі для створення різного роду елементів вентиляційної системи, елементів дахового покриття тощо.

Основним робочим органом сегментного згинального станка виступає поворотна балка, або фартух. Допоміжну, але від цього не менш важливу роль відіграє механізм фіксації листа в верстаті: притискна плита та притиск. В даному випадку одне крило згину нерухомо фіксується в притискному механізмі, а друге крило згину під впливом повороту балки загинається в потрібному напрямку.

Здебільшого на виробництві з обробки листової сталі використовують вертикально-згинальні преси, які є більш універсальними і дозволяють виконувати згинання деталей складної форми. На даному типі станків зупинимось більш детально.

Інструмент для КПП

Форма	Позначення	Рисунок
Круг	RD 2,5	
	RD 4,5	
	RD 6,2	
	RD 16	
	RD 38	
	...	
Квадрат	SQ 5	
	SQ 7	
	SQ 9,5	
	SQ 22	
	...	
Прямокутник	RE 5 × 2,5	
	RE 10 × 5	
	RE 12 × 2,5	
	RE 50 × 5	
	RE 80 × 5	
	...	
Овал	OB 10 × 5	
	OB 10,3 × 6,8	
	...	
Отвір під установку замка	DD 19,5 × 17	
	...	
Замкова щілина	FT 25 × 5	
	...	
Кластер	CLUSTER	
	...	

На таких верстатах процес згинання здійснюється натисканням робочого органу пуансона на лист металу з вдавненням в розташовану нижче матрицю рис. 2.3.

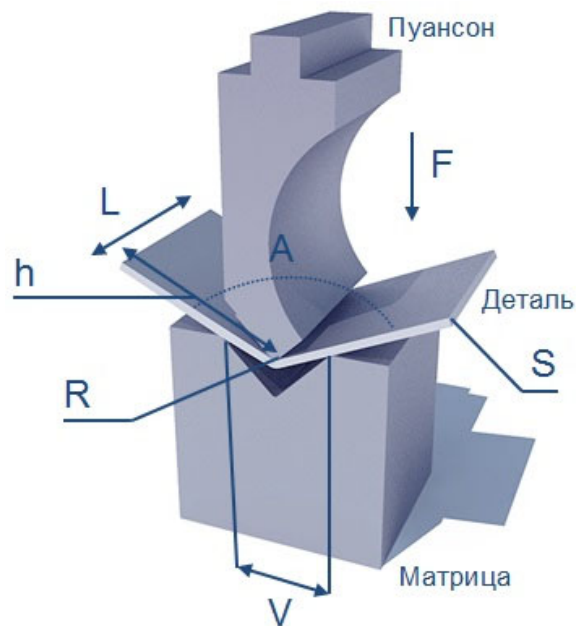


Рис. 2.3. Ілюстрація процесу згинання деталі

Існують два основних методи згинання:

Вільне згинання – це коли між листом металу і стінками V-подібної матриці існує повітряний зазор рис. 2.4. На сьогодні це найпоширеніший метод.

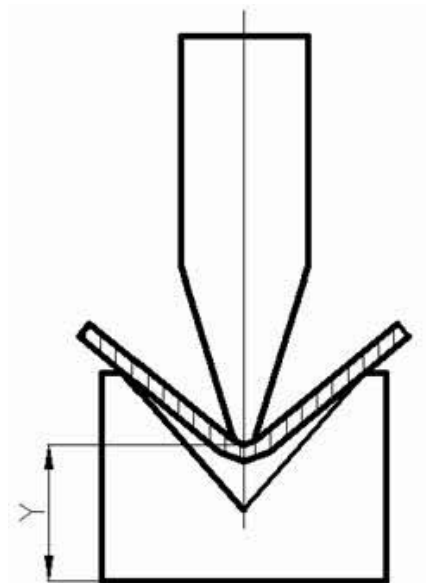


Рис. 2.4. Метод вільного згинання

Калібрування – це коли лист металу повністю притиснутий до стінок V-подібної матриці рис. 2.5.

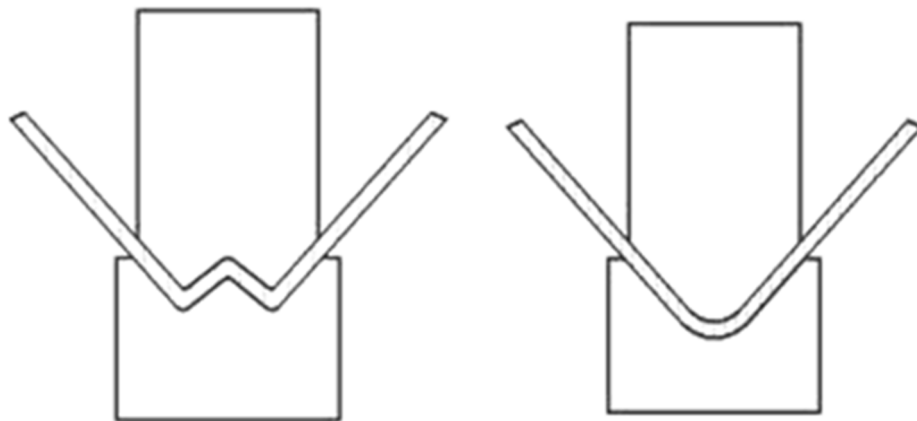


Рис. 2.5. Метод калібрування

Процес вільного згинання відбувається за допомогою вдавлювання пуансоном листа металу на вибрану глибину по осі Y в канавку матриці. Лист залишається «в повітрі» і не контактує зі стінками матриці. Це означає, що кут згинання визначається положенням осі Y , а не геометрією інструменту згинання.

До переваг методу вільного згинання можна віднести:

- Висока гнучкість: без зміни згинальних інструментів можна отримати будь-який кут згинання, що знаходиться в проміжку між кутом розкриття V-подібної матриці. Наприклад, при використанні пуансона 30° і матриці 30° можна отримати кут згину на деталі 135° , 90° , 60° , 45° тощо.

- Менші витрати на інструмент, можна використати один комплект для багатьох завдань.

- Менше необхідне зусилля згинання в порівнянні з іншими методами згинання.

Недоліки:

- Менш точні кути. У зв'язку з тим, що інструмент контактує з металом тільки в трьох точках, то заготовка може повести себе непередбачено і кут згинання по всій довжині буде нерівномірний, особливо якщо в заготівлі є залишкова напруга після розкрою, і практично може досягати декількох градусів.

- Менша точність повторень, на яку суттєво впливають фізико-механічні властивості матеріалу заготовки.

– Більший ефект зворотного пружинення за рахунок більшої пружної деформації.

– Менша універсальність та якість згинання. Розкриття матриці при вільному згинанні 10–15 товщин листа, це є причиною збільшення мінімального відгину. Відсутність контакту зі стінками матриці є причиною деформації отворів («виворіт») розташованих близько до лінії згинання.

У яких випадках раціонально застосовувати даний метод:

- Велика номенклатура виробів, дрібносерійне виробництво.
- Різні кути згинів (у тому числі гострі).
- Мінімальні вимоги до точності та якості згинів.
- Геометрія кінцевих деталей не містить незначних мінімальних відгинів і допустимі внутрішні радіуси згинів рівні двох товщин листа і більше.

- Для подальшого створення склепок або облямівок (каемок).

Метод калібрування. При цьому методі кут згину визначений зусиллям згинання та згинальним інструментом: матеріал затиснутий повністю між пуансоном і стінками V-подібної матриці. Пружна деформація майже відсутня та фізико-механічні властивості матеріалу практично не впливають на кут згинання.

При цьому зусилля калібрування в 3–10 разів вище за зусилля вільного згинання. Розкриття матриці вибирається з діапазону 6–10 товщин металу.

Переваги методу калібрування:

- Точніший кут згину в порівнянні з методом вільного згинання.
- Менший ефект зворотного пружинення і більша повторюваність за рахунок більшого впливу на метал та зменшення пружних деформацій. Незважаючи на це пружинення у певній мірі залишається, тому якщо необхідно отримувати на готовій деталі кут 90° , то інструмент слід вибирати з кутом $88\text{--}85^\circ$.

- Найкраща якість згинання: «виворіт» отвору зменшується при досягненні пуансоном нижнього положення, відносно невеликі розкриття матриць дозволяють робити невеликі мінімальні відгини і досить точні внутрішні радіуси, рівні від 1 до 2 товщин металу.

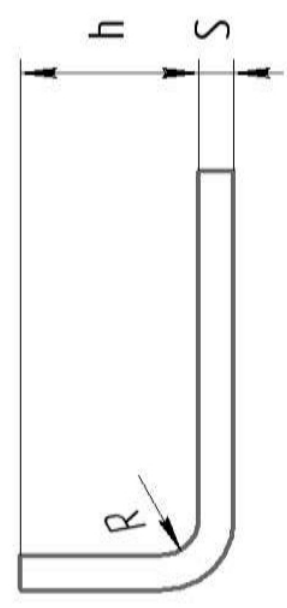
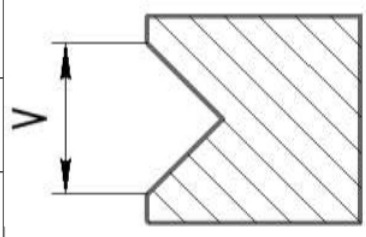
Недоліки:

- Необхідно прикладати більше зусилля згинання в порівнянні із вільним згинанням, не застосовується для листів металу з великою товщиною.

Таблиця 2.2

Дані для розрахунку навантаження при згинанні

S, мм	1	1,2	1,6	2	2,2	2,5	2,8	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7	8	9	R
	3,6	4,8	6	7,3	8,6	9,6	11	12	13,5	15,5	17	18,5	21	23,5	27	30	33	h
6	6	8	10	12	14	16	18	20	23	26	29	32	35	40	45	50	55	V
0,5	2																	F
0,8	7	5																F
1	12	8	6															F
1,2		12	9	7														F
1,5			15	12	10	8												F
2				23	19	16	14	12	10									F
2,5						27	23	20	17	14	12	11						F
3,0								30	25	22	19	17	15	13				F
4,0										42	36	32	28	24	21	18		F
5,0												54	47	40	34	30	26	F
6,0														61	52	45	40	F
7,0															74	64	57	F
8,0																88	77	F



– Обмежений діапазон застосування у порівнянні з вільним згинанням, щоб досягти всіх переваг даного методу на іншому профілі чи куті згинання необхідно використовувати інший інструмент.

У яких випадках раціонально застосовувати даний метод:

– Обмежена номенклатура виробів, дрібносерійне та серійне виробництво.

– Підвищені вимоги до точності та якості згинів.

– Внутрішні радіуси згинів повинні бути від 1 до 2 товщин металу.

– Найчастіше використовується один кут згину, наприклад 90° і дещо менше тупі кути в діапазоні $90-180^\circ$.

– Оптимальні мінімальні відгини.

На кожному вертикально-згинальному пресі є відповідна табл. 2.2 з рекомендованими параметрами по підбору інструмента та відповідними технологічними можливостями з вказуванням зусиль, які необхідно прикласти для згинання заготовки. Наприклад якщо необхідно зігнути лист товщиною 2 мм з радіусом 2 мм на матриці V12, то при цьому зусилля яке має розвинути станок буде складати 23 тони на один погонний метр деталі.

З вищевказаного рисунку можна зробити таблицю з рекомендованими параметрами, яких необхідно дотримуватись при проєктуванні згинів на деталі (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

Мінімальні технологічні значення профілю, які необхідно забезпечити для реалізації процесу згинання

Товщина листа, мм	Радіус згинання, мм	Мінімальний розмір одинарного відгину, мм	Мінімальна висота Z-подібного профілю, мм
≤ 1	1	6	9
1,5	1,5	8	10
2	2	9	11
2,5	3	14	17
3	3	15	18
4	4	25	29
5	5	26	31

Наступним параметром, що враховує фізико-механічні властивості матеріалу, які виражаються при згинанні металу та визначають розмір розгортки, є К-фактор – коефіцієнт, який визначає положення нейтрального шару при згині (рис. 2.6), [28] його значення коливається у межах 0,35–0,5.

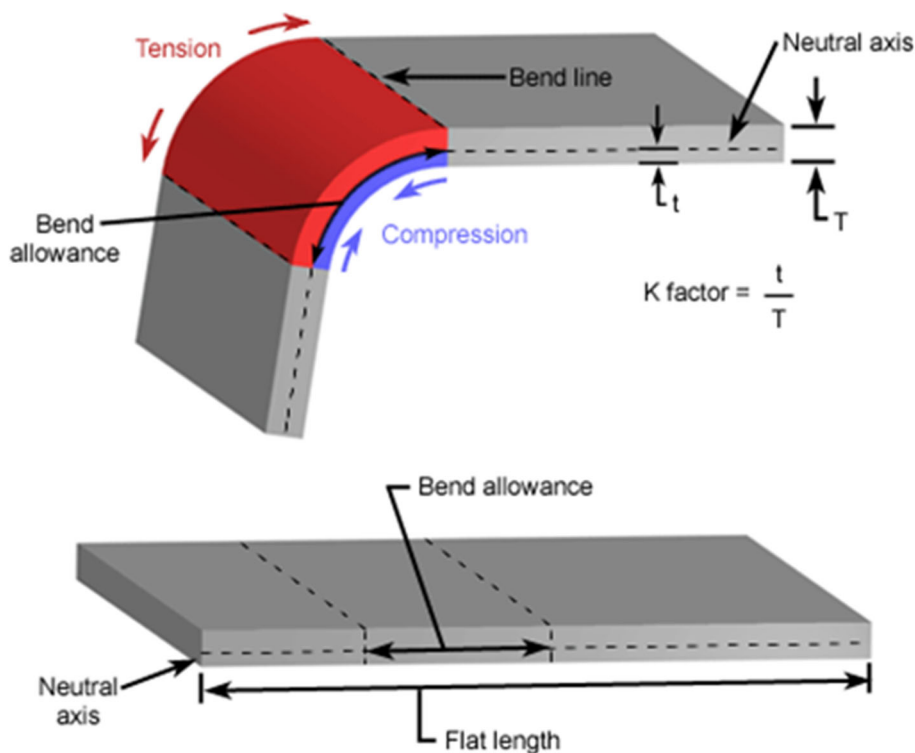


Рис. 2.6. Положення нейтрального шару при згині

Здебільшого цей коефіцієнт визначається на підприємстві експериментальним шляхом для даного типу обладнання і партії листового прокату, та даються рекомендації щодо його застосуванню для певного діапазону товщин матеріалу і кута згину. Наприклад у програмі Autodesk Inventor коефіцієнт К-фактор за замовчуванням встановлений $K = 0,44$ [21], що повністю задовольняє вимогам в навчальному процесі для побудови простих деталей. Чим точніше буде значення цього коефіцієнту тим точнішими будуть розміри розгортки, і відповідно, розміри деталі у згорнутому стані.

На підставі викладеного матеріалу можна зробити наступні висновки. Кожна деталь яка буде виготовлятися із листової сталі має бути максимально адаптована під задану технологію виробництва. В налаштуванні файлу деталі, у програмі розробки наприклад Autodesk Inventor, обов'язково необхідно вказувати компенсаційний фактор на

згин деталі, такий як К-фактор (наприклад $K=0,44$), або інший компенсаційний параметр.

Для деталей, які складаються зі складної траєкторії різь необхідно використовувати різання за допомогою лазера. Якщо деталь має велику кількість перфорації, або рельєфне формування «пуклівка» для отримання розгортки деталі необхідно використовувати координатно-пробивні преси (КПП) з необхідним обладнанням. При розробці такої деталі необхідно використовувати інструмент який наведений у табл. 2.1.

При проектуванні згину рекомендується використовувати метод калібрування і мінімальні значення відгину (полиць) в залежності від товщини деталі та радіуса згину, які наведені у табл. 2.3.

При вивченні здобувачами даної теми з урахуванням комбінованого підходу, коли розкриваються можливості CAD-системи для реалізації задуманого конструктиву з урахуванням технології виготовлення, підвищується обізнаність здобувачів у темі «Листовий метал» і рівень майстерності.

Розділ 3.

РОЗРОБКА ТА АПРОБАЦІЯ ПАРАМЕТРИЧНОГО ПІДХОДУ ДО ДИЗАЙНУ АВТОМОБІЛЬНОГО ВУЗЛА У СЕРЕДОВИЩІ ПРОГРАМИ AUTODESK INVENTOR

Проектування сучасних промислових виробів, складність і різноманітність яких повсякчас зростає, здебільшого потребує скорочення термінів проектування й зменшення числа проектувальників. Це значною мірою може бути досягнуто за рахунок автоматизації проектування й комп'ютеризації праці інженера чи дизайнера.

Комп'ютерне моделювання стало сучасним стандартом у конструюванні завдяки розвитку відповідного програмного забезпечення та алгоритмів його застосування. В наш час вже багато дизайнерів почали застосовувати спеціалізовані дизайнерські комп'ютерні програми для 3D-моделювання. Серед них можна виділити Autodesk 3Ds Max Design, Autodesk Alias, Rhinoceros, Mol 3D modeling. Менша частина фахівців застосовує для роботи в дизайні конструкторські програми (Autodesk Inventor, Solid Works, T-Flex CAD), що пов'язано, на наш погляд, з більшою складністю роботи в них. Між цим саме тривимірні моделі, що побудовані саме в конструкторських програмах можуть бути більш доцільними при всебічному їх аналізі та впровадженні розробки у виробництво.

Головною ж перевагою конструкторських пакетів є той факт, що побудовані в них моделі є параметричними, тобто швидко змінюють розмір і форму за бажанням проектувальника, що дає змогу забезпечувати багатоваріантність геометричних рішень і відповідних графічних зображень. Творчий підхід до побудови таких тривимірних моделей може передбачати самий широкий діапазон змін геометрії всіх елементів виробу, що проектується.

Параметрична модель виробу, окремі елементи якого адаптивно геометрично пов'язані між собою, дозволяє швидко наочно оцінювати всі плюси і мінуси тієї чи іншої конструкції, аналізувати обране композиційне рішення. Разом з тим, промислові дизайнери, яким доводиться, задовольняючи вимоги замовника, опрацьовувати різні варіанти геометрії того чи іншого виробу, сучасний апарат

тривимірного параметричного моделювання звичайно не використовують.

З іншого боку, дизайн – це завжди нова компоновка раніше вже створеного, відомого, відкритого або знайденого. Література по дизайну містить аналіз історичних закономірностей розвитку форм в техніці, можливі підходи до вибору композиційних рішень для великої кількості промислових виробів.

Повноцінні параметричні комп'ютерні програми дозволяють виконувати моделювання історичних змін геометрії більшості промислових виробів і прогнозувати нові дизайнерські рішення, що враховують сучасні світові тенденції. Але й досі питанням параметризації при створенні моделей в машинобудуванні та дизайні приділяється недостатня увага.

Між тим, параметрична комп'ютерна тривимірна модель машинобудівного вузла дозволяє швидко враховувати зміну його робочих характеристик, відтворювати та аналізувати багато варіантів виконання виробу, даючи оцінку конструктивним, експлуатаційним, ергономічним перевагам конструкції тієї чи іншої геометрії. Повільне застосування засобів параметризації при моделюванні складань може бути пов'язано з тим, що наявна література не надає апробованих алгоритмів, які б дозволили суттєво формалізувати цей процес.

Значні функціональні можливості роблять програму Autodesk Inventor [29] однією з найбільш задіяних серед конструкторів у світі. Autodesk Inventor надає широкі можливості для створення параметричних моделей, що допускають самі широкі діапазони зміни геометрії моделі при зміні всього декількох чисельних значень в таблиці параметрів.

Наявна література містить достатню кількість інформації щодо застосування її засобів при побудові складних параметричних моделей окремих машинобудівних деталей [30, 31] та побутових виробів [32]. Є приклади застосування Autodesk Inventor при параметричному моделюванні машинобудівних (автомобільних) вузлів та агрегатів [33, 34]. Пропонується застосування елементів параметризації при виконанні навчального завдання з моделювання складального вузла здобувачами [35].

Проте немає робіт, які б містили аналіз та порівняння всіх існуючих засобів програми для побудови параметричних моделей складань та пропонували алгоритм можливої послідовності їх

застосування. До того ж у більшості випадків мова йде лише про часткову параметризацію моделі, тобто дослідники геометрично пов'язують лише декілька деталей.

Метою роботи є розробка та апробація на прикладі колісного гальмівного циліндра автомобіля алгоритму створення параметричної моделі машинобудівного вузла у середовищі програми Autodesk Inventor, аналіз та порівняння всіх існуючих засобів цієї програми для побудови параметричних моделей складань, всі деталі яких адаптивно пов'язані між собою.

Серед переваг Autodesk Inventor можна відзначити:

- простий і зручний інтерфейс (більшість команд для редагування ескізів, моделей перенесені з панелей керування на клавіатуру й мишу, що дозволило розчистити простір робочого стола й підвищити продуктивність роботи);

- зручність нанесення залежностей на ескіз (відстеження програмою за траєкторією руху миші) і гарна візуалізація нанесених залежностей;

- зручність нанесення розмірів на ескіз і гарне відображення розмірних чисел;

- можливість використання того самого ескізу для одержання різних конструктивних елементів деталі (різних деталей);

- наявність можливості безпосередньо у пакеті, у середовищі Inventor Studio, відтворювати фотореалістичні зображення об'єктів моделювання та розробляти їх анімацій презентації.

- популярність у світі та наявність інших програмних продуктів фірми Autodesk для подальшого зручного використання побудованих тривимірних моделей (у дизайні це може бути Autodesk 3Ds Max).

Можливість створення параметричних моделей в програмі Autodesk Inventor ґрунтується на наступних фактах:

- взаємне розташування робочих площин, що містять геометричну частину визначника поверхонь деталей, може бути параметром, що допускає зміну в межах однієї геометричної моделі;

- сама геометрія утворюючих (або контурів), направляючих, траєкторій видавлювання, використовуваних при кінематичному способі завдання поверхонь деталей, може бути підпорядкована відповідним параметрам (наприклад, дуга кола при збільшенні значення її радіуса наближається до прямої).

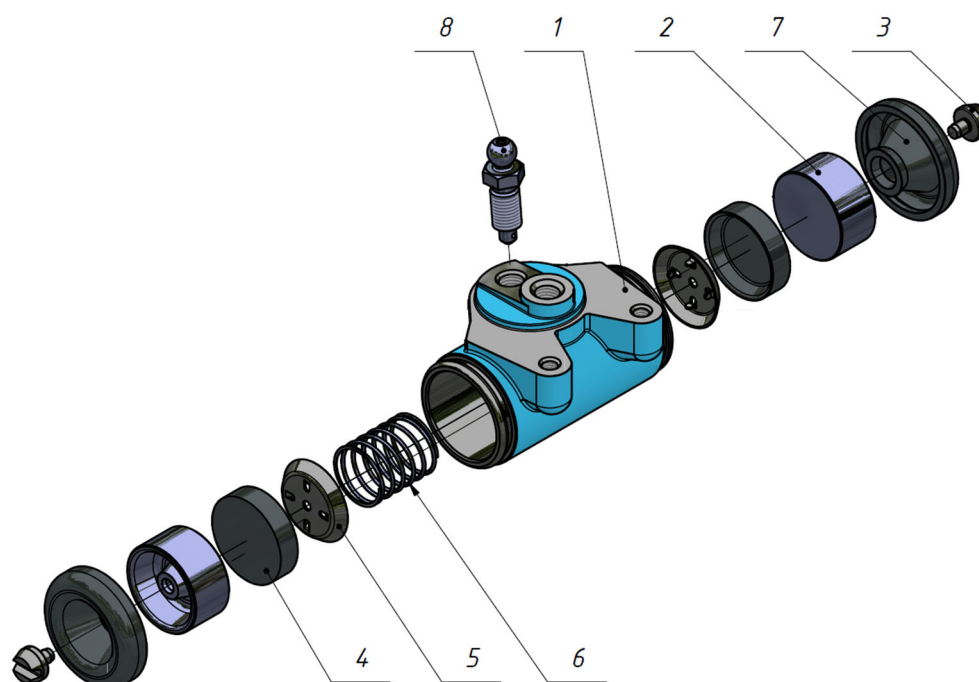
Останні ж версії пакету Autodesk Inventor дають істотну перевагу, коли необхідно в рамках однієї параметричної моделі врахувати найнеймовірніші зміни геометрії тіла. Функція Inventor iLogic, що з'явилася в них, дозволяє прописувати на етапі створення моделі ті чи інші правила (інструкції), що безпосередньо впливають на геометрію моделі, а надалі їх редагувати.

Компонент iLogic впроваджує правила у вигляді об'єктів безпосередньо в деталь (складання) та документи креслеників. Ці правила визначають значення параметрів і атрибутів для проєкту, а також управляють ними. Керуючи цими значеннями, можна визначати поведінку атрибутів, елементів і компонентів моделі. Завдяки функції iLogic, базовий елемент моделі, створюваної нами, може бути отриманий або як елемент обертання, коли необхідно отримати сферу (еліпсоїд обертання), або як елемент, побудований по перетинах, для всіх інших випадків. Крім того, використання iLogic дозволяє відключати в дереві побудов Autodesk Inventor ті елементи, наявність яких в моделі не потрібна.

Програма Autodesk Inventor надає широкі можливості для створення параметричних моделей як окремих деталей, так і параметричних моделей складань на їх базі. Але практична значимість параметричної моделі виробу визначається тим, якою мірою враховані в ній можливі зміни геометрії її елементів. Звісно, бажано, щоб зміна геометрії кожної окремої деталі відбувалась автоматично зі зміною інших деталей, які геометрично з нею пов'язані, та навпаки. Це можливо при використанні засобів адаптивного проєктування. Далі, на прикладі колісного гальмівного циліндра автомобіля, покроково розглянемо алгоритм побудови параметричної моделі машинобудівного вузла.

На першому етапі, тобто перед початком безпосереднього моделювання, необхідно познайомитися з прототипами виробу та перспективними варіантами його конструкції, наявною конструкторською документацією. З'ясувати робочі характеристики вузла та можливий діапазон їх змін. Виконати аналіз можливої форми та розмірів робочих органів, наявних геометричних взаємозв'язків між елементами складання, всіх доцільних на вашу думку та перспективних варіантів майбутніх змін геометрії кожної окремої деталі та конструкції в цілому.

На початку моделювання гальмівного циліндра було проаналізовано велику кількість аналогічних виробів та декілька відповідних складальних креслеників. На рис. 3.1 показана схема складання колісного гальмівного циліндра класичної конструкції.



- 1 – корпус; 2 – поршень; 3 – штовхач;
 4 – манжета; 5 – тарілка розпірна;
 6 – пружина; 7 – ковпак захисний; 8 – штуцер

Рис. 3.1. Схема складання колісного гальмівного циліндра

На рис. 3.2 наведені приклади зовнішнього вигляду колісних гальмівних циліндрів різних виробників, які є наявними в мережі Інтернет. Очевидними є відмінності в геометрії між представленими моделями (розташування робочого та зливного отворів, елементів кріплення, зовнішній вигляд та розташування фланців). На другому етапі обирається базова деталь складання, геометрія якої пов'язана з максимальною кількістю деталей, зазвичай це корпус, та виконується її параметричне моделювання. При цьому моделюванні необхідно максимально врахувати форму та розміри робочих органів та весь можливий діапазон змін геометрії базової деталі як окремої деталі, так і її як деталі, геометрія якої залежить від наявної геометрії інших деталей у складанні та передбачає можливість їх зміни у певному передбаченому діапазоні.



Рис. 3.2. Варіанти геометрії існуючих колісних гальмівних циліндрів

Звичайно, побудована відповідно до сучасних вимог тривимірна комп'ютерна модель кожної окремої деталі, як і виробу в цілому, повинна відповідати сучасним вимогам:

- дозволяти візуально і в автоматичному режимі знаходити й усувати основні недоліки виробу ще на початковій стадії його розробки;

- бути параметричною, тобто швидко змінювати розмір і форму за бажанням проєктувальника чи дизайнера, що дає змогу забезпечувати багатоваріантність геометричних рішень і відповідних графічних зображень (при цьому окремі деталі, які сполучаються, повинні бути адаптивно залежними);

- нести інформацію про фізичні, оптичні й інші властивості матеріалу об'єкта, даючи можливість в автоматичному режимі розраховувати такі характеристики об'єкта, як маса, об'єм, центр інерції й інші, а також відтворюючи його текстуру, фактуру й колір;

- бути «розпізнавана» пакетами, що дозволяють визначати напружено-деформований стан і міцнісні характеристики відповідного виробу з урахуванням інтенсивності зовнішніх навантажень;

- давати можливість легко переходити до двовимірного представлення об'єкта, в тому числі у вигляді рисунка та кресленика;

- допускати можливість використання програмних засобів додаткової візуалізації для використання в презентаціях, дизайнерських розробках, рекламі, комп'ютерній анімації.

Програма Autodesk Inventor дає змогу створювати моделі, які відповідають всім переліченим вимогам. В наведеній вище літературі

наявні приклади та алгоритми побудови параметричних моделей деталей, що допускають зміну їх геометрії у дуже широкому діапазоні. Потрібно відмітити, що практична значимість параметричної моделі виробу визначається тим, якою мірою ще на етапі побудови базової деталі враховані можливі зміни геометрії. Тому, при параметричному моделюванні базової деталі, необхідно врахувати історичні та перспективні композиційні рішення, властиві аналогам, цілісність її форми, підпорядкованість елементів, композиційну рівновагу, єдність характеру форми, симетрію або асиметрію елементів. Все це треба враховувати з самого початку роботи над моделлю: під час створення робочих площин, що допускають максимальні можливості для перетворення геометрії у потрібних напрямках; при формуванні елементів ескізів, що допускають широкий діапазон корекції; при накладенні, або не накладенні залежностей на елементи ескізів.

Розглянемо параметричний підхід до моделювання у програмі Autodesk Inventor корпусу гальмівного циліндра автомобіля, який є базовою деталлю у складанні. При побудові моделі корпусу всі основні розміри вносилися у розділ параметрів користувача таблиці параметрів програми Autodesk Inventor для цієї деталі (рис. 3.3).

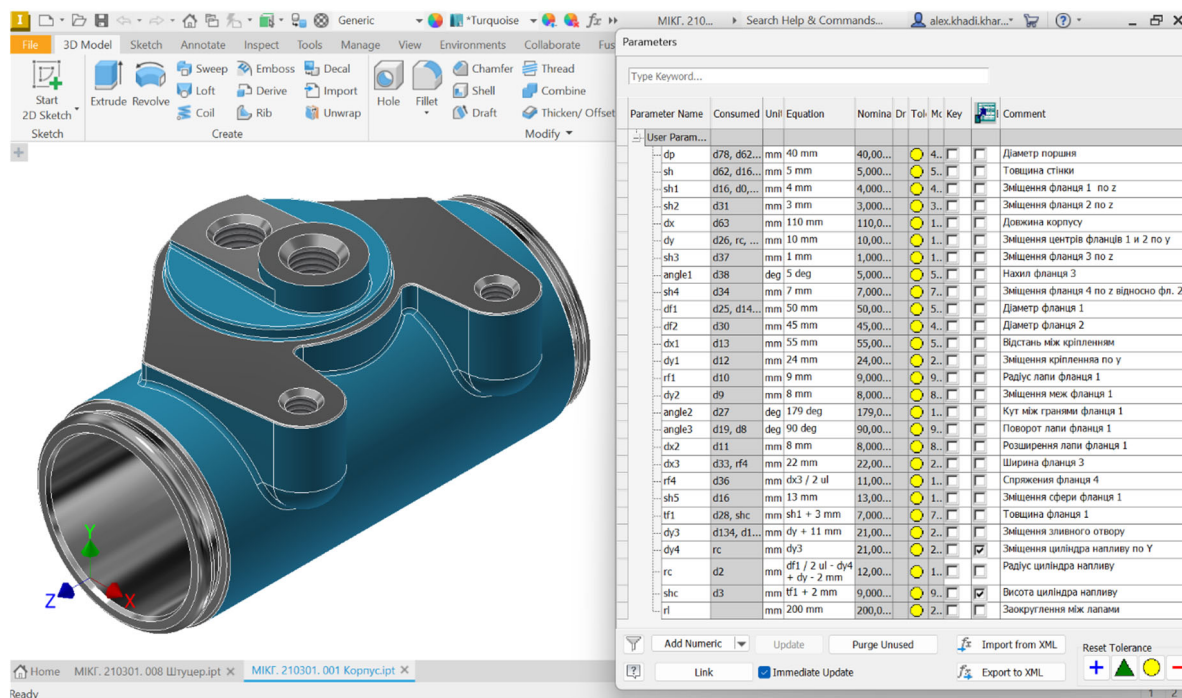


Рис. 3.3. Параметрична модель корпусу гальмівного циліндра

Це дозволяє швидко змінювати основні розміри, відразу наочно оцінюючи результат зміни моделі.

Найбільш складним елементом моделі є система фланців. Її побудова показана на рис. 3.4.

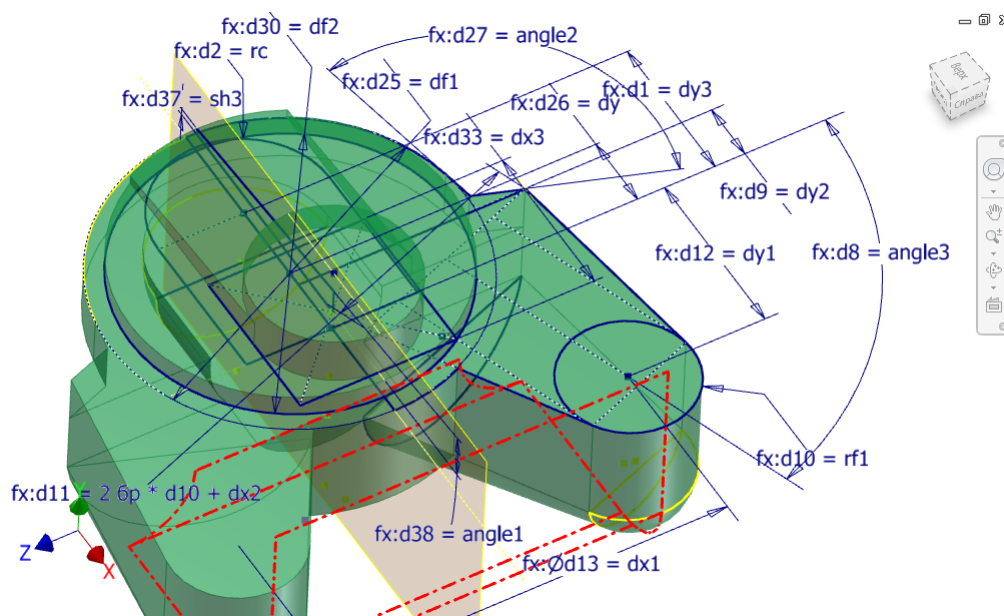


Рис. 3.4. Побудова системи фланців

Шляхом застосування ескізів, що враховують можливі зміни геометрії корпусу, було передбачено різні варіанти вигляду деталі (рис. 3.5).

При побудові моделі корпусу гальмівного циліндра було застосовано і функцію iLogic програми Autodesk Inventor, яка дозволяє додавати або вилучати з браузера (дерева побудов) програми певні елементи форми деталі шляхом зміни керуючих параметрів.

На рис. 3.6 наведено правило iLogic, що дозволяє, при наданні параметру $dx2$ нульового значення, автоматично переходити від двох окремих лап кріплення на корпусі гальмівного циліндра (рис. 3.5, а) до одного спільного елемента форми, завдяки додаванню відповідного елемента видавлювання (рис. 3.5, в).

Також на цьому етапі роботи бажано створити зовнішню таблицю Excel, яка б містила ті загальні геометричні характеристики всього вузла, які є взаємопов'язаними відповідно до певної залежності, у подальшому будуть найчастіше переглядатися, наприклад, при зміні робочих характеристик виробу, або вони будуть вочевидь задіяні при моделюванні інших деталей у складанні.

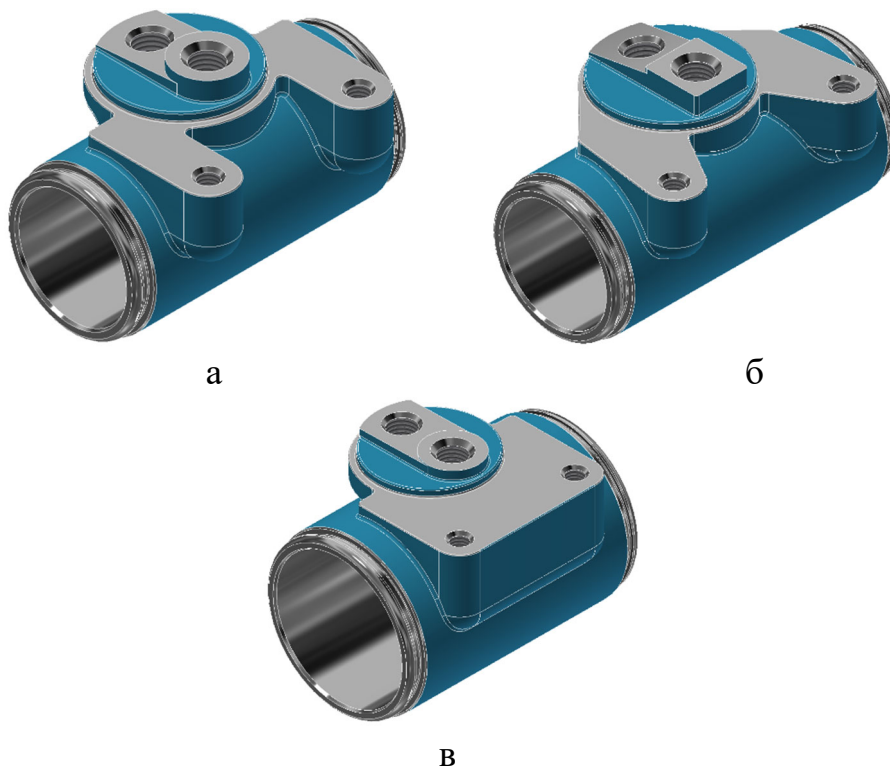


Рис. 3.5. Вплив зміни параметрів на геометрію моделі корпусу

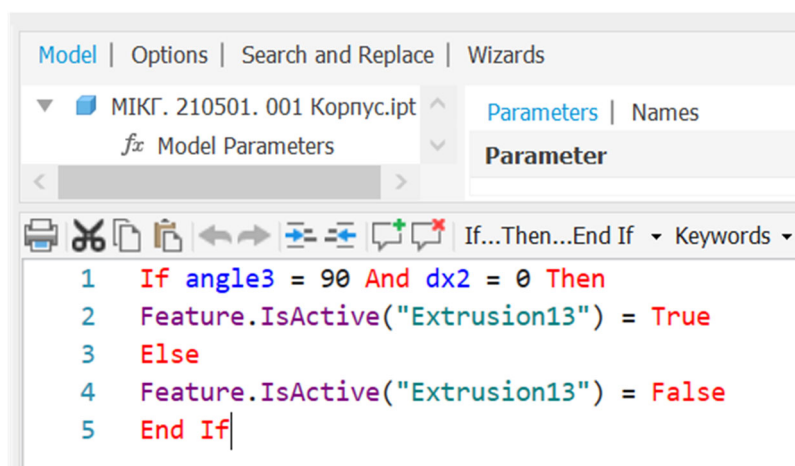


Рис. 3.6. Приклад правила iLogic для деталі

Таку таблицю можна пов'язати з таблицею параметрів програми Autodesk Inventor будь якої деталі, в першу чергу базової, за допомогою команди «Link». Тоді зміни у цій таблиці будуть автоматично призводити до зміни геометрії всіх деталей, в яких є посилання на її значення.

На рис. 3.7 надано можливий вигляд такої зовнішньої таблиці Excel для моделі гальмівного циліндра.

E1				
	A	B	C	D
1	Parameter	Value	Units	Comments
2	Dp	40	mm	Діаметр поршня
3	Hp	20	mm	Висота поршня
4	Hm	4	mm	Товщина манжети
5	Ht	2	mm	Висота тарілки робоча
6	Hpr	32	mm	Висота пружини не деформованої
7	Hv	8	mm	Запобіжна відстань вибігу поршня
8	Lk	$Hpr+2*(Hp+Hm+Ht+Hv)$	mm	Довжина корпусу насоса
9	Dpr	26	mm	Діаметр пружини
10	Hpd	22	mm	Висота деформованої пружини
11	Np	5	ul	Кількість робочих витків пружини
12	Dd	1,5	mm	Діаметр дроту пружини
13				

Рис. 3.7. Зовнішня таблиця Excel з параметрами вузла

На третьому етапі роботи виконується параметричне моделювання деталей, геометрія яких безпосередньо пов'язана лише з геометрією базової деталі. Доцільно при цьому застосування похідного компоненту (команда «Derived Component»). На початку моделювання кожної такої деталі у простір моделі програми Autodesk Inventor першочергово додається базова деталь у вигляді робочої поверхні (стиль «Body as Work Surface» визначається у діалоговому вікні «Derived Part»). На її поверхнях програма дозволяє створювати робочі ескізи, до складу яких можна додавати проєкції будь яких ребер, обрисів поверхонь обертання та лінії переходу базової деталі (команда «Project Geometry»). Після використання видимість похідного компоненту може бути відключена.

При зміні геометрії базової деталі автоматично оновлюються і всі деталі, що побудовані за допомогою функції «наслідування геометрії», тобто адаптивний зв'язок між деталями зберігається.

На рис. 3.8 показано процес моделювання поршня гальмівного циліндра з застосуванням похідного компоненту. До таблиці параметрів деталі було додано параметри з наведеної на рис. 3.7 таблиці Excel. На цьому ж етапі створюються параметричні моделі деталей, які не потребують проєкціювання геометрії та розміри яких повністю або частково визначаються зовнішньою таблицею Excel після її підключення. Так для гальмівного циліндра були побудовані моделі манжети та пружини.

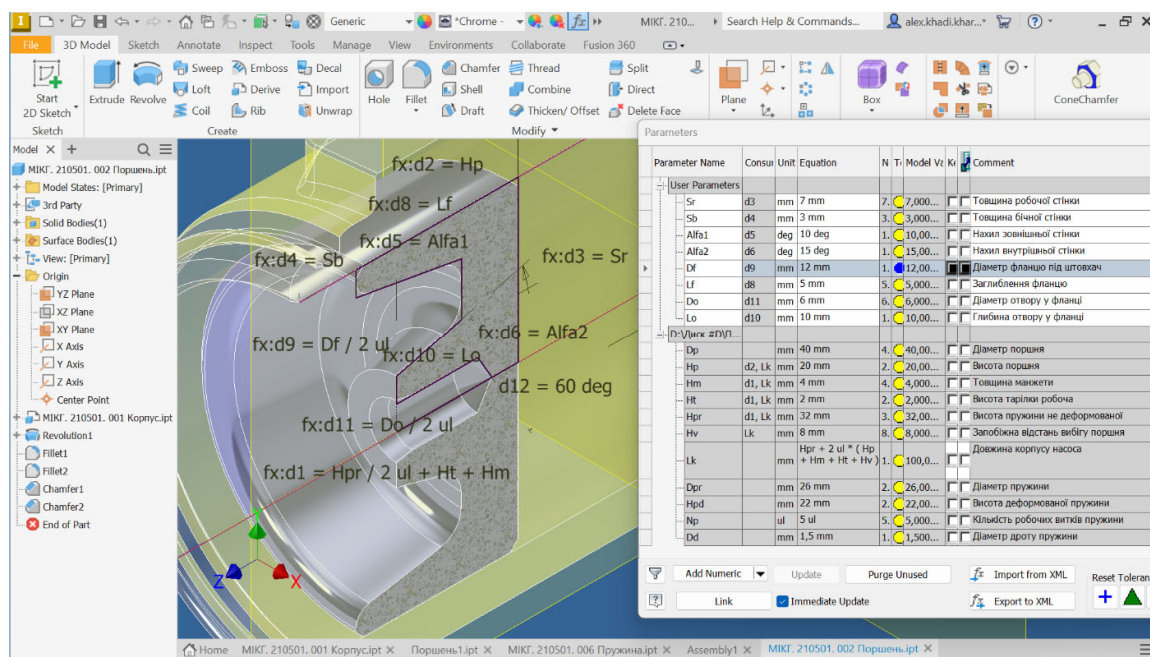


Рис. 3.8. Моделювання поршня гальмівного циліндра

Пружина створювалась у середовищі моделювання деталі з використанням команди «Coil», але потім її параметри уточнювались за допомогою «Майстра проєктування» програми Autodesk Inventor у генераторі пружин. Паралельно, за допомогою похідного компоненту, моделюються інші деталі, геометрія яких залежить від однієї з вже побудованих. У випадку гальмівного циліндра такою деталлю є штовхач.

На четвертому етапі виконується моделювання деталей, геометрія яких залежить від декількох деталей у складанні. Такі деталі можна створювати безпосередньо у середовищі складання. Для цього потрібно створити файл складання, вставити у нього вже створені деталі (команда «Place Component»), починаючи з базової, накласти на них всі необхідні складальні залежності (команда «Constrain») та створити у середовищі складання нову деталь (команда «Create Component»). При її моделюванні можна проєкціювати на площини створених ескізів геометрію всіх деталей у складанні (команда «Project Geometry»), але при цьому потрібно бути дуже обережним. Справа в тому, що лише проєкції ребер та ліній переходу є адаптивними, тобто змінюють своє розташування при зміні геометрії похідних деталей, а проєкції обрисів тіл обертання залишаються фіксованими, тобто не є адаптивними. Побачити це на екрані можна завдяки появі позначок у вигляді зачиненого замка поруч з цими об'єктами. Наведений далі підхід не має цього недоліку.

На початку створення нової деталі можна обрати в якості похідного компоненту не файл деталі, а файл складання. Для цього необхідно, після виклику команди «Derived Component», обрати необхідний файл складання та визначити у вікні «Derived Part» стиль «Single Composite Feature», який дозволить отримати робочу поверхню, що відповідає геометрії складання як одного цілісного об'єкта. Проблем з адаптивністю при проєкціюванні геометрії такого похідного компоненту не буде.

На рис. 3.9 наведено заключний етап побудови в середовищі складання захисного ковпака колісного гальмівного циліндра, геометрія якого адаптивно пов'язана з геометрією трьох деталей – корпусу, поршня та штовхача. Геометрія розпірної тарілки пов'язана з геометрією двох деталей – манжети та пружини.

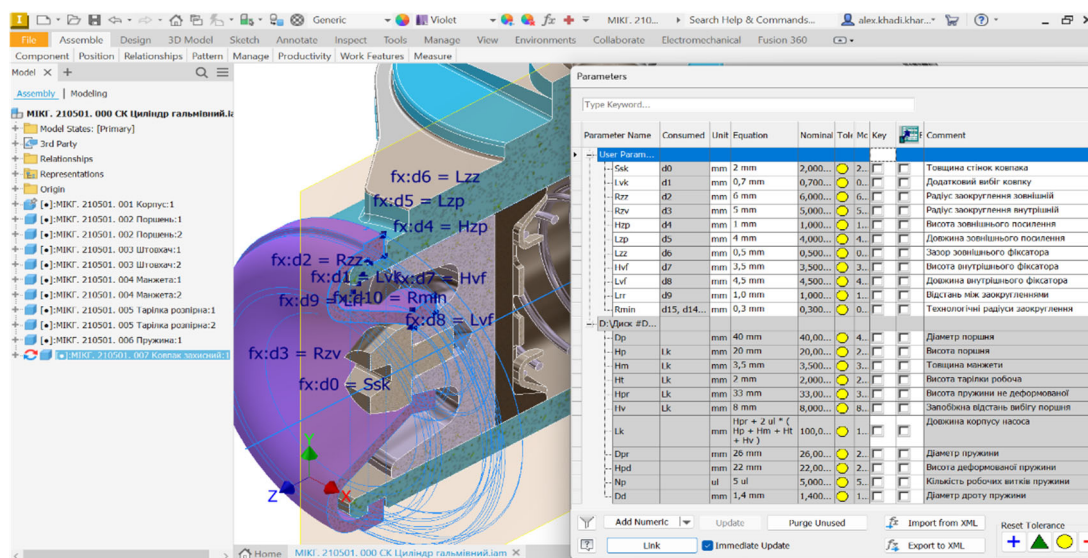


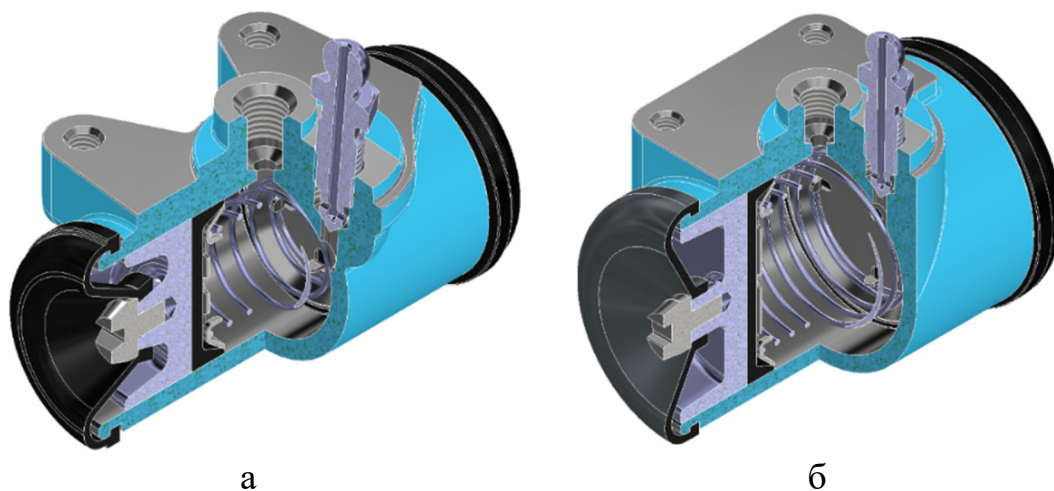
Рис. 3.9. Моделювання захисного ковпака гальмівного циліндра

У нас в конструкції немає деталей, що геометрично залежать від цієї останньої групи деталей. При необхідності ми б виконали і їх моделювання.

На заключному п'ятому етапі моделювання складальної одиниці доопрацьовується файл складання, перевіряються адаптивні зв'язки між усіма деталями шляхом варіативної зміни параметрів у відповідних таблицях користувача для кожної окремої деталі та у зовнішній таблиці Excel, при необхідності виконується оптимізація геометрії моделі вузла за обраними критеріями.

Побудована модель колісного гальмівного циліндра автомобіля також була перевірена на відсутність помилок. На рис. 3.10 наведено її

вигляд при діаметрі поршня 40 мм (рис. 3.10, а) та 60 мм (рис. 3.10, б). Дещо змінювалися також дизайн та розміри окремих деталей.



а – геометрія при діаметрі поршня 40 мм;
б – геометрія при діаметрі поршня 60 мм

Рис. 3.10. Вплив зміни параметрів на геометрію моделі вузла

Звичайно, створення повністю параметризованої моделі вузла потребує додаткових зусиль та часу. Разом з тим, якщо параметрична модель виробу створена на належному рівні, вона дозволяє швидко отримувати шляхом зміни лише декількох ключових параметрів практично необмежену кількість варіантів конструкторських рішень, які зручно аналізувати та оптимізувати. В кінцевому рахунку це забезпечує скорочення термінів проєктування за рахунок автоматизації.

Потрібно відмітити, що запропонований алгоритм застосування програми Autodesk Inventor для побудови параметричних моделей складань на протязі багатьох років опрацьовувався у науково-технічних дослідженнях та навчальному процесі. У кінцевому варіанті, який пропонується, він був апробований на значній кількості моделей автомобільних та машинобудівних вузлів. Отримані комп'ютерні моделі використовувалися для розрахунку полів напруг, температур, гідродинамічних розрахунків із застосуванням таких пакетів як ANSYS, Nastran, SimuLink, Cosmos Flow Simulation тощо.

Таким чином, у роботі було розроблено та апробовано на прикладі колісного гальмівного циліндра алгоритм створення параметричної моделі машинобудівного вузла у середовищі програми Autodesk Inventor, який дозволяє суттєво формалізувати процес параметричного

моделювання вузлів та агрегатів. Виконано аналіз та порівняння всіх існуючих засобів програми для побудови параметричних моделей складань. В роботі запропоновано алгоритм ефективного застосування програми Autodesk Inventor для побудови параметричних моделей машинобудівних вузлів, всі елементи (деталі) яких адаптивно пов'язані між собою. Розроблено рекомендації щодо максимального дієвого використання всіх наявних можливостей комп'ютерної програми на кожному етапі побудови параметричної моделі складання [36].

Для апробації та ілюстрації застосування алгоритму наведено покроковий процес побудови параметричної моделі колісного гальмівного циліндра автомобіля. Надано рекомендації до обрання базової деталі машинобудівного вузла. Показано як застосування функції iLogic дозволяє додавати або вилучати з браузера програми певні елементи форми моделі шляхом зміни керуючих параметрів. Розглянуто різноманітні аспекти застосування похідних компонентів як на базі раніше створених деталей, так і на базі попередньо створеного складання; досягнення адаптивного зв'язку між деталями; заповнення таблиці параметрів користувача для окремих деталей; створення деталей безпосередньо в середовищі складання. Проаналізовано доцільність та надано приклад створення зовнішньої таблиці Excel, що містить основні геометричні параметри машинобудівного вузла, яка дозволяє швидко змінювати основні характеристики всіх елементів моделі вузла. Доцільно використання отриманих результатів в навчальному процесі.

В цілому, параметричне моделювання повинно ширше застосовуватися, оскільки, при застосуванні сучасних алгоритмів та програм, суттєво зменшує час та кошти на розробку нових та вдосконалення наявних машинобудівних виробів. Крім того, розвиток програмного забезпечення та сучасні методи комп'ютерного геометричного моделювання дають змогу по новому підходити до промислового дизайну, забезпечують скорочення термінів проектування за рахунок автоматизації. Параметричне геометричне моделювання, яке надає змогу досить швидко створювати багато варіантів виробу, повинно посідати все більш помітне місце в якості ефективного інструменту дизайнера.

Розділ 4.

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЄКТУВАННЯ ВИСОКОНАВАНТАЖЕНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПРЯМОЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

4.1. Моделювання циліндричної прямозубчастої евольвентної передачі і аналіз її НДС за допомогою CAD-системи Autodesk Inventor та CAE-модуля Nastran In-CAD

4.1.1 Загальні положення. Сучасне проєктування та розрахунок деталей машин часто виконується за допомогою комп'ютерних програм. Поява високо продуктивної комп'ютерної техніки виводить процес синтезу і аналізу машинобудівних виробів складної форми на новий рівень, що сприяє зменшенню маси і габаритів машин і механізмів.

До виробів складної форми можна віднести нові зубчасті колеса і зірочки ланцюгових передач з еволютним зачепленням, що забезпечує опукло-увігнутий контакт.

У роботах [37–39] були розглянуті методики синтезу робочого профілю та перехідної кривої, а в роботі [40] описаний процес побудови тривимірної моделі в системі Pro/ Engineer і створення на її основі скінченно-елементної моделі для аналізу напружено-деформованого стану (НДС) в CAE-системі ANSYS. Однак ці CAD- і CAE-системи мають низьку ступінь взаємної інтеграції при передачі даних, а також досить складні при роботі з ними.

На сьогоднішній день компанія Autodesk успішно вирішила завдання інтеграції CAD- і CAE-систем в програмному комплексі для моделювання Autodesk Inventor за умови установки модуля Nastran In-CAD для аналізу НДС.

Робота присвячена розробці методики побудови 3D-моделей зубчастого і ланцюгового еволютного зачеплень в CAD-системі Autodesk Inventor та аналізу НДС зачеплень методом скінченних елементів (МСЕ) в CAE-модулі Nastran In-CAD. Використання даного комплексу програм дозволить скоротити час розрахунку і підвищити гнучкість при варіюванні параметрів передачі, зберігаючи при цьому точність результатів.

Результатами розрахунків за методиками синтезу, представленими у наведених вище наукових роботах, є масиви з координатами точок робочого профілю еволютного зуба і його перехідної кривої. Далі, за даними масивів, будуються графіки, що відображають повний профіль еволютного зуба. Для вирішення цього завдання була обрана система MathCAD, яка володіє зручністю роботи, наочністю проведених обчислень і відображення результатів. Однак, використання тільки MathCAD не дозволяє виконати дослідження об'ємного НДС зуба.

Вирішити це завдання можуть такі CAE-системи, як ANSYS, Femap, Abaqus, COSMOS тощо. Перераховані CAE-системи мають можливість імпортувати координати точок, будувати за ними криві профілю еволютного зуба, створювати твердотільну модель і проводити аналіз НДС.

Однак ряд особливостей даних програм при їх взаємодії з CAD-системами призводить до деяких складнощів при двосторонній передачі даних 3D-моделі, які пов'язані з параметризацією. У деяких випадках можлива повна втрата параметризації. Це пов'язано з передачею моделі через нейтральний формат (step, parasolid).

Більшість сучасних CAD-систем мають в своєму складі програму для аналізу НДС, але точність розрахунків в них є невисока. Тому компанія Autodesk для своєї CAD-системи Inventor створила додаток Nastran In-CAD, який дозволяє проводити розрахунок НДС, використовуючи відому програму Nastran. Остання добре збалансована за швидкістю розрахунків, необхідних ресурсів комп'ютера і точності отриманих результатів. Розглянемо основні етапи синтезу еволютного зачеплення, підготовки моделі до створення скінченно-елементної (СЕ) сітки і розрахунку за допомогою МСЕ.

4.1.2 Синтез робочого профілю та перехідної кривої передачі з еволютним зачепленням. Еволютне зачеплення може бути описано звичайним диференціальним рівнянням (ЗДР) (4.1) для зубчастої передачі [41] і (4.2) – для ланцюгової [42]:

$$y'' = \frac{y'(1 + y'^2)}{-k \cdot y' + x}; \quad (4.1)$$

$$y_0'' = \frac{y_0' (1 + y_0'^2) (r_0 f - k) (1 - A y_0')}{x_0 (r_0 f - k) (1 - A y_0') + y_0' r_0 k f}; \quad (4.2)$$

де x, y, x_0, y_0 – координати поточної точки контакту профілів зубів (зуба зірочки і ролика) в системі координат, центр якої співпадає із полюсом зачеплення P , а вісь є дотичною до ділильного кола радіуса r_0 ;

f – коефіцієнт тертя ковзання в зачепленні;

k – коефіцієнт різновиду еволютної передачі;

$$A = \frac{k}{\sqrt{\left(r_0 - \frac{k}{f}\right)^2 + k^2}}.$$

Наближене рішення цих ЗДР у попередніх роботах нами було отримано:

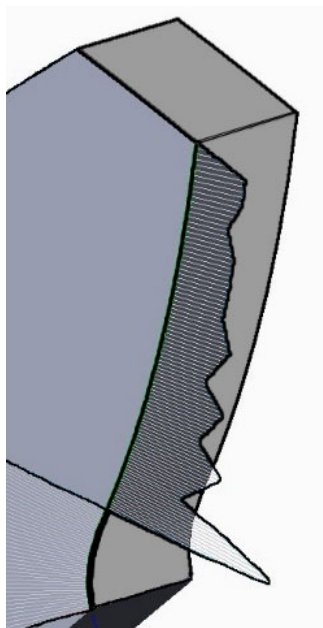
у вигляді полінома за допомогою програмного комплексу Vissim,

$$y_0(x_0) = C_1 x_0 + C_2 x_0^3 + \dots + C_n x_0^n \quad (4.3)$$

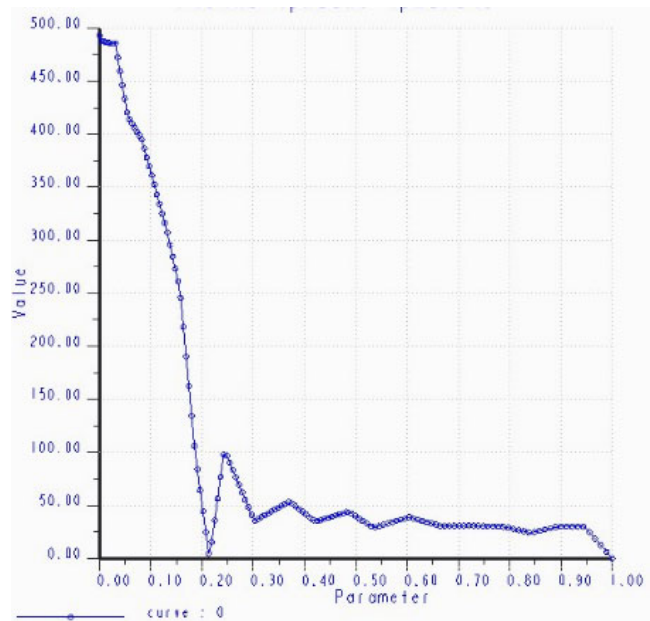
чисельно в системі MathCAD за допомогою вбудованої функції Rkadapt, заснованої на методі Рунге-Кутта четвертого порядку.

Далі в системі MathCAD, для отримання координат точок робочої та перехідної кривих була задана висока ступінь точності, тому що значна похибка при розрахунку координат проявиться в змінній кривині («брязкоті») профілю на ділянці в декілька точок (рис. 4.1).

Шляхом тестових розрахунків і побудов була обрана точність у 7 знаків після коми. З цієї ж причини задано кількість точок, що описують робочий профіль, та дорівнює 200. Отримані дані з координатами точок можна експортувати в файл Excel або в формат csv.



а



б

а – відображення кривини кривої на тривимірній моделі;
б – графік кривини кривої у відносних одиницях

Рис. 4.1. Похибка кривини профілю зуба еволютної шестерні при низькій точності розрахунків

4.1.3 Імпорт координат точок еволютного профілю в систему Autodesk Inventor. Результат рішення рівнянь, що описують синтезовані робочий профіль і перехідну криву, видається системою MathCAD у вигляді табличних даних з координатами точок окремо для осей x та y . Перед імпортом точок в систему Autodesk Inventor необхідно зберегти ці дані в одному файлі Excel. Таблиця точок повинна знаходитися на початку файлу і починатися в осередку A1.

За замовчуванням точки імпортуються в якості точок 2D-ескізу. Імпортовані точки не пов'язані з вихідним файлом Excel. Зміни, що вносяться до вихідного файлу після імпорту, не впливають на геометрію в моделі Inventor.

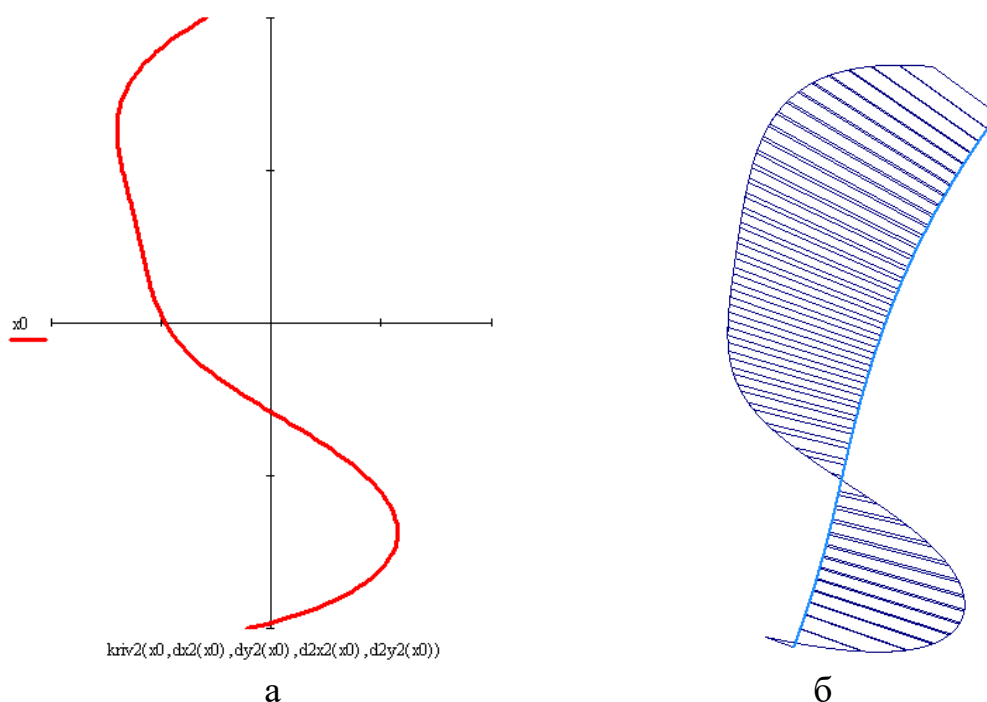
Точки відповідають рядкам таблиці. Перша імпортована точка відповідає першому рядку координат і так далі.

При імпорті точок в Autodesk Inventor є можливість обрати спосіб інтерпретації даних:

- імпорт тільки точок;
- імпорт точок і їх з'єднання відрізками;
- імпорт точок і їх з'єднання сплайном.

При застосуванні останнього способу автоматична побудова сплайна або лінії починається у першій точці через інші точки в залежності від порядку, в якому вони були імпортовані. Цей спосіб є найбільш ефективним, тому що дозволяє отримати готовий профіль зуба шестерні або зірочки ланцюгової передачі.

Використовуючи інструмент «Кривина», можна проаналізувати якість кривини імпортованої кривої. Як видно з рис. 4.2, отриманий профіль зуба має плавну зміну кривини, що відповідає отриманим раніше результатам в системі MathCAD.



а – графік кривини в системі MathCAD;
б – відображення кривини в системі Inventor

Рис. 4.2. Кривина еволютного профілю

4.1.4 Побудова твердотільної і скінченно-елементної моделей. Крива профілю еволютного зуба, імпортована в систему Inventor, розташована на ділильному радіусі і симетрична щодо вертикальної осі координат. Для створення тривимірної моделі була створена дзеркальна копія кривої, що дозволило отримати повний контур западини між зубами шестерні або зірочки ланцюгової передачі. Далі, через використання інструментів «Витискання» і «Масив по колу», була отримана повна 3D-модель.

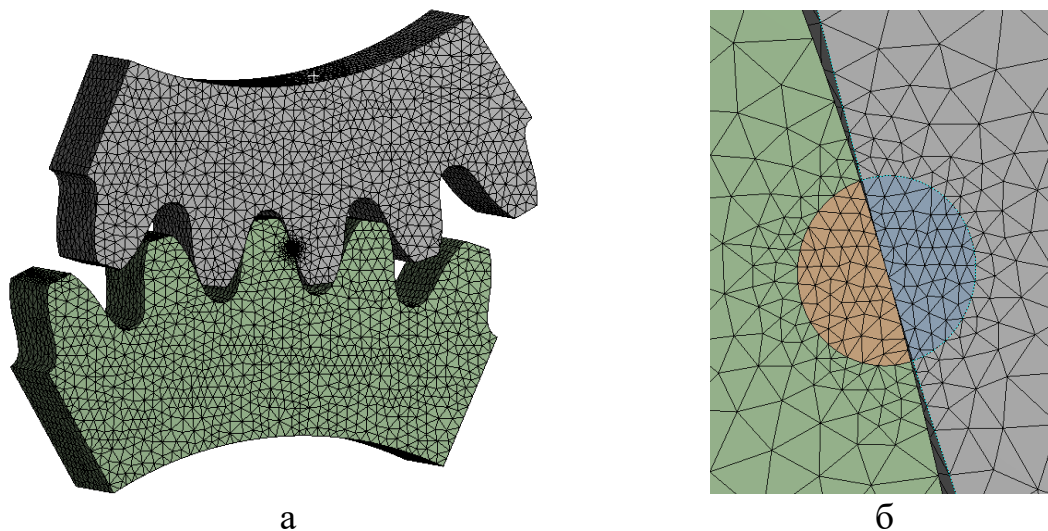
В якості розрахункової моделі зубчастої пари прийняті сектори шестерні і колеса, а для ланцюгової передачі використаний сектор зірочки і одна втулка ланцюга. В обох випадках сектор складається з п'яти зубів і обода рекомендованої товщини [43]. Використовується половина ширини шестерні і зірочки, так як розрахункова модель передбачає навантаження передачі без перекосу. Також прийнято допущення, що фаски і заокруглення не роблять вплив на НДС, у результаті чого вони були видалені. У зоні контакту зубів зубчастої передачі і втулки з зубом зірочки створюється область у вигляді напівциліндра діаметром 1 мм. Це необхідно для завдання розміру СЕ, порівнянних з розміром плями контакту. Такі спрощення дозволять заощадити час розрахунку і ресурси комп'ютера без погіршення точності результатів.

У зубчастій передачі розрахунок проводився для випадку контакту в полюсі зачеплення, а для ланцюгової передачі – в момент входу ролика ланцюга в зачеплення з зубом зірочки.

4.1.5 Виконання тестових розрахунків і аналіз НДС. Перехід з середовища проєктування Inventor в середу розрахунку НДС Nastran In-CAD здійснюється відповідною командою на панелі інструментів «Середовища». Для розрахунку потрібно внести або створити такі дані [44]:

- створення поверхонь контакту в полюсі з коефіцієнтом тертя 0,1;
- застосування властивостей матеріалу (сталь): коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$; модуль пружності $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; щільність $\rho = 7850$ кг/м³;
- завдання типу елементів – «tetrahedrons»;
- завдання розміру елемента для області у зоні контакту 0,1 мм (для інших частин – 3 мм);
- створення крутного моменту на шестерні навколо осі z величиною 280 Н м та навколо осі z зірочки – 2 Н м;
- внесення граничних умов для зубчастого колеса (повне фіксування) та для шестерні (шарнір обертання навколо осі z);
- внесення граничних умов для зірочки ланцюгової передачі (шарнір обертання з заданим крутним моментом) та для торця ролика ланцюга (фіксація).

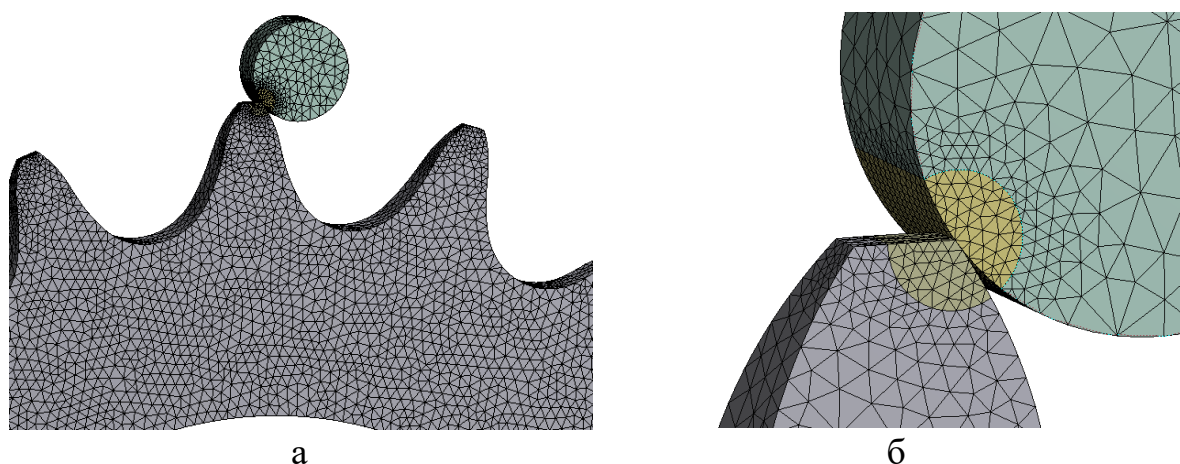
В результаті створення СЕ моделі зубчастої пари було отримано 295 тис. вузлів і 198 тис. елементів. Для ланцюгової передачі ці показники склали 61 тис. вузлів і 36 тис. елементів. На рис. 4.3 (а) показаний загальний вигляд СЕ моделі зубчастої пари, а на рис. 4.3 (б) – область в зоні контакту зубів з більш дрібною сіткою.



а – загальний вигляд СЕ сітки;
б – СЕ сітка в зоні контакту

Рис. 4.3. Скінченно-елементна модель зубчастої пари

На рис. 4.4 (а) показана СЕ модель ланцюгової передачі, а на рис. 4.4 (б) – СЕ сітка в зоні контакту.



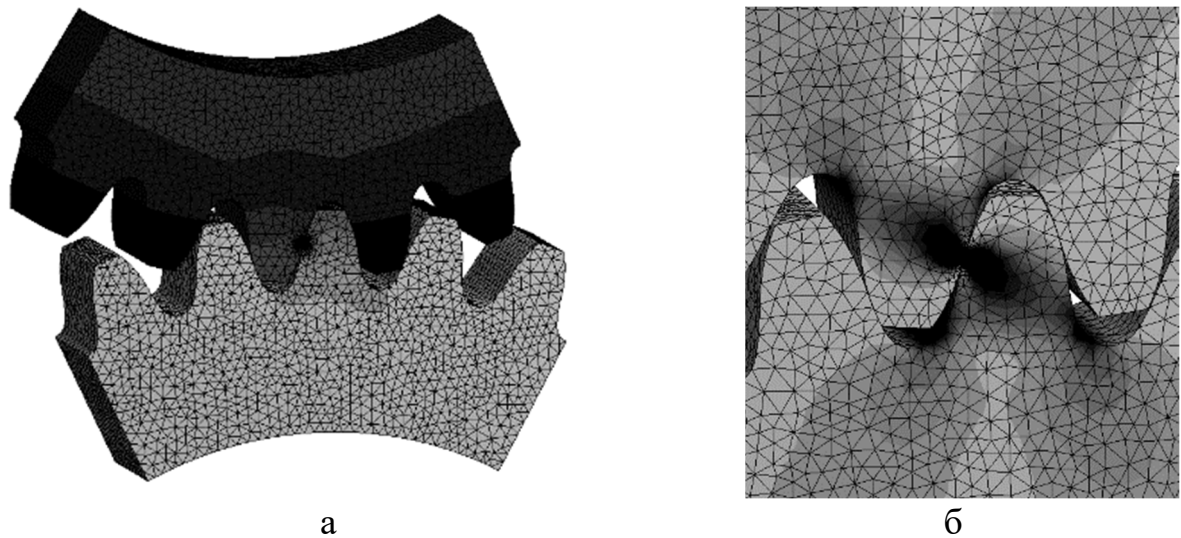
а – загальний вигляд СЕ сітки;
б – СЕ сітка в зоні контакту

Рис. 4.4. Скінченно-елементна модель ланцюгової передачі

За результатами розрахунків було отримано НДС та контактні тиски досліджуваних передач з еволютним зачепленням.

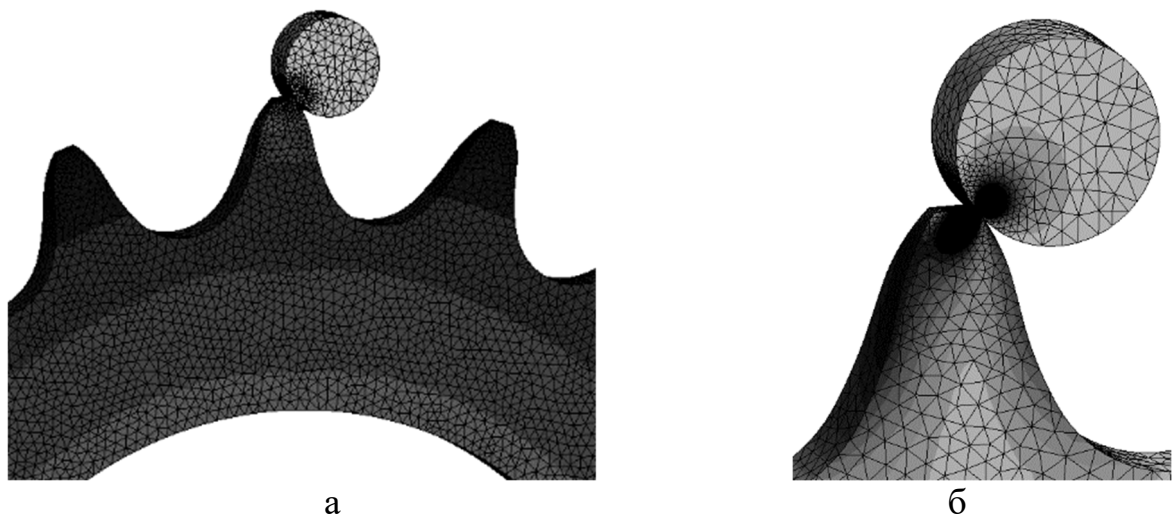
З аналізу результатів видно, що в зубчастій передачі переміщення склали 0,19 мм (рис. 4.5, а), а напруги за Мизесом – 620 МПа (рис. 4.5, б).

Аналіз ланцюгової передачі показав, що переміщення склали 0,12 мм (рис. 4.6, а), а напруги за Мизесом – 450 МПа (рис. 4.6, б).



а – переміщення;
б – напруги за Мизесом в зоні контакту

Рис. 4.5. НДС зубчастої пари з еволютним зачепленням



а – переміщення;
б – напруги за Мизесом в зоні контакту

Рис. 4.6. НДС ланцюгової передачі з еволютним зачепленням

Нижче розглянуті результати розрахунку контактних тисків в зубчастій та ланцюговій передачах (рис. 4.7, 4.8).

При розрахунку контактних тисків за формулою Герца отримані значення були однаковими по всій довжині контактної лінії.

Розрахунок з використанням МСЕ враховує крайові ефекти, тому, в разі рівної ширини зубчастих вінців шестерні і колеса, контактні напруги у торців зубів зменшуються (рис. 4.7, а).



а – пляма контакту;
б – крайовий ефект

Рис. 4.7. Контактні тиски в зубчастій передачі

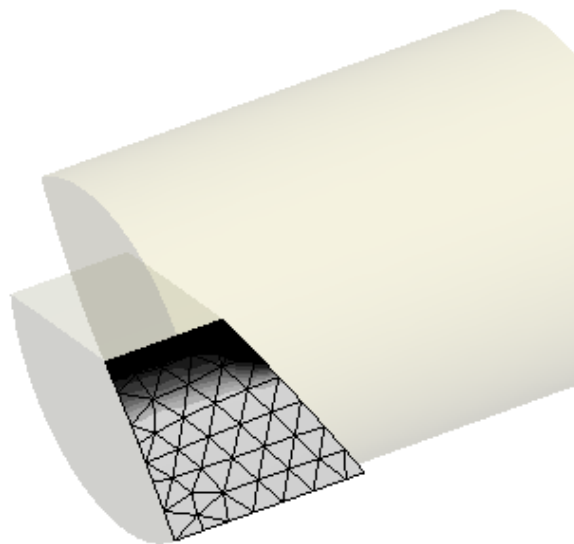


Рис. 4.8. Контактні тиски в ланцюговій передачі

З рис. 4.7 та 4.8 видно, що розмір СЕ в області контакту задовольняє умові – 4 елементи на ширину зони контакту, що є достатнім при вирішенні контактної задачі.

Був проведений повторний розрахунок з розміром КЕ в зоні контакту 0,05 мм для визначення похибки розрахунку.

Статистика СЕ моделей, результати розрахунків за МСЕ і формулою Герца наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Аналіз результатів розрахунку з різними СЕ сітками

Розмір елемента, мм	Вузлів, тис.	Елементів, тис.	Контактні напруги за МСЕ, МПа	Контактні напруги за Герцем, МПа
0,1	295	198	680	802
0,05	490	387	750	

Аналіз отриманих результатів показує, що зі зменшенням розміру СЕ підвищується точність результату, що цілком очевидно, проте більш суттєво зростають обчислювальні витрати.

Під час роботи нами послідовно було:

- виконано синтез профілів еволютного зубчастого і ланцюгового зачеплень в програмі MathCAD та отримано координати точок робочих профілів і перехідних кривих;

- експортовано масиви координат через файл Excel в систему Autodesk Inventor для побудови 3D-моделей зубчастих коліс і зірочок і подальшого аналізу НДС і контактних тисків в САЕ-модулі Nastran In-CAD;

- проведено аналіз НДС зуба циліндричної та ланцюгової передач та визначено контактні напруги і еквівалентні напруги за Мизесом.

За результатами досліджень можна зробити такі висновки:

- еволютне зачеплення з опукло-увігнутим контактом дозволяє підвищити навантажувальну здатність зубчастих і ланцюгових передач за критеріями контактної витривалості і зносостійкості;

- огляд існуючих CAD- і САЕ-систем демонструє низький ступінь взаємної інтеграції, що знижує швидкість розрахунку НДС і призводить до часткової втрати даних, проте, використання CAD-системи Autodesk Inventor спільно з САЕ-модулем Nastran In-CAD усуває цей недолік;

- удосконалені методики побудови комп'ютерної моделі і аналізу на її базі НДС показали високу точність результатів, порівняно з отриманими аналітично і за допомогою інших CAD/САЕ-систем.

– загальний час на підготовку моделі до розрахунку і її аналіз виявився меншим, ніж при використанні CAD/CAE-систем від різних виробників (основною необхідністю для цього була економія ресурсів комп'ютера і часу для розрахунків за МСЕ);

– аналіз даних, отриманих за допомогою МСЕ і на основі рішення контактної задачі Герца, показав схожі результати – при розрахунку з розміром СЕ в зоні контакту, що дорівнює 0,1 мм, похибка склала 15%, а при розмірі СЕ 0,05 мм – 10%, що є допустимим для інженерних розрахунків.

4.2 Підвищення зносостійкості ланцюгових втулкових передач шляхом застосування еволютних профілів зубів зірочок

Найбільш поширеною причиною виходу з ладу ланцюгових втулочно-роликових передач є абразивний знос шарнірів ланцюга [45]. Однак у багатьох випадках на перший план виходить проблема прискореного абразивного зносу робочих профілів зубів зірочок. Це характерно, наприклад, для ланцюгових передач сільськогосподарського та гірничого машинобудування, що працюють в умовах підвищеної запиленості [46].

Також проблема абразивного зносу актуальна для зірочок ведучих коліс гусеничної техніки [47]. Розробка нових профілів зубів зірочок та провідних коліс, що забезпечують зменшення прослизання втулки (чи цевки для гусеничного рушія) та дослідження їх зносостійкості є актуальною науково-практичною задачею сучасного машинобудування, тому що її розв'язування забезпечує підвищення здатності та довговічності ланцюгових передач гусеничного рушія.

Робочий профіль зуба зірочки втулочно-роликового ланцюга в даний час стандартизований за ДСТУ 13568:2006. За цим стандартом він описується дугами кіл, які утворюють опуклий профіль на голівці зуба і увігнутий у западині. Такий профіль не відповідає вимогам теорії зачеплень, тому при роботі відбувається

Інтенсивність зносу зубів залежить не лише від мастила, шорсткості поверхонь та швидкості їх відносного прослизання, але і від рівня контактної напруги в зачепленні, який можна знизити збільшенням приведенного радіуса кривизни профілів ρ_H . Основний спосіб збільшення ρ_H без росту габаритів передачі полягає в

застосуванні зачеплення з опукло-увігнутих контактом. Одним з перспективних шляхів рішення цієї задачі є застосування так званого еволютного зачеплення. Це сімейство профілів для зубчастих та ланцюгових передач з опукло-увігнутих контактом, розроблене українським ученим А.І. Павловим [48] і ґрунтоване на побудові Бобіл'є [49]. Ця побудова полягає в заміні зубчастого або ланцюгового зачеплення чотириланковим шарнірно-важільним механізмом.

Регулюючи геометричні розміри механізму, можна синтезувати зачеплення з різними геометро-кінематичними показниками, що безпосередньо впливають на контактну міцність та зносостійкість. В першу чергу нас цікавитимуть приведений радіус кривизни ρ_H та швидкість відносного ковзання λ .

Для більшої наочності зведемо всі завдання в єдину методику, алгоритм якої зображено на рис. 4.9. Вона є універсальною – може бути застосовано для синтезу і аналізу ланцюгового зачеплення із будь-яким профілем зуба зірочки. Далі детально розглянемо основні етапи запропонованої методики. Відзначимо, що всі обчислення і розрахунки будемо виконувати для передач з втулковими ланцюгами без роликів, як найбільш схильних до зносу зубів.

На основі побудови Бобіл'є для ланцюгового зачеплення в роботах [50, 51] отримано наступне звичайне диференціальне рівняння (ЗДР) 2-го порядку, що описує профіль еволютного зуба, який зачіпляється із цевкою або втулкою:

$$\frac{1 + y_0'^2}{y_0''} = \frac{x_0}{y_0'} + \frac{r_0 k f}{(r_0 f - k)(1 - A y_0')} \quad (4.4)$$

де x_0, y_0 – координати точок профілю зуба зірочки в системі координат, центр якої співпадає із полюсом зачеплення P , а вісь x_0 є дотичною до ділильного кола радіусом r_0 (рис. 4.10);

$k = h \sin \alpha_0$ – так званий коефіцієнт різновиду еволютного зачеплення (один з найважливіших параметрів, що дозволяє управляти геометричними характеристиками передачі, що синтезується);

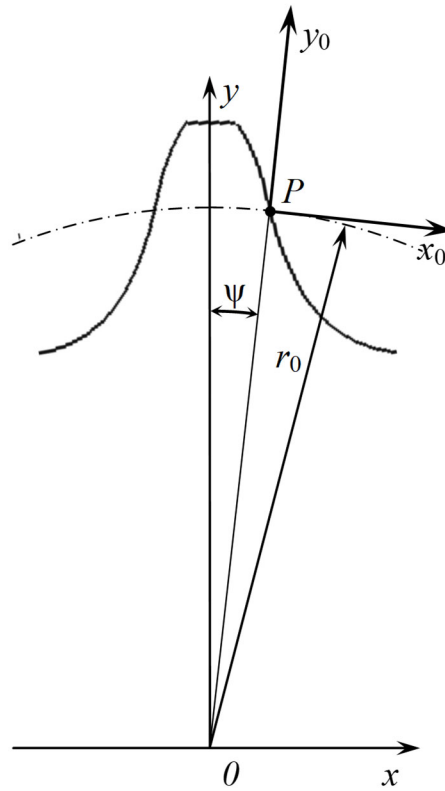
h – відстань між полюсом зачеплення та центром обертання шатуна замінюючого механізму;

α_0 – кут зачеплення в полюсі;

$$A = \frac{k}{\sqrt{\left(r_0 - \frac{k}{f}\right)^2 + k^2}}.$$



Рис. 4.9. Алгоритм методики аналізу ланцюгової передачі за критерієм зносостійкості профілю зуба



P – полюс зачеплення;
 r_0 – радіус дільного кола

Рис. 4.10. Системи координат, вживані при синтезі профілю зуба зірочки

Для зручності рішення запишемо ЗДР (4.1) у формі Коші

$$y'' = \frac{(1 + y'^2)(r_0 f - k)(1 - Ay')}{x(r_0 f - k)(1 - Ay') + y' r_0 k f} \quad (4.5)$$

і приведемо його до системи двох ЗДР:

$$\begin{cases} y' = y_1; \\ y'' = \frac{y'(1 + y'^2)(r_0 f - k)(1 - Ay_1)}{x(r_0 f - k)(1 - Ay_1) + y_1 r_0 k f} \end{cases} \quad (4.6)$$

В якості початкових умов використовуватимемо проходження кривої, що описує профіль зуба зірочки, в початковий момент зачеплення через полюс P . Значення коефіцієнта різновиду k вибираються з рекомендацій [52].

Вирішення диференціального рівняння, що описує побудову Бобіл'є (4.2), або рівноцінної системи (4.3) може бути здійснене декількома способами.

У наведених вище роботах запропоновано наближене рішення у вигляді полінома за допомогою програмного комплексу Vissim. Перевагою такого методу рішення є отримання рівняння профілю зуба зірочки в явному вигляді, що дозволяє досить просто профілювати зуборізний інструмент та знаходити радіус кривизни профілю зуба, необхідний для визначення контактної напруги за формулою Герца. Однак, апроксимація профілю поліномами високого ступеня (найчастіше 7-ої) часто призводить до погрешностей профілю та нестійкості рішення.

Нами запропоновано застосувати рішення диференціального рівняння (4.2) чисельним методом Рунге-Кутта четвертого порядку, як найбільш поширеним у наш час при вирішенні ЗДР у зв'язку з достатньою точністю та відносною простотою. Рішення виконується в системі MathCAD за допомогою вбудованої функції *Rkadapt*, яка розраховує матрицю рішень *S* методом Рунге-Кутта четвертого порядку з адаптивним підстроюванням кроку інтеграції по необхідній точності рішення для системи ЗДР,

$$Rkadapt(y, x_1, x_2, m, F)$$

де y – вектор початкових умов розмірності n (n – порядок ЗДР або число рівнянь в системі);

x_1, x_2 – початок та кінець інтервалу інтеграції, на якій шукається рішення;

m – кількість точок (не рахуючи початкової), в яких шукається рішення;

F – символьний вектор, що містить праві частини рівнянь.

На рис. 4.11 показаний синтезований із застосуванням запропонованої методики профіль зуба зірочки з наступними основними параметрами: кількість зубів $z = 20$; крок ланцюга $t = 25,4$ мм; коефіцієнт тертя ковзання $f = 0,2$; коефіцієнт різновиду $k = -5$. Профіль побудований в системі координат x, y , центр якої співпадає із центром обертання колеса, а вісь y співпадає із віссю симетрії зуба (див. рис. 4.10).

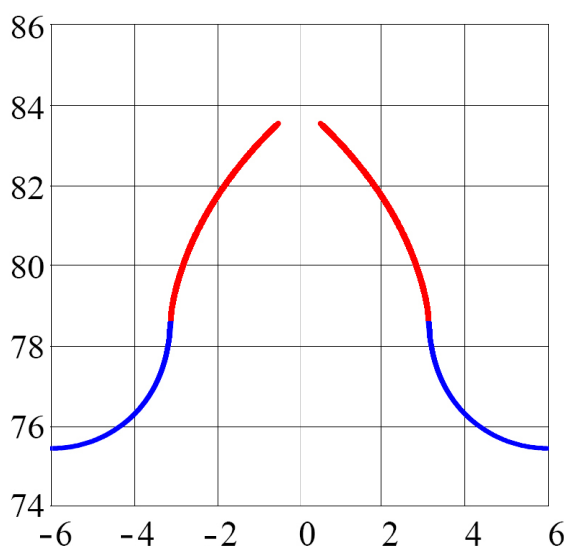


Рис. 4.11. Профіль синтезованого зуба зірочки ланцюгової передачі з параметрами: $t = 25,4$ мм; $z = 20$; $k = -5$

Координати точок профілю розраховуються за залежностями

$$\begin{cases} x_{1j} = r_0 \sin \psi + x_{0,j} \cos \psi + y_{0j} \sin \psi; \\ y_{1j} = r_0 \cos \psi - x_{0,j} \sin \psi + y_{0j} \cos \psi; \end{cases} \quad (4.7)$$

де ψ – центральний кут, що відповідає половині товщини зуба по дузі ділильного кола;

$j = 1, 2, \dots, k$, тут k – кількість розрахункових точок профілю, що задається нами.

На завершення цього етапу, для зручності визначення швидкостей ковзання та радіусу кривизни профілю в точці контакту, на основі чисельного рішення виконується апроксимація профілю за допомогою кривої Безьє третього порядку. В якості універсального опису криві і поверхні Безьє широко використовуються в системах автоматизованого проєктування і мають цілий ряд властивостей, зручних для побудови математичних моделей керованого синтезу і оптимізації передач зачепленням. Детально алгоритм апроксимації описаний в роботі [53].

Розглянемо процес моделювання процесу зношування зуба зірочки. Для початку визначимо швидкості ковзання в ланцюговому зачепленні. Швидкості переміщення точки контакту за профілем зуба і втулки V_{ty1} і V_{ty2} є швидкостями кочення на відповідних ділянках в межах певного тимчасового інтервалу:

$$V_{ty1i,j} = \frac{\Delta S_1}{\Delta t}; \quad V_{ty2i,j} = \frac{\Delta S_2}{\Delta t};$$

де $\Delta S_1, \Delta S_2$ – шлях, пройдений точкою контакту за профілем зуба і втулки впродовж тимчасового інтервалу Δt ;

i – номер циклу вантаження (відповідає одному оберту зірочки).

Фізичний сенс циклу по i полягає в тому, що після кожного циклу навантаження відбувається деградація (у нашому випадку – знос) профілю і зміна його геометрії, кінематичних та міцнісних характеристик.

Різниця цих швидкостей надає абсолютну швидкість ковзання контактуючих профілів:

$$V_{cki,j} = V_{ty1i,j} - V_{ty2i,j}.$$

Для передачі із втулковим ланцюгом без роликів шлях ковзання точки контакту по зубу істотно більший, ніж по втулці. Тому приймаємо

$$V_{cki,j} \approx V_{ty1i,j}; \quad V_{ty2i,j} \approx 0.$$

Значення $V_{cki,j}$ знаходитимемо по наступній залежності із [54], поклавши $\omega_1 = 1c^{-1}$; $\omega_2 = 0$

$$\begin{aligned} V_{cki,j} &= PY(\omega_1 + \omega_2) = \\ &= \sqrt{x_{1i}^2(x_0 = 0) - x_{1i}^2(x_{0j}) + y_{1i}^2(x_0 = 0) - y_{1i,j}^2(x_{0j})}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Знаходження радіусу кривизни профілю зуба зірочки $\rho_{1i,j}$ виконується за відомою формулою диференціальної геометрії (для випадку параметричного задавання кривої) [55] диференціюванням рівняння кривий Безьє

$$\rho_{1i,j} = \frac{\left(x'_{1i,j}(\lambda_{i,j}) + y'_{1i,j}(\lambda_{i,j})\right)^{3/2}}{y''_{1i,j}(\lambda_{i,j}) \cdot x'_{1i,j}(\lambda_{i,j}) - x''_{1i,j}(\lambda_{i,j}) \cdot y'_{1i,j}(\lambda_{i,j})}, \quad (4.9)$$

де $\lambda_{i,j}$ – поточний параметр кривий Безьє, що змінюється в межах $0 \leq \lambda_{i,j} \leq 1$ та відповідає j -й точці кривої.

Також, при необхідності, ця задача може бути вирішена на основі чисельного методу «трьох точок» [56].

Визначення контактної напруги в ланцюговому зачепленні виконується за формулою Г. Герца [57] для первинного торкання пружних тіл по лінії.

Залежність для розрахунку контактної напруги $\sigma_{Hi,j}$ в j -й точці профілю на i -му циклі вантаження має наступний вигляд:

$$\sigma_{Hi,j} = 0,418 \sqrt{\frac{F_{ni,j} E_H}{b_w \rho_{Hi,j}}} \quad (4.10)$$

де $\rho_{Hi,j} = \frac{(\rho_{1i,j} \cdot \rho_{2i,j})}{(\rho_{2i,j} \pm \rho_{1i,j})}$ – приведений радіус кривизни в точці контакту

зуба і втулки, тут знак «+» відповідає двоопуклому контакту, а знак «–» відповідає опукло-увігнутому контакту;

$E_H = \frac{2(E_1 \cdot E_2)}{(E_1 + E_2)}$ – приведений модуль пружності матеріалів

зірочки і втулки;

b_w – робоча ширина зуба зірочки;

$F_{ni,j}$ – нормальне зусилля в точці контакту.

$$F_{ni,j} = \frac{2T_i}{d_{ij} \cos \alpha_{ij}} = \frac{T_i}{\sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2 \cos \alpha_{ij}}}, \quad (4.11)$$

де T_i – момент на зірочці, що крутить, відповідає i -му циклу вантаження.

Радіус кривизни профілю зуба $\rho_{1i,j}$ визначається за залежністю (4.7), а $\rho_2 = 0,5d_b = \text{const}$, де d_b – діаметр втулки ланцюга.

При необхідності може бути проведено моделювання контактної взаємодії зуба зірочки із втулкою методом скінченних елементів (МСЕ). Розглянемо математичну модель процесу зношування зуба зірочки. При її розробці прийняті наступні основні допущення:

– усі зуби однієї зірочки зношуються однаково;

– сумарний знос дотичних тіл в контактній точці розподіляється між ними прямо пропорційно шляху ковзання точки контакту по цих тілах і обернено пропорційно до твердості контактної поверхні;

– сумарний знос в контакті двох контактуючих поверхонь пропорційний питомій потужності, що витрачається на подолання сил тертя.

Потрібно враховувати, що твердість поверхні зуба зазвичай менш твердості втулки, а шлях ковзання точки контакту по зубу істотно більший, ніж по втулці. Тоді, в першому наближенні, можна прийняти такий розподіл загального зносу $I_{zi,j}$ профілю зуба ($I_{z1i,j}$) і втулки ($I_{z2i,j}$) в j -й точці профілю за i -й цикл навантаження $I_{zi,j}$:

$$I_{z1i,j} \approx I_{zi,j}; I_{z2i,j} \approx 0.$$

Залежність для визначення зносу профілю зуба в j -й точці профілю за i -й цикл навантаження, по аналогії із запропонованою в роботі [58] для зубчастих передач,

$$I_{zi,j} = i_z \alpha_T \alpha_B P_{zi,j}, \quad (4.12)$$

де $i_z = 0,03$ мм/Вт – питома інтенсивність зношування;

α_T – коефіцієнт варіації питомої інтенсивності зношування, що враховує зміну i_z в процесі експлуатації, визначається експериментально;

α_B – коефіцієнт, що враховує вплив миттєвої температури контакту зубів;

$P_{zi,j}$ – питома потужність сил тертя в контакті при відносному коченні з ковзанням контактуючого зуба і втулки

$$P_{zi,j} = f_{tpi,j} \cdot \sigma_{Hi,j} \sqrt{K_d \cdot V_{cki,j}}, \quad (4.13)$$

де K_d – коефіцієнт динамічного навантаження;

$V_{cki,j}$ – швидкість ковзання;

$f_{tpi,j}$ – коефіцієнт тертя з врахуванням ковзання та кочення, визначаємо за формулою Ю.М. Дроздова

$$f_{tpi,j} = \frac{4,5 \cdot 10^2 \sigma_{Hi,j}^{0,02} \left[10 + \lg \left(\frac{HB \cdot R_{ai}}{E_H \cdot \rho_{Hi,j}} \right) \right]}{v^{0,07} \cdot V_{cki,j}^{0,32}} \leq f_{tp \max}, \quad (4.14)$$

де HB і R_{ai} – жорсткість за Бринелем і середнє арифметичне значення шорсткості профілю для менш твердого із контактуючих тіл (найчастіше – для зуба);

v – кінематична в'язкість мастила при температурі поверхонь, що вступають в контакт;

$f_{tp \max}$ – максимальне значення коефіцієнта тертя для наявних умов, що приймається на основі експериментальних даних.

Наведемо методику оцінки ресурсу ланцюгової передачі за критерієм зносостійкості.

Після визначення величини зносу за залежністю (4.10) визначаємо координати точок зношеного профілю $x_{i+1,j}$, $y_{i+1,j}$:

$$\begin{cases} x_{i+1,j} = x_{i,j} - I_{zi,j} \cos(\alpha_{i,j} - \psi_i); \\ y_{i+1,j} = y_{i,j} - I_{zi,j} \sin(\alpha_{i,j} - \psi_i). \end{cases} \quad (4.15)$$

Далі обчислюємо нові значення $\rho_{Hi+1,j} \cdot V_{cki+1,j}$ і $\sigma_{Hi+1,j}$, після чого знаходимо значення зносу на $i+1$ -му циклі навантаження $I_{zi+1,j}$ координат точок зношеного профілю $x_{i+2,j}, y_{i+2,j}$ і так далі. Одночасно на кожному циклі обчислюється сумарний знос профілю зірочки в кожній j -й точці і шукається максимальна величина зносу за залежностями

$$I_{z \sum j} = \sum_i I_{zi,j}; \quad I_{z \max} = \max_{1 \leq j \leq k} I_{z \sum j}. \quad (4.16)$$

Таким чином, ми отримали ітераційний процес, який зупиняється досягши величини критичного зносу I_{zkp} , тобто при виконанні умови

$$I_{z \max} \geq I_{zkp}. \quad (4.17)$$

Ресурс ланцюгової передачі за критерієм зносу профілю зірочки – L_h , в годинах, визначиться за формулою:

$$L_h = \frac{N_u}{60 \cdot n}, \quad (4.18)$$

де N_u – кількість циклів навантаження до досягнення величини критичного зносу I_{zkr} ;

n – частота обертання зірочки.

Взаємозв'язок між зношуванням та параметрами зачеплення (в першу чергу, коефіцієнтом k , кутом зачеплення в полюсі α_0 , кроком ланцюга t і числом зубів z) встановлюється шляхом варіювання цих параметрів на етапі синтезу еволютного профілю. Послідовно минаючи усі етапи алгоритму, ми набуємо значення ресурсу L_h по граничному зносу профілю для кожного набору геометричних параметрів при однакових навантаженнях, фізико-механічних властивостях матеріалу і стані поверхні зуба. Значення параметрів ланцюгового еволютного зачеплення, при яких ресурс L_h максимальний, будуть раціональними для конкретної передачі.

За результатами проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

- еволютне зачеплення дозволяє підвищити навантажувальну здатність ланцюгових передач за критерієм зносостійкості зубців зірочок;

- розроблено методику аналізу та підвищення ресурсу ланцюгової передачі за критерієм зносу профілю зуба зірочки із еволютним профілем;

- розроблена методика є достатньо універсальною – вона може бути застосована (за винятком етапу синтезу еволютного профілю) для дослідження зносу зубців зірочок ланцюгових втулкових передач або гусеничного рушія з будь-яким стандартним та нестандартним профілем;

- запропонована методика дозволить призначати раціональні параметри ланцюгового еволютного зачеплення на етапі його проектування.

Розділ 5.

ДИЗАЙН-ПРОЄКТ ПОКРІВЛІ ПОКРИТТЯ СТАНЦІЇ ШВИДКОЇ ЗАРЯДКИ ЕЛЕКТРОМОБІЛІВ

У середині ХХ століття спостерігався значний сплеск використання полегшених структур, що було спричинене зусиллями архітекторів та інженерів, які прагнули досліджувати нові, а також альтернативні методи з'єднання. Одним із видатних учасників розробки структур був Річард Бакмінстер Фуллер, американський архітектор, інженер і винахідник, який представив концепцію геодезичного купола.

Відомі експериментальні проекти Річарда Бакмінстера Фуллера такі як, автомобіль «Дімаксіон» – це триколісний засіб пересування аеродинамічної форми і з перископом та будинок «Дімаксіон» – проєкт збірного будинку з алюмінієвих деталей фабричного виробництва, оригінальної конструкції на одній опорі.

Однак ранні етапи розвитку конструктивного дизайну не розвивалися так швидко та інтенсивно, як на сьогоднішній день. Істотними обмеженнями були, перш за все, складність і трудомісткість розрахунків. Ці проблеми заважали процесу аналізу та обмежували його широке використання просторових сіткових структур. Тим не менш, поява комп'ютерних технологій змінила весь підхід до проєктування.

Розвиток електричного автомобільного транспорту в світі суттєво впливає на створення необхідної транспортної інфраструктури, яка включає не тільки автомобільні дороги, а також автомобільні стоянки, зарядні станції та багато іншого.

Для будівництва конструкцій та споруд транспортної інфраструктури застосовують всі сучасні будівельні матеріали, в тому числі й сталезалізобетон [59]. Проєктування сталезалізобетонних конструкцій засноване на управлінні напружено-деформованим станом, що призводить до економічних рішень. Витрати металу і бетону здебільшого не перевищують витрат аналогічних залізобетонних конструкцій. Основними недоліками сталевих конструкцій є великі експлуатаційні витрати, пов'язані із захистом поверхонь елементів від корозії та значно нижча вогнестійкість у порівнянні із залізобетонними. Дуже часто підбір елементів металевих

конструкцій здійснюється не за вимогою міцності, а за стійкістю [60–62].

Для зведення будівельних конструкцій транспортної інфраструктури може бути застосований модульний спосіб виготовлення просторових сталезалізобетонних конструкцій, який дозволяє зводити просторові сталезалізобетонні структурні, структурно-вантові та модульно-вантові конструкції покриттів та перекриттів із просторових модульних елементів. Використовується також модульний спосіб для виготовлення конструкцій покриттів та перекриттів, який дозволяє бетонувати модульні просторові елементи в перевернутому положенні на підготовленій рівній поверхні [63–66]. Великий вклад в розробку різноманітних просторових структурних конструкцій внесено професором Шмуклером В.С. [67–70]. Недоліками сталезалізобетонних та залізобетонних конструкцій також є руйнування їх від корозії [71].

В якості легких покрівель будівельних конструкцій можна розглядати тришарові панелі з металевими зовнішніми обшивками та утеплювачем з мінераловатних плит та пінополістирольного заповнювача [72, 73].

Зарядні станції для електричного автомобільного транспорту вже є обов'язковим елементом інфраструктури міст та можуть бути складовою частиною будівель або окремими спорудами [74]. Вони надають електроенергію для зарядки акумуляторного електротранспорту, такого як електромобілі, електробуси, електроскутери, електросамокати, гіроскутери, сегвеї, електровелосипеди тощо. Окремі станції зарядки електромобілів (СЗЕ) зовні і по конструкції схожі на АЗС (автомобільна заправна станція). Їх розташовують в громадських місцях (на вулицях, у парках, на стоянках) або приватно (вдома або в офісах).

Такі станції повинні заряджати електричний автомобільний транспорт з використанням різних стандартів і потужностей. У них є свої номерні знаки, певні правила паркування, але найголовніше те, що з кожним днем розвивається власна зарядна інфраструктура (рис. 5.1).

Електромобілі стали невід'ємною частиною транспорту в Україні. Зараз кількість зарядних станцій обчислюється тисячами і охоплює майже всі великі міста та основні магістралі України. СЗЕ на автомагістралях є основним фактором у покупці екологічно чистого виду транспорту. Зарядні станції постійного струму є «швидкими»

нагнітачами. В Україні вони представлені в основному пристроями потужністю 50 кВт і зосереджені переважно на мережевих АЗС.



Рис. 5.1. Покриття станцій зарядки електромобілів

Зарядні станції змінного струму – це трифазні зарядні точки потужністю від 7 до 22 кВт. В основному вони розташовані на стоянках магазинів, готелів, АЗС, державних і комерційних організацій, які готові забезпечити три фази для зарядки електромобіля.

Сьогодні використання автомобілів, які пропонують для пересування електродвигуни замість традиційних двигунів внутрішнього згоряння та працюють на електроенергії, дозволяє значно зменшити викиди CO_2 та шум, а також зменшити залежність від викопного палива. Якщо електричний струм надходить з відновлюваних джерел енергії, то викиди вуглекислого газу та інших забруднюючих речовин майже дорівнюють нулю.

Нами виконано науково-обґрунтований розрахунок металевих конструкцій у програмному комплексі «Autodesk Inventor» та чисельний експеримент поведінки конструкції покрівлі покриття зарядної станції під впливом снігового навантаження. Металеві конструкції покрівлі вибрано із умов мінімальної власної ваги та зручності технології монтажу в порівнянні з другими матеріалами.

Розглядається можливість побудови електромобільних зарядних станцій у місцях з перепадом рельєфу або поблизу багатоповерхових забудов. Унікальністю дизайнерського проекту зарядної станції є покрівлю покриття, яка складається з окремих трикутників різного кольору, які розташовані кожен у своїй площині. Моделювання покрівлі покриття зарядної станції включає в себе створення точних моделей з урахуванням різних типів конструкцій та матеріалів.

При побудові поверхні покриття зарядної станції використовувався метод розбиття площини на трикутники таким чином, що жодна точка з множини не лежить всередині кола, описаного навколо якогось трикутника – тріангуляція Делоне. Це одна з найважливіших концепцій у галузі обчислювальної геометрії та має широке застосування у таких галузях, як комп'ютерна графіка, чисельні методи та картографія (рис. 5.2).

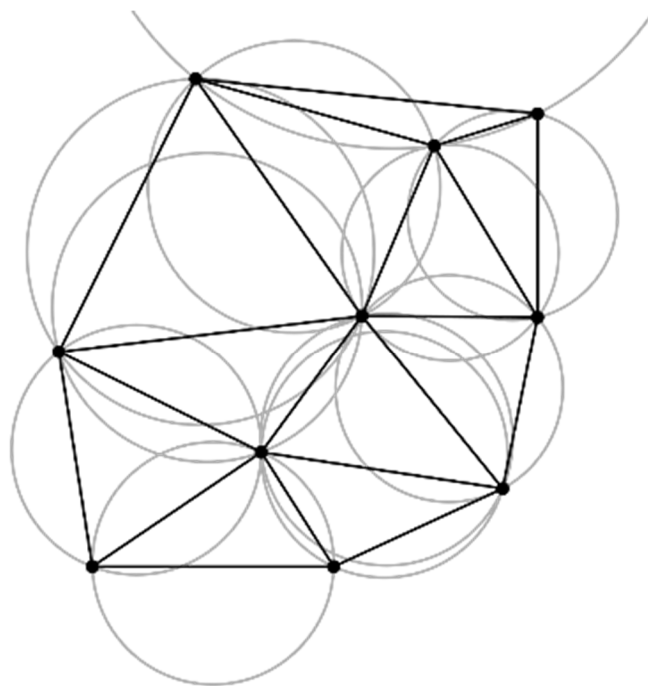


Рис. 5.2. Тріангуляція Делоне

Однією з найважливіших операцій, що виконуються під час побудови тріангуляції, є перевірка умови Делоне для заданих пар трикутників. На основі визначення тріангуляції Делоне і теореми 2 на практиці зазвичай використовують кілька способів перевірки.

1. Перевірка через рівняння описаного кола.
2. Перевірка із заздалегідь обчисленим описаним колом.
3. Перевірка суми протилежних кутів.
4. Модифікована перевірка суми протилежних кутів.

Рівняння кола, що проходить через точки (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) можна записати в такому вигляді:

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Інший запис рівняння цього кола має вигляд $(x^2 + y^2) \cdot a - x \cdot b + y \cdot c - d = 0$, де

$$\begin{aligned} a &= \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}; & c &= \begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & 1 \end{vmatrix}; \\ b &= \begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & y_3 & 1 \end{vmatrix}; & d &= \begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}. \end{aligned} \tag{5.1}$$

Умова Делоне для $\Delta((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3))$ виконується тільки тоді, коли для будь-якої іншої точки (x_0, y_0) триангуляції справедливою є нерівність $\left(a \cdot (x_0^2 + y_0^2) - b \cdot x_0 + c \cdot y_0 - d\right) \cdot \operatorname{sgn} a \geq 0$, тобто коли точка (x_0, y_0) не потрапляє всередину кола, описаного навколо $\Delta((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3))$ [75].

Для спрощення обчислень можна помітити, що якщо трійка точок $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ є правою, то завжди $\operatorname{sgn} a = -1$, і навпаки, якщо трійка ця ліва, то $\operatorname{sgn} a = 1$.

Безпосередня реалізація такої процедури перевірки вимагає 29 операцій множення і піднесення до квадрата, а також 24 операції додавання і віднімання.

Попередній варіант перевірки вимагає значної кількості арифметичних операцій.

Проте в більшості алгоритмів триангуляції кількість перевірок умови багаторазово (у різних алгоритмах ця цифра коливається від 2 до 25 і більше) перевищує загальну кількість різних три кутників, присутніх у триангуляції на різних кроках її побудови. Тому основна ідея алгоритму перевірки через заздалегідь вичислені кола полягає в попередньому обчисленні для кожного побудованого трикутника центру та радіуса описаного навколо нього кола, після чого перевірка умови Делоне буде зводитися до обчислення відстані до центру цього кола та порівняння результату з радіусом. Центр (x_c, y_c) і радіус r кола, описаного навколо $\Delta((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3))$ можна знайти як

$$x_c = \frac{b}{2a}, y_c = \frac{-c}{2a}, r^2 = \frac{(b^2 + c^2 - 4ab)}{4a^2}, \quad \text{де} \quad \text{значення}$$

a, b, c, d визначені вище в (5.1).

Тоді умова Делоне для $\Delta((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3))$ виконуватиметься тільки тоді, коли для будь-якої іншої точки (x_0, y_0) триангуляції буде $(x_0 - x_c)^2 + (y_0 - y_c)^2 \geq r^2$.

Реалізація такої процедури перевірки вимагає для кожного трикутника 36 операцій множення, піднесення до квадрата і ділення, а також 22 операції додавання і віднімання. На етапі безпосереднього виконання перевірок потрібно всього лише два піднесення до квадрата, два віднімання, одне додавання і одне порівняння.

Якщо прийняти, що алгоритм триангуляції витрачає в середньому по п'ять перевірок на кожний трикутник, то в середньому цей спосіб перевірки вимагає близько дев'яти операцій типу множення і сім операцій типу додавання. Якщо алгоритм витрачає в середньому по 12 перевірок на кожен трикутник, то кількість операцій зменшується відповідно до шести і шести. Точна ж оцінка середнього числа операцій повинна виконуватися для конкретного алгоритму триангуляції і типових видів вихідних даних.

Умова Делоне для трикутника $\Delta((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3))$ виконуватиметься тільки тоді, коли для будь-якої іншої точки (x_0, y_0) триангуляції буде $\alpha + \beta \leq \pi$ (рис. 5.3). Ця умова еквівалентна $\sin(\alpha + \beta) \geq 0$, тобто

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \geq 0. \quad (5.2)$$

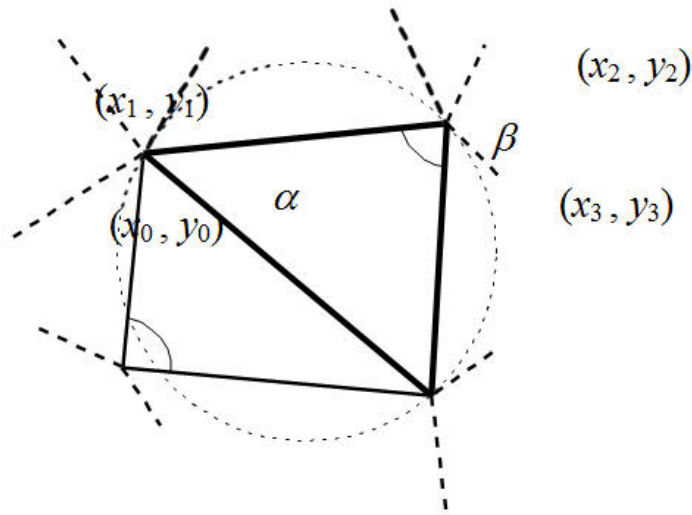


Рис. 5.3. Перевірка суми протилежних кутів

Значення синусів та косинусів кутів можна обчислити за допомогою скалярних та векторних добутків векторів:

$$\cos \alpha = \frac{(x_0 - x_1)(x_0 - x_3) + (y_0 - y_1)(y_0 - y_3)}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \sqrt{(x_0 - x_3)^2 + (y_0 - y_3)^2}};$$

$$\cos \beta = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3) + (y_2 - y_1)(y_2 - y_3)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}};$$

$$\sin \alpha = \frac{(x_0 - x_1)(y_0 - y_3) - (x_0 - x_3)(y_0 - y_1)}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \sqrt{(x_0 - x_3)^2 + (y_0 - y_3)^2}};$$

$$\sin \beta = \frac{(x_2 - x_1)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_2 - y_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}}.$$

Підставивши ці значення у формулу (2) і скоротивши знаменники дробів, отримаємо таку формулу перевірки:

$$\begin{aligned} & ((x_0 - x_1)(y_0 - y_3) - (x_0 - x_3)(y_0 - y_1)) \times \\ & \times ((x_2 - x_1)(x_2 - x_3) + (y_2 - y_1)(y_2 - y_3)) + \\ & + ((x_0 - x_1)(x_0 - x_3) + (y_0 - y_1)(y_0 - y_3)) \times \\ & \times ((x_2 - x_1)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_2 - y_1)) \geq 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Безпосередня реалізація такої процедури перевірки вимагає 10 операцій множення, а також 13 операцій додавання та віднімання.

Обчислюють не відразу всі скалярні та векторні добутки. Спочатку потрібно обчислити тільки ті вирази в (3), які відповідають $\cos \alpha$ і $\cos \beta$:

$$s_{\alpha} = (x_0 - x_1)(x_0 - x_3) + (y_0 - y_1)(y_0 - y_3),$$
$$s_{\beta} = (x_2 - x_1)(x_2 - x_3) + (y_2 - y_1)(y_2 - y_3).$$

Якщо $s_{\alpha} < 0$ і $s_{\beta} < 0$, то $\alpha > 90^{\circ}$ і $\beta > 90^{\circ}$ (умова Делоне не виконується), а якщо $s_{\alpha} \geq 0$ і $s_{\beta} \geq 0$, то $\alpha \leq 90^{\circ}$ і $\beta \leq 90^{\circ}$ (умова Делоне виконується); інакше потрібні повні обчислення за формулою (5.3). Таке вдосконалення дозволяє в середньому на 20–40 % (істотно залежить від алгоритму триангуляції) скоротити кількість виконуваних арифметичних операцій (приблизно до семи множень і до дев'яти додавань і віднімань).

Реалізація проєкту покриття зарядної станції почалась з моделювання і розрахунку покрівлі заданих параметрів. Форма покриття є чотирьохскатною з розмірами 6×12 м. Центральна частина покриття піднята відносно краю на висоту 550 мм.

Для забезпечення нахилу покрівлі з чотирьох сторін, відносно дизайнерського рішення, дах в плані було розділено на прямокутники з розмірами 600×1200 мм відповідно по десять таких прямокутників по вертикалі і горизонталі. І кожен такий прямокутник ще розділено навпіл по діагоналі, що утворило трикутники. Форма четвертини покрівлі представлена на рис. 5.4.

Враховуючи, що здебільшого товщина металу профільованого настилу, який використовується для покрівлі, знаходиться в межах 0,45–1,0 мм. У розрахунку використовувався листовий прокат металу з товщиною 0,5, 0,6 і 0,7 мм згідно з ДСТУ 8971:2019 [76] та з фізико-механічними властивостями згідно з ДСТУ 2834-94 [77].

Навантаження, яке діє на покрівлю покриття зарядної станції визначалося згідно з ДБН В.1.2-2:2006 [78]. Його величина від снігу – 1800 Па, що відповідає 6-му характеристичному району, та від вітру – 600 Па, що відповідає 5-му характеристичному району. Загальне навантаження на покрівлю зарядної станції – 2400 Па.

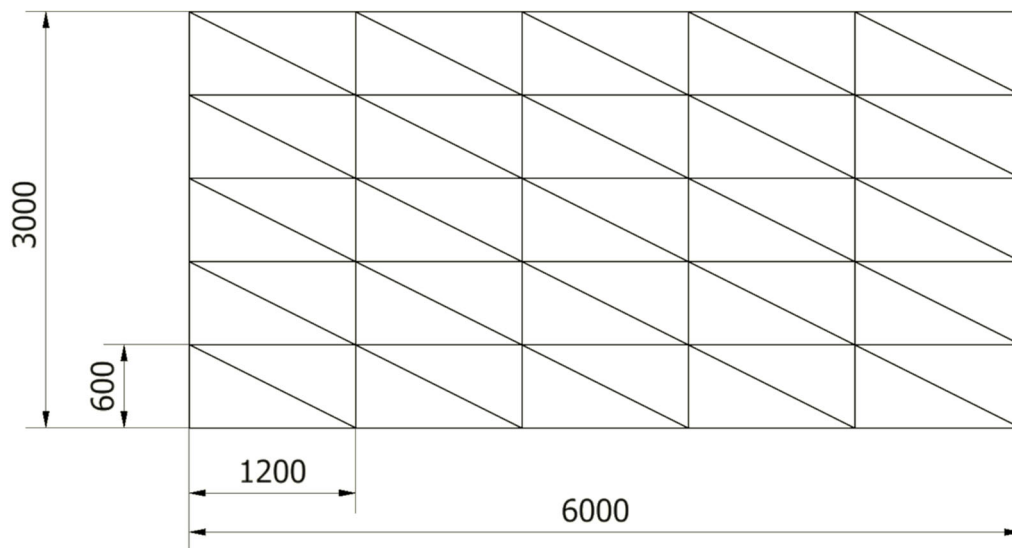
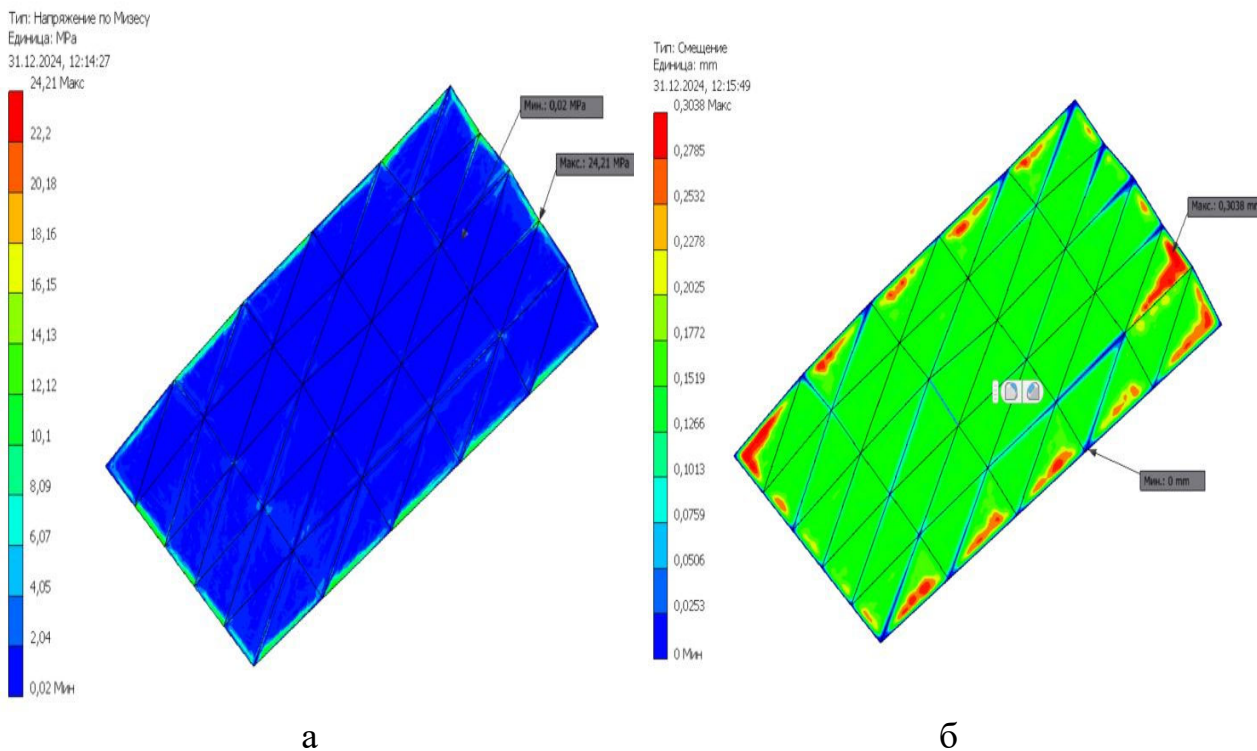


Рис. 5.4. Фрагмент покрівлі покриття зарядної станції в плані

На рис. 5.5 представлені напружено-деформована форма покрівлі і її переміщення з зовнішнім навантаженням 2400 Па, яке прикладається до покрівлі з товщиною листа 0,7 мм і з фіксацією конструкції по периметру.



а – напружено-деформований стан; б – переміщення

Рис. 5.5. Розрахунок покрівлі покриття на міцність з застосуванням товщини листової сталі 0,7 мм

Розрахунок проводився у CAD-системі Autodesk Inventor [79]. Інструментарій цього розрахункового комплексу дозволяє проводити автоматичну тріангуляцію складних форм на скінченні об'ємні елементи тривимірного моделювання.

Порівняння результатів розрахунку покрівлі покриття зарядної станції з різної товщини металу наведено у табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Зведена таблиця розрахунків напружено-деформованого стану покрівлі покриття зарядної станції в залежності від товщини металу

Товщина листа металу, мм	Напруження, які виникають у покрівлі, МПа	Переміщення, мм	Коефіцієнт запасу міцності
0,5	29,3	0,2	8,3
0,6	24,38	0,25	10,12
0,7	24,2	0,3	10,1

З отриманих результатів можна зробити висновок, що взяті за основу товщини листової сталі можна використовувати в якості покрівельного матеріалу. Графік залежності товщини листового прокату та величини напруження представлений на рис. 5.6.

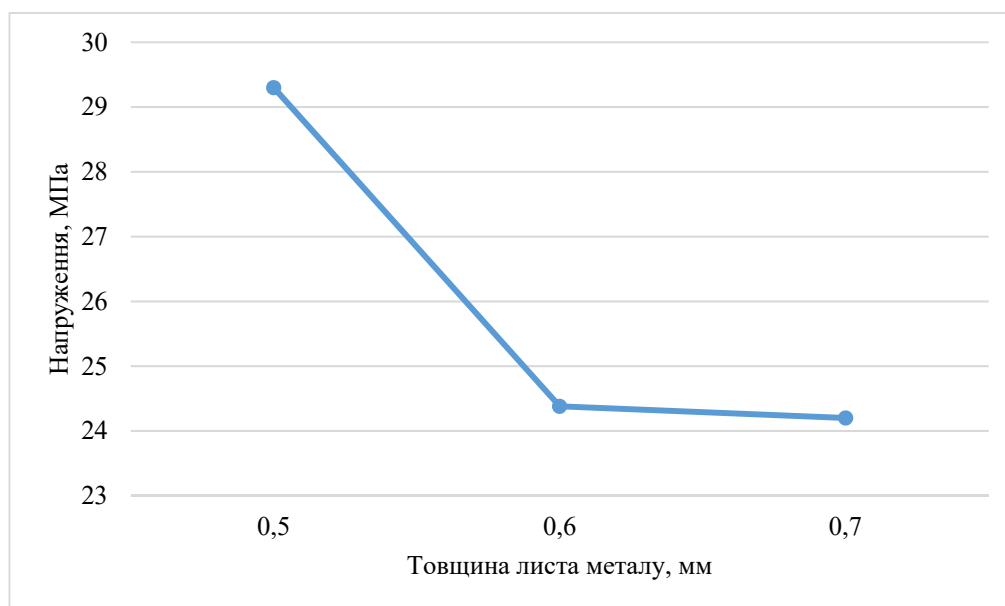


Рис. 5.6. Графік залежності виникаючих напружень від товщини матеріалу покрівлі

При цьому запас міцності складає 8-10 кратне значення, а переміщення (прогин) не перевищує 0,5 мм. Один із варіантів візуалізації кольорового композиціонування покриття зарядної станції представлений на рис. 5.7.

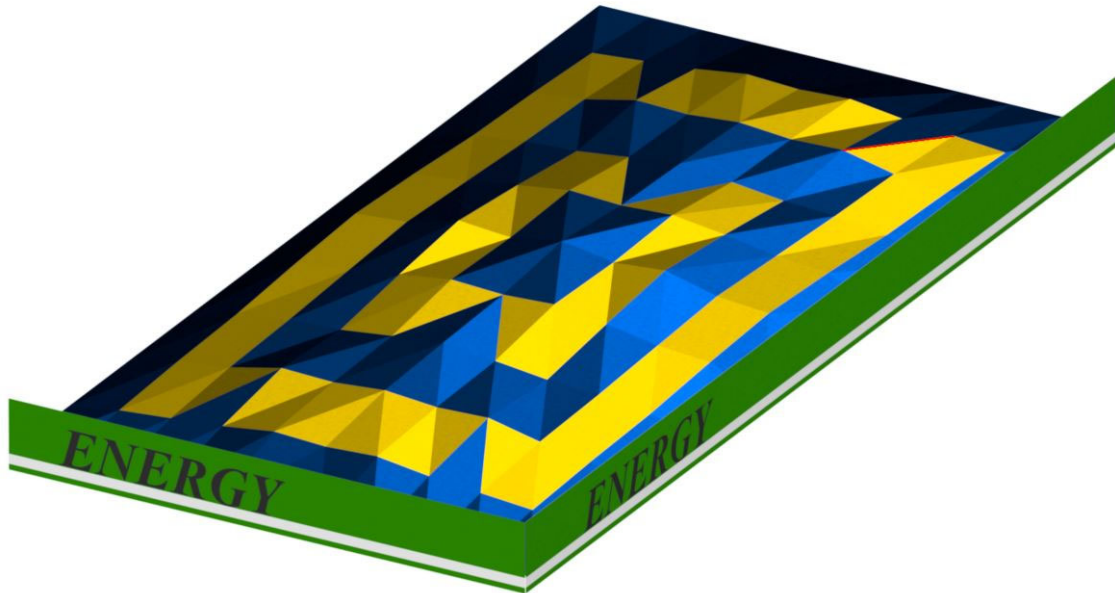


Рис. 5.7. Кольорова композиція покриття зарядної станції для електроавтомобілів

Проведено чисельне дослідження НДС покриття зарядної станції, встановлено запас міцності, який складає 8–10 кратне значення, а переміщення не перевищує 0,5 мм. Розглянуті матеріали для покрівлі цілком задовольняють умовам максимального снігового навантаження. З метою економії доцільно застосовувати матеріал мінімальної товщини, однак остаточне рішення необхідно приймати за результатами дослідження макетного зразка з урахуванням технологічності виготовлення та умов подальшої експлуатації покриття.

Розділ 6.

ІНТЕГРАЦІЯ 3D ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ СТРУКТУРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ КОНСТРУКЦІЇ ДОРОЖНІХ ПОКРИТТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ AUTODESK INVENTOR

Розвиток та відновлення транспортної інфраструктури України, зруйнованої під час військової агресії з боку Російської Федерації, обумовлює необхідність застосування сучасних будівельних конструктивних рішень, що гарантують довговічність, надійність та безпеку дорожніх покриттів (покривів).

Дорога для руху автомобільного транспорту являє собою дорожнє полотно з високими міцнісними характеристиками, що забезпечують здатність витримувати значні автомобільні навантаження протягом тривалого експлуатаційного періоду. Вибір типу дорожнього одягу, що зазвичай становить 40–60 % від загальної вартості будівництва автомобільної дороги, є одним із ключових і відповідальних рішень у проєктуванні дорожніх споруд. Зі зростанням технічної категорії автомобільної дороги підвищуються вимоги до міцності та капітальності дорожнього одягу.

При виборі типу покриття автомобільних доріг особливо в прифронтових областях України необхідно враховувати комплекс чинників, які впливають на довготривалу експлуатацію дорожнього одягу, а також військові дії агресора. Окрім традиційного нежорсткого дорожнього одягу (асфальтобетонне покриття та ЩМА), широке застосування під важке автомобільне навантаження, особливо військове, отримали жорсткі дорожні одяги (цементобетонне покриття), серед яких важливе місце можуть займати збірні залізобетонні дорожні плити. Їх застосування забезпечить можливість будівництва в короткі терміни необхідної транспортної інфраструктури, в тому числі і для військових потреб.

Залізобетонні дорожні плити було використано як альтернативу асфальтобетонному покриттю з метою порівняння їх властивостей і довговічності. Згідно ДБН В.2.3-4-2015 норми строків експлуатації дорожнього одягу між капітальними ремонтами для автомобільної дороги I категорії складає для цементобетону – 18 років, ЩМА – 11-12 років, цементобетон – 18 років, тоді як збірні залізобетонні дорожні

плити можуть забезпечувати безперервну експлуатацію автомобільної дороги до 30-40 років без суттєвих руйнувань і деформацій.

Головною особливістю дорожніх плит є їх здатність витримувати великі автомобільні навантаження та рівномірно розподіляти їх по всій площі дорожнього полотна. Це сприяє мінімізації вагового та механічного впливу на підземні інженерні комунікації, які часто проходять під покриттям.

Порівняно з асфальтобетонним покриттям, дорожні плити мають низку переваг. По-перше, це краща екологічність: на відміну від асфальтобетону, цементнобетонне покриття не розм'якшується під впливом високих температур і не виділяє легких нафтових сполук. По-друге, дорожні плити відзначаються підвищеною довговічністю. По-третє, монтаж і демонтаж плит здійснюються швидко і з мінімальними затратами часу, що дозволяє оперативно проводити заміну окремих елементів покриття або ремонт водопропускних труб під насипом земляного полотна із наступним швидким відновленням проїзду на автомобільній дорозі.

Запропоновані нами попередньо напружені залізобетонні плити для дорожнього покриття дозволяють отримати ефективні конструкції для будівництва автомобільних доріг у прифронтових областях України з необхідним балансом між довговічністю, структурною та економічною ефективністю.

Хоча останні досягнення в галузі високоміцних матеріалів, таких як попередньо напружені арматурні пасма класу міцності K1500, значно збільшили потенційну здатність плит, що несе, їх оптимальне застосування обмежено існуючими виробничими потужностями, які часто обмежують допустимий крок арматурних пасм і глибину загортання.

Застосування параметричного скінченно-елементного аналізу (СЕА) дозволяє проводити систематичну оцінку характеристик плити в широкому діапазоні проєктних змінних, що дозволяє визначити оптимальне поєднання кроку арматури та глибини загортання. Така оптимізація критично важлива для досягнення рівномірного розподілу напружень, мінімізації втрат попереднього напруження та підвищення втомної міцності, забезпечуючи при цьому сумісність з існуючими переднапруженими основами та бетоноукладальним обладнанням.

Враховуючи необхідність застосування конструкцій для автомобільних доріг у прифронтових областях України, які повинні

забезпечувати не тільки військові, але й цивільні перевезення, це дослідження вирішує нагальні завдання інтеграції передових методів чисельного моделювання з реалістичними виробничими можливостями.

Інтеграція інноваційних технологій та зростання вимог до якості проєктування вимагають адаптації типових конструктивних рішень до сучасних нормативних документів. Особливу актуальність набуває необхідність врахування як національних норм ДБН, так і європейських стандартів EN, що є надзвичайно важливим у контексті реалізації міжнародних проєктів та використання імпортованих матеріалів і технологій.

Адаптація розрахункових норм відповідно до EN сприяє оновленню нормативної бази та приведенню її у відповідність до сучасних технічних вимог. Порівняльний аналіз стандартів EN і ДБН В.2.6-98:2009 дозволяє ідентифікувати переваги і недоліки кожної системи, що є важливим для оптимізації проєктних рішень.

Впровадження типових конструкцій, адаптованих до актуальних нормативів, сприяє підвищенню безпеки, надійності та довговічності дорожніх покриттів, що є критично важливим для забезпечення ефективної та безпечної транспортної інфраструктури України.

Для виконання досліджень було проведено аналіз нормативної бази, сучасних методик розрахунку бетонних та залізобетонних конструкцій та конструктивних підходів [80–87]. А також вивчені методи чисельного аналізу, які дозволяють досліджувати міцнісні та деформаційні характеристики конструкцій за різних варіантів армування [88]. Аналіз літератури підтверджує важливість інтеграції стандартів Єврокоду (EN) із національними нормами для забезпечення довговічності та безпеки дорожніх плит. В дослідженнях [89–92] застосували метод топологічної оптимізації для розподілу пасм у конструкціях із попередньо напруженого цементобетону, приділяючи особливу увагу одночасній оптимізації форми та розміру армування. Це підкреслює важливість комплексного підходу до оптимізації, що дозволяє підвищити ефективність конструкції. У свою чергу, в дослідженнях [93–95] використали сучасні евристичні алгоритми в поєднанні з методом скінченних елементів (FEM) для визначення оптимального розташування пасм у попередньо напружених дорожніх плитах. Такий підхід демонструє гнучкість і адаптивність сучасних методів моделювання для розв’язання

складних задач конструктивного дизайну. У напрямку параметричних досліджень [96–98] застосували багатоваріантну оптимізацію з використанням алгоритму MARSHAL для балок PCI, варіюючи параметри типу балки, розмірів і товщини. Результати їх досліджень свідчать про те, що автоматизація процесу моделювання значно прискорює пошук оптимальних параметрів конструкції.

Подібним чином, дослідження 2024 року, орієнтоване на автоматизацію проєктування попередньо напружених плит, продемонструвало зниження маси армування на 14–29 % завдяки параметричному FE-моделюванню та підходам value-engineering, що підкреслює ефективність автоматизованих оптимізаційних процедур.

Роль топологічної оптимізації та автоматизації була досліджена у роботах [99], де розглядалася топологічна оптимізація пасм із врахуванням критичних обмежень, зокрема унеможливлення перетинів пасм. Це має особливе значення при врахуванні реальних технологічних обмежень виробництва. Аналогічно, дослідження [100–101] показало застосування гібридного алгоритму PSOHS для оптимізації розташування пасм у плитах з урахуванням нормативів Канади, що дозволило суттєво знизити вартість конструкцій за рахунок підвищення ефективності дизайну.

Щодо чисельних моделей дорожніх конструкцій, дослідження [86–87] розглянуло FE-модель дорожнього покриття з урахуванням провітрювання під плитою, використовуючи основу Вінклера. Цей підхід є важливим для моделювання контактних взаємодій із основою. Також, у роботах [88] наведено параметричне дослідження CFST-балок, яке показало вплив армування та різних параметрів на гнучкість і міцність конструкції за допомогою нелінійного FEM-моделювання. Ці результати є релевантними для розуміння впливу пасм у комплексних композиційних системах.

Таким чином, сучасні наукові дослідження підтверджують високу ефективність застосування методів FEM у поєднанні з топологічною оптимізацією та автоматизацією для розробки оптимальних конструктивних рішень у сфері попередньо напружених залізобетонних дорожніх плит, враховуючи виробничі обмеження та нормативні вимоги.

Незважаючи на великий перелік літератури присвяченої технології PCP (Precast Concrete Pavement – дорожні плити

заводського виготовлення), зберігається ряд не розглянутих наукових питань:

- обмежена кількість порівняльних досліджень характеристик арматурних пасм K1500 у дорожньому будівництві при одночасному дотриманні вимог EN та ДБН;

- відсутність параметричного скінченно-елементного аналізу, що враховує оптимізацію відстані між пасмами та глибини закладення з урахуванням обмежень існуючого виробничого обладнання.

Відповіді на ці питання безпосередньо сприятиме підвищенню якості проєктування, зниженню витрат матеріалів та збільшенню терміну служби попередньо напружених дорожніх плит як в європейській, так і в українській практиці.

Метою дослідження є вибір оптимальних конструктивних рішень для проєктування попередньо напружених дорожніх плит з використанням сучасних матеріалів, таких як канати K1500 відповідно до вимог стандартів Єврокоду (EN) та норм ДБН В.2.6-98:2009 з використанням чисельного моделювання конструкцій. Дослідження спрямоване на підвищення ефективності армування, зниження матеріальних витрат, забезпечення рівномірності та покращення експлуатаційних характеристик дорожніх плит без зміни існуючого технологічного оснащення.

Задачі дослідження:

- провести аналіз ефективності заміни традиційної напруженої арматури класів A-V та A-IV на високоякісні канати класу K1500 у конструкціях дорожніх плит типу ПДН (плита дорожня напружена) з метою зниження матеріальних витрат та вартості будівництва при збереженні або покращенні міцнісних характеристик;

- розробити та обґрунтувати оптимальну схему армування плит, що забезпечує рівномірність конструкції у порівнянні зі стандартними рішеннями, із збереженням існуючого технологічного оснащення, та оцінити потенціал економії робочої арматури;

- визначити рекомендовані параметри армування при застосуванні загальної траверси для натягу канатів, зокрема рекомендований діаметр 12 мм (5Ø12K1500, $A_p = 4,53 \text{ см}^2$), для уникнення нерівномірного розподілу зусиль, забезпечення рівномірного попереднього напруження та оцінити потенційний рівень економії матеріалів у порівнянні з арматурою класів A-V та A-IV.

Методи дослідження: аналіз нормативної документації (Єврокод, ДБН В.2.6-98:2009), теоретичні розрахунки міцності, тріщиностійкості та деформаційних характеристик плит; порівняльний аналіз ефективності різних схем армування (А-V, А-IV, К1500); економічний аналіз витрат за робочу арматуру під час використання різних матеріалів.

Досліджувані попередньо напружені дорожні плити ПДН – гладкі, мають розміри в плані 6000×2000 мм, висоту 140 мм (рис. 6.1, 6.2), армуються термічно зміцненою арматурою класів Ат-V, Ат-IV. Допускається застосовувати арматуру класів А-V, А-IV відповідно до ДСТУ3760-98. Плити призначені для використання як покриття дорожніх одягів автомобільних доріг класів І-V під навантаження АК, НК-80 та НК-100 згідно з ДБН В.1.2-15:2009.

Плити мають максимальну несну здатність та тріщиностійкість $M_u = M_{crc} = 36,0$ кНм. Технологія виготовлення плит передбачає електротермічний метод натягу арматури. Плити проєктуються як конструкції, що не мають тріщин у нормальних та похилих перерізах при дії експлуатаційних навантажень.

Проектна міцність бетону відповідає класу С20/25; марка бетону за морозостійкістю F200. Плити мають симетричне армування знизу і зверху – по 5Ø12А-V (Ат-IV) або 5Ø14А-IV (Ат-IV). Відповідно площа поперечного перерізу робочої арматури $A_p = 5,65$ см² або $A_p = 7,69$ см². Крім арматури, що напружується, встановлюється і ненапружена арматура у вигляді нижньої і верхньої сіток, розташованих симетрично. Арматура сіток: поздовжня – Ø5В-I, поперечна – Ø8А400с.

У зв'язку зі змінами стандартів на арматуру та бетон [90] та змінами стандартів за експлуатаційними вимогами (при застосуванні плит під навантаження LM1, LM2, LM3, LM4 згідно EN 1991-2:2003) розроблено варіанти робочого армування плит арматурними канатами К1500, із застосуванням бетону класу С25/30 (ПДН-14К) та високоміцною стержневою арматурою класу А800 з бетоном класу С25/30 (ПДН-14А) [94–95].

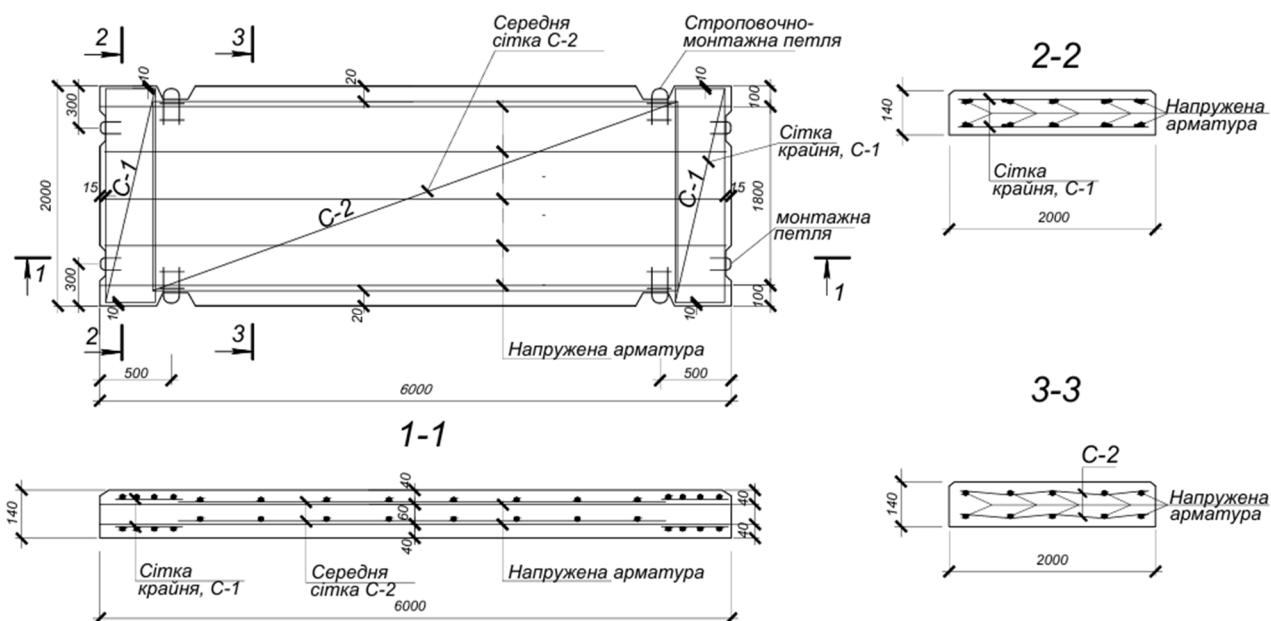


Рис. 6.1. Особливості конструкції плити ПДН-14



а



б

а – загальний вигляд; б – трасерса кріплення попередньо напруженої арматури плити ПДН-14

Рис. 6.2. Плита дорожня ПДН-14

Ці плити рівномічні та мають однаковий рівень тріщиностійкості зі стандартними плитами. Найчастіше виробник висуває вимогу про зміну оснастки для попереднього натягу арматури і прийняття лише п'яти робочих стержнів $5\text{Ø}12\text{A}800$ з $A_p=2,55 \text{ см}^2$, $5\text{Ø}9\text{K}1500$ з $A_p=5,65 \text{ см}^2$ чи $3\text{Ø}12\text{K}1500+2\text{Ø}9\text{K}1500$ з $A_p=3,738 \text{ см}^2$. Прийнятий спосіб натягу арматури K1500 – механічний, арматури A800 – механічний або електротермічний. Розмір початкового контрольованого напруження для канатів прийнято 1180 МПа, для арматури A800 – 630 МПа.

Дослідження міцності та тріщиностійкості плит виконують відповідно до вимог ДСТУ Б В.2-6-7-95 [100] та EN 1168:2005+A2:2009, додаток J [97]. Контроль тріщиностійкості плит виконується за двома схемами з розміщенням вантажів [100], що

відповідає найбільш небезпечному розташуванню коліс автотранспортних засобів при навантаженні LM1 на плиті (рис. 6.3).

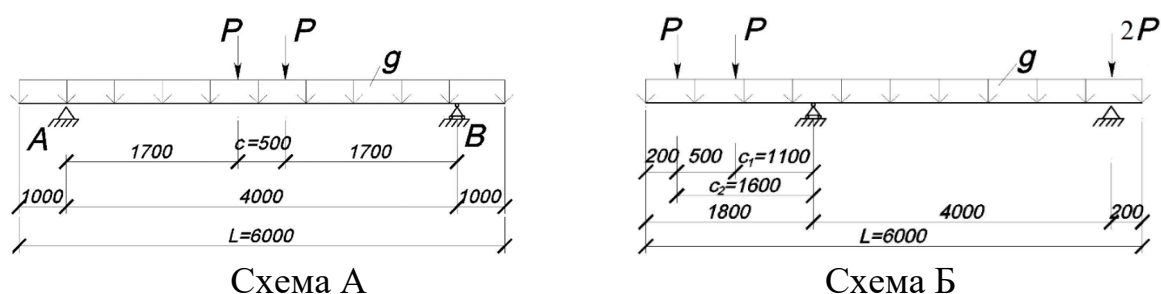


Рис. 6.3. Схема випробувань

Випробування плит за тріщиностійкістю нижньої зони проводяться за схемою А. Випробування плит за тріщиностійкістю верхньої зони проводяться за схемою Б або за схемою А після випробування нижньої зони та кантування плити [100].

Розрахункове навантаження, прикладене за схемою А: $F_{calc} = 2P$, де P визначається з рівності

$$M_{crc} = \left(P + \frac{gl}{2} \right) \frac{l}{3} - \frac{gl^2}{8} - \frac{Pc}{2} \quad (\text{схема А}) \quad (6.1)$$

$$M_{crc} = P(c_1 + c_2) - \frac{ga^2}{2} \quad (\text{схема Б}) \quad (6.2)$$

де g – погонне навантаження від власної ваги плити, що дорівнює 7 кН/м.

Розрахунковий опір на стиск $f_{cd} = 17$ МПа; середній опір на розтягування $f_{ctm} = 2,6$ МПа. Розрахункові значення контрольних навантажень при випробуванні тріщиностійкості плит армованих 5Ø9K1500 і 5Ø12A800 для проєктної та відпускнуї міцності бетону представлені в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Контрольні навантаження на плиту

Марка плити	Контрольне навантаження P (кН)	
	А	Б
ПДН-14К (5Ø9 K1500)	21	14
ПДН-14А (5Ø12 A800)	22	15

Несна здатність плит ПДН-14К та плит ПДН-14А з робочою арматурою класів К1500 та А800 представлена в табл. 6.3.

Розрахункова несна здатність за фактичної міцності бетону становить $M_u = 28,82$ кНм.

Тріщиностійкість плит забезпечується при напруженнях розтягу в бетоні, і визначається за формулою

$$M_{crc} = f_{ctm} W_{pl} + P \cdot r \quad (6.3)$$

де для прямокутного поперечного перерізу плити $W_{pl} = 1,75 W_{red}$;

P – зусилля обтиснення бетону ($P = \sigma_p \Sigma A_p$);

r – відстань від центральної осі до ядрової точки $\left(r = \frac{W_{red}}{A_{red}} \right)$

наведені геометричні параметри та зусилля обтиснення бетону після миттєвих втрат складають:

$$W_{pl} = 1,75 W_{red}; \quad (6.4)$$

$$r = \frac{W_{red}}{A_{red}}; \quad (6.5)$$

$$P = A_p \cdot \sigma_p. \quad (6.6)$$

Тріщиностійкість плит ПДН-14К та ПДН-14А при проєктному значенні класу бетону С25/30 та при відпускній міцності бетону (70% від проєктного класу бетону після миттєвих втрат) та значення контрольних навантажень з випробування тріщиностійкості плити для проєктної міцності бетону представлена в табл. 6.3.

Втрати попереднього напруження розраховані для плит із розрахунковим поперечним перерізом арматури, визначеним із розрахунку на міцність. Миттєві втрати визначено: від релаксації напружень в арматурі $\Delta \sigma_r$; від перепаду температур $\Delta \sigma_\theta$; від деформації анкерних пристроїв $\Delta \sigma_{sl}$; втрати як наслідок миттєвої деформації бетону $\Delta \sigma_{el}$. Втрати, що залежать від часу $\Delta \sigma_{c+s+r}$, визначені від впливу усадки, повзучості та релаксації, пов'язаної з повзучістю бетону, для нормальних температурновологіх умов і можуть коригуватися за реальних умов експлуатації.

Результати розрахунку плити, армованої канатами К1500 та А800 по нормам ДБН представлені в табл. 6.2.

Результати розрахунку плити

Параметри	ПДН-14К 5Ø9K1500	ПДН-14К 3Ø12K1500+ 2Ø9K1500	ПДН-14А 5Ø12А800
Площа перетину арматури A_p , см ²	2,55 / 5,65 (5Ø12AV)	3,738 / 5,65 (5Ø12AV)	5,65 / 7,69 (5Ø14AIV)
Економія арматури в % по відношенню до AV та A IV	54,8	33,8	26,5
Несна здатність M_u , кНм	28,98	31,2	33,78
Момент тріщиноутворення M_{crc} , кНм	35,08	35,25	35,97
Початкове напруження σ_0 , кН/см ²	118,0	94,6	63,0
Миттєві втрати, $\Delta\sigma_1$	22,73	18,9	16,11
Залишкові напруження перед бетонуванням, кН/см ²	95,37	72,1	46,89
Втрати, що залежать від часу, кН/см ²	15,88	13,2	10,03
Сума втрат $\Delta\sigma$, кН/см ² (%)	38,94 (32,7)	33,1 (35,4)	26,31 (41,8)
Залишкові напр. σ_p , кН/см ²	79,16	60,1	36,69
Тріщиностійкість M_{crc} , кНм за проектою міцністю	39,07 ≤ 39,08	29,8 ≤ 35,25	30,17 ≤ 35,97
Тріщиностійкість M_{crc} , кНм при відпускній міцності	32,22 ≤ 39,08	27,6 ≤ 35,25	25,01 ≤ 35,97

З аналізу таблиці 3 видно що плити ПДН-14К (3Ø12K1500+2Ø9K1500) та ПДН-14А (5Ø12А800) є рівномірними та мають однакову тріщиностійкість а плита ПДН-14К (5Ø9K1500) не є рівномірною але має однаковий рівень тріщиностійкості зі стандартними плитами, ці плити можуть застосовуватися як основа для асфальтобетонного покриття. За допомогою використання розрахункового комплексу Autodesk Inventor licensed software, Version: 2023 [93] був проведений параметричний елементний аналіз напружений деформованого стану моделі попередньо напруженої плит ПДН-14К (5Ø9K1500) і ПДН-14 (5 Ø 12А800) при додатку до неї навантажень. Значення контрольних навантажень на плиту відповідають поданим у табл. 6.3.

Таблиця 6.3

Моделювання напружено-деформованого стану дорожньої плити

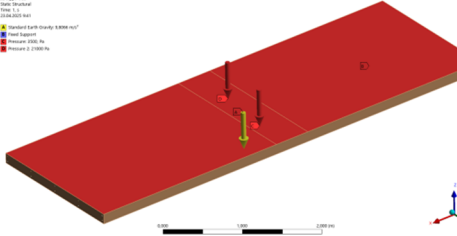
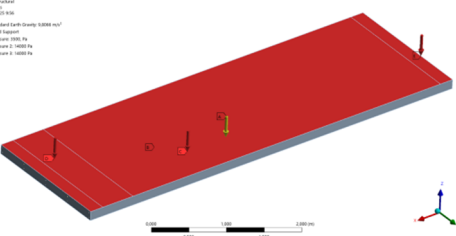
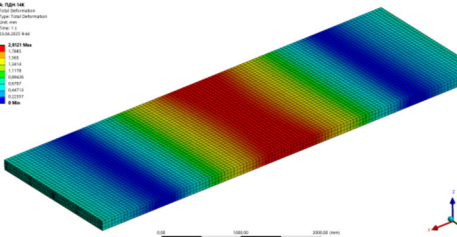
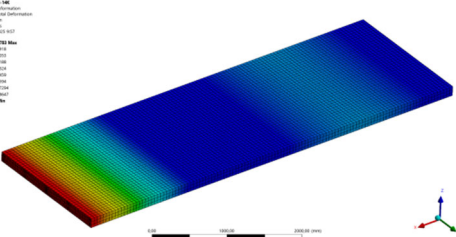
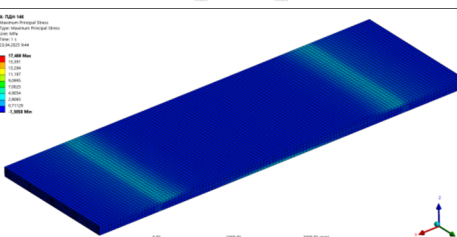
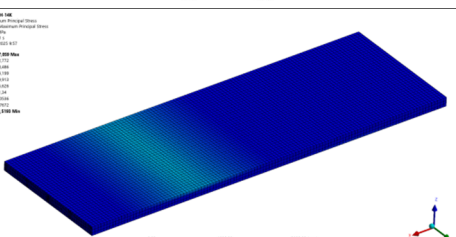
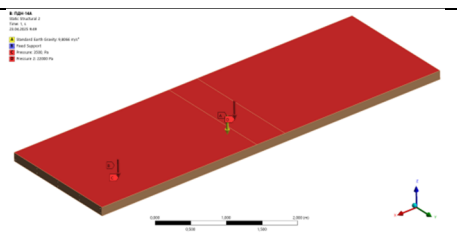
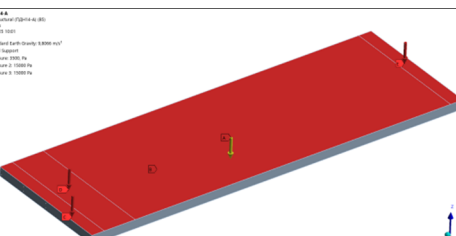
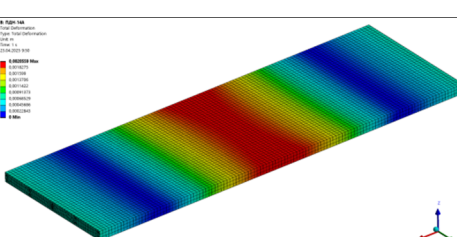
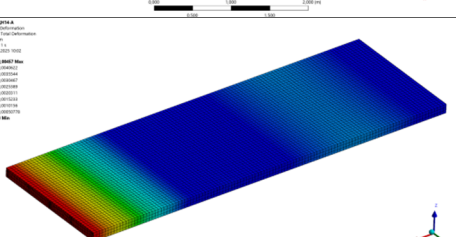
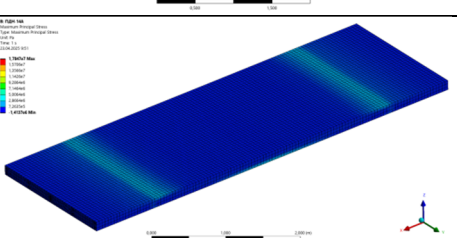
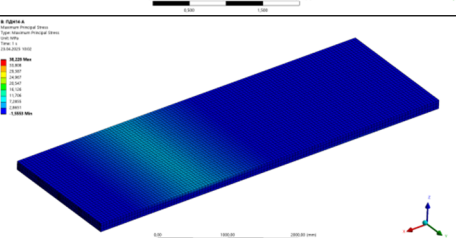
	Схема навантажень <u>A</u>	Схема навантажень <u>B</u>
ПДН-14К 5Ø9 К1500	P=21кН 	P=14кН 
Деформації		
Максимальні розтягуючі напруження σ_1		
ПДН-14 (5Ø12A800)	P=22кН 	P=15кН 
Деформації		
Напруження (максимальні розтягуючі напруження σ_1)		

Табл. 6.4 містить порівняння результатів розрахунку двох варіантів залізобетонної плити: ПДН-14К (5Ø9К1500) та ПДН-14А (5Ø12А800) за основними параметрами міцності та деформативності.

Таблиця 6.4

Порівняння результатів розрахунку плити

Параметри	ПДН-14К (5Ø9К1500)	ПДН-14А (5Ø12А800)
Площа перетину A_p , см ²	2,55	5,65
Несна здатність M_u , кНм (за формулою 1)	28,98	33,78
Максимальні напруження σ_1 , (схема А) МПа	$17,49 \geq f_{cd} = 17$ МПа	$7,75 \leq f_{cd} = 17$ МПа
Максимальні напруження σ_1 , (схема Б) МПа	$2,5 \leq f_{ctm} = 2,6$ МПа	$2,6 \leq f_{ctm} = 2,6$ МПа
Максимальна деформативність (схема А)	$2,01 \text{ мм} \leq 24\text{мм}$	$2,06 \leq 24\text{мм}$
Максимальна деформативність (схема Б)	$4,38 \leq 24\text{мм}$	$4,57 \leq 24\text{мм}$

Параметричний елементний аналіз напружений деформованого стану моделі попередньо напруженої плит ПДН-14К (5Ø9К1500) і ПДН-14 (5 Ø 12А800) при додатку до них навантажень за схемами А і Б показав що:

– при випробуванні за схемою А в плиті ПДН-14К виникають напруження більші ніж f_{cd} , а при випробуванні за схемою Б виникають напруження менші ніж f_{ctm} , що говорить про те, що плита не є рівномічною, але має достатній рівень тріщиностійкості;

– при випробуванні плити ПДН-14 за схемою А в ній виникають напруження менші ніж f_{cd} , і при випробуванні за схемою Б виникають напруження менші ніж f_{ctm} , що говорить про те, що плита є рівномічною і має достатній рівень тріщиностійкості.

Різниця у прогинах менше ніж 5%, що практично не впливає на експлуатаційні характеристики, тому що максимальний прогин для шестиметрової плити складає 24 мм.

Використання канатів К1500 значно зменшує витрату арматури (економія ~55%).

Для забезпечення безпеки робіт, запобігання механічним пошкодженням плит, збереженню їх геометричної форми та характеристик міцності, а також для продовження терміну їх служби та виключення додаткових витрат на ремонт або заміну виробів виконано регламентацію вимог при завантаженні та розвантаженні даних плит.

Транспортування та зберігання плит слід виконувати в горизонтальному положенні.

Навантаження, транспортування, розвантаження та зберігання плит слід проводити з дотриманням заходів, що унеможливають пошкодження плит. Плити слід транспортувати з надійним закріпленням на транспортних засобах, що виключає поздовжнє та поперечне усунення плит, а також їх взаємне зіткнення та тертя в процесі перевезення.

При транспортуванні та зберіганні нижні плити слід спирати на дерев'яні підкладки, а між плитами на висоті штабеля необхідно укласти прокладки. Підкладки та прокладки слід розташовувати на відстані 1 м від торця плити перпендикулярно до її довгої сторони та по вертикалі одну над іншою.

Товщина дерев'яних підкладок при твердій основі повинна бути не менше 50 мм, а при ґрунтовій основі – не менше 100 мм. Товщина прокладок – не менше 20 мм.

Вантажно-розвантажувальні операції із захопленням за монтажно-стикові вироби слід проводити по одній плиті. Забороняється підйом двох і більше плит із захопленням за монтажно-стикові вироби нижньої плити.

Плити слід зберігати на складах у штабелях розсортованими за марками та партіями. У штабелі допускається укласти за висотою не більше 10 плит.

З аналізу результатів проведених досліджень можна зробити такі висновки:

- найбільш ефективним підходом при проектуванні дорожніх плит типу ПДН є заміна арматури, що напружується класів А-V або А-IV на канати класу K1500. Ця заміна дозволяє досягти суттєвої економії матеріалів і, як наслідок, зниження вартості конструкції, при збереженні або навіть поліпшенні її характеристик міцності;

- для забезпечення рівномірності пропонованої плити порівняно зі стандартною, за умови збереження існуючого технологічного

оснащення, рекомендується використовувати ПДН-14К (3Ø12К1500+2Ø9К1500) з $A_p=3,738 \text{ см}^2$, що відповідає загальній площі арматури. Даний варіант армування забезпечує економію робочої арматури на 33,8% порівняно з використанням арматури класу А-V та на 51,4% порівняно з арматурою класу А-IV. Важливо, що з досягнення оптимальних результатів необхідно забезпечити рівне початкове натяг у всіх канатах. Це дозволить рівномірно розподілити зусилля та запобігти концентрації напружень в окремих елементах конструкції;

– при використанні *загальної траверси для натягу канатів*, це дозволить уникнути нерівномірного розподілу зусиль натягу між канатами різного діаметру, що може призвести до небажаних деформацій та зниження несної здатності плити. Використання канатів однакового діаметра спрощує процес натягу та забезпечує більш контрольоване та рівномірне попередні напруження, а економія робочої арматури складе 19,2% по відношенню до А-V і 41,2% по відношенню до А-IV.

Адаптуючи принципи проєктування, що ґрунтуються на Єврокодi, до вимог ДБН В.2.6-98:2009, дана робота спрямована на розробку практичних проєктних рішень, які є як конструктивно ефективними, так і сумісними з існуючою виробничою інфраструктурою України.

Чисельне моделювання з використанням методу скінченних елементів (МСЕ) є основним інструментом дослідження, дозволяючи детально проаналізувати розподіл напружень та прогинів.

Завдяки поєднанню чисельного моделювання та цільової оптимізації параметрів дане дослідження розглядає нагальну потребу в економічно ефективних та високопродуктивних рішеннях конструкцій дорожніх покриттів для розвитку та відновлення транспортної інфраструктури України, зруйнованої під час військової агресії з боку Російської Федерації.

Розділ 7.

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ТА ФРАКТАЛІВ У ПРОМИСЛОВОМУ ДИЗАЙНІ

Промисловий дизайн – використання поєднання прикладного мистецтва і прикладної науки для поліпшення естетики, ергономіки, архітектури, функціональності і зручності використання продукту.

Дизайн також може бути застосований для поліпшення конкурентоспроможності продукту та виробництва. Роль промислового дизайнера – у створенні і виконанні проектних рішень з питань вигляду, зручності використання, фізичної ергономіки, маркетингу, розвитку бренду та продажів [102-107].

Промисловий дизайн являє собою процес проектування товарів, які повинно бути виготовлено за допомогою технології масового виробництва. Його ключовою характеристикою є те, що конструювання відокремлено від виробництва: творчий акт визначення остаточного вигляду продукту і його особливостей, відбувається заздалегідь, перед його фізичним виготовленням, яке складається винятково з повторень, часто автоматизованих. Це відрізняє промислову розробку, від ремесла на основі дизайну, де вигляд продукту визначається творцем товару, під час його створення.

Усі вироблені продукти є підсумком процесу проектування, але його перебіг може набувати різних форм: його проводять окремі особи або великий гурт; воно може наполягати на інтуїтивній творчості або спиратися на науковий процес обчислення та вироблення рішень; й одночасно це може відбуватися під впливом різноманітних чинників, як: різноманітність матеріалів, виробничих процесів, бізнес-стратегій та наявних соціальних, комерційних або естетичних стосунків.

Появу промислового дизайну, насамперед, пов'язано зі зростанням індустріалізації та механізації, яка почалася з промислової революції у Великобританії в середині XVIII століття. Зростання промислового виробництва, змінило шляхи досягнення мети, урбанізація змінила моделі споживання, зростання держав розширило смаки й урізноманітнило ринки, розширило середній клас, створило попит на модні стилі [103].

Розглянемо теорію подібності, як елемент створення продуктів

промислового дизайну. Згадаємо приказку «Піфагорові слони попри всі боки рівні». Ми можемо довести теорему Піфагора з трикутників (рис. 7.1). Проведемо у прямокутному трикутнику ABC висоту CD , що з'єднує прями́й кут C та гіпотенузу AB . Згідно з ознакою подібності трикутників по двох кутах, бачимо, що трикутники ABC , ACD та CBD подібні. При цьому площа вихідного трикутника ABC розбивається на суми площ трикутників ACD і CBD . Площі подібних трикутників (як і будь-яких подібних фігур) пропорційні квадратам відповідних розмірів, наприклад, квадратів гіпотенузу. Гіпотенузи наших трикутників – це AB , AC та CB відповідно

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= k(AB)^2, S_{ACD} = k(AC)^2, S_{CBD} = k(CB)^2, \\ S_{ABC} &= S_{ACD} + S_{CBD}, k(AB)^2 = k(AC)^2 + k(CB)^2. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Скорочуючи коефіцієнт k отримуємо звичну теорему Піфагора [108].

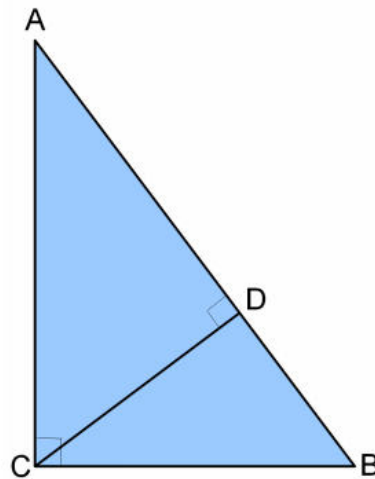


Рис. 7.1. Доказ теореми Піфагора з подібності трикутників

Площа будь-яких подібних фігур пропорційна квадратам розмірів, тому замість квадратів ми можемо брати будь-які фігури. Наприклад, на рис. 7.2 на сторонах прямокутного трикутника зображені подібні слони, розміри яких пропорційні відповідним сторонам. Рисунок праворуч демонструє, що відношення площі слона до площі відповідного квадрата не залежить від розмірів слона, а значить, теорема Піфагора формулюється для слонів не гірше, ніж для квадратів. Площа слона, що стоїть на гіпотенузі, дорівнює сумі площ слонів, що стоять на катетах (рис. 7.2).

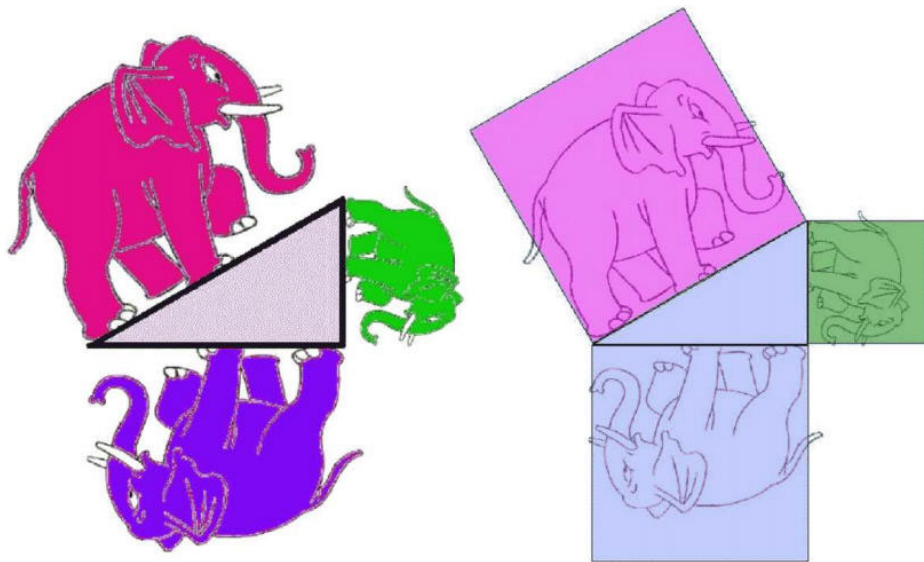


Рис. 7.2. Піфагорові слони на всі боки рівні

Розглянемо теорію подібності на прикладі механічних пристроїв, а саме середньовічного камнемет-пороку або требушету (рис. 7.3). При опусканні противаги швидко піднімається важіль, на кінці якого на довгій мотузці в сітці знаходиться камінь. Коли сітка відкривається, камінь вивалюється з сітки і летить у ціль (рис. 7.3, б). За рахунок великого відношення плечей важеля вантаж опускається порівняно повільно, кінець важеля рухається значно швидше.

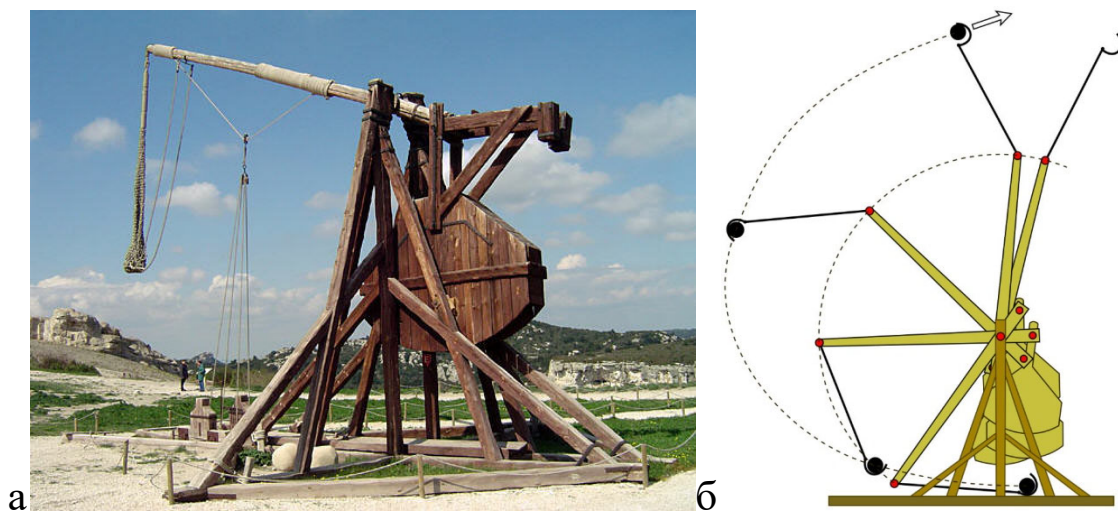


Рис. 7.3. Реконструкція требушету біля замка де Бо у Франції (а); принцип дії (б)

Требушет працює за рахунок енергії опускання противаги. Заряджаючи требушет, противагу піднімають вручну. Для цього важіль опускають мотузкою, яка намотується на комір. На рис. 7.3, а бачимо

реконструкцію требушету в натуральну величину. Видно, що ця конструкція дуже громіздка. Геометричні параметри середньовічного требушету: висота – близько 7 м, довжина важеля – 10-12 м, маса противаги – 10-15 т, маса ядра – 100-150 кг, далекобійність – близько 200 м.

Уявіть собі, що ви хочете зробити більш скромну модель, зменшивши всі розміри пропорційно і використовуючи ті ж матеріали (іграшкові требушети, що діють, бувають висотою до 1 м).

Якою буде далекобійність моделі в порівнянні з великою машиною? Для цього визначимо, які розмірні параметри є найважливішими: розмір моделі (наприклад, висота) H (вимірюється в метрах, розмірність – L), прискорення вільного падіння $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ (розмірність – LT^{-2}), щільність каменю з якого зроблено снаряд та противагу ρ (вимірюється в кілограмах на метр кубічний, розмірність – $L^{-3}M$).

Звичайно, висота требушету – не єдиний його розмір, але ми вважаємо, що всі розміри зменшено в однакове число разів. Таким чином, їх можна виразити через H , а відношення будь-якого розміру до H є безрозмірним. Розмірна також густина дерева, але відношення густини дерева до густини каменю безрозмірне.

Опір повітря при малих швидкостях снаряда ми можемо знехтувати.

За прийнятих умов далекобійність l повинна виражатися формулою виду

$$l = k_l \cdot H^a \cdot g^b \cdot \rho^c, \quad (7.2)$$

де k_l , a , b , c – безрозмірні параметри. Дальність l має виражатися в одиницях довжини. Знаходимо, що єдине рішення: $a = 1$, $b = c = 0$. Щоб визначити k_l , треба знати безрозмірні параметри (відносини розмірів і густин) і всерйоз дослідити динаміку каменемета. Тим не менш, ми визначили, що $l = k_l \cdot H$.

Тобто далекобійність требушету прямо пропорційна його розмірам. Якщо ми вдсятеро зменшили висоту, то далекобійність теж зменшилася вдсятеро. Цікаво, що до формули не увійшло прискорення вільного падіння. Це означає, що, наприклад, на Місяці дальність требушету буде колишньою: противага опускатиметься повільніше, камінь полетить повільніше, але Місяць буде слабше

притягувати камінь і він полетить на ту саму відстань, що і на Землі.

Аналогічно для маси будь-якої деталі (не важливо кам'яної чи дерев'яної)

$$m = k_m \cdot \rho \cdot H^3. \quad (7.3)$$

Щільність фіксована вибором матеріалу, тому всі маси пропорційні H^3 , тобто об'єму.

Для будь-якої сили, що діє в конструкції:

$$F = k_F \cdot \rho \cdot H^3 \cdot g. \quad (7.4)$$

Для сили тяжіння це очевидно, але оскільки розмірність сили виходить єдиним способом $\rho \cdot H^3 \cdot g$, то для різних сил ми отримуватимемо однакову залежність від ρ , H та g з різними коефіцієнтами k_F . Це і сила тиску требушета на землю, і сила розтягування мотузки при пострілі, і сила, з якою камінь б'є в ціль (якщо мета теж зроблена в тому ж масштабі з тих же матеріалів).

Особливо цікавим є вираз для відношення сили та площі (питоме навантаження). Таку розмірність має тиск (на землю), розтягування (мотузки), напруга (балок та осей). Саме ці величини визначають міцність конструкції: при тиску вище критичного (для даного ґрунту) машина провалюватиметься в землю, при натягу вище критичного (для даного матеріалу) мотузка порветься, при нарузі вище критичного (для даного металу) вісь зламається. Ці ж міркування застосовні до тиску, що діє на мішень (якщо вона зроблена в тому ж масштабі з тих же матеріалів), та її руйнування. Усі площі пропорційні H^2 , так що для тиску та натягу маємо

$$P = k_P \cdot \rho \cdot H \cdot g. \quad (7.5)$$

Щільність фіксована обраними матеріалами, прискорення вільного падіння фактично фіксовано тим, що ми будуємо модель Землі. Тобто, всі напруження пропорційні розміру $P \sim H$.

Таким чином, модель пороку в масштабі 1:10 виявиться в 10 разів міцніше (у стільки разів зміниться ставлення P до критичного значення, після якого починається руйнування матеріалу). Кам'яна модель фортеці, яку вона обстрілює, теж виявиться у 10 разів міцнішою.

Якщо ми збудуємо модель і переконаємося, що вона працює і не ламається, то при будівництві пристрою в більшому масштабі (з дотриманням усіх пропорцій!) воно може зламатися. Нехай, наприклад, критична деталь та, у якій відношення напруги до критичного ближче до 1, – вісь. Тоді саме вісь зламається першою за поступового збільшення розмірів. Ми можемо збільшувати товщину осі швидше, ніж усі інші розміри. Якщо вважати вісь невагомою, то щоб напруги в осі залишалися незмінними треба, щоб її діаметр зростав пропорційно $H^{3/2}$.

Тоді площа поперечного перерізу осі зростає пропорційно H^3 , як і сила на неї діюча, і напруження залишаються постійними. У цьому випадку при збільшенні розмірів ламатиметься не вісь, а щось інше, наприклад, рватиметься мотузка і її товщину теж доведеться нарощувати швидше, ніж H .

Таким чином, нам вже не вдасться збільшувати всі розміри пропорційно один одному, і в міру зростання масштабу конструкції вона буде виглядати все більш важка: деталі будуть все товстішими щодо їх довжини. Причому, оскільки невагомих деталей немає, потовщення і обтяження деталей саме вимагатиме додаткового їх потовщення.

Досі ми багато обговорювали подібність різних математичних постатей і фізичних процесів, але майже не згадували самоподібність – ситуацію коли той самий об'єкт подібний до самого себе, тобто виглядає на різних просторових масштабах однаково. Самоподібність ми використовували лише при побудові колмогорівської теорії турбулентності [109]. Ми бачимо цю самоподібність з прикладу купових хмар (рис. 7.4). Вони дозволяють бачити турбулентність атмосфери. Хмарні клуби всіх розмірів виглядають абсолютно однаково (визначити їх розмір на око практично неможливо), у чому виявляється самоподібність турбулентності.

Ця самоподібність складніша, ніж проста самоподібність прямої або площини, які виглядають на всіх масштабах однаково нудно (позбавлені деталей). Тим більше, що реально ми не спостерігаємо у природі ні прямих, ні площин, ні просто гладких кривих та поверхонь.



Рис. 7.4 Купові хмари дозволяють бачити турбулентність атмосфери

Архітектура та геометрія стародавніх греків зі своїми відрізками прямих виглядає штучно в порівнянні з самоподібною архітектурою сходу, яскравим прикладом якої є комплекс ранньосередньовічних індуських храмів Прамбанан у центральній частині острова Ява (рис. 7.5).

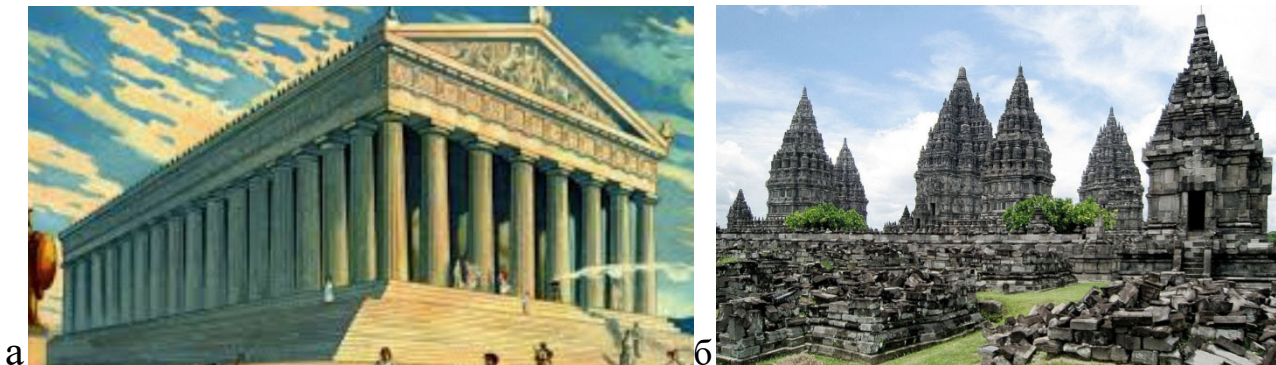


Рис. 7.5. Реконструкція Парфенону (а); Прамбанан на острові Ява (б)

Аналогічно, листя магнолії виглядають у дусі грецької геометрії (якщо не зважати на жилки, структура яких самоподібна), а листя папороті самоподібні (рис. 7.6).

Суворо самоподібні фрактали. Щоб розібратися, як можуть бути влаштовані такі самоподібні форми, розглянемо схожий, але простіший приклад: трикутник Серпінського (рис. 7.7). Легко побачити, що такий трикутник складається з трьох подібних трикутників у два рази меншого розміру. Трикутник Серпінського – фрактал, один із двовимірних аналогів множини Кантора. Його математичний опис був запропонований польським математиком Вацлавом Серпінським в 1915 році. Цей трикутник є одним з найбільш

ранніх прикладів фракталів, відомих з середньовіччя.

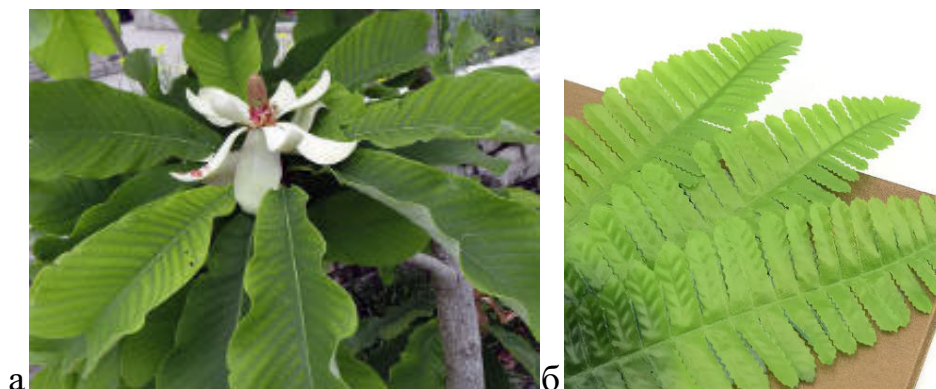


Рис. 7.6. Листя магнолії (а); папороть – рослина з самоподібним листям (б)

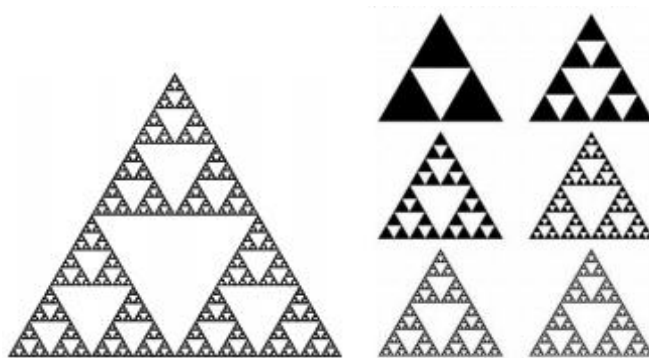


Рис. 7.7. Трикутник Серпінського та процес його побудови

Множина Кантора будується за допомогою видалення середніх третин сегментів прямої. На першому кроці видаляється середня третина із одиничного інтервалу $[0, 1]$, залишаючи $[0, 1/3] \cup [2/3, 1]$. На наступному кроці, вилучається середня третина шкільного з отриманих інтервалів. Цей процес повторюється до нескінченності. Множина Кантора складається з усіх точок інтервалу $[0, 1]$ які залишаються після всіх повторних видалень (рис. 7.8).

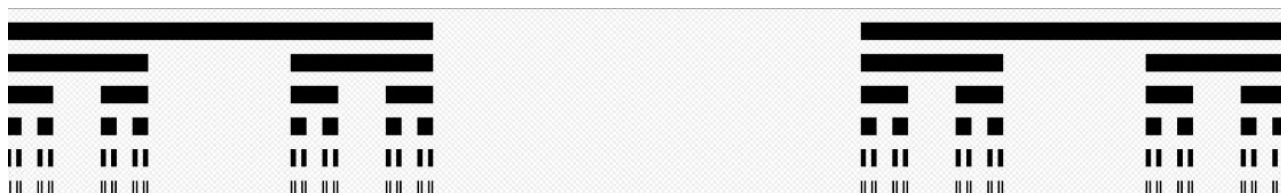


Рис. 7.8. Множина Кантора, сьома ітерація

Ви ще не здивувалися? Відрізок можна розбити на $2 = 2^1$ відрізка в 2 рази меншого розміру, звичайний трикутник (або квадрат) можна розбити на $4 = 2^2$ трикутника (або квадрата) у 2 рази меншого розміру, призму (або куб) можна розбити на $8 = 2^3$ розміри (або

кубика) у 2 рази. Щоразу коефіцієнт подібності (тобто 2) зводиться у ступінь, що відповідає розмірності фігури $2 = 2^1$, $4 = 2^2$, $8 = 2^3$.

І це відповідає тому, як змінюється міра (довжина, площа, обсяг) за зміни масштабу довжини.

Отже, трикутник Серпінського складається з 3 трикутників у 2 рази меншого розміру! Якщо ми припишемо трикутнику Серпінського площу чи периметр, то вони не будуть при зміні одиниці довжини підкорятися загальному закону для довжин та площ:

$2 \neq 3 \neq 2^2$. Тобто ми ніяк не можемо приписати трикутнику Серпінського ні довжини периметра, ні площі, а повинні приписати щось проміжне з дробовою (і навіть ірраціональною) розмірністю d :

$$3 = 2^d, d = \log_2 3 \approx 1,58.$$

Міра такого трикутника має виражатися в одиницях «метр у дрібній мірі» $m^{\log_2 3} \approx m^{1,58}$.

Щоб дослідити периметр та площу трикутника Серпінського, розглянемо процес його побудови. На першому кроці будується один правильний трикутник, на другому кроці з нього видаляється середня чверть, на кожному наступному кроці з кожного трикутничка, що залишився, знову видаляється середня чверть і так повторюється нескінченне число разів. Трикутник Серпінського – те, що залишається межі після нескінченного числа кроків (рис. 7.7).

На кожному кроці площа фігури зменшується на $1/4$, тобто множиться на $3/4 < 1$, а периметр збільшується на $1/2$, тобто множиться на $3/2 > 1$. Після n кроків площа змінилася в $(3/4)^n$, а периметр у $(3/2)^n$ разів. У межі отримуємо площу трикутника Серпінського дорівнює нулю, а периметр – нескінченності. Таким чином суворо самоподібний фрактал – це фігура, яку можна розрізати на M однакових частин, подібних до фігури в цілому і що мають N раз менший розмір. Число $\log_N M$ – розмірність фракталу [110].

Назва фрактал пов'язана з тим, що такий об'єкт може мати дрібну розмірність і виглядати дуже зламаним (рис. 7.9, а).

Килим Серпінського вважається ще однією моделлю фрак тала (рис. 7.9, б). Будується він таким чином: береться квадрат, ділиться на дев'ять квадратів, вирізається центральний квадрат. Потім з кожним з восьми залишкових квадратів проробляється подібна процедура. І так до нескінченності. У результаті замість цілого квадрата ми отримуємо килим зі своєрідним симетричним малюнком (рис. 7.10). Вперше дану модель запропонував математик Серпінський, на честь якого він і отримав свою назву.

Крива Коха – фрактальна крива, описана у 1904 року шведським математиком Хельге фон Кохом. Крива Коха цікава тим, що ніде не має дотичних, тобто ніде не диференційована, хоча всюди неперервна. Три копії кривої Коха, побудовані (вістрями назовні) на сторонах правильного трикутника, утворюють замкнену криву, так звану сніжинку Коха (рис. 7.9, в).

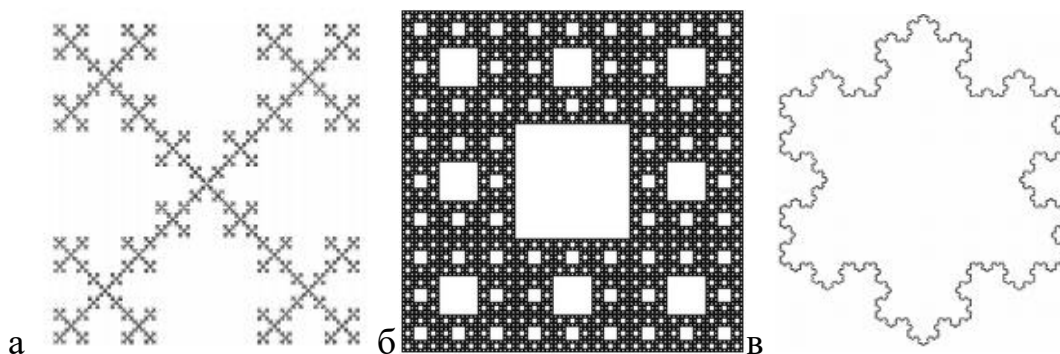


Рис. 7.9. Серветка Серпінського (а); килим Серпінського (б); сніжинка Коха (в)

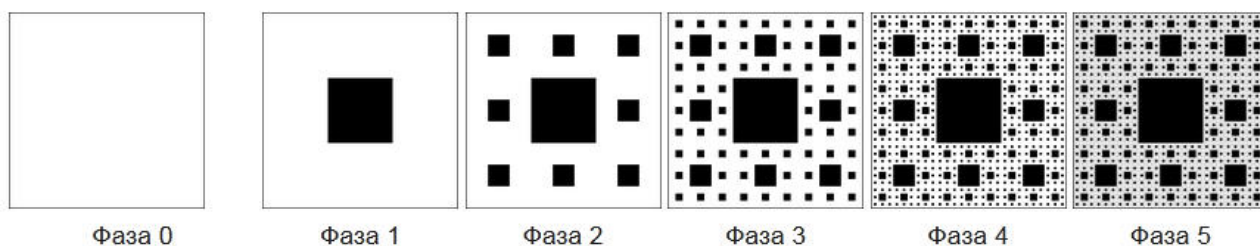


Рис. 7.10. Побудова килима Серпінського

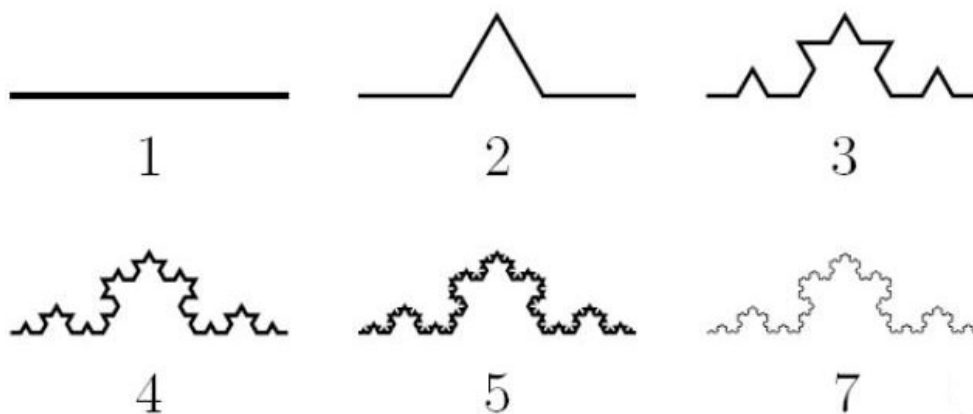


Рис. 7.11. Перші етапи побудови кривої Коха

Піраміда Серпінського є тривимірним аналогом трикутника Серпінського (рис. 7.12, а). Змоделювати її можна шляхом вписування у тетраедр октаедрів. Довжина ребра октаедрів з кожним кроком

зменшується у 2 рази. Цей процес можна продовжувати до нескінченності. У такий спосіб можна отримати фрактальний многогранник – піраміду Серпінського, що має властивість самоподібності.

Губка Менгера – геометричний фрактал, один із тривимірних аналогів килима Серпінського (рис. 7.12, б).

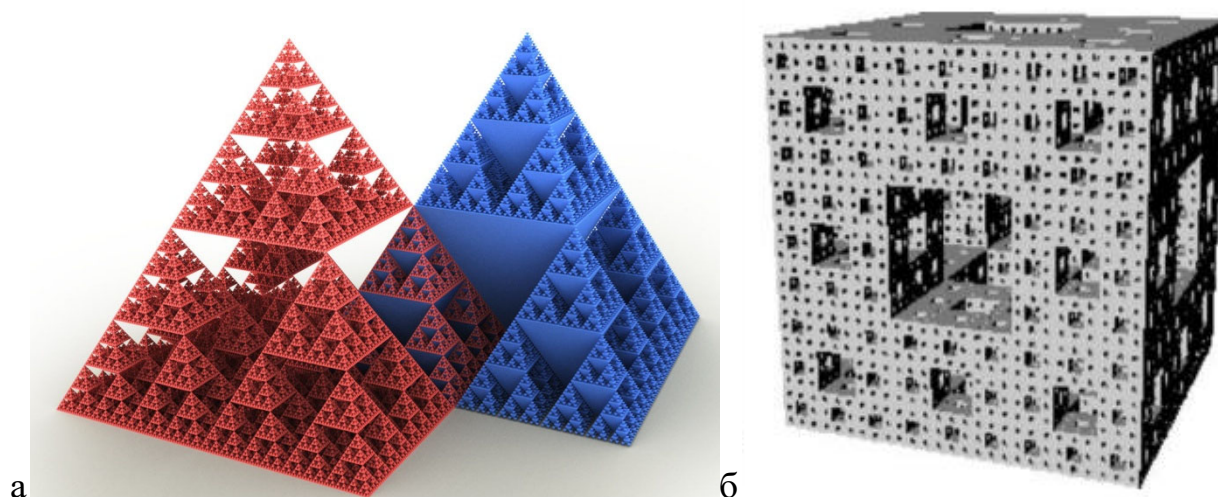


Рис. 7.12. Піраміда Серпинського (а); губка Менгера (б)

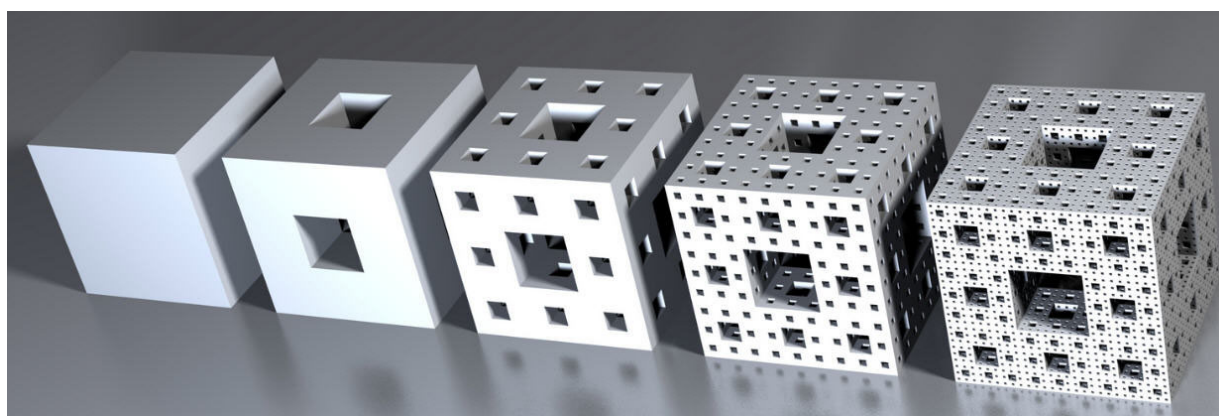


Рис. 7.13. П'ять ітерацій для отримання губки Менгера (б)

Губка Менгера може бути отримана за допомогою процесу, званого грою в хаос, який полягає в наступному:

1. Задаються 20 точок-атракторів: 8 вершин і 12 середин ребер вихідного куба.
2. Задається деяка початкова точка P_0 , що лежить усередині куба.
3. Будується послідовність точок у наступному циклі:
 - випадково вибирається аттрактор A з 20 можливих з рівною ймовірністю;

- будується точка P_i з новими координатами:

$$x_i = \frac{x_{i-1} + 2x_A}{3}; y_i = \frac{y_{i-1} + 2y_A}{3}; z_i = \frac{z_{i-1} + 2z_A}{3}, \quad (7.6)$$

де $x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}$ – координати попередньої точки P_{i-1} ;

x_A, y_A, z_A – координати обраного атрактора.

Якщо виконувати цикл досить багато разів (не менше 100 тисяч) і потім відкинути перші кілька десятків точок, то точки, що залишилися, утворюватимуть фігуру близьку до губки Менгера.

Статистично самоподібні фрактали. Самоподібними вважатимуться як фігури, які у різних масштабах повторюють самі себе точно, так й фігури, середні характеристики яких у різних масштабах однакові. Такі постаті ми називатимемо статистично самоподібними. Саме статистично самоподібна турбулентна течія.

Класичним прикладом статистично самоподібного фракталу є берегова лінія Норвегії (рис. 7.14). Узбережжя Норвегії дуже сильно порізане фіордами (вузькими та звивистими морськими затоками). Чим більше детальну карту ми дивимося, тим більше дрібних фьордів та дрібних відгалужень великих фьордів ми виявляємо.

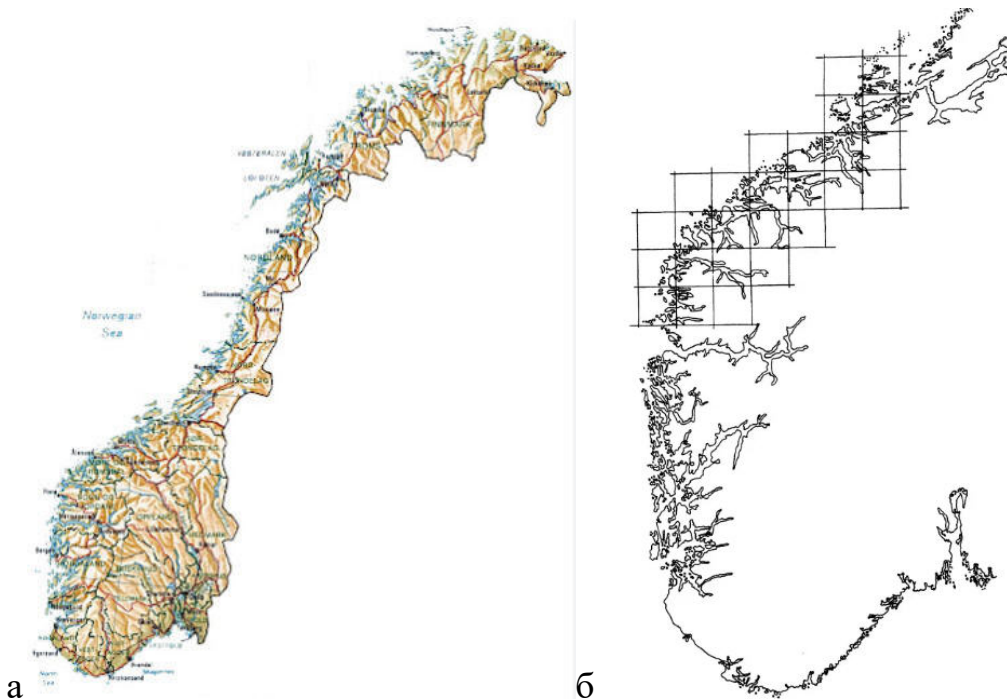


Рис. 7.14. Карта Норвегії: а – вигляд; б – розбивка з кроком 50 км [111]

При обчисленні довжини берегової лінії Великобританії або Норвегії результат дуже залежить від масштабу карти яку використовують при обчисленні (рис. 7.15, 7.16).

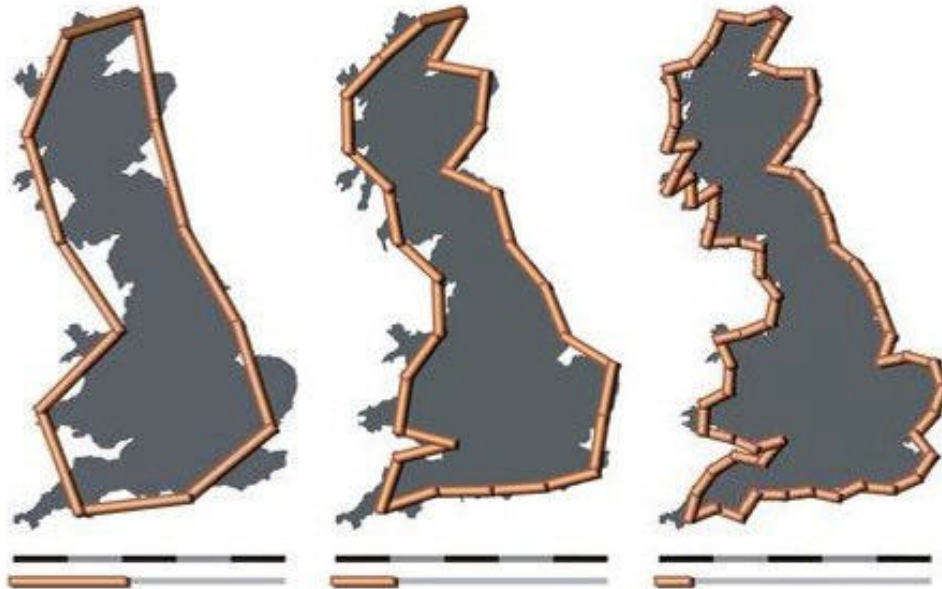


Рис. 7.15. Карта Великобританії та визначення берегової лінії

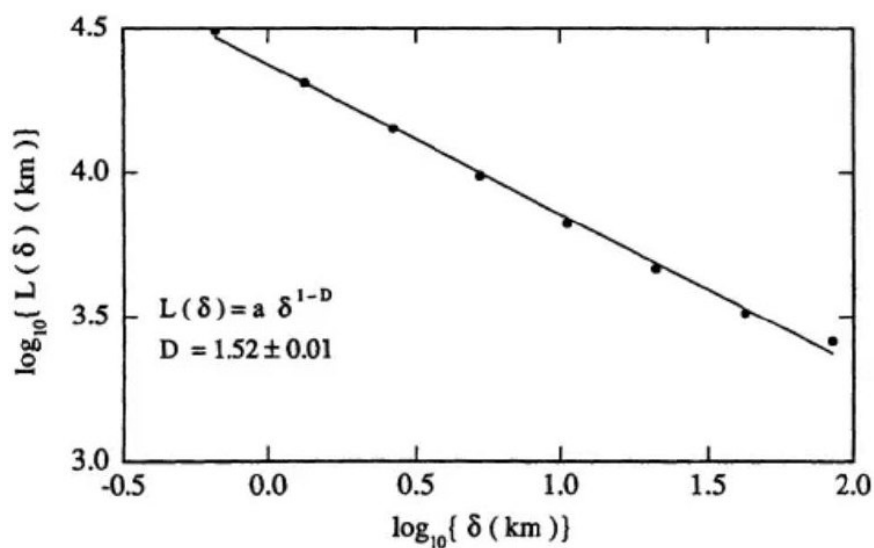


Рис. 7.16. Залежність довжини берегової лінії Норвегії (за клітинами) від кроку сітки [111]

На рис. 7.14, б берегова лінія Норвегії накрита сіткою з кроком δ . Після цього довжина берега $L(\delta)$ оцінюється як кількість клітин $N(\delta)$, куди потрапив шматочок берега, помножений на δ . Графік на рис. 7.16 показує, що у широкому діапазоні кроку сітки δ залежність має вигляд

$$L(\delta) = a\delta^{1-D}, D = 1,52 \pm 0,01. \quad (7.7)$$

де D – розмірністю Мінковського,

a – мірою Мінковського даного фракталу.

Передфрактали у природі: навіщо і як. Зрозуміло, що якщо захочеться виготовити фрактал із розмірністю $2 < d < 3$, як фізичний об'єкт, то, як би ми не намагалися, процес вирізування дедалі дрібніших деталей зупиниться, коли розмір деталі наблизиться до розміру атома.

Заготовка фракталу, що вийшла, тим не менш, буде дуже схожа на фрактал. Таку фігуру ми називатимемо передфракталом. Якщо ми вирізаємо передфрактал з об'ємного шматка матеріалу, об'єм передфракталу не буде нульовим, але буде дуже малий, порівняно з L^3 (об'ємом суцільного шматка матеріалу, того ж розміру), площа поверхні не буде нескінченною, але буде дуже великою, порівняно L^2 (з площею гладкого шматка матеріалу того ж розміру).

Ці властивості відразу підказують можливі практичні застосування передфракталів: вони можуть бути корисними завжди, коли треба досягти великої площі поверхні за малого обсягу (маси). Це зазвичай буває потрібно, якщо на поверхні (або поблизу поверхні) відбуваються якісь процеси, які не можуть проникнути в товщу об'єму речовини.

Є багато прикладів таких процесів є у природи [112]. Зазвичай, вони передбачають обмін через поверхню речовиною, енергією чи інформацією (рис. 7.17, 7.18).

Передфрактали виникають самі собою не тільки в живій природі, а й у неживій. Це свідчить про те, що механізми їх виникнення досить прості та природні. Як ми вже бачили на прикладах і вправах, (пред)фрактал складно влаштовані, але просто породжуються [113].

Як у природі, і у математиці їхнього генерації часто використовуються ітераційні чи покрокові процеси. У цьому кожному з кроків відбувається досить просте перетворення. Це може бути вирізування частини фігури, перетворення фігури за простою математичною формулою, розгалуження рослини або корал тощо.

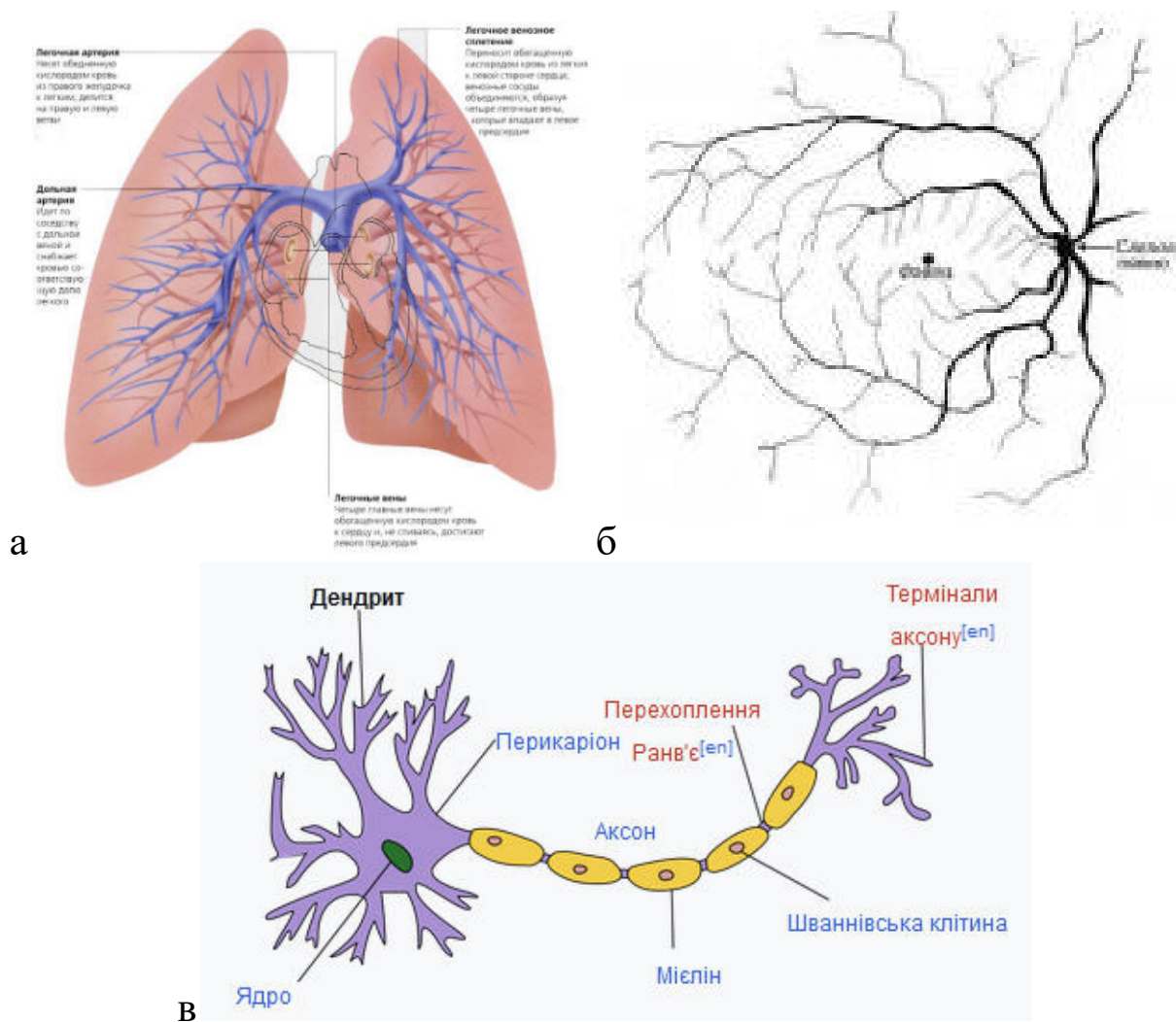


Рис. 7.17. Предфрактали у людини: а – легка в розрізі;
 б – клетка Пуркінє (кровоносні судини на дні очного яблука);
 в – дендрити (короткі відростки) нейрона

Кроки, що породжує фрактал процесу, можуть бути не лише дискретними, а й безперервними. У цьому випадку відповідний динамічний процес часто буває нестійким: малі початкові збурення з часом можуть необмежено наростати. За рахунок такого нестійкості процес може протікати хаотично: початкові умови завжди відомі з кінцевою точністю, і цієї точності вистачає тільки для передбачення ходу процесу протягом обмеженого часу.

Така, наприклад, турбулентність: ми не можемо передбачити точну поведінку всіх дрібних вихорів, але можемо визначити їхню середню поведінку. Навіть броунівський рух може породжувати фрактали (рис. 7.19).

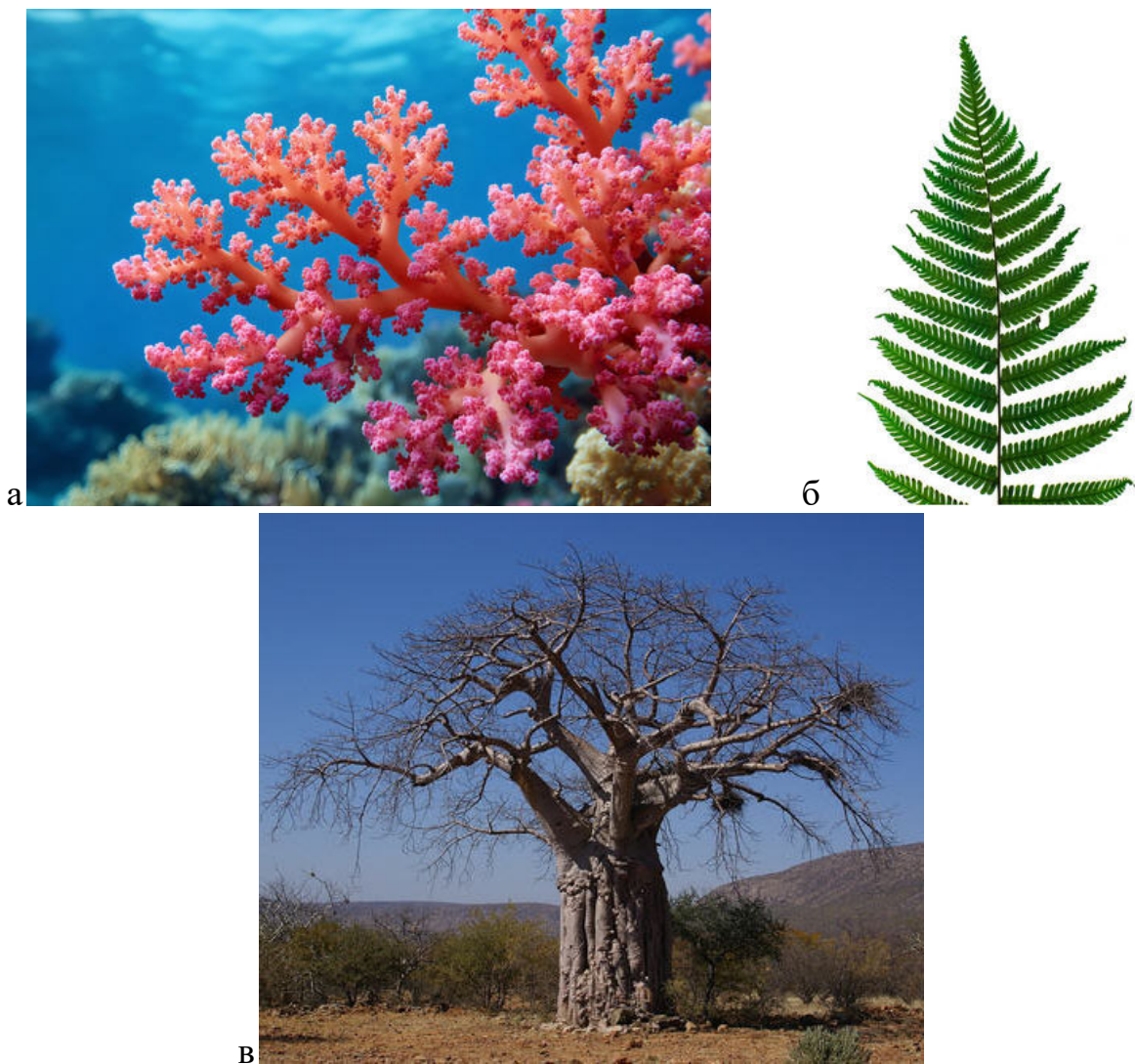


Рис. 7.18. Предфрактали у природі: а – корали; б – лист папороті; в – дерево баобаб

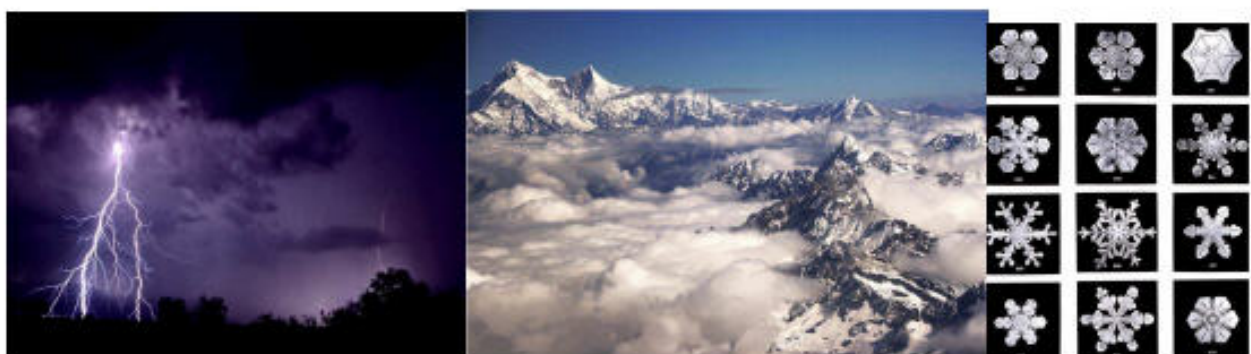


Рис. 7.19. Блискавка, хмари, дерева – передфрактали, Гора Шишапангма (Непал), Сніжинки часто фрактальні

Таким чином ми бачимо, що у живій природі префракталами є: корали, морські зірки та їжаки, морські раковини, квіти та рослини

(броколі, капуста), крони дерев та листя рослин, плоди (ананас), система кровообігу та бронхи людей та тварин, а у неживій природі: межі географічних об'єктів (країн, областей, міст), берегові лінії, гірські хребти, сніжинки, хмари, блискавки, морозні візерунки на шибках, кристали, сталактити, сталагміти, геліктити тощо.

Насамкінець наведемо кілька картинок, намальованих на основі досить простих математичних ідей за допомогою комп'ютерних програм, просто щоб показати, що фрактали – це красиво (рис. 7.20).

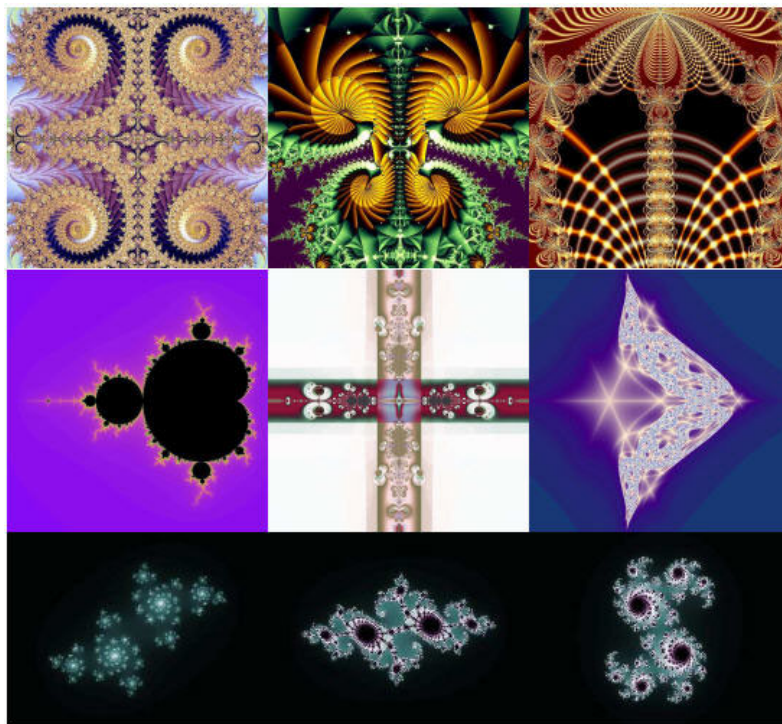


Рис. 7.20. Штучні фрактали

Фрактальна геометрія – це розділ математики, що вивчає об'єкти, які мають властивість самоподібності (частина схожа на ціле) та дробову розмірність, але вона може бути широко застосована як інструмент промислового дизайну для створення річних товарів та речей.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У монографії розглянуто сучасні підходи до чисельного аналізу, інженерного проєктування та промислового дизайну, що базуються на використанні комп'ютерного моделювання та CAD-систем. Проведені дослідження підтверджують, що інтеграція математичних методів, цифрових технологій та інженерного дизайну є ключовою умовою підвищення ефективності проєктування складних технічних систем.

Розроблені та досліджені методи чисельного аналізу напружено-деформованого стану дозволяють більш точно враховувати геометричні та фізико-механічні характеристики конструкцій, що сприяє підвищенню їх надійності та довговічності. Використання варіаційних методів, теорії пружності та сучасних підходів до математичного моделювання забезпечує можливість аналізу складних просторових задач.

Значну увагу приділено застосуванню параметричного 3D-моделювання, яке забезпечує гнучкість проєктних рішень, багатоваріантність конструкцій та скорочення термінів розробки виробів. Встановлено, що використання параметричних моделей у середовищах CAD (зокрема Autodesk Inventor) дозволяє ефективно адаптувати конструкції до змін експлуатаційних вимог і технологічних умов виробництва.

Дослідження у сфері проєктування виробів із листової сталі показали, що врахування технології виготовлення на ранніх етапах розробки є критично важливим для забезпечення якості продукції та мінімізації виробничих витрат. Обґрунтовано необхідність комплексного підходу, який поєднує можливості програмного моделювання з реальними виробничими обмеженнями.

Окремі результати роботи демонструють ефективність застосування параметричного підходу до проєктування машинобудівних вузлів і інфраструктурних об'єктів, що дозволяє підвищити їх функціональність, ергономічність та енергоефективність.

На прикладі механічних систем продемонстровано, що зі збільшенням масштабу виникає потреба в конструктивній оптимізації елементів, зокрема у зміні їх пропорцій, що порушує геометричну подібність, але забезпечує надійність і довговічність виробів.

Встановлено, що самоподібність є фундаментальною властивістю складних систем і лежить в основі фрактальної геометрії.

Фрактали характеризуються дробовою розмірністю та здатністю відтворювати структуру на різних масштабних рівнях, що відрізняє їх від класичних геометричних об'єктів.

Розглянуто основні типи фракталів – строго самоподібні та статистично самоподібні – і показано, що останні широко представлені в природі. Це підтверджує універсальність фрактального підходу для опису реальних об'єктів і процесів.

Обґрунтовано, що передфрактальні структури мають значний прикладний потенціал, оскільки забезпечують велику площу поверхні при малому об'ємі. Це створює передумови для їх ефективного використання у технічних системах, де важливими є процеси тепло- та масообміну, а також у біоміметичному дизайні. Узагальнюючи, можна зробити висновок, що інтеграція теорії подібності та фрактальної геометрії формує сучасну методологічну основу промислового дизайну, дозволяючи створювати інноваційні, функціонально ефективні та естетично виразні об'єкти, орієнтовані на вимоги масового виробництва і сучасного ринку.

У цілому, результати монографії підтверджують, що сучасний розвиток інженерного проектування нерозривно пов'язаний із цифровізацією, використанням чисельних методів і впровадженням інтелектуальних систем підтримки проектування. Запропоновані підходи можуть бути використані як у наукових дослідженнях, так і в практиці інженерного проектування, а також у навчальному процесі підготовки фахівців технічного профілю.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рудь Ю.С. Основи конструювання машин: підручник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Кривий Ріг : «Мінерал», 2006. 462 с.
2. Рудь Ю.С. Основи конструювання машин: підручник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Кривий Ріг : Видавець ФО-П Чернявський Д.О., 2015. 492 с.
3. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин. Львів : Афіша. 2003. 560 с.
4. Чихладзе Е.Д., Веревічева М.А., Галагура Є.І. та ін. Основи лінійної теорії пружності, пластичності та повзучості: навч. посібник. Харків : УкрДАЗТ, 2010. 149 с.
5. Хомик Н.І., Довбуш Т.А., Рубінець Н.А. Опір матеріалів (спекурс) і основи теорії пружності і пластичності: курс лекцій для студентів напряму підготовки «Будівництво». Тернопіль : ФОП Паляниця В.А., 2017. 232 с.
6. Гайдамака А.В. Деталі машин. Основи теорії та розрахунків : навчальний посібник. Харків : Планета-Принт, 2020. 275 с.
7. Власенко А.М. Матеріалознавство та технологія металів: підручник для здобувачів професійної (професійно-технічної) освіти. К. : Літера ЛТД, 2019. 225 с.
8. Калініна Т.В. Конспект лекцій з дисципліни «Металознавство». Кам'янське : ДДТУ, 2019. 80 с.
9. Боднар Ю. Огляд праць стосовно застосування методу R-функцій у механіці деформівного твердого тіла // Вісник Львівського національного аграрного університету. Архітектура і сільськогосподарське будівництво. 2018. №19. С. 5–9.
10. Ламтюгова С.М., Сидоров М. В. Застосування методу R-функцій до розрахунку зовнішніх повільних течій в'язкої рідини // Відбір та обробка інформації, 2012, № 36 (112). С. 56-62.
11. Михайлов В. М., Синєкоп М. С., Пархоменко Л. О., Михайлова С.В., Софронова М.С. Використання R-функцій для математичного моделювання процесів теплової обробки // Прогресивні техніка та технології харчових виробництв ресторанного господарства і торгівлі. Харків : ХДУХТ, 2015. Вип. 2. С. 254-261.
12. Подгорний О.Р. Математичні моделі фільтраційних течій та застосування методу R-функцій для їх чисельного аналізу // Радіоелектроніка та інформатика. Харків : ХНУРЕ, 2018. №1. С. 40-47.
13. Подгорний О.Р. Чисельний аналіз методом R-функцій фільтраційних течій у неоднорідному ґрунті // Математичне та комп'ютерне

модельовання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць / Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка. Кам'янець-Подільський: 2018. Вип. 18. С. 147–162.

14. Подгорний О.Р., Сидоров М.В. Застосування методу R-функцій до аналізу фільтраційних течій у кусково-однорідному середовищі // Радіоелектроніка та інформатика. Харків : ХНУРЕ, 2018. №4. С. 32–37.

15. Сало В.А., Нечипоренко В. М. Дослідження міцності пружної циліндричної конструкції під дією локального навантаження // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. Харків : НАНГУ, 2017. Вип. 2. С. 76-82.

16. Сало В.А., Раківненко В.П., Нечипоренко В.М. Дослідження напружено-деформованого стану сферичних елементів конструкцій під дією локального навантаження // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. Харків : НАНГУ, 2018. Вип. 2. С. 69–77.

17. Трач В.М., Подворний А.В. Опір матеріалів (спеціальний курс), теорія пружності та пластичності : підручник для студентів вищих навчальних закладів. К. : Каравела, 2016. 434 с.

18. Шейко Т.І., Максименко-Шейко К.В. Конструктивні засоби математичного модельовання та їхні застосування. Частина 1. Метод R-функцій в математичному і комп'ютерному модельованні фізичних полів. Методичні вказівки для студентів III-IV курсів фізико-енергетичного факультету. Харків : ХНУ ім. В.Н. Каразіна, 2007. 52 с.

19. Олексин В. Використання технології обробки листової сталі у створенні будівельної техніки // Міжнародна наукова конференція «Нові досягнення в дослідженнях будівельних, дорожніх і підйомно-транспортних машинах - 2025»: збірник тез міжнародної конференції. ХНАДУ. – Харків : ХНАДУ, 2025. С. 152–154.

20. Олексин В.І., Рагулін В.М. Правила проектування деталей із листового металу «Розбудова і відновлення машинобудівного комплексу України» – 2023: збірник тез міжнародної конференції. ХНАДУ. Харків : ХНАДУ, 2023 р. С. 182–183.

21. <https://www.autodesk.com/support/technical/article/caas/sfdcarticles/sfdcarticles/How-to-check-a-K-factor-of-sheet-metal-part-in-Inventor.html>.

22. https://polygonal.com.ua/gnuttya_listovogo_metalu.php

23. <https://lazerplus.com.ua/lazerne-rizannya/porizka-metalu-lazerom.html>

24. <https://www.indiamart.com/proddetail/steel-teapoy-cnc-laser-ms-sheet-cutting-with-powder-coting-painting-works-2852081297148.html>

25. <https://ohtungsang.com.my/ProductDetail/plasma-cutting/7f3cb304-c144-4780-a3e5-be44a1ef41f3>

26. <https://www.industrysearch.com.au/countersink-tools-help-save-time-and-money/f/19453>
27. <https://vmt-ua.com/ua/p983735169-reshetki-perforirovannye-nerzhaveyuschie.html>
28. <https://www.adhmt.com/k-factor-bend-allowance-and-bend-deduction>
29. Banach D.T., Jones T., Lockhart S. Autodesk Inventor 2022 Essentials Plus. SDC Publications. 2021. 536 p.
30. Архіпов О.В. Створення параметричних рядів деталей при проектуванні в автомобілебудуванні. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. Вип. 9. С. 11 –15.
31. Архіпов О.В., Єрмакова О.А., Дзюба В.В. Параметричний підхід до моделювання диска автомобільного колеса. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2019. Вип. 16. С. 3 – 9. DOI: <https://doi.org/10.33842/2313-125X/2019/16/3/9>.
32. Архіпов, О. Особливості застосування програми Autodesk Inventor у промисловому дизайні. *Scientific Collection "InterConf"*. 2023. № 148. Р. 466 – 473. URL: <https://archive.interconf.center /index.php/ conference-proceeding/article/view/2865> (дата звернення: 10.04.2026)
33. Архіпов О.В., Сенченко В.М. Адаптивне параметричне моделювання агрегатів машин у середовищі Autodesk Inventor. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*. Луцьк : ЛНТУ, 2011. Вип. 6. С. 12 – 16.
34. Архіпов О.В., Масляєв К.В., Ланцов Д.О. Параметричне комп'ютерне моделювання в дизайні автомобільних вузлів та агрегатів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2018. Вип. 94. С. 3 – 7.
35. Архіпов О.В. Впровадження в навчальний процес сучасних технологій проектування складальної одиниці. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2021. Вип. 20. С. 12 – 19. DOI: <https://doi.org/10.33842/2313-125X/2021/20/12/19>.
36. Архіпов О.В., Бондаренко О.В., Корецький Я.С. Створення параметричної моделі автомобільного вузла засобами програми Autodesk Inventor. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2024. Вип. 26. С. 3 – 13. DOI: <https://doi.org/10.33842/2313125X-2024-26-3-13>.
37. Павлов А.І. *Сучасна теорія зубчастих зачеплень*. Харків : ХНАДУ, 2005. – 100 с.
38. Протасов Р.В., Устиненко О.В. Побудова робочих профілів зубців евольвентних передач // Вісник НТУ "ХПІ": Зб. наук. праць. Тем. вип.: "Машинознавство та САПР". Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – № 19. – С. 124–128.

39. Андрієнко С.В. *Чисельне розв'язання задачі синтезу профілю зуба зірочки ланцюгової втулково-роликової передачі* / С.В. Андрієнко, О.В. Устиненко, Р.В. Протасов // Вісник НТУ "ХПІ". Збірник наукових праць. Серія: "Проблеми механічного приводу". Харків : НТУ "ХПІ", 2014. № 31 (1074). С. 10–15.

40. Протасов Р.В. *Формування кінцево-елементної моделі та аналіз напружено-деформованого стану евольвентної передачі* / Р.В. Протасов, О.В. Устиненко, В.І. Серіков // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Серія: "Проблеми механічного приводу". Харків : НТУ "ХПІ", 2014. № 31 (1074). С. 140–144.

41. Літвін Ф.Л., Фуентес А. *Gear geometry and applied theory*. 2-ге вид. Cambridge : Cambridge University Press, 2004. 818 с

42. Андрієнко С.В. *Моделювання профілю зуба зірочки ланцюгової передачі на основі побудови Бобільє* / С.В. Андрієнко, А.І. Павлов, О.В. Устиненко // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Серія: "Проблеми механічного приводу". Харків : НТУ "ХПІ", 2013. № 40 (1013). С. 5–8.

43. Мархель І. І. *Деталі машин* : навч. посібник. Київ : Алерта, 2005. 368 с.

44. Чернявський І.С. *Оцінка напруженості та довговічності зубчастих передач трансмісії трактора Т-150К* / І.С. Чернявський, О.В. Устиненко // Вісник СевНТУ. Збірник наукових праць. Тематичний випуск: "Механіка, енергетика, екологія". Севастополь : Вид-во СевНТУ, 2012. Вип. 133. С. 44–48.

45. Глущенко І.П. *Основи проектування ланцюгових передач із втулково-роликівими ланцюгами*. Львів : Вид-во Львівського ун-ту, 1964. 226 с.

46. Горбачов Ю.О., Ковальчук А.П. *Теорія і конструкція транспортно-тягових машин*. Київ : НАУ, 2012. 328 с.

47. Головка А.А., Шевченко І.О. *Деталі машин та основи конструювання*. К. : Вища школа, 2007. 432 с.

48. Павлов А.І. *Сучасна теорія зубчастих зачеплень*. Харків: ХНАДУ, 2005. 100 с.

49. Королько В.І., Ревун Г.І. *Зубчасті передачі* К. : НТУ "КПІ", 2004. 296 с.

50. Павлов А.І., Андрієнко С.В. *Побудова робочої поверхні зубців зірочки ланцюгової передачі* // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Тематичний випуск: "Технології в машинобудуванні". Харків : НТУ "ХПІ", 2003. Вип. 8, т. 3. С. 43.

51. Андрієнко С.В., Павлов А.І., Устиненко О.В. *Моделювання профілю зуба зірочки ланцюгової передачі на основі побудови Бобільє* //

Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Серія "Проблеми механічного приводу". Харків : НТУ "ХПІ", 2013. № 40 (1013). С. 5–8.

52. Андрієнко С.В., Устиненко О.В., Протасов Р.В. *Чисельне розв'язання задачі синтезу профілю зуба зірочки ланцюгової втулково-роликової передачі* // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Серія "Проблеми механічного приводу". Харків : НТУ "ХПІ", 2014. № 31 (1074). С. 10–15.

53. Андрієнко С.В., Устиненко О.В., Воронцов Б.С. *Чисельне моделювання профілю зуба зірочки ланцюгової передачі* // Механіка та машинобудування. 2014. № 1. С. 11–17.

54. Протасов Р.В., Устиненко О.В., Кротенко Г.А., Серіков В.І. *Дослідження швидкості ковзання профілів зубців в евольвентних передачах* // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Серія "Проблеми механічного приводу". Харків : НТУ "ХПІ", 2012. № 36. С. 127–131.

55. Писаренко Г.С., Черкаський Б.Л. *Вища математика. У 3 томах. Том 1: Математичний аналіз*. К. : Вища школа, 2003. 472 с.

56. Кравчук М.П., Корнелюк А.І. та ін. *Математичний довідник для інженерів і студентів технічних вишів*. К. : Наукова думка, 2001. 720 с.

57. Ковальський Б.С. *Розрахунок деталей на місцеве стискування*. Харків : Вид-во ХВВКІУ, 1967. 156 с.

58. Оніщенко В. П., Кузнецова А. В. Вплив зносу двоопукло-угнутих зубців конічних передач на параметри зацеплення // *Машинознавство: Всеукраїнський щомісячний науково-технічний і виробничий журнал*. Львів, 2011. № 11–12 (173–174). С. 15–20.

59. Ryshchenko T., Nyzhnyk O., Ivasenko V. Сталезалізобетонний каркас для багатоярусної автомобільної стоянки. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (2), 2018. С. 43-48.

60. Ржаніцин А.Р. Теорія розрахунку конструкцій на надійність. Будвидат, 1963. 110 с.

61. Тимошенко С.П. Курс теорії пружності. К.: Наукова думка, 1972. 239 с.

62. Стрілецький М.М. Сталезалізобетонні конструкції в нашій державі / *Металеві конструкції. Праці школи М.С. Стрелецького*. 1995. С. 126-132.

63. Модульний спосіб виготовлення просторових сталезалізобетонних конструкцій №119869 опубліковано: 10.10.2017. <https://ua.patents.su/6-119590-modulnijj-sposib-vigotovlennya-prostorovikh-stalezalizobetonnikh-konstrukcijj.html>.

64. Gasii, G., & Hasii, O. (2023). Stress-Strain State Analyses of the Composite Steel and Concrete Grid Structure. *International Journal of Sustainable Construction Engineering and Technology*, 14(1), 296-305.

65. Considerations for Space Grid Structures: Comprehensive Review of Key Design Aspects and Developing Trends O.V., Hasii, Olena V., G.M., Gasii, G. M., D., Viktor, Dariienko, L., Oleksandr, Lizunkov, S., Ivan, Skrynnik. International Journal of Sustainable Construction Engineering and Technology, 2024 (2), 1-13. <https://publisher.uthm.edu.my/ojs/index.php/IJSCET/article/view/12012>

66. Tashakori A. & Adeli H. (2002). Optimum design of cold-formed steel space structures using neural dynamics model. Journal of Constructional Steel Research, 58(12), 1545–1566.

67. Патент Україна 69481. Вузол з'єднання стержнів структурної конструкції / Шмуклер В.С., Краснова К.С., Краснов С.М., Орішник Д.О. Опубл. 25.04.12, Бюл. № 8.

68. Патент Україна 78056. Металобетонне просторове перекриття / Шмуклер В.С., Краснова К.С., Краснов С.М., Шуткін М.Б., Шуткін Б.М. Опубл. 11.03.13, Бюл. № 5.

69. Патент Україна 82094. Металобетонне просторове перекриття / Шмуклер В.С., Краснов С.М., Краснова К.С., Карякін І.А. Опубл. 25.07.13, Бюл. № 14.

70. Патент Україна 95501. Просторова структурна конструкція / Шмуклер В.С., Краснов С.М., Краснова К.С., Фуксман А.А., Скубій В.О. Опубл. 10.12.14, Бюл. № 23.

71. Nenastina T.O., Berezhna K.V., Sakhnenko M.D. & Buhaievskyi S.O. (2024). Degradation of reinforced concrete construction of bridge structures: Corrosion aspect. *Materials Science*, 59(5), P. 538-545.

72. Haponova L.V. (2021). Influence of Heat and Moisture Regime on Bearing Capacity of Enclosing Structures And Causes Of Their Destruction. *Publishing House "Baltija Publishing"*.

73. Гапонова Л.В., Петрова Е.А. (2015). Оцінка теплофізичних характеристик трохшарових сендвич-панелей серії АЛЮТЕРМ. *Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту*, (153). С. 132-143.

74. Заряджання електромобілів. Визначення та пояснення. Версія: Січень 2019. https://insat.org.ua/files/nav/law/3/ev_definitions_and_explanations_ukr.pdf.

75. Делоне Б.М. Вісті Академії наук СРСР. Серія 7. Відділення математичних та природничих наук. 1934. Вип. 6. М.; Л., 1934. С. 793-800.

76. ДСТУ 8971:2019 Прокат листовий холоднокатаний. Основні параметри і розміри. Діє з 01.01.2021 р.

77. ДСТУ 2834-94 Прокат тонколистовий з вуглецевої сталі якісної та звичайної якості загального призначення Діє з 01.12.2000 р.

78. ДБН В.1.2-2:2006 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проєктування. Зміна №1. Діє з 01.01.2007 р.

79. Ліцензійне програмне забезпечення Autodesk Inventor. 2023 р. <https://manage.autodesk.com/login?t=/products>.

80. Y. Zelickman and O. Amir, "Layout optimization of post-tensioned cables in concrete slabs," *Struct. Multidisc. Optim.* 63, 1951–1974 (2021). <https://doi.org/10.1007/s00158-020-02790-2>

81. A.H. Mohammed, N. Tayşi, D.E. Nassani, A.K. Hussein, and S.K. Shukla. Finite element analysis and optimization of bonded post-tensioned concrete slabs, *Cogent Eng.* 4, 1341288 (2017). <https://doi.org/10.1080/23311916.2017.1341288>

82. M. Jahjouh and S. Erhan. Design Optimization of PCI Girders: A Parametric Study," *Bull. Struct. Eng.* 18, 3–4 (2022). <https://doi.org/10.3233/BRS-220203>

83. A.F. Farid, A. Kamal, and Y.F. Rashed. An automated optimized design of practical post-tensioned slabs, *J. Eng. Appl. Sci.* 71, 161 (2024). <https://doi.org/10.1186/s44147-024-00496-6>

84. A.S. Talaei, A.Nasrollahi and M. Ghayekhlou. An automated approach for optimal design of prestressed concrete slabs using PSOHS, *KSCE J. Civ. Eng.* 21, 782–791 (2017). <https://doi.org/10.1007/s12205-016-1126-9>

85. B. Liu, Y. Zhou, L. Gu, and X. Huang. Finite element simulation and multi-factor stress prediction model for cement concrete pavement considering void under slab, *Materials* 13, 5294 (2020). <https://doi.org/10.3390/ma13225294>

86. Z. Rahmani, M. Naghipour and M. Nematzadeh. Parametric study on prestressed concrete-encased CFST subjected to bending using nonlinear finite element modeling, *Asian J. Civ. Eng.* 22, 529–549 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42107-020-00330-3>

87. G. Gasii and O. Hasii. Stress-strain state analyses of the composite steel and concrete grid structure, *Int. J. Sustain. Constr. Eng. Technol.* 14, 296–305 (2023).

88. O.V. Hasii, G.M. Gasii, V. Dariienko, O. Lizunkov and I. Skrynnik. Considerations for space grid structures: Comprehensive review of key design aspects and developing trends, *Int. J. Sustain. Constr. Eng. Technol.* 2, 1–13 (2024). Available: <https://publisher.uthm.edu.my/ojs/index.php/IJSCET/article/view/12012>

89. A. Tashakori and H. Adeli. Optimum design of cold-formed steel space structures using neural dynamics model, *J. Constr. Steel Res.* 58, 1545–1566 (2002).

90. DSTU 8971:2019, *Cold-rolled sheet metal, Main parameters and dimensions*, Effective since 01/01/2021.

91. DSTU 2834-94, *Thin-rolled carbon steel for general use*, Effective since 01/12/2000.

92. DBN B.1.2-2:2006, *Reliability and safety system for building objects, Design standards*, Amendment No. 1, Effective since 01/01/2007.

93. Autodesk Inventor licensed software, Version 2023. Available: <https://manage.autodesk.com/login?t=/products>

94. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. *Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування*. К. : Мінрегіонбуд України, 2011.

95. ДБН В.2.6-98:2009. *Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення*. К. : Мінрегіонбуд України, 2009.

96. EN 1992-1-1:2004+AC:2008, *Єврокод-2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила та правила для будівель*.

97. EN 1168:2005+A2:2009(E). *Додаток J*.

98. ТКП 45-3.02-6-2005. *Благоустрій територій. Дорожній одяг з покриттям з тротуарних плит. Правила проектування*.

99. ТК П EN 1991-2-2009. *Єврокод 1*.

100. ДСТУ Б В.2-6-7-95. *Вироби будівельні залізобетонні та бетонні заводського виготовлення. Методи випробування навантаженням. Правила оцінки міцності, жорсткості та тріщино стійкості*, К. : Держкомградобудівництва України, 1997.

101. V.S. Shmukler, E.G. Stoyanov and O.M. Pustovytova. Adaptation of typical design solutions of road slabs to Eurocode (EN) standards and DBN V.2.6-98:2009 norms. *Komunal'ne hospodarstvo mist: N. T. zbirn.* 118, 40–44 (2014).

102. Сайт Вікіпедія. Промисловий дизайн. [https://uk.wikipedia.org/wiki/Промисловий дизайн](https://uk.wikipedia.org/wiki/Промисловий_дизайн).

103. Дональд Норман. *Дизайн звичайних речей*. Переклад з англійської Максима Бакалова. Харків : КСД, 2023. 320 с.

104. Jacko J.A. *The human-computer interaction handbook: Fundamentals, evolving technologies, and emerging applications* (3rd edition). 2012. Boca Raton, FL: CRC Press. 1518 p.

105. Lee J.D., Kirlik A. *The Oxford handbook of cognitive engineering*. 2014. New York: Oxford University Press.

106. Сайт Дизайн взаємодії. www.interaction-design.org

107. Сайт Спеціальна група за інтересами з питань взаємодії комп'ютер-людина. www.sigchi.org

108. Турчин С.О. Методичний посібник «Різні способи доведення теореми Піфагора». 2021.

109. Соловійов В.М., Сердюк О.А., Данильчук Г.Б. Моделювання складних систем : Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. Черкаси : Видавець О.Ю. Вовчок, 2016. 204 с.

110. Стринадко М.Т. Конспект лекцій з навчальної дисципліни «Основи теорії систем». Чернівці : Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, 2022. 162 с.

111. Feder J. Fractals. 1st edition. 1988. 305 p. <https://www.scribd.com/document/513174436/feder-j-fractals>.

112. Горобець Ю.І., Кучко А.М., Вавилова І.Б. Фрактальна геометрія у природознавстві: Навчальний посібник. Київ: Наук, думка, 2008. 232 с.

113. Mandelbrot Benoit. The fractal geometry of nature. Publisher San Francisco : W.H. Freeman. 1983.

ЗМІСТ

ВСТУП	3
Розділ 1. ЕФЕКТИВНИЙ МЕТОД ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ОБ'ЄМНОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА.....	5
Розділ 2. ДИЗАЙН ТА МОДЕЛЮВАННЯ ДЕТАЛЕЙ ІЗ ЛИСТОВОЇ СТАЛІ З УРАХУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ ВИГОТОВЛЕННЯ	20
Розділ 3. РОЗРОБКА ТА АПРОБАЦІЯ ПАРАМЕТРИЧНОГО ПІДХОДУ ДО ДИЗАЙНУ АВТОМОБІЛЬНОГО ВУЗЛА У СЕРЕДОВИЩІ ПРОГРАМИ AUTODESK INVENTOR	34
Розділ 4. ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЄКТУВАННЯ ВИСОКОНАВАНТАЖЕНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПРЯМОЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ	48
Розділ 5. ДИЗАЙН-ПРОЄКТ ПОКРІВЛІ ПОКРИТТЯ СТАНЦІЇ ШВИДКОЇ ЗАРЯДКИ ЕЛЕКТРОМОБІЛІВ	69
Розділ 6. ІНТЕГРАЦІЯ 3D ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ СТРУКТУРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ КОНСТРУКЦІЇ ДОРОЖНІХ ПОКРИТТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ AUTODESK INVENTOR	80
Розділ 7. ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ТА ФРАКТАЛІВ У ПРОМИСЛОВОМУ ДИЗАЙНІ	94
Загальні висновки.....	111
Список літератури.....	113

Наукове видання

Бугаєвський Сергій Олександрович
Гапонова Людмила Вікторівна
Архіпов Олександр Володимирович
Іванов Євген Мартинович
Олексин Володимир Іванович
Пустовойтова Оксана Михайлівна
Андрієнко Сергій Володимирович

**ЧИСЕЛЬНЕ ТА ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
В ІНЖЕНЕРНОМУ ПРОЄКТУВАННІ
ТА ПРОМИСЛОВОМУ ДИЗАЙНІ**

Монографія

За загальною редакцією проф. Бугаєвського С.О.

Відповідальний за випуск

Л.В. Гапонова

В авторській редакції