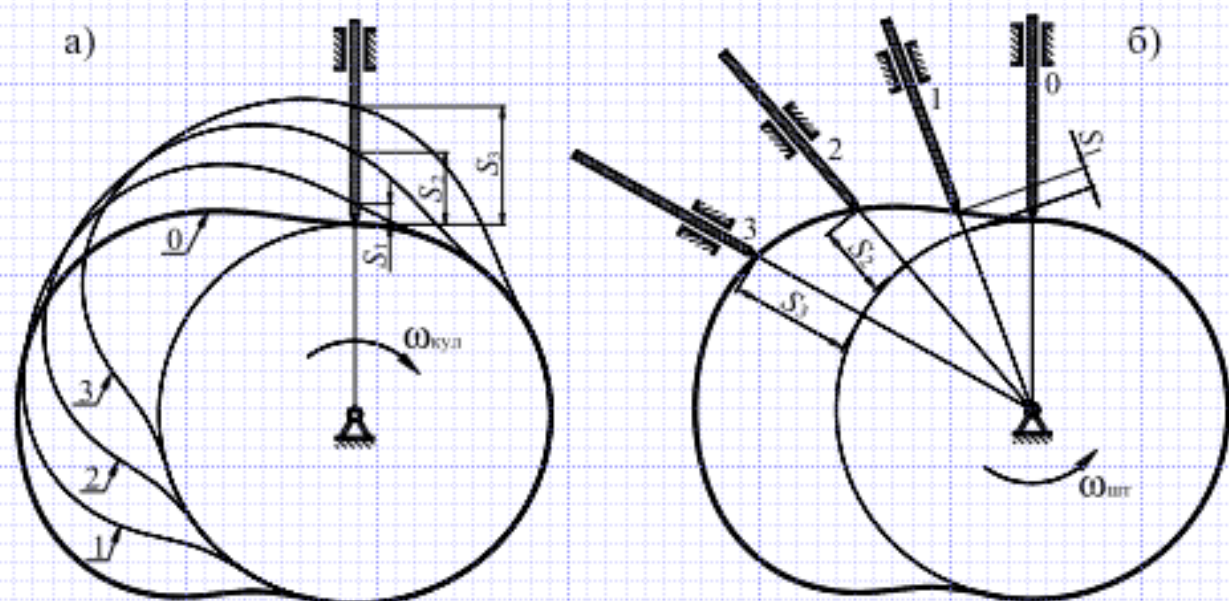


СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ І ДИНАМІКА МАШИН



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний автомобільно-дорожній технічний університет

Перегон В.А., Воропай О.В., Коряк О.О., Поваляєв С.І.

СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ І ДИНАМІКА МАШИН

Навчальний посібник
для студентів технічних спеціальностей
закладів вищої освіти

Харків
2023

УДК 531.8
П 27

*Рекомендовано до видання рішенням Вченої Ради
Харківського національного автомобільно-дорожнього університету
(Дозвіл №58/23/6.10 від 07 листопада 2023 р.)*

Рецензенти:

- Батигін Юрій Вікторович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри фізики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.
- Баранов Олег Олегович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем Національного аерокосмічного університету імені М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»;
- Ткачук Микола Анатолійович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»;
- Артьомов Микола Прокопович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри оптимізації технологічних систем Державного біотехнологічного університету.

Перегон В.А., Воропай О.В., Коряк О.О., Поваляєв С.І. Синтез механізмів і динаміка машин: навчальний посібник. Харків: ФОП Бровін О.В. 2023. 164 с. ISBN 978-617-8238-36-0

У посібнику викладені основні теоретичні положення, які необхідні під час самостійного вивчення другої частини курсу теорії механізмів і машин (метричний синтез важільних механізмів, динаміка і кінетостатика машин, кулачкові механізми, урахування тертя в машинах, зрівноваження мас) студентами як денної, так і заочної форм навчання, а також під час курсового проектування. Посібник містить приклади розв'язання задач, на основі яких студенти можуть самостійно виконати відповідні етапи курсового проекту.

Наприкінці кожного з 5-ти розділів наведені запитання, за якими студенти можуть самостійно перевірити набуті знання.

ISBN 978-617-8238-36-0

© В. А. Перегон, О. В. Воропай,
О. О. Коряк, С. І. Поваляєв, 2023

ЗМІСТ

Розділ 1. МЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ	6
1.1. Умови синтезу	6
1.2. Метричний синтез важільних чотириланкових механізмів.....	7
1.3. Теорема Грасгофа про існування кривошипа	9
1.4. Коефіцієнт зміни швидкості вихідної ланки.....	11
1.5. Приклади розв’язання задач синтезу шарнірно-важільних механізмів.....	14
1.6. Запитання для самопідготовки за розділом.....	26
Розділ 2. ДИНАМІКА МАШИН	28
2.1. Рух механізму під дією заданих сил	29
2.2. Зведення мас і сил	31
а). Зведення мас	31
б). Зведення сил	31
2.3. Рівняння руху	35
а). Рівняння руху в енергетичній формі.....	35
б). Рівняння руху в диференціальній формі	35
2.4. Основні режими руху механізму.....	36
2.5. Середня швидкість і коефіцієнт нерівномірності періодичного руху	38
2.6. Діаграма енергомасс і її властивості (діаграма Віттенбауера).....	39
2.7. Регулювання нерівномірного періодичного руху.....	43
2.8. Визначення моменту інерції маховика за методом Віттенбауера	46
2.9. Силовий аналіз плоских важільних механізмів	54
а). Сили інерції.....	55
б). Статична визначність кінематичного ланцюга.....	56
в). Порядок виконання силового аналізу механізму	57
г). Силовий аналіз груп Ассура	59
д). Силовий аналіз вихідного механізму.....	69

	4
2.10. Запитання для самопідготовки за розділом.....	70
Розділ 3. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ.....	72
3.1. Метод оберненого руху при проведенні аналізу й синтезу кулачкових механізмів.....	74
3.2. Дійсний і теоретичний профілі кулачка	75
3.3. Фазові кути кулачкового механізму.....	77
3.4. Аналіз кулачкових механізмів	78
а). Не центральний кулачковий механізм з роликівим штовхачем.	79
б). Кулачковий механізм із коромисловим штовхачем.....	81
в). Кулачковий механізм із плоским тарілчастим штовхачем.....	82
г). Кулачковий механізм із плоским коромисловим штовхачем.....	84
3.5. Синтез кулачкових механізмів	86
а). Кут тиску в кулачкових механізмах.....	86
б). Визначення мінімального радіуса кулачка механізму з роликівим штовхачем.....	87
в). Профілювання кулачка не центрального механізму з роликівим штовхачем	92
г). Профілювання кулачка механізму з коромисловим штовхачем.	95
д). Кулачковий механізм с плоским тарілчастим штовхачем	99
е). Профілювання кулачка механізму із плоским штовхачем	102
3.6. Запитання для самопідготовки за розділом.....	106
Розділ 4. ТЕРТЯ В МЕХАНІЗМАХ	109
4.1. Кут і конус тертя	111
4.2. Тертя в поступальній парі	112
4.3. Тертя на бічних гранях клинового повзуна.....	113
4.4. Тертя при знаходженні тіла на похилій площині	114
4.5. Тертя в обертальній парі	116
4.6. Тертя у гвинтовій парі	118
4.7. Тертя гнучкої нитки (формула Ейлера).....	122
4.8. Тертя кочення	124

4.9. Коефіцієнт корисної дії планетарних передач	127
4.10. Запитання для самопідготовки за розділом.....	136
Розділ 5. ЗРІВНОВАЖУВАННЯ МАС	138
5.1. Зрівноважування важільних механізмів	140
а). Статичне зрівноважування КПМ.....	141
б). Статичне зрівноважування шарнірного чотириланкового механізму.....	143
5.2. Зрівноважування обертових мас.....	145
а). Маса обертаються в одній площині	145
б). Маса обертаються в різних площинах	146
5.3. Динамічне балансування ротора	149
5.4. Зрівноважування мас, що рухаються поступально	156
а). Зрівноважування сили інерції 1-го порядку	157
б). Зрівноважування сили інерції 2-го порядку.....	158
5.5. Механізм Ланчестера.....	159
5.6. Запитання для самопідготовки за розділом.....	160

Розділ 1

МЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ВАЖИЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

1.1. Умови синтезу

Метричний синтез полягає в визначенні розмірів та взаємного розташування ланок механізму на його кінематичній схемі за наперед заданими геометричними, кінематичними та динамічними умовами руху вихідної ланки. Серед геометричних і кінематичних умов руху вихідної ланки можна назвати такі умови, які найбільш часто зустрічаються в практичних інженерних задачах:

1. Деякі положення вихідної ланки повинні відповідати певним положенням вхідної ланки, при цьому закон руху вихідної ланки не має значення. Дану задачу можна назвати задачею позиціонування ланок механізму.

2. Траєкторія руху вихідної ланки, або її окремої точки повинна відповідати заздалегідь заданій кривій на всьому її протязі або на окремій ділянці.

3. Рух вихідної ланки повинен здійснюватися за наперед заданим законом або характеризуватися окремими заданими кінематичними параметрами, такими, наприклад, як коефіцієнт зміни середньої швидкості вихідної ланки механізму.

Серед динамічних умов можна назвати такі умови, як умова подолання сил корисного опору із заданим законом руху (тобто забезпечення динамічної точності), або умова обмеження інерційних навантажень чи умова обмеження кутів тиску (кутів передач).

Перелічені вище умови можуть бути виконані з використанням кулачкових механізмів або інших механізмів, що мають у своєму складі вищі кінематичні пари, проте розв'язання тієї ж задачі з застосуванням шарнірно-

важільних (важільних) механізмів більш доцільне з технологічних та економічних міркувань.

1.2. Метричний синтез важільних чотириланкових механізмів

Розглянемо розв'язання деяких розповсюджених задач метричного синтезу важільних механізмів спочатку на прикладі синтезу шарнірного чотириланкового механізму, а після цього – деяких інших важільних механізмів.

Існує три різновиди шарнірного чотириланкового механізму.

1. Кривошипно-коромисловий механізм, що включає до свого складу:

- ✓ стояк;
- ✓ кривошип, який має повнообертальний рух;
- ✓ шатун, який здійснює складний плоскопаралельний рух;
- ✓ коромисло, яке має зворотно-обертальний рух (неповне обертання).

2. Двокоромисловий механізм

Окрім стояка механізм включає до свого складу:

- ✓ два коромисла,
- ✓ шатун.

Якщо коромисло (вхідна ланка) хитається в межах кута $\varphi_{\text{вх}}$, то в цей час коромисло (вихідна ланка) може хитатись в межах кута $\varphi_{\text{вих}}$. За межами означених кутів $\varphi_{\text{вх}}$ і $\varphi_{\text{вих}}$ механізм не повинен існувати, інакше порушиться визначеність руху його ланок.

3. Двокривошипний механізм

Окрім стояка механізм включає до свого складу:

- ✓ два кривошипи,
- ✓ шатун.

Якщо кривошип (вхідна ланка) рухається повнооборотно, наприклад, з постійною кутовою швидкістю $\omega_1 = \text{const}$, то в цей час кривошип 3 теж рухається повнооборотно, але зі змінною кутовою швидкістю $\omega_3 = \text{var}$.

Найбільш широке застосування в машинах серед названих шарнірних чотириланкових механізмів знайшов кривошипно-коромисловий механізм.

Очевидно, що кожен з трьох різновидів шарнірного чотириланкового механізму існує при певному поєднанні довжин всіх чотирьох ланок із завданням руху, тобто важливо, яка з ланок нерухома, і яка вхідна. Механізм можна розглядати як замкнутий ланцюг з однією нерухомою ланкою (стояк). На рис. 1.1 показано ланцюг з 4 ланками, довжини яких відповідають умові $a < b < c < d$.

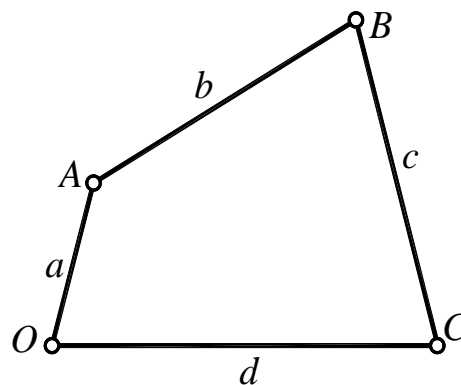


Рис. 1.1. Замкнутий чотириланковий ланцюг

На рис. 1.2 показані можливі варіанти механізмів, утворених з ланцюга, що на рис. 1.1, в залежності від того, яка ланка нерухома (стояк) і яка є вхідною. На рис. 1.2, а) і 1.2, б) це кривошипно-коромислові механізми, в яких найменша ланка OA вхідна, а суміжна ланка OC або AB нерухома (стояк). На рис. 1.2, в). двокоромисловий механізм, в якому в якості стояка обрана ланка BC . Показані максимальні кути повороту коромисла AB ($\varphi_{\text{вх}}$) і коромисла OC ($\varphi_{\text{вих}}$). На всіх цих рис. пунктирною лінією показані крайні положення механізму. На рис. 1.2, г) показано двокривошипний механізм. Для його утворення необхідно в якості стояка прийняти найменшу ланку OA

. З рис. 1.2, а) і 1.2, б) видно, що ланка OA виконує повний оберт відносно ланок OC і AB . Якщо ж закріпити ланку OA , то ланки AB і OC будуть виконувати повний оберт відносно неї.

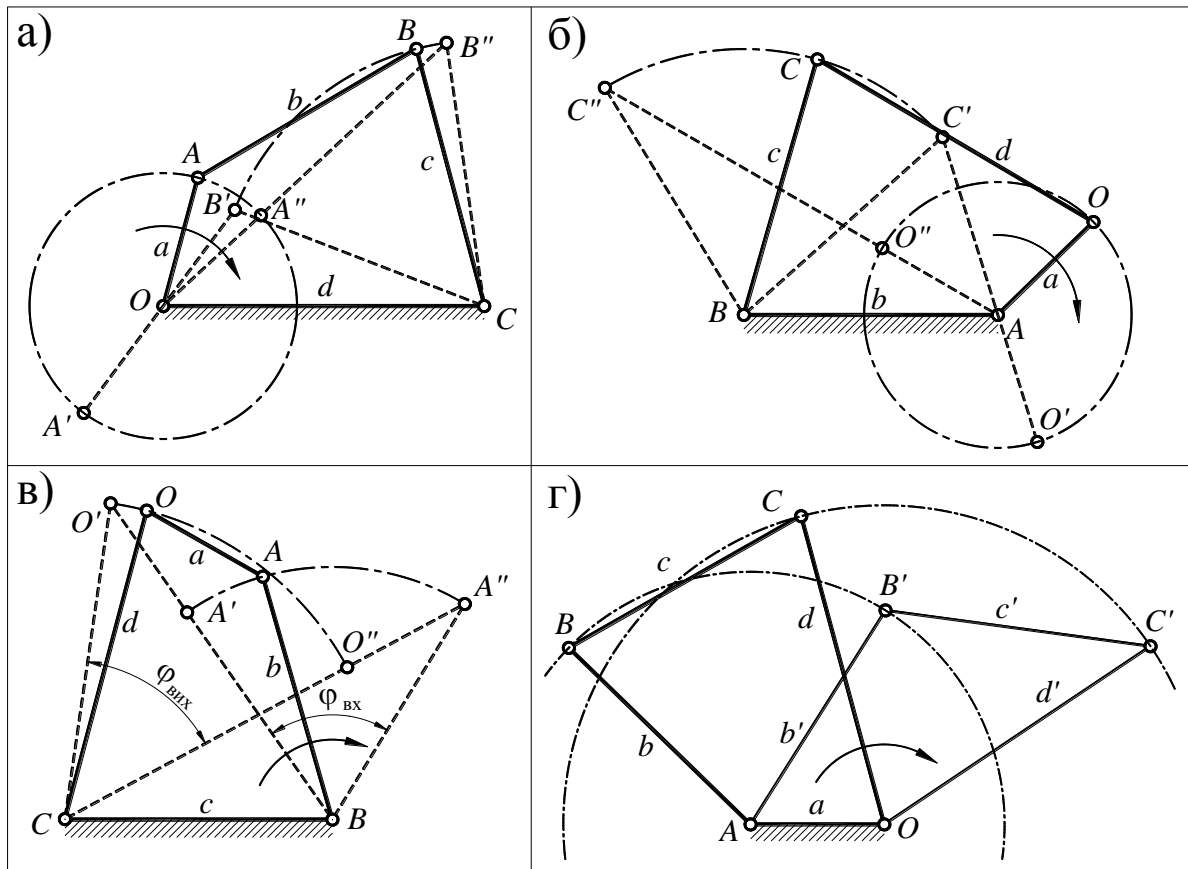


Рис. 1.2. Варіанти чотириланкових механізмів.

1.3. Теорема Грасгофа про існування кривошипа

Умову існування кривошипа встановлює так звана теорема Грасгофа: "В чотириланковому механізмі може бути кривошип, якщо сума довжин найменшої та найбільшої ланок менше суми двох інших".

Теорему Грасгофа можна також назвати теоремою існування кривошипно-коромислового механізму. Доведемо її.

На рис. 1.3, а ланка OA механізму може здійснити повний оберт, якщо зможе пройти ряд критичних положень. Три критичні положення, через які повинен проходити кривошип, показані на рис. 1.3, б, 1.3, в і 1.3, г. З трикутників OBC на рис. 1.3, б і 1.3, в отримуємо відповідно нерівності 1)

$a+b < c+d$ і 2) $a+c < b+d$, а з трикутника ABC на рис. 1.3, г нерівність 3) $a+d < c+b$. Відзначимо, що сума довжин ланки OA (довжина a) з будь-якою іншою менше суми двох інших. Це означає, що ланка OA найменша. З решти трьох є найбільша. Теорема доказана.

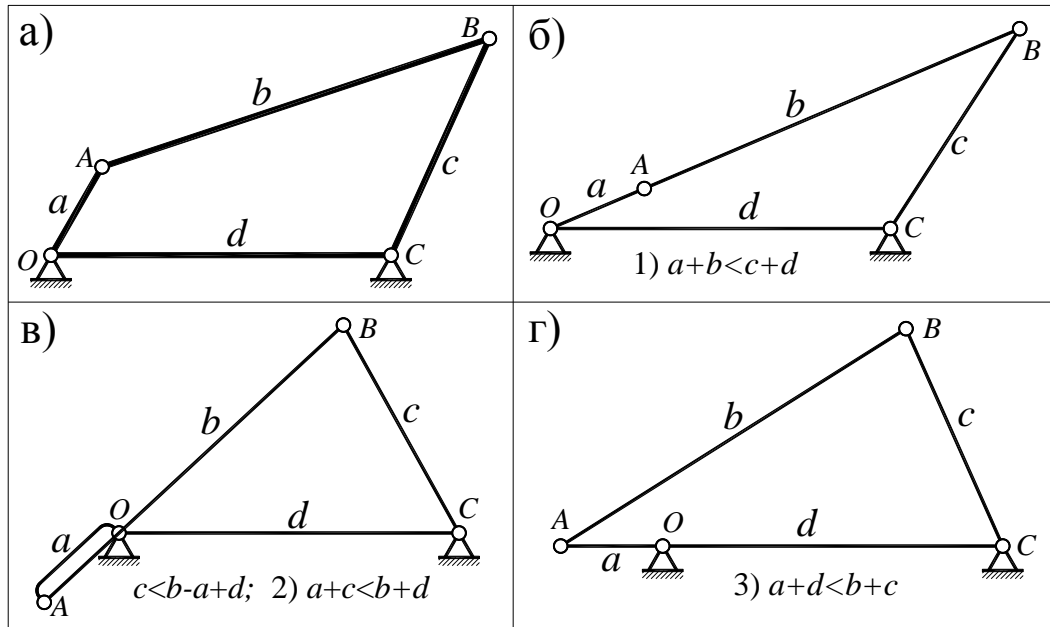


Рис. 1.3 Критичні положення чотириланкового механізму

З теореми можна зробити такі висновки:

1) За виконання умов теореми в механізмі може бути кривошип і тоді можливі наступні варіанти:

а) Якщо найменша ланка є кривошипом, а стояк – одна із суміжних ланок маємо кривошипно-коромисловий механізм. При цьому кривошип здійснює повний оберт відносно кожної ланки.

б) Якщо найменша ланка – стояк, а кривошип є однією із суміжних ланок, маємо двокривошипний механізм. Суміжні ланки здійснюють повні оберти відносно найменшої ланки (стояка).

в) Якщо в якості стояка обрати ланку, яка не суміжна з найменшою (тобто стояк – ланка BC), то отримаємо двокоромисловий механізм.

2) У випадку невиконання умов теореми – двокоромисловий механізм.

1.4. Коефіцієнт зміни швидкості вихідної ланки

Однією з важливих кінематичних характеристик будь-якого важільного механізму є значення коефіцієнта K_V (або K_ω), зміни середньої швидкості вихідної ланки. Він показує, у скільки разів середня швидкість вихідної ланки на зворотному (холостому) ході більше від середньої швидкості цієї ланки на прямому (робочому) ході.

На робочому ході механізм здійснює перетворення робочого тіла, долаючи відповідні сили корисного опору.

Холостий хід відбувається, як правило, без участі сил корисного опору.

Для досягнення максимальної продуктивності машин необхідно, щоб з періоду часу одного циклу $T_{\text{ц}}$ більша частина належала до часу робочого ходу T_p , а менша частина – до часу холостого ходу T_x .

Очевидно, що $T_{\text{ц}} = T_p + T_x$.

Якщо виходити з умови рівномірного обертального руху вхідної ланки (головного валу машини) $\omega_1 = \text{const}$, тоді можна стверджувати, що динамічні інерційні навантаження в механізмі будуть більші на холостому ході, ніж на робочому ході, бо один й той же лінійний або кутовий шлях вихідна ланка вимушена буде проходити на холостому ході швидше, ніж на робочому ході.

Оптимальним з точки зору однакового навантаження кінематичних пар механізму на холостому та робочому ходах був би такий розподіл періоду часу $T_{\text{ц}}$ між робочим T_p і холостим T_x ходами, при якому динамічна інерційна навантаженість ланок механізму на холостому ході була б такою ж, як їхня навантаженість від сил корисного опору в сумі з інерційними динамічними навантаженнями на робочому ході.

В більшості випадків у повній мірі це реалізувати практично неможливо, однак дослідним шляхом для різноманітних типів машин встановлені деякі раціональні усереднені значення коефіцієнта зміни швидкості K_V (або K_ω).

Розглянемо зв'язок величини коефіцієнта K_ω з метричними параметрами кінематичної схеми кривошипно-коромислового механізму (рис. 1.4), зображеного в двох крайніх положеннях.

Положення механізму, позначене одним штрихом, відноситься до початку робочого ходу (та до кінця холостого ходу попереднього циклу). Положення механізму, позначене двома штрихами, відноситься до кінця робочого ходу (та до початку холостого ходу поточного циклу). На рис. 1.4 позначено напрямок обертання кривошипного валу 1 ($\omega_1 = \text{const}$) за годинниковою стрілкою.

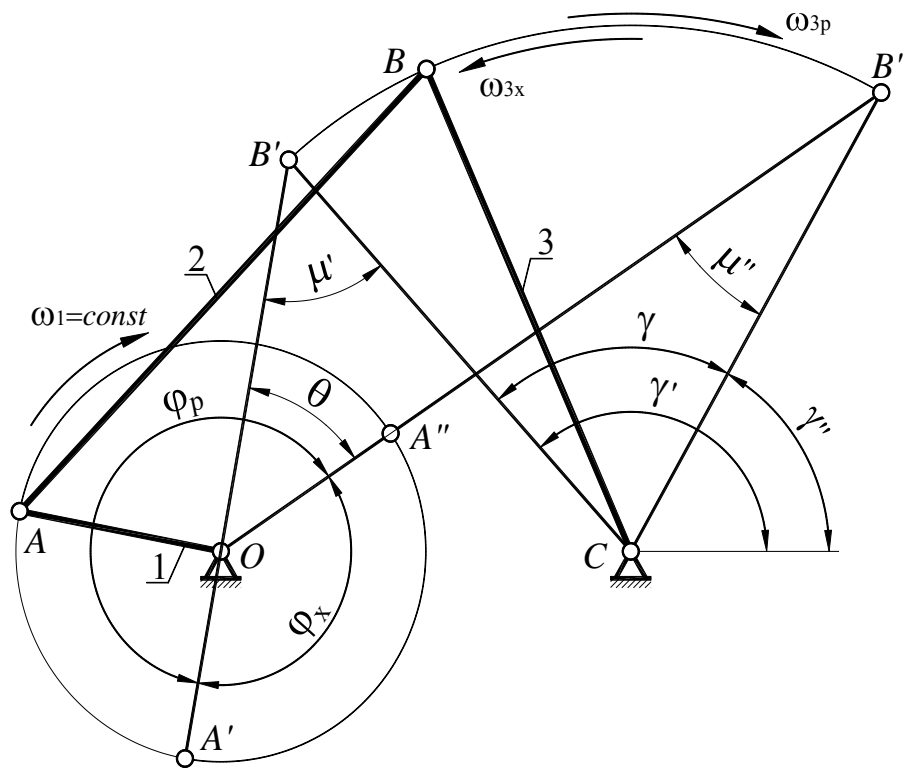


Рис. 1.4. До визначення коефіцієнта зміни швидкості вихідної ланки

При цьому коромисло 3 буде мати змінну кутову швидкість робочого ходу ω_{3p} , напрямлену за годинниковою стрілкою, а також змінну кутову швидкість холостого ходу ω_{3x} , напрямлену проти годинникової стрілки.

Повний кут повороту коромисла 3 і на робочому, і на холостому ходах позначено величиною γ . При цьому кути між лівим і правим крайніми

положеннями коромисла 3 і лінією шарнірів стояка (O та C) відповідно позначено як γ' і γ'' .

Кут, під яким з центру обертання кривошипа (т. O) спостерігаються крайні положення рухомого кінця коромисла 3 (точки B' та B''), позначено величиною θ .

Також показані кути повороту кривошипа 1: за час робочого ходу – φ_p , та за час холостого ходу – φ_x .

Кут μ , під яким по відношенню один до одного розміщені шатун і коромисло, є так званим кутом передачі.

На рис. 1.4 показані величини цього кута μ' та μ'' в крайніх положеннях механізму. Бажано, щоб змінний кут μ залишався поблизу значення, рівного 90° , тобто щоб він був більше деякого мінімально допустимого кута передачі $\mu_{\min/\text{доп}} < 90^\circ$, а також менше деякого максимально допустимого кута передачі $\mu_{\max/\text{доп}} > 90^\circ$.

Знайдемо середні значення кутової швидкості коромисла 3 на робочому і на холостому ході

$$\begin{aligned}\omega_{3p}^{\text{сеп}} &= \gamma / T_p, \\ \omega_{3x}^{\text{сеп}} &= \gamma / T_x,\end{aligned}\tag{1.1}$$

де T_p – час робочого ходу,

T_x – час холостого ходу, що визначаються за залежностями

$$\begin{aligned}T_p &= \varphi_p / \omega_1, \\ T_x &= \varphi_x / \omega_1.\end{aligned}\tag{1.2}$$

З рис. 1.4 видно, що

$$\varphi_p = 180^\circ + \theta^\circ, \quad \varphi_x = 180^\circ - \theta^\circ.\tag{1.3}$$

За визначенням

$$K_\omega = \omega_{3x}^{\text{сеп}} / \omega_{3p}^{\text{сеп}},\tag{1.4}$$

з урахуванням (1.1)-(1.3) отримаємо формулу

$$K_{\omega} = \frac{180^{\circ} + \theta^{\circ}}{180^{\circ} - \theta^{\circ}}. \quad (1.5)$$

Відзначимо, що формула (1.5) справедлива і для інших важільних механізмів, бо відношення середніх швидкостей вихідних ланок на робочих та холостих ходах цих механізмів також визначається відношенням кутів повороту кривошипного вала на робочому ході (φ_p) та на холостому ході (φ_x).

1.5. Приклади розв'язання задач синтезу шарнірно-важільних механізмів

Покажемо приклади розв'язання деяких задач метричного синтезу важільних механізмів за умовою досягнення заданої величини коефіцієнта зміни швидкості вихідної ланки K_{ω} (або K_v) з урахуванням заданих значень окремих параметрів кінематичних схем механізмів.

Задача 1.1. Спроекувати (синтезувати) в загальному вигляді кривошипно-коромисловий механізм у відповідності зі схемою рис. 1.4 та наступними заданими величинами:

- 1) Довжина вихідної ланки (коромисла) – $l_{BC} = l_3$;
- 2) Кутові координати крайніх положень коромисла $3 - \gamma', \gamma''$;
- 3) Коефіцієнт зміни середньої швидкості коромисла – K_{ω} .

Розв'язання.

1. За формулою (1.5), з урахуванням заданого значення коефіцієнта зміни швидкості вихідної ланки K_{ω} , обчислимо величину допоміжного кута θ :

$$\theta = 180^{\circ} \frac{K_{\omega} - 1}{K_{\omega} + 1}. \quad (1.6)$$

2. Оберемо на кресленні (рис. 1.5) довільну точку C . Проведемо через неї горизонтальну центрову лінію, яку назвемо лінією стояка, а також відрізки CB' та CB'' , що ідуть до цієї центральної лінії під кутами γ' та γ'' .

$$OB' = A'B' - OA' = l - r. \quad (1.10)$$

З урахуванням, що $l = r \cdot \lambda$ вирази (1.10) можна представити в вигляді $OB'' = r \cdot (\lambda + 1)$;

$$OB' = r \cdot (\lambda - 1).$$

І. Графічне розв'язання

Якби було задано значення r , то можна було б відразу виконати синтез механізму в будь-якому масштабі, наприклад, при $\mu_l = 1 \text{ мм/мм}$. В даному випадку задано значення ходу повзуна H , тому синтез виконаємо в масштабі, значення якого поки що невідоме.

1. Значення радіуса кривошипа приймемо рівним величині a . Це означає, що спочатку ми виконаємо синтез механізму у якого $r = a$. Звичайно, що в цьому випадку масштаб механізму не буде рівним $\mu_l \neq 1 \text{ мм/мм}$. Дійсне значення масштабу буде дорівнювати $\mu_l = H / B'B''$.

2. Обчислимо значення кута θ за формулою (1.6).

3. На промені, що йде в довільному напрямку, наприклад горизонтально, від точки O (центр обертання кривошипа) відкладемо відрізок $OB'' = a \cdot (\lambda + 1)$ (рис. 1.7).

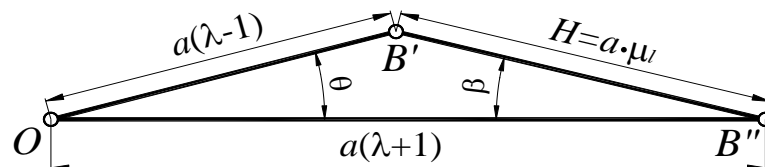


Рис. 1.7. 1-й етап графічного синтезу кривошипно-повзунного механізму

4. З точки O під кутом θ до OB'' відкладемо відрізок $OB' = a \cdot (\lambda - 1)$.

Очевидно, що відстань між точками B'' і B' це хід повзуна в масштабі:

$$\mu_l = H / B'B''. \quad (1.11)$$

5. Завершальний етап синтезу показано на рис. 1.8.

Скористаємось формулами (1.10) для визначення довжини кривошипа,

$$OB'' - OB' = AB + OA - AB + OA = 2OA.$$

Очевидно, що з трикутників $\Delta OB'F$ і $\Delta FB'B''$ висота $h = (l - r) \cdot \sin \theta = H \cdot \sin \alpha$, тоді,

$$\sin \alpha = \frac{(l - r) \cdot \sin \theta}{H}. \quad (1.19)$$

Підставимо вираз (1.19) у вираз (1.18), тоді одержимо формулу для визначення ексцентриситету e

$$e = \frac{(l^2 - r^2) \cdot \sin \theta}{H}. \quad (1.20)$$

Задача 1.3. Виконати в загальному вигляді синтез кінематичної схеми шестиланкового кривошипно-кулісного механізму стругального верстата відповідно до рис. 1.10, якщо задано хід H (м) повзуна 5, відстань l_{OC} (м) між шарнірами O і C стояка і коефіцієнт K_V зміни швидкості вихідної ланки механізму.

Відзначимо, що для кулісного механізму кут θ – це кут між крайніми положеннями куліси, тобто кутовий хід куліси. Штрихпунктирна лінія DC вісь симетрії крайніх положень куліси CB' і CB'' .

Розв'язання.

1. Обчислимо значення кута θ за формулою (1.6)

$$\theta = 180^\circ \cdot \frac{K_\omega - 1}{K_\omega + 1}.$$

2. На горизонтальній прямій (рис. 1.11) в обраному масштабі μ_l відкладемо відрізок $B'B'' = H/\mu_l$ (мм) і через його середину проводимо пряму перпендикулярно $B'B''$ (вісь симетрії крайніх положень куліси).

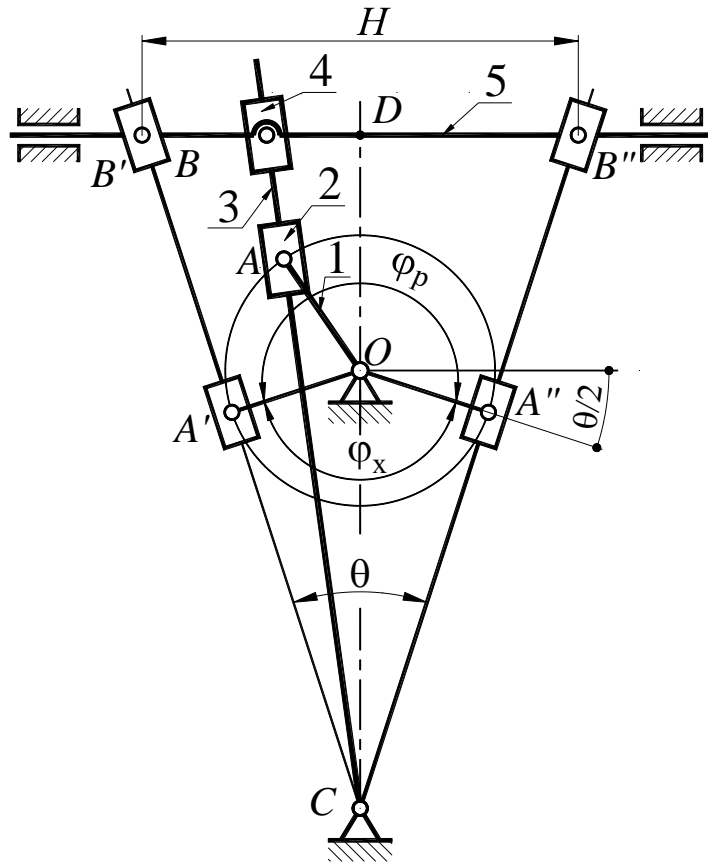


Рис. 1.10. Кривошипно-кулісний механізм стругального верстата

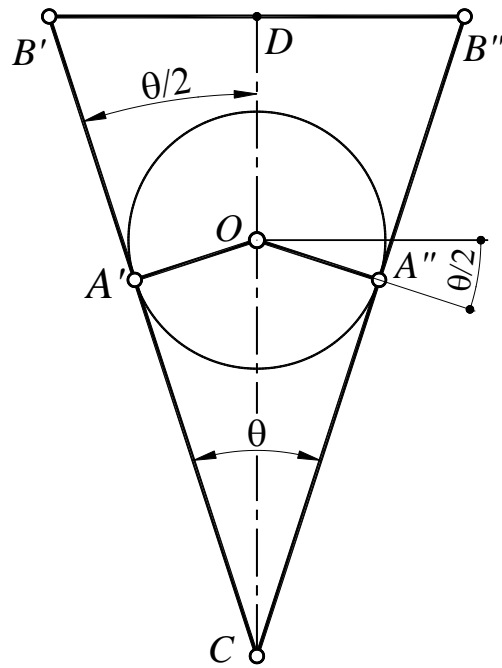


Рис. 1.11 Синтез кривошипно-кулісного механізму

3. З точок B' і B'' проведемо промені, під кутами $\theta/2$ до осі симетрії. Вони перетнуться в точці C , що є центром коливань куліси.

4. З точки C відкладемо вверх відстань $OC = l_{OC}/\mu_l$. Точка O – центр обертання кривошипа.

5. З точки O , як із центру, проведемо окружність, що дотикається до ліній $B'C$ і $B''C$ у точках A' і A'' (положення точок A' і A'' можна знайти опустивши перпендикуляри з центра O на CB' і CB''). Радіус окружності OA можна обчислити за формулою

$$OA = OC \cdot \sin(\theta/2).$$

При цьому довжина кривошипа буде

$$l_{OA} = OA \cdot \mu_l$$

Задача 1.4. Виконати в загальному вигляді метричний синтез кінематичної схеми шестиланкового кривошипно-коромислового механізму брикетувального автомату (рис. 1.12) за наступними вихідними даними: H , l_{ED} , a , b , c , K_V , γ , $K = DC/BC$.

Розв'язання.

1. Проаналізуємо умову задачі. Відзначимо, що невідомими є довжини ланок l_{OA} , l_{AB} , l_{BC} , l_{CD} , положення точки O , а також розташування коромисла 3 у крайніх положеннях.

Розіб'ємо розв'язання задачі на два етапи.

На першому етапі знайдемо за методом обернення руху довжину l_{CD} і розташування важеля DC коромисла 3 у крайніх положеннях ($D'C$ та $D''C$).

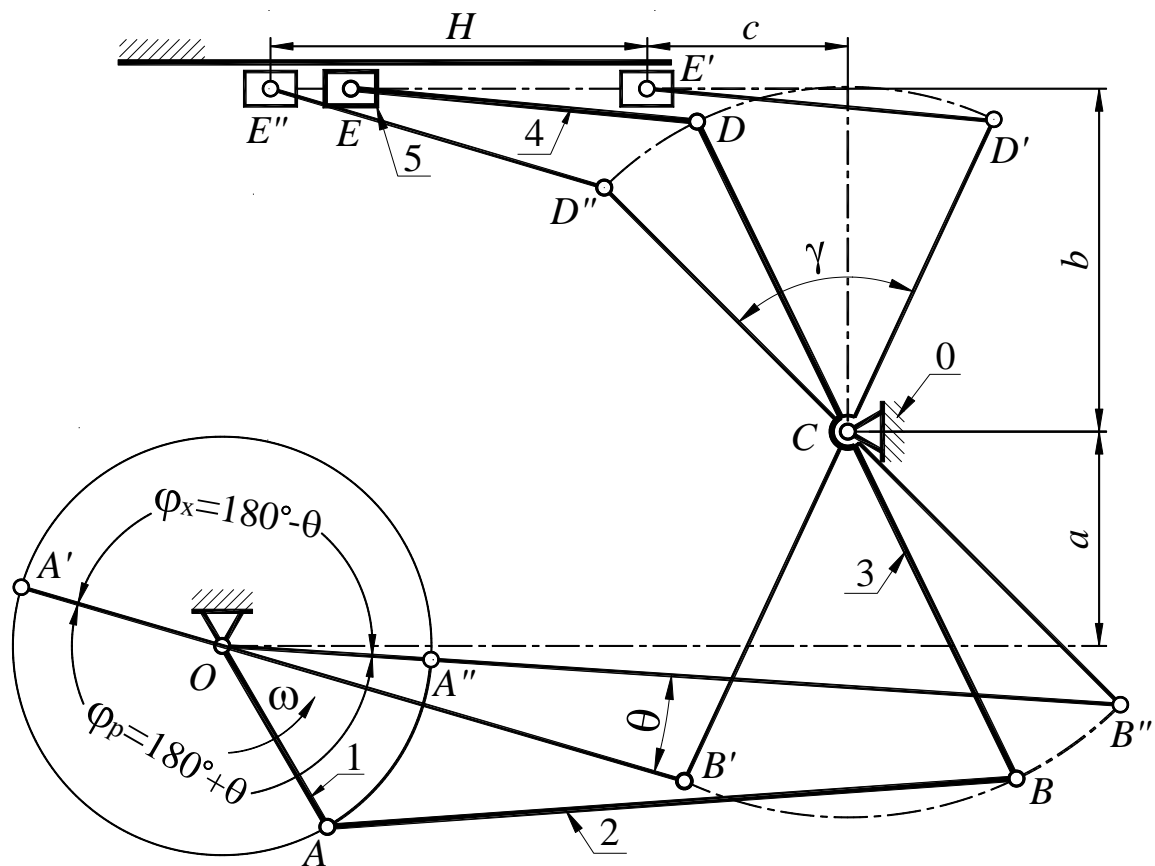


Рис. 1.12. Шестиланковий кривошипно-коромисловий механізм брикетувального автомата

На другому етапі знайдемо довжини l_{BC} , l_{AB} та l_{OA} , а також положення точки O за заданим значенням коефіцієнта зміни швидкості вихідної ланки K_V .

2. Виконаємо намічений перший етап синтезу.

Метод обернення руху (метод інверсії), як відомо, застосовується для зупинки якоїсь із ланок, що дозволяє розглянути в чистому вигляді відносний рух інших ланок (відносно цієї зупиненої ланки).

У нашому випадку за рахунок обернення руху варто зупинити коромисло 3, оскільки ні його довжина, ні його розташування на кресленні невідомі.

Відомі два крайніх положення повзуна 5 і довжина шатуна 4, що дозволяє за рахунок використання двох відомих відносних положень цих ланок визначити довжину l_{CD} і розташування на кресленні зупиненого

коромисла 3, наприклад, у лівому крайньому положенні. З положення CD'' коромисло 3 рухається за годинниковою стрілкою. Частина механізму у складі стояка, повзуна і коромисла 3 задаємо кутову швидкість « $-\omega_3$ » навколо точки C (рис. 1.13). При цьому коромисло 3 зупиниться, а стояк з повзуном будуть обертально рухатись проти годинникової стрілки. Після їх повороту на кут γ , повзун відносно стояка пройде відстань рівну H і займе крайнє положення E'^* (так позначимо E' після повороту на кут γ).

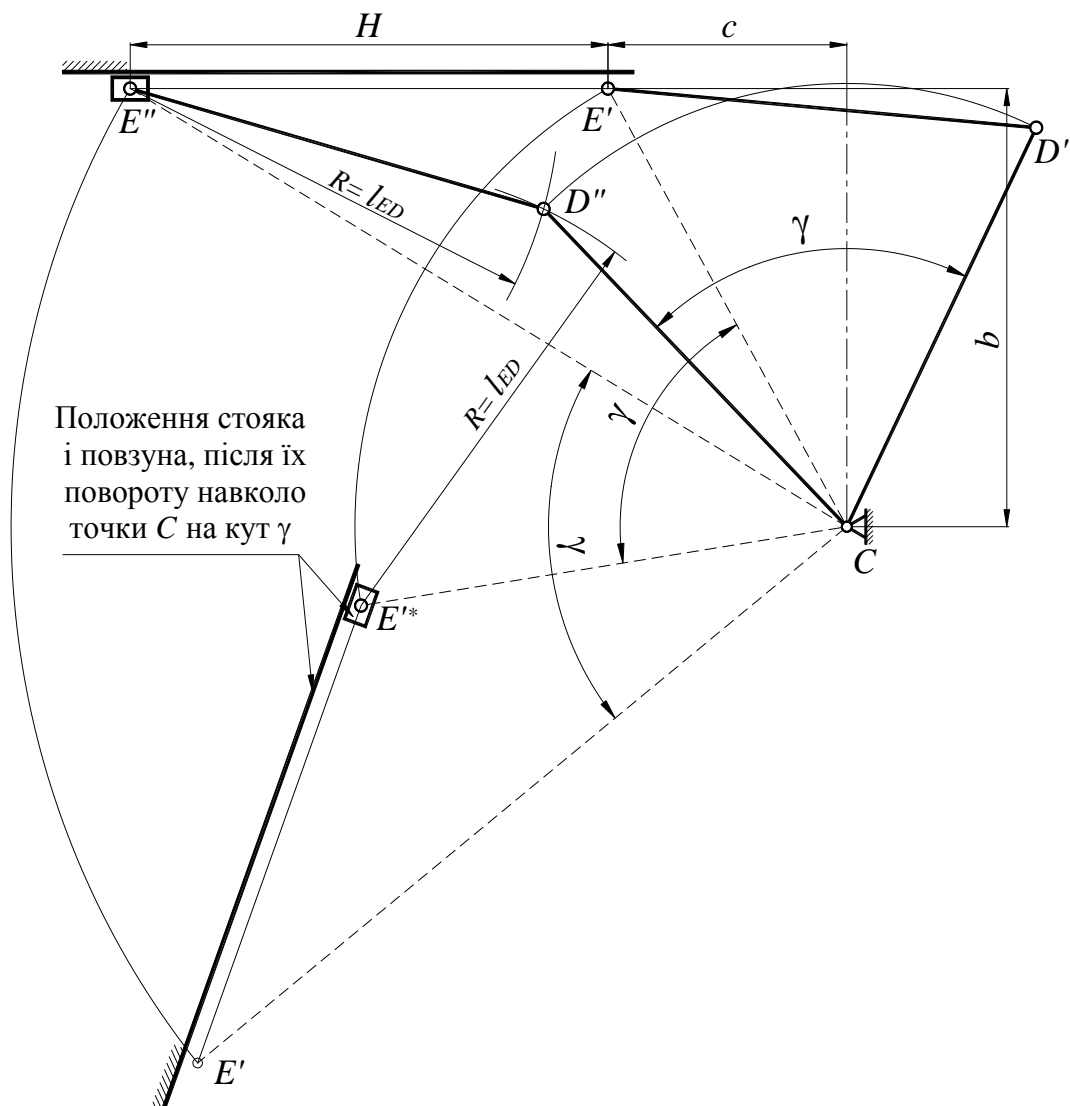


Рис. 1.13. Визначення крайніх положень коромисла 3 і довжини важеля l_{CD} методом інверсії

З точок E'' і E'^* проводимо дуги радіуса $R=l_{ED}$ до їх взаємного перетину в точці D'' . Точка D'' – центр кінематичної пари шатуна 4 і коромисла 3 в крайньому лівому положенні. Довжина важеля CD коромисла 3 дорівнює $l_{CD} = CD'' \cdot \mu_l$. Крайнє праве положення CD' утворює з CD'' кут γ . Таким чином задача першого етапу синтезу розв'язана – ми визначили крайні положення важеля CD (CD' і CD'') коромисла 3 – і знайшли довжину важеля CD . Продовження синтезу показано на рис. 1.14.

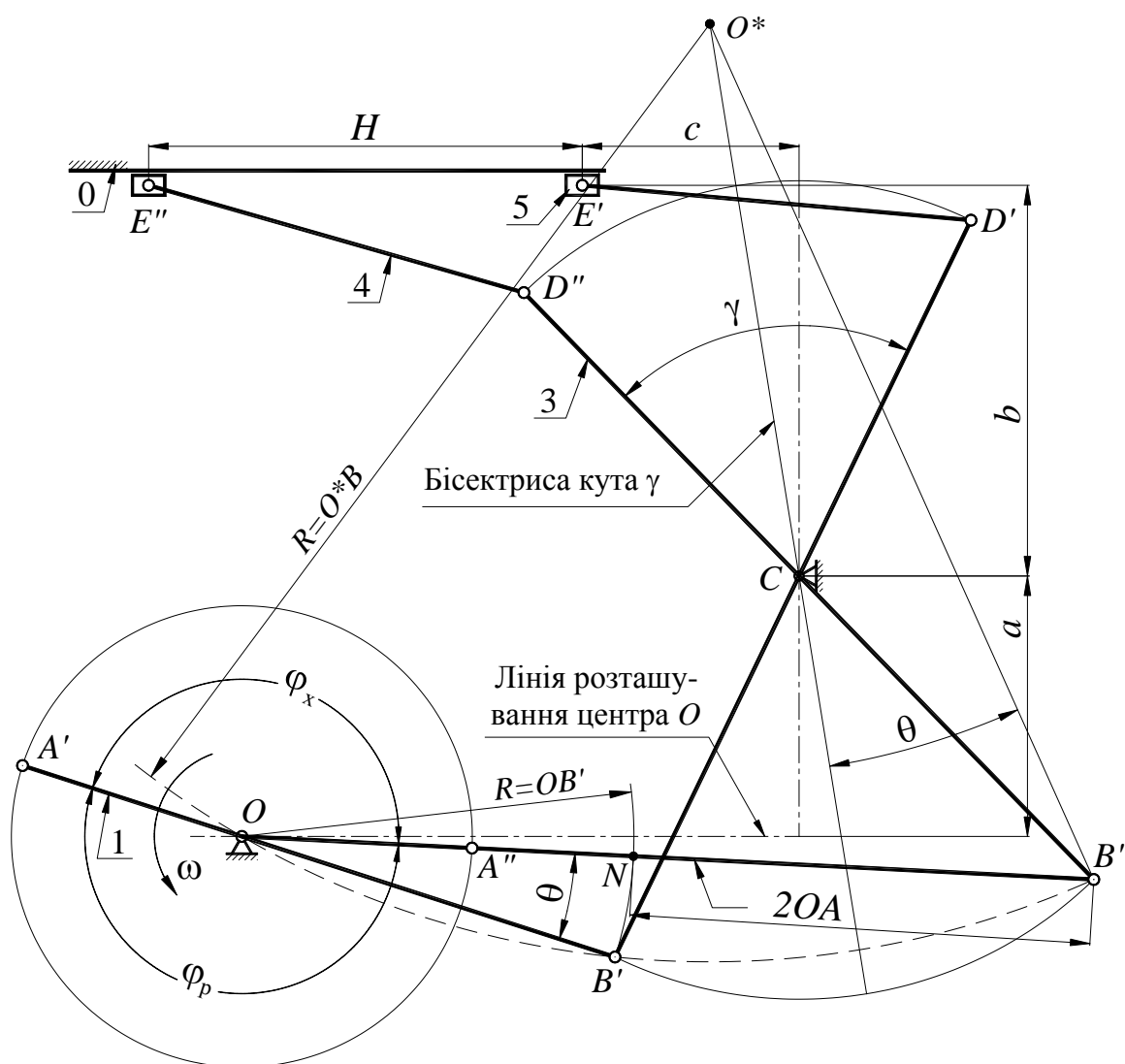


Рис. 1.14. Синтез шестиланкового кривошипно-коромислового механізму

На рис. 1.14 показані крайні положення важеля CD коромисла 3, довжина якого і положення були визначені на першому етапі синтезу (рис. 1.13). Довжина важеля BC буде $l_{BC} = l_{DC}/K$. На продовженнях $D'C$ і $D''C$ визначаємо крайні положення важеля BC ($B'C$ і $B''C$) і проводимо дугу $B'B''$ – траєкторію руху точки B . Центр обертання кривошипа O знаходиться на прямій, зміщеній від центра C на величину a (лінія розташування центра O). При заданому значенні K_V з точки O дуга $B'B''$ повинна спостерігатися під кутом θ , який знаходимо по вже відомій формулі $\theta = 180^\circ \cdot (K_V - 1)/(K_V + 1)$. Спочатку знайдемо центр кола, з будь-якої точки якого дуга $B'B''$ видна під кутом θ . Проведемо бісектрису кута γ , а потім з точки B' або B'' проведемо промінь під кутом θ до бісектриси. Точка перетину променя з бісектрисою – точка O^* є центр кола радіусом $R = O^*B$, з довільної точки якого дуга $B'B''$ видна під кутом θ . На перетині дуги радіуса $R = O^*B$ (на рис. 1.14 показана пунктирною лінією) з лінією розташування центра O знаходимо центр обертання кривошипа. З'єднаємо відрізками центр O з точками B' і B'' (рис. 1.14). Відзначимо, що $OB'' = AB + OA$ і $OB' = AB - OA$. Тоді $OB'' - OB' = 2OA$ (рис. 1.14).

Довжини кривошипа і шатуна 2 дорівнюють:

$$l_{OA} = OA \cdot \mu_l;$$

$$l_{AB} = AB \cdot \mu_l.$$

1.6. Запитання для самопідготовки за розділом

1. Сформулюйте задачу метричного синтезу важільних механізмів у загальній постановці.
2. Назвіть приклади геометричних, кінематичних і динамічних умов метричного синтезу важільних механізмів.
3. Які різновиди плоского шарнірного чотириланкового механізму Вам відомі?

4. Доведіть теорему Грасгофа про існування кривошипа чотириланкового шарнірного механізму.
5. Сформулюйте умови існування двокривошипного і двокоромислового чотириланкового шарнірного механізму.
6. Що таке коефіцієнт зміни швидкості важільного механізму?
7. Виведіть формулу для визначення величини коефіцієнта зміни швидкості на прикладі кривошипно-коромислового механізму.
8. Вирішіть в загальному вигляді задачу метричного синтезу кривошипно-коромислового механізму по заданому коефіцієнту зміни швидкості.
9. Визначіть графічно в загальному вигляді значення мінімального і максимального кутів передачі кривошипно-коромислового механізму за заданою його кінематичною схемою.
10. Визначіть в загальному вигляді довжини кривошипа і шатуна, а також ексцентриситет кривошипно-повзунного механізму за заданими коефіцієнтом зміни швидкості і співвідношенням довжин шатуна і кривошипа.
11. Виконайте в загальному вигляді метричний синтез кривошипно-кулісного механізму за заданим ходом вихідної ланки і коефіцієнтом зміни швидкості.
12. Проілюструйте застосування метода обернення руху (метода інверсії) на прикладі метричного синтезу важільного механізму.
13. Як визначити масштаб лінійних розмірів ланок при метричному синтезі важільних механізмів?

Розділ 2

ДИНАМІКА МАШИН

У даному розділі будуть розглядатися тільки машини циклічної дії, що складають явну більшість серед енергетичних і робочих машин.

Такі машини в процесі роботи мають явно виражені три режими руху: розгін, усталений рух і вибіг.

Розгін машини спостерігається тоді, коли робота рушійних сил перевищує роботу сил опору.

Вибіг машини відбувається під дією сил опору при відключених рушійних силах.

Усталений рух машини здійснюється при рівності за цикл робіт рушійних сил і сил опору.

Розгін і вибіг є специфічними підготовчо-заключеними режимами руху і тому тут не будуть докладно розглянуті.

Усталений рух, як основний робочий режим руху машини, становить особливий інтерес, і тому саме йому буде приділена основна увага.

У інженерній практиці часто треба вирішувати дві основні задачі: робити розрахунок закону руху машини під дією заданих сил, а також забезпечувати регулювання руху машини.

Перша задача зводиться тут до визначення закону руху головного вала машини в межах циклу при усталеному русі.

Друга задача має дві частини.

Перша частина відноситься до регулювання нерівномірності обертання головного вала машини в межах циклу. Вона зводиться до розрахунку махових мас, які необхідно встановити на головному валі машини для досягнення заданого граничного рівня нерівномірності його обертання, що чисельно характеризується величиною коефіцієнта нерівномірності ходу машини δ .

Друга частина відноситься до регулювання величини середньої кутової швидкості $\omega_{\text{сер}}$ обертання головного вала машини в умовах повільної зміни сил корисного опору за допомогою відцентрових регуляторів або модераторів. Вона являє собою специфічну задачу автоматичного регулювання і тому тут також не розглядається.

При динамічних розрахунках необхідно знати характеристики інертності ланок – мас m_i і моментів інерції J_{Si} .

Варто підкреслити також приблизність знання заданих зовнішніх активних сил, що діють на ланки машини. Сили ці часто залежать від багатьох обставин, що носять випадковий характер (стан робочого тіла, його дозування і т. п.).

Тому можна вважати виправданим для розв'язання задачі визначення закону руху машини під дією заданих сил застосування графічних методів, яким властива відносна похибка, що не перевищує 5%.

Визначивши закон руху головного вала машини, можна здійснити розрахунок силового навантаження ланок машини в кінематичних парах. Силевий розрахунок машини, як правило, має вид кінетостатичного аналізу, здійснюваного на основі принципу д'Аламбера.

В окремих випадках (для тихохідних машин), коли інерційними навантаженнями можна знехтувати, виконують статичні силові розрахунки. Статичний силовий розрахунок виконується по тій же методиці, що і кінетостатичний, тільки при цьому інерційні навантаження не враховуються.

2.1. Рух механізму під дією заданих сил

Задані зовнішні сили й моменти сил, а також маси й моменти інерції ланок. Необхідно знайти закон руху механізму. Для розв'язання задачі скористаємося теоремою про зміну кінетичної енергії. За цією теоремою зміна кінетичної енергії механічної системи дорівнює роботі всіх сил (і моментів сил) за розглянутий відрізок часу

$$E - E_0 = A, \quad (2.1)$$

де E – кінетична енергія механізму наприкінці розглянутого відрізка часу

$$E = 0,5 \cdot \Sigma(m_i \cdot V_{Si}^2 + J_i \cdot \omega_i^2); \quad (2.2)$$

E_0 – кінетична енергія механізму на початку розглянутого відрізка часу;

$$E_0 = 0,5 \cdot \Sigma(m_i \cdot V_{Si0}^2 + J_i \cdot \omega_{i0}^2) \quad (2.2a)$$

A – робота всіх сил і моментів за розглянутий відрізок часу, при цьому елементарна робота dA дорівнює

$$dA = \Sigma(P_i \cdot dS_i \cdot \cos\alpha_i + M_i \cdot d\phi_i). \quad (2.3)$$

У формулах V_{Si} , ω_i , V_{Si0} , ω_{i0} , dS_i , α_i , $d\phi_i$ – змінні, які залежать від кутової швидкості вхідної ланки (кривошипа) і його положення.

Оскільки за звичай $W = 1$, тому всі ці змінні можна виразити через ω і ϕ кривошипа, у результаті чого одержимо динамічну модель механізму. Для цього необхідно виконати зведення мас і сил. При зведенні мас і сил до точки одержимо модель №1, а при зведенні до ланки – модель №2 (рис. 2.1).

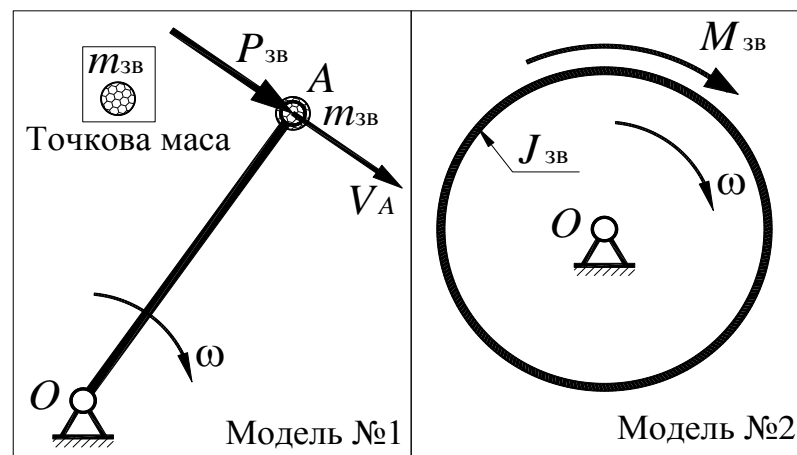


Рис. 2.1. Динамічні моделі механізму.

Моделі пов'язані наступними залежностями, що дозволяють перейти від однієї моделі до іншої:

$$V_A = \omega \cdot l_{OA}; \quad M_{зв} = P_{зв} \cdot l_{OA}; \quad J_{зв} = m_{зв} \cdot l_{OA}^2. \quad (2.4)$$

2.2. Зведення мас і сил

а). Зведення мас

Зведеною масою називається така точкова маса, кінетична енергія якої дорівнює кінетичній енергії механізму. Взагалі маси можна зводити до будь-якої рухомої точки механізму, але при розв'язанні поставленої задачі доцільно виконати зведення до точки А кривошипа. За визначенням $E_{\text{мех}} = E_{\text{зв}}$, де

$$E_{\text{мех}} = \frac{1}{2} \sum (m_i \cdot V_{Si}^2 + J_i \cdot \omega_i^2),$$

$$E_{\text{зв}} = \frac{1}{2} m_{\text{зв}} \cdot V_A^2.$$
(2.5)

З (2.5) знаходимо вираз для визначення зведеної маси

$$m_{\text{зв}} = \left\{ m_i \cdot \left(\frac{V_{Si}}{V_A} \right)^2 + J_i \cdot \left(\frac{\omega_i}{V_A} \right)^2 \right\}.$$
(2.6)

Якщо у виразі (2.5) прийняти $E_{\text{зв}} = \frac{1}{2} J_{\text{зв}} \cdot \omega^2$, то одержимо вираз для визначення зведеного моменту інерції

$$J_{\text{зв}} = \left\{ m_i \cdot \left(\frac{V_{Si}}{\omega} \right)^2 + J_i \cdot \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right\}.$$
(2.7)

б). Зведення сил

Зведеною силою називається така сила, робота або потужність якої дорівнює роботі або потужності всіх сил і моментів сил зведення. Будемо знаходити $P_{\text{зв}}$ у точці А кривошипа, за напрямком ця сила прикладена перпендикулярно до OA (рис. 2.1, модель1).

За визначенням $dA_{\text{мех}} = dA_{\text{зв}}$, де

$$dA_{\text{мех}} = \sum (P_i \cdot dS_i \cdot \cos \alpha_i + M_i \cdot d\varphi_i),$$

$$dA_{\text{зв}} = P_{\text{зв}} \cdot dS_A.$$
(2.8)

З виразів (2.8) при діленні на dt знаходимо вираз для визначення зведеної сили:

$$P_{3B} = \Sigma \left\{ P_i \cdot \cos \alpha_i \left(\frac{V_i}{V_A} \right) + M_i \cdot \left(\frac{\omega_i}{V_A} \right) \right\}. \quad (2.9)$$

Якщо у виразі (2.8) прийняти $dA_{3B} = M_{3B} \cdot d\varphi$, то одержимо вираз для визначення зведеного моменту сил

$$M_{3B} = \Sigma \left\{ P_i \cdot \cos \alpha_i \left(\frac{V_i}{\omega} \right) + M_i \cdot \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right) \right\}. \quad (2.10)$$

Для зведення сил і моментів сил зручним інструментом є теорема Жуковського про «твердий важіль» (див. рис.2.2). Нехай у точці A ланки прикладена сила P . Швидкість точки A дорівнює V_A . Кут між векторами сили й швидкості α .

Потужність сили P дорівнює $N = P \cdot V_A \cdot \cos \alpha$. Побудуємо план швидкостей точки A повернений на 90° (можна повертати у будь-якому напрямку).

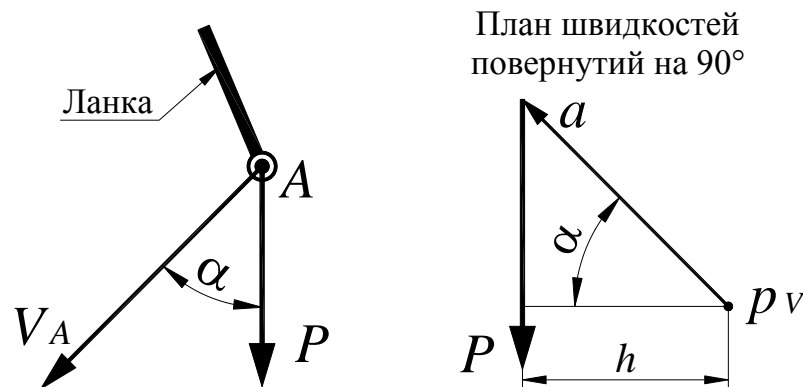


Рис. 2.2. Твердий важіль Жуковського

Відрізок $p_V a$ у масштабі μ_V зображує швидкість точки A , тобто $V_A = p_V \cdot \mu_V$. Прикладемо в точці a вектора $p_V a$ силу P і, розглядаючи вектор $p_V a$ як твердий важіль, визначимо момент сили P відносно полюса p_V .

Момент сили P , буде дорівнювати

$$M_{p_V}(P) = P \cdot h = P \cdot p_V a \cdot \cos \alpha = P \cdot V_A \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{\mu_V} = N \cdot \frac{1}{\mu_V}. \quad (2.11)$$

З отриманого виразу робимо висновок, що в цьому випадку момент сили пропорційний її потужності. Тепер можна сформулювати теорему Жуковського про «твердий важіль»: якщо у відповідні точки поверненого на 90° плану швидкостей перенести сили, що діють на ланки механізму, то сумарний момент цих сил відносно полюса плану буде пропорційний сумарній потужності всіх сил.

Розглянемо приклад зведення мас і сил для КПМ (див. рис. 2.3). Дані сили P і G_2 , а також маси m_2 , m_3 і момент інерції ланки 2 – J_{S_2} . Необхідно визначити зведену масу й зведену силу в точці A кривошипа.

Для розв'язку задачі необхідно побудувати повернений на 90° план швидкостей і у відповідні точки плану (точки b і s_2) перенести сили P і G_2 (на рис. 2.3 праворуч вниз). У точці a плану швидкостей необхідно перпендикулярно вектору $p_V a$ прикласти таку силу, щоб вона створювала навколо полюса p_V такий самий момент по величині й напрямку як і сили P та G_2 . Це значить, що потужність цієї сили буде дорівнює потужності сил P і G_2 , тобто це і буде зведена сила P_{3B} . Зведена сила буде дорівнювати

$$P_{3B} = \frac{P \cdot p_V b - G_2 \cdot h_2}{p_V a}. \quad (2.12)$$

Результат обчислення може бути отриманий або зі знаком «+» або зі знаком «-». Знак «+» означає, що P_{3B} направлена правильно, а знак «-» означає, що P_{3B} повинна бути спрямована в протилежний бік. Далі необхідно визначити знак P_{3B} . Для цього її треба перенести в точку A кривошипа. Якщо напрямки векторів P_{3B} і V_A збігаються, то така сила має знак плюс. На малюнку 3 сила P_{3B} має знак мінус.

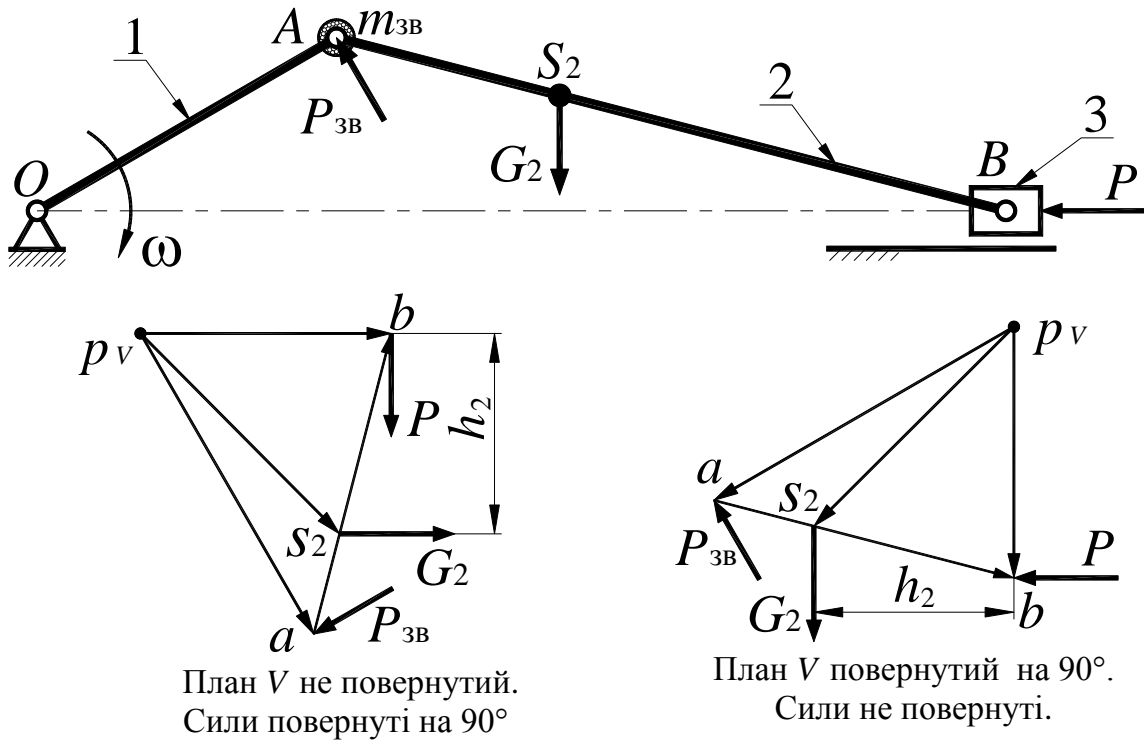


Рис. 2.3. Зведення мас і сил для КПМ

На рис. 2.3 ліворуч унизу побудовано не повернений план швидкостей. У цьому випадку необхідно повернути всі сили в одному й тому ж напрямку на кут 90° . Результат, природно, буде тим самим.

Використовуючи формулу (2.6) запишемо вираз для визначення зведеної маси КПМ

$$m_{3B} = \left[m_2 \left(\frac{V_{S2}}{V_A} \right)^2 + m_3 \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^2 + J_{S2} \left(\frac{\omega_2}{V_A} \right)^2 \right]. \quad (2.13)$$

Після підстановки в (2.13) виразів

$$V_{S2} = p_V s_2 \cdot \mu_V, \quad V_b = p_V b \cdot \mu_V, \quad \omega_2 = \frac{V_{B/A}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_V}{l_{AB}}$$

отримаємо

$$m_{3B} = \frac{1}{(p_V a)^2} \left[m_2 (p_V s_2)^2 + m_3 (p_V b)^2 + \frac{J_{S2}}{l_{AB}^2} (ab)^2 \right].$$

2.3. Рівняння руху

а). Рівняння руху в енергетичній формі

Після зведення мас і сил підставимо у вираз $E - E_0 = A$ значення енергії й роботи. У випадку зведення до ланки (модель №2) отримаємо

$$0,5 \cdot J_{зв} \cdot \omega^2 - E_0 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{зв/\Sigma} \cdot d\varphi. \quad (2.14)$$

У ТММ прийнято всі сили підрозділяти на рушійні та сили опору, тоді

$$A = A_p - A_o = \Delta A = A_{ндл}, \quad (2.15)$$

де $A_p = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{зв/p} \cdot d\varphi$ – робота рушійних сил;

$A_o = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{зв/o} \cdot d\varphi$ – робота сил опору.

У цьому випадку рівняння руху прийме вигляд

$$0,5 J_{зв} \cdot \omega^2 - E_0 = \Delta A. \quad (2.16)$$

З рівняння (2.16) знаходимо значення кутової швидкості кривошипа в і-му положенні:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2(E_0 + \Delta A_i)}{J_{зв/i}}}. \quad (2.17)$$

б). Рівняння руху в диференціальній формі

У випадках, коли сили залежать не від положення механізму а від других параметрів (швидкість, прискорення, час і інше) необхідно для визначення закону руху механізму скористатись рівнянням руху в диференціальній формі. Відповідно до теореми про зміну кінетичної енергії механічної системи можна записати

$$dA = dE \quad (2.18)$$

1) При поступальному русі $dA = P_{зв} \cdot dS_A$; $dE = d(0,5 m_{зв} \cdot V_A^2)$

2) При обертовому русі $dA = M_{3B} \cdot d\varphi$; $dE = d(0,5J_{3B} \cdot \omega^2)$

Розглянемо, наприклад, обертовий рух

$$M_{3B} \cdot d\varphi = d(0,5J_{3B} \cdot \omega_A^2). \quad (2.19)$$

З (2.19) знаходимо M_{3B}

$$M_{3B} = \frac{d(0,5J_{3B} \cdot \omega^2)}{d\varphi} = 0,5J_{3B} \cdot d \frac{\omega^2}{d\varphi} + 0,5 \cdot \omega^2 \cdot \frac{dJ_{3B}}{d\varphi}, \quad (2.20)$$

$$\text{де } d \frac{\omega^2}{d\varphi} = 2\omega \cdot \frac{d\omega}{d\varphi} = 2\omega \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = 2\omega \cdot \varepsilon \cdot \frac{1}{\omega}.$$

Остаточно вираз для M_{3B} прийме наступний вигляд:

$$M_{3B} = J_{3B} \cdot \varepsilon + 0,5 \cdot \omega^2 \cdot \frac{dJ_{3B}}{d\varphi}. \quad (2.21)$$

У випадку поступального руху знаходимо P_{3B}

$$P_{3B} = m_{3B} \cdot a_A + 0,5 \cdot V_A^2 \cdot \frac{dm_{3B}}{dS_A}. \quad (2.22)$$

Вирази (2.21) і (2.22) можна розглядати, як 2-й закон Ньютона для випадку, коли $m \neq \text{const}$, наприклад, політ ракети.

2.4. Основні режими руху механізму

У русі механізму, як уже відзначалось раніше можна виділити три режими (див. рис. 2.4):

I) розгін, який починається, коли початкова швидкість дорівнює нулю, тобто $\omega_0 = 0$.

II) усталений рух, коли $\omega = \text{const}$ або $\omega_{cp} = \text{const}$. Це основний і найбільш тривалий режим.

III) вибіг до зупинки, характерний тим, що кінцева швидкість $\omega = 0$.

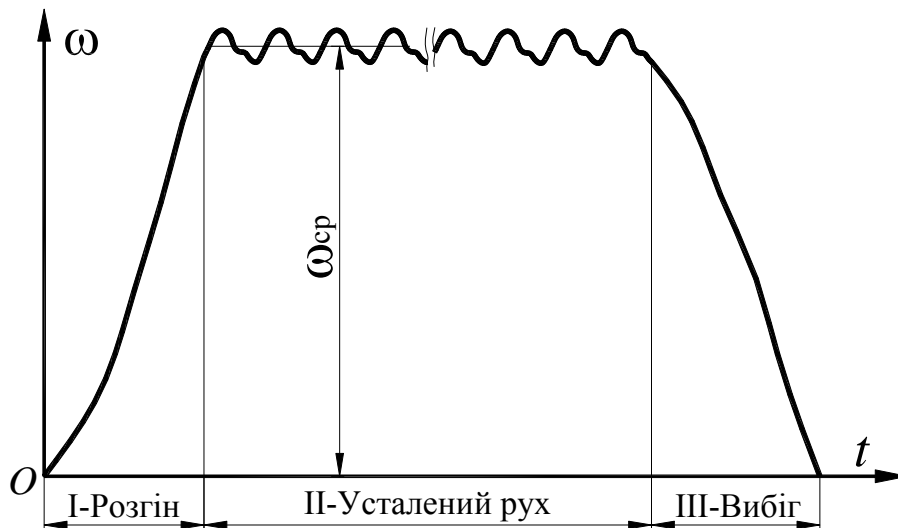


Рис. 2.4. Основні режими руху механізму

Розглянемо більш детально згадані режими руху.

I) Розгін. З рівняння руху в енергетичній формі $0,5J_{зв} \cdot \omega^2 - E_0 = A_p - A_0$, при $\omega_0 = 0$ маємо $E_0 = 0$, тоді $0,5J_{зв} \cdot \omega^2 - 0 = A_p - A_0 > 0$, тобто умова розгону: $A_p > A_0$.

II) Нерівномірний періодичний рух, при якому $\omega_{ср} = \text{const}$. Це такий рух, при якому картина руху через певний відрізок часу (період T) повторюється. Це означає, що на початку й наприкінці періоду буде мати місце наступне: $\omega_0 = \omega$, $E_0 = E$, тобто робота всіх сил за цикл дорівнює нулю. Оскільки $E - E_0 = 0$, умовою такого руху буде $A_p = A_0$ (за цикл).

Інший вид усталеного руху, це рух з постійною швидкістю, тобто $\omega = \text{const}$. Зустрічається такий рух порівняно не часто. У цьому випадку на будь-якому відрізку часу буде виконуватися умова $A_p = A_0$.

III) Вибіг. При вибігу кінцева швидкість дорівнює нулю, тобто $\omega = 0$.

З рівняння (2.1) маємо $0 - E_0 = A_d - A_c < 0$, тоді умовою вибігу буде $A_p < A_0$.

2.5. Середня швидкість і коефіцієнт нерівномірності періодичного руху

Нерівномірний періодичний рух є найпоширенішим видом руху, тому надалі будемо розглядати саме його. Для оцінки такого руху зручними кінематичними параметрами є середня швидкість і коефіцієнт нерівномірності періодичного руху. У ТММ в якості середньої швидкості прийнята середня арифметична швидкість. Зазвичай характер руху такий, що середня арифметична швидкість мало відрізняється від дійсної середньої швидкості. На рис. 2.5 показаний графік нерівномірного періодичного руху.

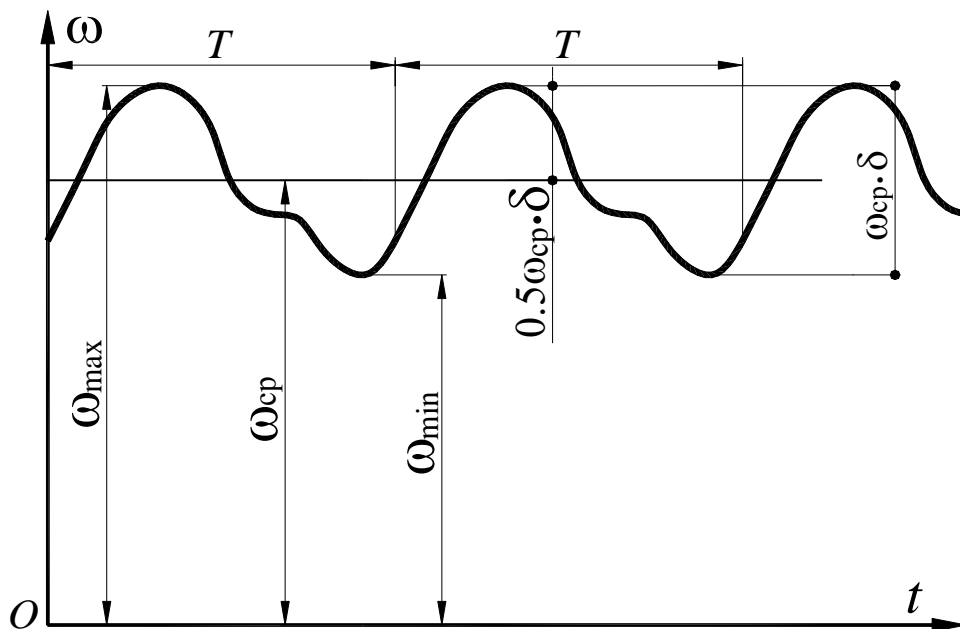


Рис. 2.5. Середня швидкість і коефіцієнт нерівномірності періодичного руху

За визначенням середня швидкість дорівнює

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}. \quad (2.23)$$

Коефіцієнт нерівномірності періодичного руху характеризує коливання швидкості відносно середнього її значення:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}}. \quad (2.24)$$

У цьому випадку максимальне відхилення швидкості від середнього значення дорівнює $0,5 \cdot \omega_{\text{cp}} \cdot \delta$. Тоді вирази для максимального й мінімального значення швидкості можна представити в наступному виді:

$$\begin{aligned}\omega_{\text{max}} &= \omega_{\text{cp}} \cdot (1 + 0,5\delta), \\ \omega_{\text{min}} &= \omega_{\text{cp}} \cdot (1 - 0,5\delta).\end{aligned}\tag{2.25}$$

2.6. Діаграма енергомасс і її властивості (діаграма Вігтенбауера)

Закон руху машини $\omega_i = \sqrt{2(E_0 + \Delta A_i) / J_{\text{зв}/i}}$ залежить від двох чинників: зміни роботи зовнішніх сил, що діють на ланки механізмів машини, і зміни інертності машини.

Перший чинник може бути поданий інтегралом зведеної сили $P_{\text{зв}}$ за шляхом точки A , у якій вона прикладена, тобто за dS_A , або зведеного моменту $M_{\text{зв}}$ за $d\varphi$.

Другий чинник може бути поданий зведеною масою $m_{\text{зв}}$ або зведеним моментом інерції $J_{\text{зв}}$, що і несе в собі інформацію про сукупну інертність відкинутих рухомих ланок механізмів машини.

Зручніше користуватися другою динамічною моделлю машини, відповідно до якої перший чинник будемо мати у вигляді інтеграла $M_{\text{зв}}$, а другий чинник – у вигляді $J_{\text{зв}}$.

При розв'язанні інженерних задач виникають ситуації, коли не всі зовнішні сили, що діють на ланки механізмів машини, відомі. Так, наприклад, при проектному розрахунку машини необхідно розв'язувати задачу вибору потужності двигуна для здійснення заданого робочого процесу. У цьому випадку зовнішні сили корисного опору будуть відомі, а зовнішні рушійні сили – невідомі. Оскільки робочий процес, як правило, здійснюється в усталеному режимі руху, коли швидкість обертання головного вала в середньому не змінюється, виникає можливість використання умови рівності за цикл роботи рушійних сил і сил опору.

Усе ж усталений рух, як основний режим руху машини, більш інформативний. Його розгляд дозволяє розв'язувати такі інженерні задачі, як вибір потужності і характеристик двигуна машини, розрахунок додаткових махових мас, установлюваних, як правило, на головному валі машини для обмеження нерівномірності ходу машини, вибір типу і характеристик відцентрового регулятора руху та деякі інші. Відзначимо ще одну обставину, вона пов'язана з урахуванням сил тяжіння ланок.

У швидкісних машинах сили тяжіння ланок можуть не враховуватися, оскільки вони мають другий або навіть третій порядок малості в порівнянні з заданими зовнішніми силами і виникаючими при роботі інерційними динамічними навантаженнями.

У середньошвидкісних і тихохідних машинах із масивними ланками їхні сили тяжіння можуть бути сумірні з зовнішніми силами і динамічними інерційними навантаженнями. У цьому випадку не враховувати сили тяжіння ланок не можна, оскільки, не впливаючи на середню швидкість усталеного руху, вони будуть впливати на закон руху головного вала машини в межах циклу, тобто на нерівномірність ходу машини.

Рушійні сили за цикл виконують додатну роботу, а сили опору – від'ємну.

Сили тяжіння за цикл, як сили потенційні, не виконують ніякої роботи. На окремих ділянках руху в межах циклу сили тяжіння можуть бути рушійними (коли центри мас ланок опускаються), а на інших – силами опору (коли центри мас ланок піднімаються).

Тому сили тяжіння можна приєднати умовно як до відомих рушійних сил, так і до відомих сил опору.

Закон руху механізму можна визначити за допомогою діаграми енергомас $E = E(J_{зв})$ (діаграми Віттенбауера). Розглянемо розв'язання цієї задачі за умови, якщо задано:

- 1) маси й моменти інерції ланок механізму;
- 2) зовнішні сили й моменти сил, що діють на ланки механізму;

- 3) початкове значення кінетичної енергії;
- 4) що рух є усталеним.

Порядок побудови діаграми:

1) Виконати зведення мас і побудувати графік зведеного моменту інерції $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$, (див. рис. 2.6, графік 1).

2) Виконати зведення сил і побудувати графік зведеного моменту сил $M_{зв} = M_{зв}(\varphi)$, (див. рис. 2.6, графік 2).

3) Методом графічного інтегрування графіка $M_{зв} = M_{зв}(\varphi)$ побудувати графік роботи всіх сил і моментів $A = A(\varphi)$. Враховуючи те, що $A = E - E_0 = \Delta E$, тобто $A = \Delta E$, то графік $A = A(\varphi)$ є графіком $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (див. рис. 2.6, графік 3).

4) Побудувати графік повної кінетичної енергії. Враховуючи, що $E = E_0 + \Delta E$, для одержання графіка $E = E(\varphi)$ достатньо вісь абсцис графіка $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ опустити вниз на величину E_0 (див. рис. 2.6, графік 4).

5) По графіках $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$ (рис. 2.6, графік 1) і $E = E(\varphi)$ методом виключення параметра φ побудувати діаграму енергомас $E = E(J_{зв})$ (рис. 2.6, графік 5). Так як рух усталений, тобто на початку й наприкінці циклу маємо, що $\omega_0 = \omega$, $E_0 = E$, $J_{зв0} = J_{зв}$, то діаграма $E = E(J_{зв})$ буде замкненою. На рис. 2.6 для прикладу показано як знайти координати двох точок діаграми енергомас: точки 11 і довільної точки k . Координати точки k : $x_J = J_{зв/k} / \mu_J$, $y_E = E_k / \mu_E$. З точки k проведемо січну пряму в початок системи координат і запишемо вираз для тангенса кута ψ_k

$$\tan \psi_k = \frac{y_E}{x_J} = \frac{E_k}{J_{зв/k}} \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E} = \frac{0,5\omega_k^2 \cdot J_{зв/k}}{J_{зв/k}} \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E} = 0,5\omega_k^2 \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E}. \quad (2.26)$$

З виразу (2.26) знаходимо кутову швидкість у положенні k механізму

$$\omega_k = \sqrt{2 \tan \psi_k \cdot \frac{\mu_E}{\mu_J}}. \quad (2.27)$$

Але, як правило, безпосередньо скористатись формулою (2.27) практично не можливо. Справа в тому, що значення коефіцієнта δ досить мале і відповідно кут, між дотичними $\Delta\psi = \psi_{\max} - \psi_{\min}$ дуже малий, тобто дотичні перетинаються на великій відстані і графічно знайти точку перетину часто не можливо. Більш детально розв'язання цієї задачі розглянемо далі.

2.7. Регулювання нерівномірного періодичного руху

Як ми вже відзначали, для оцінки такого руху застосовують наступні параметри: середня швидкість – $\omega_{\text{ср}}$ і коефіцієнт нерівномірності руху – δ (рис. 2.6). Періодичний рух регулюють за цими двома параметрами.

Регулювання $\omega_{\text{ср}}$ здійснюють шляхом впливу на A_p або на A_o , щоб виконувалася умова $A_p = A_o$ (за цикл) при необхідному значенні $\omega_{\text{ср}}$. В енергетичних машинах завжди, а в решті машин в основному, для забезпечення балансу роботи сил впливають на A_p . Відзначимо, що це задача автоматичного регулювання.

Детально розглянемо регулювання параметра δ . Спочатку розглянемо, які фактори впливають на нерівномірність руху. Для цього наведемо вже відому формулу для ω_i :

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2(E_0 + \Delta A_i)}{J_{\text{зв}/i}}}. \quad (2.28)$$

Із цієї формули видно, що періодична зміна ω обумовлена періодичною зміною $J_{\text{зв}/i}$ і ΔA_i . На ΔA_i впливати неможливо. Розглянемо структуру $J_{\text{зв}/i}$.

Вираз для зведеного моменту інерції має вигляд

$$J_{\text{зв}} = \left\{ m_i \cdot \left(\frac{V_{Si}}{\omega} \right)^2 + J_i \cdot \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right\} \quad (2.29)$$

Усі ланки механізму умовно можна розділити на дві групи. До першої групи відносяться ланки пов'язані постійним передатним відношенням із

головним валом (найчастіше це вал кривошипа), тобто $\frac{V_{Si}}{\omega} = \text{const}$, $\frac{\omega_i}{\omega} = \text{const}$ (див. формулу 2.29). Серед таких ланок ротор електродвигуна, вали, муфти, зубчасті колеса, кривошип.

До другої групи відносяться ланки пов'язані змінним передатним відношенням із валом кривошипа, тобто $\frac{V_{Si}}{\omega} \neq \text{const}$, $\frac{\omega_i}{\omega} \neq \text{const}$ (повзуни, шатуни, коромисла, лаштунки і т.д.). Як приклад, на рис. 2.7 пунктирними лініями показані ланки I-ї групи, а суцільними ланки II-ї групи.

Тоді $J_{зв} = J_{зв/I} + J_{зв/II}$, причому $J_{зв/I} = \text{const}$, $J_{зв/II} \neq \text{const}$, в цьому випадку формула (2.17) прийме вигляд

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2(E_0 + \Delta A_i)}{J_{зв/I} + J_{зв/II_i}}} \quad (2.30)$$

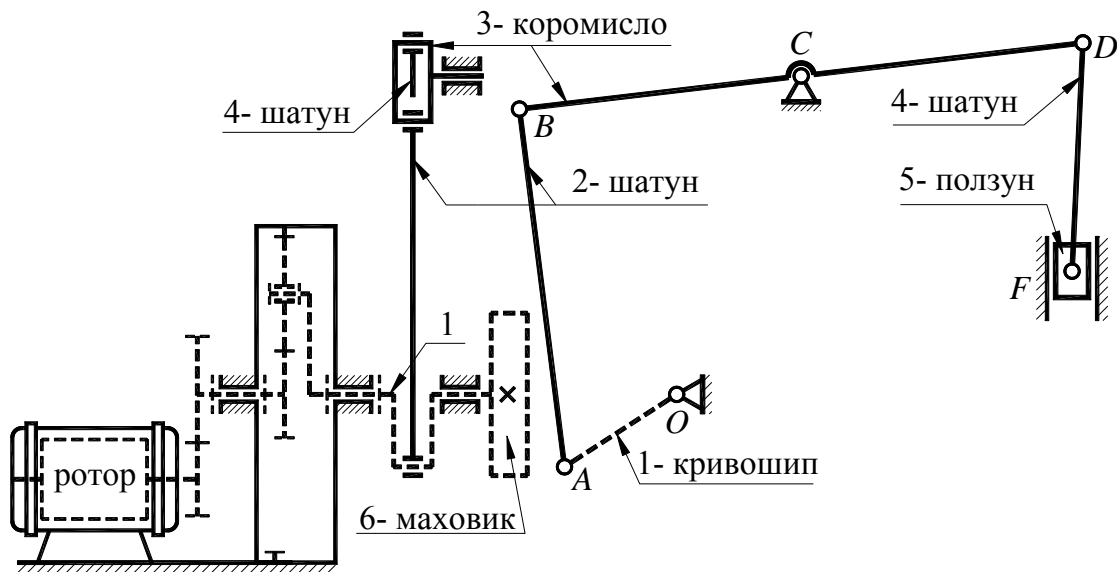


Рис. 2.7. Приклад механізму з ланками I-ї групи й II-ї групи

Коливання кутової швидкості можна зменшити (що означає зменшити коефіцієнт нерівномірності δ), збільшивши величину $J_{зв/I}$ шляхом установки додаткової маси – маховика. Для визначення впливу $J_{зв/I}$ на коефіцієнт δ , розглянемо рух ланок I-ї групи. Так як $J_{зв/I} = \text{const}$, то максимальне й мінімальне значення енергії буде відповідно при ω_{\max} і ω_{\min}

$$E_{I_{\max}} = 0,5 \cdot \omega_{\max}^2 \cdot J_{зв/I}, \quad E_{I_{\min}} = 0,5 \cdot \omega_{\min}^2 \cdot J_{зв/I}. \quad (2.31)$$

Найбільша зміна енергії ланок I-ї групи буде

$$\Delta E_{I_{\max}} = E_{I_{\max}} - E_{I_{\min}} = 0,5 \cdot J_{зв/I} (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2). \quad (2.32)$$

Виконавши перетворення виразу (2.32) одержимо

$$\Delta E_{I_{\max}} = J_{зв/I} \cdot \omega_{\text{cp}}^2 \cdot \delta. \quad (2.33)$$

Тоді коефіцієнт нерівномірності руху дорівнює

$$\delta = \frac{\Delta E_{I_{\max}}}{J_{зв/I} \cdot \omega_{\text{cp}}^2}. \quad (2.34)$$

Якщо допустиме значення коефіцієнта нерівномірності $[\delta]$ задане, тоді необхідне значення моменту інерції ланок I-ї групи буде дорівнювати

$$J_{зв/I} = \frac{\Delta E_{I_{\max}}}{\omega_{\text{cp}}^2 \cdot [\delta]}. \quad (2.35)$$

До складу $J_{зв/I}$ входять моменти інерції ланок, з яких складається механізм (ротор електродвигуна, вали, муфти, зубчасті колеса, кривошип) і момент інерції додаткової махової маси – маховика, момент інерції якого необхідно визначити із умови $\delta \leq [\delta]$. Існує декілька методів розв'язання цієї задачі. Відрізняються вони головним чином способом визначення найбільшої зміни енергії ланок I-ї групи $\Delta E_{I_{\max}}$. Найбільш поширеним є метод Віттенбауера, який є принципово точним, а похибка залежить тільки від точності графічних побудов.

Менш поширеним є метод Мерцалова. Вже при визначенні $\Delta E_{I_{\max}}$ з'являється похибка, яка залежить від величини $[\delta]$, тому його рекомендується застосовувати при $[\delta] \leq 1/20$.

2.8. Визначення моменту інерції маховика за методом Віттенбауера

При проектуванні машини необхідно розв'язувати задачу забезпечення заданого допустимого рівня коливань кутової швидкості головного вала машини в межах циклу за умовою

$$\delta \leq [\delta]. \quad (2.36)$$

Середня кутова швидкість головного вала вважається відомою, як і допустимий коефіцієнт нерівномірності ходу машини $[\delta]$. Для різноманітних типів машин існують установлені з досвіду прийнятні допустимі величини коефіцієнта $[\delta]$.

При такій постановці задачі момент інерції ланок першої групи $J_{зв/І}$ невідомий. Його потрібно визначити за умовою досягнення заданого коефіцієнта нерівномірності ходу машини δ . Необхідне значення моменту інерції ланок І-ї групи, що забезпечує рух з необхідною рівномірністю можна визначити за формулою (2.35).

У наведеній формулі $[\delta]$ – це допустиме значення коефіцієнта нерівномірності

Примітка: У завданнях на КП і КР допустиме значення коефіцієнта δ наведене без квадратних дужок.

Задача розв'язується за допомогою неповної діаграми енергомас $\Delta E = \Delta E(J_{зв/ІІ})$. На відміну від згаданої, повна діаграма енергомас $E = E(J_{зв})$ будується в координатних осях $E = E_0 + \Delta E$, $J_{зв} = J_{зв/І} + J_{зв/ІІ}$. Тобто в неповній діаграмі постійні складові E_0 і $J_{зв/І}$ не враховані.

При розв'язанні цієї задачі будемо мати на увазі наступне. Всі машини умовно можна розділити на дві групи. Це енергетичні машини, для яких нам відомі рушійні сили, або моменти сил, а при вирішенні задачі ми із умови усталеного руху знаходимо сили опору. Друга група машин – це робочі машини по обробці чи переробці матеріалів. Для них нам відомі сили опору (різання, пресування, брикетування і т. п.). В цьому випадку знову ж таки з умови усталеного руху знаходимо рушійні сили. Принципово розв'язання

задачі для обох груп машин нічим не відрізняється. Різниця лише в тому, які сили задані завчасно і які треба знайти. В якості прикладу розглянемо методику розв'язання задачі для машин знарядь.

При розв'язанні поставленої задачі заданими є наступні параметри:

- 1) маси й моменти інерції ланок механізму II-ї групи;
- 2) зовнішні сили й сили ваги ланок механізму;
- 3) середня швидкість ω_{cp} і коефіцієнт нерівномірності руху $[\delta]$

(допустиме значення);

- 4) момент інерції ланок механізму I-ї групи, які є в складі механізму

$J_{зв/Іздн}$;

- 5) рух є усталеним.

Порядок побудови діаграми:

- 1) Виконати зведення мас ланок II-ї групи й побудувати графік зведеного моменту інерції $J_{зв/II} = J_{зв/II}(\varphi)$ (рис.2.8, графік 1);

- 2) Виконати зведення сил опору (й сил ваги) і побудувати графік зведеного моменту сил опору $M_{зв/о} = M_{зв/о}(\varphi)$ (рис.2.8, графік 2);

- 3) Методом графічного інтегрування графіка $M_{зв/о} = M_{зв/о}(\varphi)$ побудувати графік роботи сил опору $A_o = A_o(\varphi)$ (рис.2.8, графік 3);

- 4) Виходячи з умови усталеного руху $A_o = A_p$ (за цикл!), а також прийнявши припущення $M_{зв/р} = \text{const}$ побудувати графік роботи рушійних сил $A_p = A_p(\varphi)$ (рис.2.8, графік 4)

Примітка: для побудови діаграми енергомас $\Delta E = \Delta E(J_{зв/II})$ більш зручно побудувати графік $A_p = -A_p(\varphi)$, а не графік $A_p = A_p(\varphi)$.

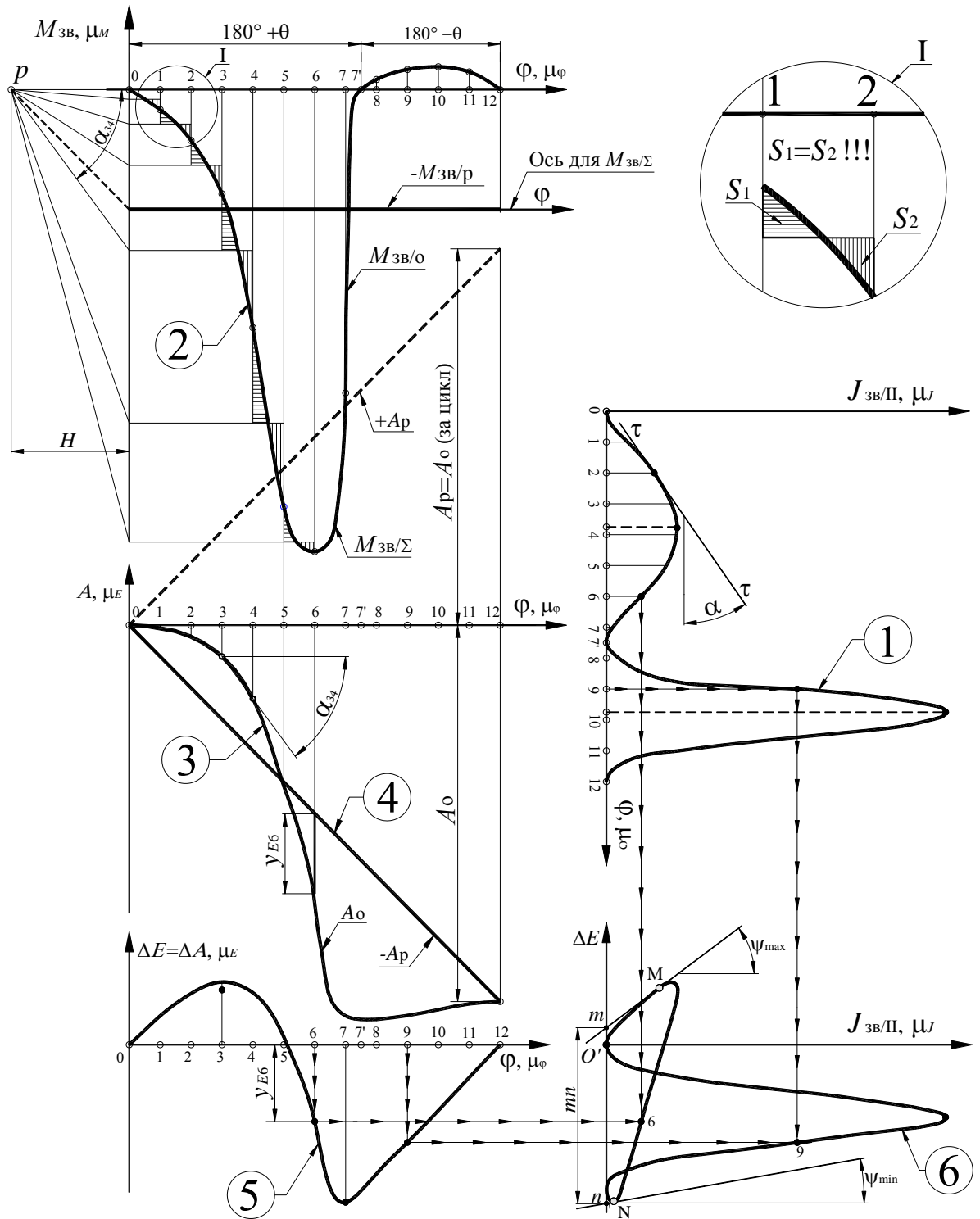


Рис. 2.8. Неповна діаграми енергомас $\Delta E = \Delta E(J_{зв/\Pi})$

5) По графіках $A_p = -A_p(\varphi)$ і $A_o = A_o(\varphi)$, враховуючи, що $A = \Delta A = A_{ндл} = A_p - A_o$ побудувати графік роботи всіх сил $\Delta A = \Delta A(\varphi)$ (це повна або надлишкова робота). Враховуючи, що $A = E - E_0 = \Delta E$, тобто $A = \Delta A = \Delta E$, то графік $\Delta A = \Delta A(\varphi)$ є графіком $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (рис.2.8, графік 5);

б) По графіках $J_{зв/II} = J_{зв/II}(\varphi)$ (рис.2.8, графік 1) і $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (рис.2.8, графік 5) методом виключення параметра φ побудувати діаграму енергомас $\Delta E = \Delta E(J_{зв/II})$ (рис.2.8, графік 6).

Розглянемо визначення $J_{зв/I} = J_{зв/Iздн} + J_{max}$ за допомогою діаграми $\Delta E = \Delta E(J_{зв/II})$. Як було встановлено при розгляді повної діаграми енергомас $E = E(\varphi)$, дотичні до діаграми, що проведені з початку системи координат (точка O') і проходять до осі абсцис під кутами ψ_{max} і ψ_{min} , дають можливість визначити відповідно ω_{max} і ω_{min} . В даній задачі задані значення ω_{cp} і $[\delta]$, що дозволяє знайти ω_{max} і ω_{min} , а через них і кути ψ_{max} і ψ_{min} , під якими дотичні до діаграми зверху і знизу перетинаються в точці O' . Таким чином знайдемо початок системи координат повної діаграми енергомас, що дасть можливість визначити $E = E_0 + \Delta E$ і $J_{зв} = J_{зв/I} + J_{зв/II}$.

По заданим ω_{cp} і $[\delta]$ знаходимо

$$\begin{aligned}\omega_{max} &= \omega_{cp} \cdot (1 + 0,5 \cdot [\delta]), \\ \omega_{min} &= \omega_{cp} \cdot (1 - 0,5 \cdot [\delta]).\end{aligned}\quad (2.37)$$

$$\begin{aligned}\tan\psi_{max} &= 0,5 \cdot \omega_{max}^2 \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E}, \\ \tan\psi_{min} &= 0,5 \cdot \omega_{min}^2 \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E}.\end{aligned}\quad (2.38)$$

До діаграми $\Delta E = \Delta E(J_{зв/II})$ проводимо дотичні, зверху під кутом ψ_{max} і знизу під кутом ψ_{min} . Точка перетинання цих дотичних (точка O) є початок системи координат повної діаграми енергомас $E = E(J_{зв})$. У цій діаграмі $E = E_0 + \Delta E$, а $J_{зв} = J_{зв/I} + J_{зв/II}$. Окремо покажемо діаграму $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (рис.2.9).

На цій діаграмі відрізок Ok у масштабі зображує момент інерції $J_{зв/I}$, тоді

$$J_{зв/I} = Ok \cdot \mu_J \quad (2.39)$$

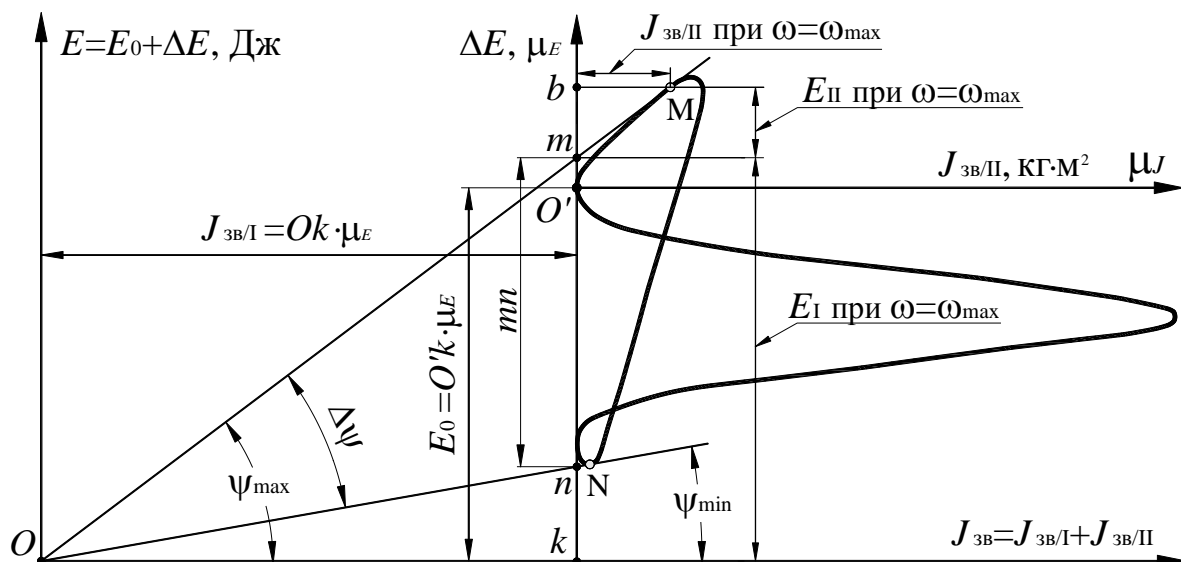


Рис. 2.9. Діаграма енергомас $\Delta E = \Delta E(J_{зв/II})$

Однак зазвичай точка O знаходиться далеко за межами креслення. З трикутників Okn і Okm маємо

$$km = Ok \cdot \tan \psi_{\max}, \quad kn = Ok \cdot \tan \psi_{\min} \quad (2.40)$$

$$mn = km - kn = Ok(\tan \psi_{\max} - \tan \psi_{\min}). \quad (2.41)$$

Розглянемо вираз $\tan \psi_{\max} - \tan \psi_{\min}$. Відомо, що

$$\tan \psi_{\max} = 0,5 \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E} \cdot \omega_{\max}^2, \quad \tan \psi_{\min} = 0,5 \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E} \cdot \omega_{\min}^2, \quad (2.41)$$

тоді

$$\tan \psi_{\max} - \tan \psi_{\min} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E} (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2). \quad (2.42)$$

$$\frac{1}{2} (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = \frac{1}{2} (\omega_{\max} + \omega_{\min}) \cdot (\omega_{\max} - \omega_{\min}) = \omega_{\text{cp}}^2 \cdot \delta \quad (2.43)$$

З урахуванням (2.43) вираз (2.42) буде мати вигляд

$$\tan \psi_{\max} - \tan \psi_{\min} = \frac{\mu_J}{\mu_E} \omega_{\text{cp}}^2 \cdot \delta. \quad (2.44)$$

Після підстановки (2.44) в (2.41) отримаємо:

$$mn = Ok \cdot \frac{\mu_J}{\mu_E} \cdot \omega_{\text{cp}}^2 \cdot \delta = \frac{J_{зв/I}}{\mu_E} \cdot \omega_{\text{cp}}^2 \cdot \delta, \quad (2.45)$$

Тоді

$$J_{зв/І} = \frac{mn \cdot \mu_E}{\omega_{сп}^2 \cdot \delta}. \quad (2.46)$$

На рис. 2.9 показано, що $\omega = \omega_{\max}$, коли механізм знаходиться в положенні M . Очевидно, що при $\omega = \omega_{\max}$ ланки 1-ї групи мають максимальну енергію E_{\max} . Тобто $E_{I\max} = km \cdot \mu_E$, відповідно енергія ланок 2-ї групи при $\omega = \omega_{\max}$ буде $E_{II} = bm \cdot \mu_E$. Аналогічно, при $\omega = \omega_{\min}$ ланки 1-ї групи мають мінімальну енергію $E_{I\min} = kn \cdot \mu_E$. Очевидно, що вираз $mn \cdot \mu_E$ в формулі (2.46) – це максимальна зміна енергії ланок 1-ї групи $\Delta E_{I\max}$.

Момент інерції маховика буде

$$J_{\max} = J_{зв/І} - J_{зв/Іздн}. \quad (2.47)$$

Після визначення моменту інерції маховика необхідно задатись його масою і визначити радіус інерції, або навпаки, в залежності від конкретної ситуації. Якщо виявиться, що в даному випадку маса і розміри маховика занадто великі, тоді слід розглянути варіант установки маховика на більш швидкохідний вал. В такому випадку момент інерції маховика зменшиться в u^2 раз. Мається на увазі, що $u = \omega_{ш} / \omega_1$.

Коли ми розглядали властивості діаграми енергомасс, було підняте питання визначення закону руху механізму $\omega = \omega(\varphi)$. Було відзначено, що

взагалі формула $\omega_k = \sqrt{2 \tan \psi_k \cdot \frac{\mu_E}{\mu_J}}$ дозволяє знайти кутову швидкість

кривошипа в довільному його положенні, але враховуючи те, що кут $\Delta\psi$ дуже малий, то дотичні до діаграми перетинаються в точці O на великій відстані, що практично не дозволяє скористатись графічним методом для знаходження кутової швидкості. Для визначення закону руху кривошипа

рекомендується скористатись формулою $\omega_i = \sqrt{\frac{2(E_0 + \Delta A_i)}{J_{зв/І} + J_{зв/Іі}}}$ (див. вираз

(2.30)). Фактично ця формула і формула $\omega_k = \sqrt{2 \tan \psi_k \cdot \frac{\mu_E}{\mu_J}}$ – це одна і та ж

формула, тільки в останній фізичні величини представлені співвідношенням відповідних відрізків і масштабів. В формулі (2.30) $J_{зв/л} = \text{const}$ і $E_0 = \text{const}$. Значення $J_{зв/л}$ знаходимо за формулою (2.46). Для визначення E_0 скористаємось рис. 2.9, маємо

$$E_0 = O'k \cdot \mu_E = (O'n + nk) \cdot \mu_E. \quad (2.48)$$

В формулі (2.48) nk – це відрізок, який в масштабі μ_E відображає мінімальне значення кінетичної енергії ланок 1-ї групи, тобто

$$E_{\text{imin}} = nk \cdot \mu_E = \frac{1}{2} J_{зв/л} \cdot \omega_{\text{min}}^2. \quad (2.49)$$

Після підстановки (2.49) в (2.48) отримаємо

$$E_0 = O'n \cdot \mu_E + \frac{1}{2} J_{зв/л} \cdot \omega_{\text{min}}^2. \quad (2.50)$$

Рекомендується користуватись формулою (2.50) замість (2.48), оскільки точка k зазвичай знаходиться за межами креслення. Змінні величини в формулі (2.30) ΔA_i і $J_{зв/л i}$ знаходимо відповідно з графіків 5 і 1 на рис. 2.8. Визначивши значення кутової швидкості в усіх положеннях можна побудувати графік $\omega = \omega(\varphi)$. Так як δ завжди є досить малою величиною, то графік $\omega = \omega(\varphi)$ буде недостатньо наглядним, доцільно побудувати графік $\Delta\omega = \Delta\omega(\varphi)$, маючи на увазі, що $\Delta\omega_i = \omega_i - \omega_0$. Продиференціювавши графічно графік $\Delta\omega = \Delta\omega(\varphi)$, можна одержати графік аналога кутового прискорення головного вала машини $d\omega/d\varphi = f(\varphi)$. Для отримання графіка прискорення $\varepsilon = d\omega/dt$ аналог прискорення запишемо в такому вигляді:

$$\left(\frac{d\omega}{d\varphi} \right)_i = \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_i \cdot \left(\frac{dt}{d\varphi} \right)_i = \varepsilon_i \cdot \frac{1}{\omega_i}. \quad (2.51)$$

З виразу (2.51) кутове прискорення буде:

$$\varepsilon_i = \left(\frac{d\omega}{d\varphi} \right)_i \cdot \omega_i. \quad (2.52)$$

Зауважимо, що графічне диференціювання відрізняється досить низькою точністю, тому, якщо необхідно визначити кутове прискорення більш точно, наприклад, для визначенні сил інерції при силовому аналізі механізму, необхідно скористатись рівнянням руху в диференціальній формі

$$M_{3B} = J_{3B} \cdot \varepsilon + 0,5 \cdot \omega^2 \cdot \frac{dJ_{3B}}{d\varphi}. \quad (2.53)$$

Перепишемо цей вираз в загальній формі

$$M_{3B/i} = J_{3B/i} \cdot \varepsilon_i + 0,5 \cdot \omega_i^2 \cdot \left(\frac{J_{3B}}{d\varphi} \right)_i. \quad (2.54)$$

Оскільки

$$\begin{aligned} M_{3B/i} &= M_{3B/\Sigma i} = M_{3B/p} - M_{3B/\alpha}; \\ J_{3B/i} &= J_{3B/I} + J_{3B/II}; \\ \left(\frac{dJ_{3B}}{d\varphi} \right)_i &= \left(\frac{J_{3B/II}}{d\varphi} \right)_i, \end{aligned} \quad (2.55)$$

після підстановки (2.55) в (2.54) отримаємо

$$M_{3B/\Sigma i} = (J_{3B/I} + J_{3B/II}) \cdot \varepsilon_i + 0,5 \cdot \omega_i^2 \cdot \left(\frac{dJ_{3B/II}}{d\varphi} \right)_i. \quad (2.56)$$

З виразу (2.56) отримаємо

$$\varepsilon_i = \frac{M_{3B/\Sigma i}}{J_{3B/I} + J_{3B/II}} - \frac{\omega_i^2 \cdot \left(\frac{dJ_{3B/II}}{d\varphi} \right)_i}{2 \cdot (J_{3B/I} + J_{3B/II})}. \quad (2.57)$$

Більшість величини які входять в формулу (2.57) можна отримати з графіків на рис. 2.8. $M_{3B/\Sigma i}$ з графіка 2 з відліком відносно осі φ , значення $J_{3B/II}$ – з графіка 1. Для визначення похідної $dJ_{3B/II}/d\varphi$ на графіку 1 необхідно провести дотичну в заданому положенні і визначити тангенс кута нахилу між дотичною і віссю абсцис. Як приклад на рис. 2.8 проведена дотична $\tau\tau$ до графіка 1 в положенні 2. Тоді $dJ_{3B/II}/d\varphi$ буде

$$\frac{dJ_{3B/II}}{d\varphi} = \tan \alpha_i \cdot \frac{\mu_J}{\mu_\varphi}. \quad (2.58)$$

Визначаючи значення тангенса треба враховувати його знак на графіку 2 (в положенні 2 похідна $dJ_{зв/II2}/d\varphi$ має знак плюс). Всі згадані величини змінні.

Величини $J_{зв/I}$ і E_0 є постійними. Значення $J_{зв/I}$ визначається за формулою вигляду $J_{зв/I} = \frac{mn \cdot \mu_E}{\omega_{cp}^2 \cdot \delta}$ (див. (2.46)), а значення енергії E_0 – за

формулою $E_0 = O'n \cdot \mu_E + \frac{1}{2} J_{зв/I} \cdot \omega_{min}^2$ (див. (2.48)).

2.9. Силовий аналіз плоских важільних механізмів

Задача силового аналізу полягає у визначенні сил, що діють у кінематичних парах. Механізм, як механічна система не перебуває в стані рівноваги, і до нього не можна застосувати рівняння статки (рівняння рівноваги). Задача розв'язується за допомогою методу кінетостатики, який базується на принципі Д'Аламбера. Відповідно до цього принципу, якщо до зовнішніх сил, що діють на механічну систему додати сили інерції, то вийде така система сил, під дією якої механічна система буде перебувати в стані рівноваги. При визначенні параметрів сил взаємодії (величина, точка прикладення, напрямок) сили тертя враховувати не будемо. У випадках, коли виникає необхідність проводити аналіз з урахуванням сил тертя, то спочатку аналіз проводиться без їх урахування, а на другому етапі, опираючись на результати першого, враховують вплив сил тертя. В сучасних механізмах більшість ланок утворюють обертальні пари і, при виконанні аналізу з урахуванням сил тертя, сили взаємодії ланок необхідно прикладати не в центрі пари, а по дотичній до круга тертя. В поступальних парах сили взаємодії ланок направлені по нормалі до поверхні взаємодії, а з урахуванням сил тертя вони відхиляються від нормалі на кут тертя φ . При проведенні силового аналізу будемо також мати на увазі, що сили взаємодії будь-яких тіл завжди розподілені. У подальшому при виконанні силового аналізу

будемо користуватись поняттям зосередженої сили, яка є рівнодіючої розподілених сил.

а). Сили інерції

Нагадаємо, що інерційні навантаження не є зовнішніми силами. Вони виникають як розподілені внутрішні сили внаслідок інертного опору елементарних мас тіла руху з прискореннями, результуючі яких передаються через зв'язки.

Якщо розглядати їх як зовнішні, то з усією визначеністю варто сказати, що таких сил не існує. Тому сили інерції часто і називають фіктивними – у тому розумінні, що насправді вони прикладені не до тих тіл: відповідно до принципу д'Аламбера їх прикладають до тіл, які “прискорюються”, а насправді вони прикладені до тіл, які “прискорюють”. Так, наприклад, при прискореному рухові автопоїзда виникаюча сила інерції причепа реально діє в зчпному пристрої на автомобіль-тягач, а не на причеп.

Інерційні навантаження викликають у тілах внутрішні динамічні напруження, що можуть призвести навіть до руйнації цих тіл.

Тому вірніше було б говорити не про фіктивність інерційних навантажень, а про фіктивність прикладення реальних інерційних внутрішніх навантажень в якості зовнішніх сил, коли вже вони такими не являються.

Як бачимо, питання фіктивності інерційних навантажень фактично зводиться до питання, що розуміти під цими навантаженнями.

Залежно від характеру руху тіла, при зведенні елементарних сил інерції до центру мас тіла, вони приводяться або до головного вектора сил інерції, або до головного моменту сил інерції, або ж до того і іншого. На рис. 2.10 наведено три випадки плоского руху тіла:

1) Поступальний рух тіла. Елементарні сили інерції зводяться тільки до головного вектора сил інерції, який дорівнює $\vec{P}_i = -\vec{a} \cdot m$ (рис. 2.10, 1).

2) Обертвий рух навколо осі, яка проходить через центр мас ланки. Елементарні сили інерції зводяться тільки до головного моменту сил інерції $\vec{M}_i = -\vec{\varepsilon} \cdot J_S$ (рис. 2.10, 2).

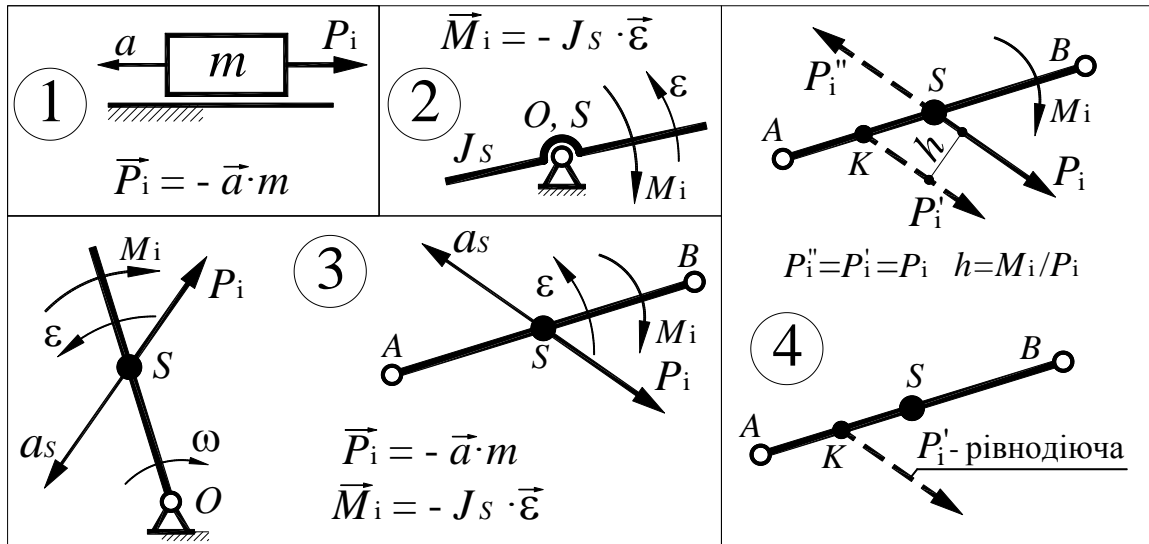


Рис. 2.10. Випадки плоского руху тіла

3) Обертвий рух навколо осі, що не проходить через центр мас ланки або складний рух. Елементарні сили інерції зводяться до головного вектора сил інерції $\vec{P}_i = -\vec{a} \cdot m$ та головного моменту сил інерції $\vec{M}_i = -\vec{\varepsilon} \cdot J_S$ (рис. 2.10, 3). В цьому випадку дію векторів \vec{P}_i і \vec{M}_i (якщо в цьому є необхідність) можна замінити дією рівнодіючої \vec{P}_i' . Для цього спочатку дію момента сил інерції M_i заміняємо дією пари сил \vec{P}_i' і \vec{P}_i'' з плечем $h = M_i / P_i$ (рис. 2.10, 4). При цьому, звичайно, $P_i' = P_i'' = P_i$. Так як сила P_i'' прикладена в точці S, то відкинувши P_i' і P_i'' , ланка AB буде знаходитись під дією тільки рівнодіючої, прикладеної в точці K (рис. 2.10, 4, нижня частина). Звертаємо увагу на те, що розмірність моменту M_i – Н·м, тому розмірність плеча h буде в метрах.

б). Статична визначність кінематичного ланцюга

Ланцюг буде статично визначений, якщо число рівнянь рівноваги дорівнює числу невідомих. Дія сили характеризується величиною,

напрямок і точкою її прикладення. Усе це необхідно визначити при силовому аналізі. Величина сили завжди невідома. У плоских механізмах застосовуються нижчі пари 5-го класу й вищі 4-го. На рис. 2.11 наведені дані по цих парах.

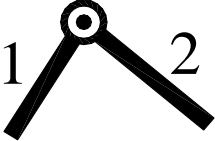
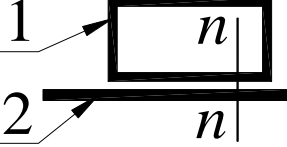
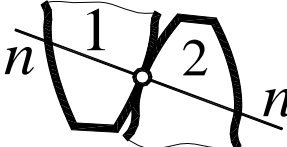
Пари плоских механізмів	Назви і клас пар	Параметри сили взаємодії		
		Точка прикладення	Напрямок	Величина
	Обертальна, нижча, 5-й клас	+	-	-
	Поступальна, нижча, 5-й клас	-	+	-
	Зубчата (або кулачковпа), вища, 4-й клас	+	+	-

Рис. 2.11. Кінематичні пари плоских механізмів

З таблиці видно, що кожна нижча пара містить два невідомі параметри, тобто $2 \cdot p_H$, а вища – один, тобто $1 \cdot p_B$. Тоді загальне число невідомих дорівнює $2 \cdot p_H + p_B$. Для кожної ланки можна скласти 3 рівняння рівноваги, тоді загальне число рівнянь рівноваги дорівнює $3n$, де n – число ланок кінематичного ланцюга. Ланцюг буде статично визначений, якщо:

$$3n = 2p_H + p_B. \quad (2.59)$$

З (2.59) маємо: $3n - 2p_H - p_B = 0$. Формула Чебишева для плоского механізму має вигляд $W = 3n - 2p_H - p_B$. Це означає, що ланцюг буде статично визначений, якщо число ступенів свободи дорівнює нулю. Такий ланцюг називається групою Асура.

в). Порядок виконання силового аналізу механізму

- 1) Накреслити в масштабі необхідне положення механізму.

2) Визначити для даного положення кутову швидкість ω_i і кутове прискорення ε_i кривошипа.

3) З урахуванням знайдених значень ω_i і ε_i кривошипа побудувати план швидкостей і план прискорень механізму.

4) Визначити прискорення центрів мас ланок і кутові прискорення.

5) Визначити сили інерції й моменти сил інерції. Прикласти до ланок механізму всі зовнішні сили й моменти сил, а також сили інерції й моменти сил інерції. Примітка: під дією отриманої системи сил механізм буде перебувати в стані рівноваги.

6) Розділити механізм на групи Ассура й вихідний механізм (зазвичай це кривошип зі стійкою).

7) Виконати силовий аналіз груп Ассура, починаючи з останньої групи Ассура, тобто в послідовності розбирання механізму.

8) Виконати силовий аналіз вихідного механізму (ВМ). Так як для ВМ $W = 1$, то при цьому аналізі визначається тільки сила взаємодії кривошипа зі стійкою і її напрямок, тобто 2 невідомих. Із третього рівняння – рівняння моментів сил, визначати нічого не потрібно, його можна використати як перевірочне.

Для відшукування небезпечних максимальних значень сил тиску і їхніх напрямків у всіх кінематичних парах механізмів машини необхідно виконати силовий розрахунок у n положеннях машини.

Після цього можна побудувати годограф або епюру зміни величини і напрямку сили тиску в кожній із кінематичних пар. На підставі отриманих із силового розрахунку даних можна в подальшому здійснити вибір матеріалу ланок, раціональне конструювання форм деталей машини, призначення виду мастила, місця і способу його подачі до тертьових елементів кінематичних пар і ін.

г). Силовий аналіз груп Ассура

Вище було відзначено, що група Ассура статично визначена, тому силовий аналіз механізмів ведеться за групами Ассура в послідовності розборки механізму, тобто починається з тієї групи, яка була приєднана останньою і закінчується кривошипом. Існує дуже велика кількість різних плоских важільних механізмів і всі вони побудовані з вихідного механізму і груп Ассура. В більшості випадків це механізми 2-го класу з $W=1$, до складу яких входить вихідний механізм (кривошип зі стояком) і групи Ассура 2-го класу, яких існує лише 5 видів (рис. 2.12). Причому найбільш поширені тільки перші 3 види. Групи Ассура 4-го і 5-го видів застосовуються порівняно мало. Відзначимо також, що групи Ассура 2-го, 3-го і 4-го виду мають модифікації в яких ексцентриситет $e=0$ (див. рис. 2.12), які, як правило, і застосовуються в механізмах. Вказані групи Ассура з $e \neq 0$ можуть застосовуватись тільки в випадках, коли застосувати групу з $e=0$ конструктивно не можливо. З точки зору передачі руху між ланками безперечна перевага за групами Ассура, в яких $e=0$.

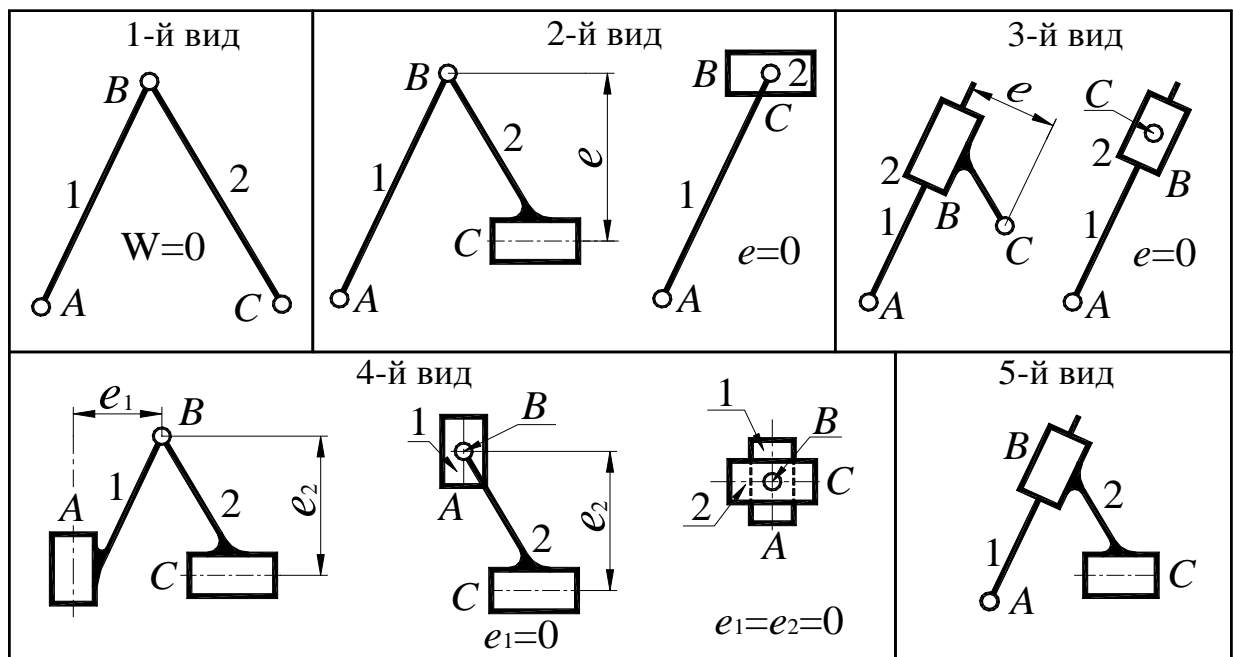


Рис. 2.12. Групи Ассура 2-го класу

Зважаючи на сказане вище відзначимо наступне.

Оскільки силовий аналіз проводиться за групами Ассура, достатньо засвоїти методику лише для 5-ти груп і ми отримаємо можливість провести силовий аналіз для будь-якого плоского важільного механізму, а враховуючи те, що групи 4-го і 5-го видів майже не застосовуються, то досить засвоїти методику аналізу тільки для перших трьох видів (див. рис. 2.12). Тому в подальшому будемо розглядати саме ці групи. При цьому будемо детально розглядати силовий аналіз груп Ассура другого і третього видів в модифікаціях з $e=0$ і тільки вкажемо на особливості такого аналізу для випадку, коли $e \neq 0$.

У загальному випадку до кожної ланки групи Ассура може бути прикладено кілька сил і моментів сил, включаючи сили інерції й моменти сил інерції. Відомо, що таку систему сил і моментів сил можна замінити рівнодіючою силою. Для спрощення методики проведення силового аналізу груп Ассура, ми до кожної ланки будемо прикладати тільки одну силу, яка є рівнодіючою всіх зовнішніх сил і моментів сил, а також сил інерції й моментів сил інерції.

Група Ассура 2-го класу 1-го виду

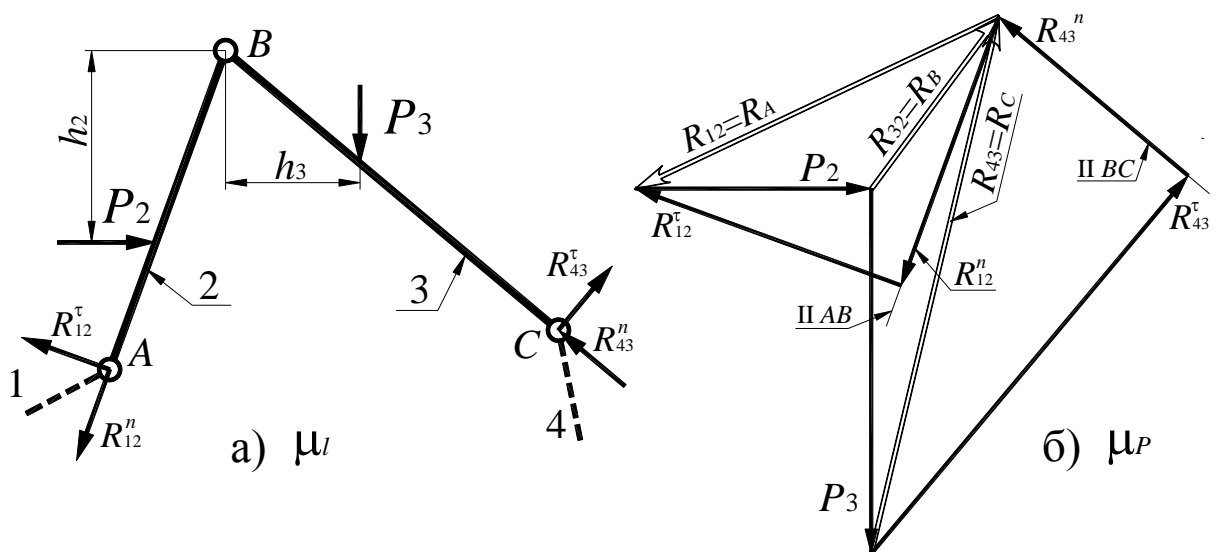


Рис. 2.13. Силовий аналіз групи Ассура 2-го класу 1-го виду

На рис. 2.13, а) сили P_2 і P_3 відомі. Потрібно знайти реакції в кінематичних парах A , C і B , тобто реакції R_{12} , R_{43} і R_{32} відповідно. Точки прикладення цих сил розташовані у центрах шарнірів A , C і B .

1) Розкладаємо реакції в шарнірах A і C на складові уздовж ланок AB і BC і перпендикулярно до них

$$\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^t; \quad \vec{R}_{43} = \vec{R}_{43}^n + \vec{R}_{43}^t \quad (2.59)$$

2) З умови рівноваги ланки 2: $\Sigma M_B(P_i) = 0$ можна записати:

$P_2 \cdot h_2 - R_{12}^t \cdot l_{AB} = 0$, звідки невідома складова R_{12}^t буде дорівнювати

$$R_{12}^t = (P_2 \cdot h_2) / l_{AB} \quad (2.60)$$

3) З умови рівноваги ланки 3: $\Sigma M_B(P_i) = 0$ можна записати, що

$P_3 \cdot h_3 - R_{43}^t \cdot l_{BC} = 0$, звідки невідома складова R_{43}^t буде дорівнювати

$$R_{43}^t = (P_3 \cdot h_3) / l_{BC} \quad (2.61)$$

4) Далі визначаємо складові реакцій у шарнірах A і C , які спрямовано уздовж ланок 2 і 3 – R_{12}^n і R_{43}^n . Для цього розглянемо рівновагу всієї групи Ассура. Відзначимо, що тепер крім сил P_2 і P_3 відомі і сили R_{12}^t , R_{43}^t . Невідомими є тільки величини сил R_{12}^n і R_{43}^n . Векторна сума всіх сил, що діють на ланки групи 2 і 3 буде $\Sigma \vec{P}_i = 0$. Представимо цю умову рівноваги у наступному вигляді:

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^t + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{R}_{43}^t + \vec{R}_{43}^n = 0 \quad (2.62)$$

Рівняння (2.62) розв'яжемо графічно. Відзначимо, що в цьому рівнянні невідомими є тільки величини векторів R_{12}^n і R_{43}^n , тобто тільки 2 характеристики. Це означає, що таке рівняння можливо розв'язати. Спочатку проводимо промінь паралельно стрижню AB – напрямком вектора R_{12}^n . Потім з довільної точки цього променя відкладаємо в масштабі вектор R_{12}^t . З кінця цього вектора послідовно в масштабі відкладаємо вектори P_1 , P_2 , R_{43}^t . З

кінця вектора R_{43}^τ проводимо промінь паралельно BC – напрямком вектора R_{43}^n . На перетинанні цих двох променів знаходимо початок вектора R_{12}^n й кінець вектора R_{43}^n . Побудований за рівнянням (2.62) багатокутник сил показано на рис. 2.13, б.

5) Для визначення сили взаємодії ланок 2 і 3 необхідно розглянути рівновагу одної з двох ланок, відкинувши іншу й замінивши дію відкинutoї ланки її реакцією. Розглянемо рівновагу ланки 2. Маємо $\sum \overrightarrow{P}_{\text{лн}2} = 0$. Представимо цю умову, замінивши дію відкинutoї ланки 3 її реакцією $R_B = R_{32}$, у наступному вигляді:

$$\overrightarrow{R_{12}^n} + \overrightarrow{R_{12}^\tau} + \overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_{32}} = 0 \quad (2.63)$$

Відзначимо, що в багатокутнику сил (рис. 2.13, праворуч) вектори R_{12}^n , R_{12}^τ і P_2 уже відкладені. Шуканий вектор R_{32} замикає кінець вектора P_2 і початок вектора R_{12}^n . Враховуючи (2.59) знаходимо реакції в шарнірах A і C у вигляді

$$\begin{aligned} \overrightarrow{R_A} = \overrightarrow{R_{12}} &= \overrightarrow{R_{12}^n} + \overrightarrow{R_{12}^\tau}, \\ \overrightarrow{R_C} = \overrightarrow{R_{43}} &= \overrightarrow{R_{43}^n} + \overrightarrow{R_{43}^\tau}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Група Ассура 2-го класу 2-го виду

Це група із двома обертальними й крайньою поступальною парою. Сила, прикладена до повзуна 3, спрямована уздовж напрямної 4. При цьому можливі два варіанти розташування лінії дії сили P_3 . На рис. 2.14 праворуч показано загальний випадок, коли лінія дії сили P_3 зміщена відносно центру шарніра B на величину h . Часто лінія дії сили P_3 проходить через центр шарніра B . Розглянемо силовий аналіз для загального випадку і покажемо,

чим буде відрізнятися такий аналіз для випадку, коли лінія дії сили проходить через центр шарніра B .

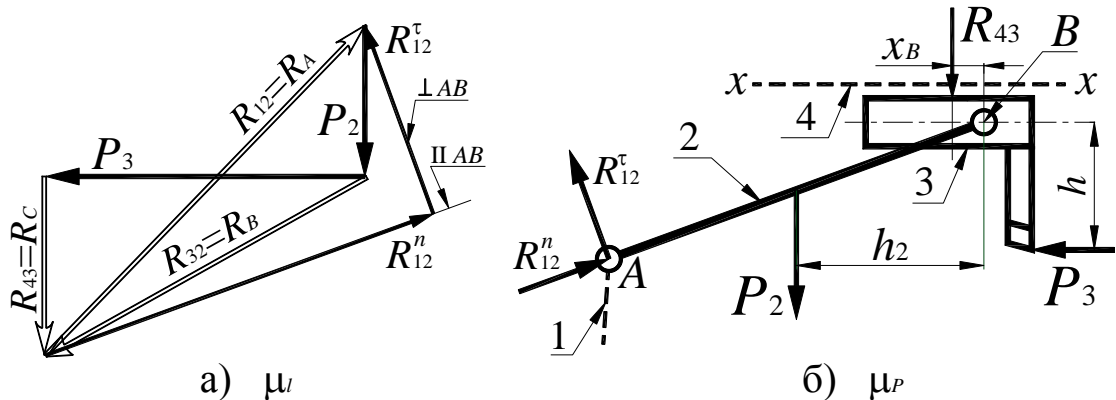


Рис. 2.14. Силевий аналіз групи Ассура 2-го класу 2-го виду

1). Розкладаємо реакцію в шарнірі A на складові уздовж ланок AB і перпендикулярно AB :

$$\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau. \quad (2.65)$$

2). З умови рівноваги ланки 2 (сума моментів сил $\sum M_B(P_i) = 0$) можна записати, що $P_2 \cdot h_2 - R_{12}^\tau \cdot l_{AB} = 0$, звідки невідома складова R_{12}^τ буде дорівнювати

$$R_{12}^\tau = (P_2 \cdot h_2) / l_{AB}. \quad (2.66)$$

Після визначення R_{12}^τ невідомими за величиною є тільки дві сили – R_{12}^n і R_{43} , напрямки яких відомі. Умова рівноваги для групи Ассура $\sum \vec{P}_i = 0$ має вигляд

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{R}_{43} = 0. \quad (2.67)$$

Напрямки векторів рівняння (2.67) наступні:

$$R_{12}^n \parallel AB; R_{12}^\tau \perp AB; R_{43} \perp xx.$$

3). Виконуємо графічний розв'язок векторного рівняння (2.67), у якому повністю відомі сили R_{12}^τ , P_2 , P_3 , а сили R_{12}^n й R_{43} відомі за напрямками. На

перетині напрямків R_{12}^n (паралельно AB) і R_{43} (перпендикулярно xx) знаходимо кінець вектора R_{43} і початок вектора R_{12}^n .

4). Для визначення сили взаємодії ланок 2 і 3 необхідно розглянути рівновагу однієї з двох ланок, відкинувши іншу й замінивши дію відкинutoї ланки її реакцією. Розглянемо рівновагу ланки 2. Рівняння рівноваги для цієї ланки $\sum \overrightarrow{P}_{\text{лн}2} = 0$ представимо, замінивши дію відкинutoї ланки 3 її реакцією R_{32} , у наступному вигляді:

$$\overrightarrow{R_{12}^n} + \overrightarrow{R_{12}^t} + \overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_{32}} = 0. \quad (2.68)$$

Відзначимо, що в багатокутнику сил (рис.5 ліворуч) вектори R_{12}^n , R_{12}^t і P_2 уже відкладені. Шуканий вектор R_{32} замикає кінець вектора P_2 і початок вектора $R_{12}^n = R_B$.

Примітка: Якби ми розглядали окремий випадок, коли лінія дії сили P_3 проходить через центр шарніра B то на пункті 4) закінчувався б силовий аналіз, оскільки лінія дії R_{43} проходила б через центр шарніра B . Для загального випадку, враховуючи зсув лінії дії сили P_3 на величину h , необхідно знайти координату лінії дії сили R_{43} – x_B .

5). Для визначення координати лінії дії реакції R_{43} розглянемо умову рівноваги повзуна – $\sum M_B(P_i) = 0$:

$$P_3 \cdot h - R_{43} \cdot x_B = 0. \quad (2.69)$$

З виразу (2.69) знаходимо

$$x_B = h \frac{P_3}{R_{43}}. \quad (2.70)$$

Ми розглянули групу Ассур 2-го виду, коли ексцентриситет $e = 0$. Вкажемо на особливість аналогічного аналізу, коли $e \neq 0$.

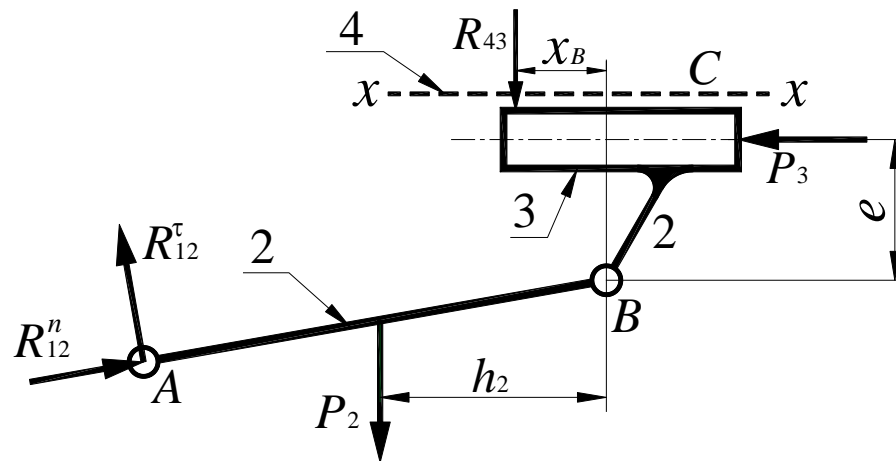


Рис. 2.15. Силевий аналіз групи Ассура 2-го класу 2-го виду, коли $e \neq 0$

Перші чотири пункти повністю співпадають. Подібно до того, як у випадку, коли лінія дії P_3 не проходила через центр шарніра B і $e = 0$, ми знаходили координату лінії дії реакції R_{43} , в даному випадку також необхідно визначити координату x_B . Для цього розглянемо умову рівноваги повзуна $\Sigma M_B(P_i) = 0$, з якої

$$P_3 \cdot e - R_{43} \cdot x_B = 0, \quad (2.71)$$

тоді $x_B = e \frac{P_3}{R_{43}}$.

Група Ассура 2-го класу 3-го виду

На рис. 2.16 сили P_3 і R_{53} відомі. Потрібно знайти реакції в кінематичних парах A і C (обертальні), а також у поступальній парі, утвореній ланками 2 і 3, тобто реакції R_{12} , R_{43} і R_{32} .

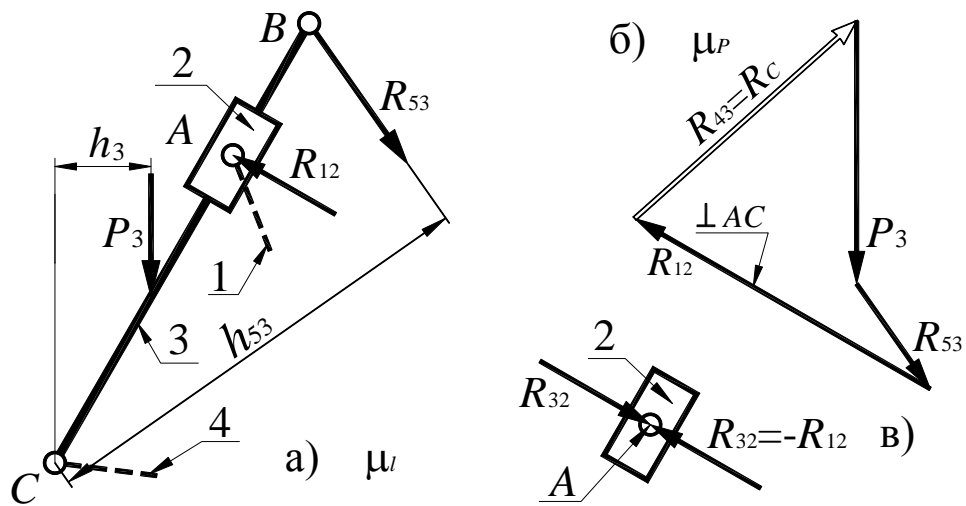


Рис. 2.16. Група Ассура 2-го класу 3-го виду

Спочатку розглянемо рівновагу ланки 2 (рис. 2.16, в). Ланка 2 перебуває в рівновазі під дією 2-х сил – R_{12} і R_{32} . Відомо, що сила R_{12} прикладена в точці A , а сила R_{32} спрямована перпендикулярно лінії AC . У такий спосіб обидві ці сили прикладені в точці A і спрямовані перпендикулярно лінії AC . Це означає, що ці сили рівні й протилежно спрямовані.

З умови рівноваги групи Ассура маємо

$$\sum M_C = 0; \quad P_3 \cdot h_3 + R_{53} \cdot h_{53} - R_{12} \cdot l_{AC} = 0. \quad (2.72)$$

Тоді

$$R_{12} = \frac{P_3 \cdot h_3 + R_{53} \cdot h_{53}}{l_{AC}} \quad (2.73)$$

Отже $\vec{R}_{32} = -\vec{R}_{12}$.

З умови рівноваги групи Ассура $\sum \vec{P}_i = 0$ маємо

$$\vec{P}_3 + \vec{R}_{53} + \vec{R}_{12} + \vec{R}_{43} = 0. \quad (2.74)$$

У рівнянні (2.74) невідомий тільки вектор R_{43} , тобто його можливо розв'язати. На рис. 2.16, б показано багатокутник сил (графічний розв'язок векторного рівняння (2.74), на якому показані знайдені величина й напрямок вектора $R_{43} = R_C$.

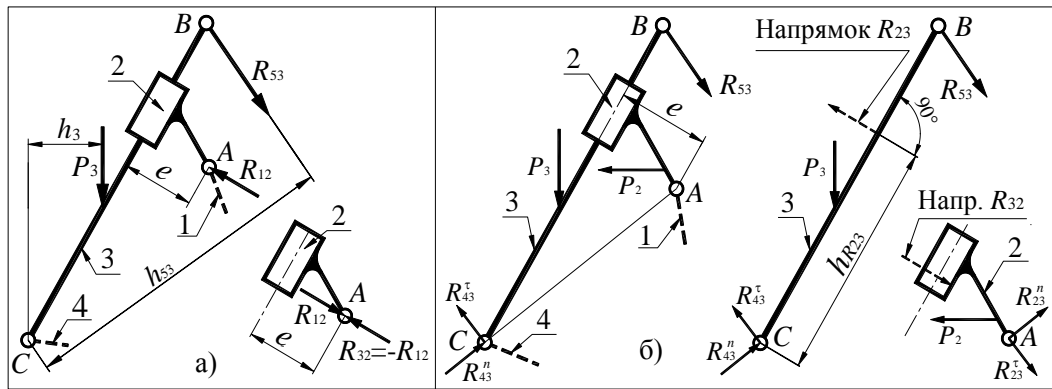


Рис. 2.17. Група Ассура 2-го класу 3-го виду ($e \neq 0$)

На рис. 2.17 показана ця ж група Ассура, але $e \neq 0$. У випадку коли ланка 2 зовнішніми силами не навантажена, тобто $P_2 = 0$ (рис. 2.17, а), то силовий аналіз в точності повторює розглянутий вище (рис. 2.16), тобто розглянувши рівновагу ланки 2, визначаємо напрямок реакції R_{12} і точку прикладення реакції R_{32} , після чого визначаємо величину R_{12} (формула 2.73). У випадку, коли $P_2 \neq 0$, що мало імовірно, силовий аналіз дещо ускладнюється. Найбільш вірогідний випадок наявності сили $P_2 \neq 0$, це коли враховуються інерційні навантаження ланки 2. Схематично, без побудови багатокутника сил, розглянемо силовий аналіз коли $P_2 \neq 0$. В цьому випадку ланка 2 знаходиться під дією 3-х сил – R_{12} , R_{32} і P_2 . Тому спочатку реакцію в шарнірі C (R_{43}) розкладаємо на складові паралельно BC і перпендикулярно BC , тоді

$$\vec{R}_{43} = \vec{R}_{43}^n + \vec{R}_{43}^\tau. \quad (2.75)$$

З умови рівноваги групи Ассура $\sum M_A(P_i) = 0$, визначивши плечі відносно центра шарніра A (h_{3A}, h_{53A}, h_{2A}), маємо

$$P_3 \cdot h_{3A} + P_2 \cdot h_{2A} - R_{53} \cdot h_{53A} - R_{43}^\tau \cdot AC = 0. \quad (2.76)$$

З рівняння (2.76) находимо R_{43}^τ

$$R_{43}^\tau = \frac{P_3 \cdot h_{3A} + P_2 \cdot h_{2A} - R_{53} \cdot h_{53A}}{AC}. \quad (2.77)$$

Після визначення величини R_{43}^τ розглянемо рівновагу сил, діючих на ланку 3, $\overrightarrow{\Sigma P_{\text{лн}3}} = 0$. Відзначимо, що на ланку діють повністю відомі сили P_3 , R_{53} , R_{43}^τ , напрямки сил R_{43}^n і R_{23} також відомі. Відповідне векторне рівняння має вигляд

$$\overrightarrow{R_{43}^n} + \overrightarrow{R_{43}^\tau} + \overrightarrow{R_3} + \overrightarrow{R_{53}} + \overrightarrow{R_{23}} = 0 \quad (2.78)$$

На перетині напрямків R_{43}^n (паралельно AC) і R_{23} (паралельно AB) знаходимо кінець вектора R_{43}^n і початок R_{23} . Для визначення відстані від точки C до точки прикладення R_{23} запишемо рівняння суми моментів всіх сил діючих на ланку 2 ($\Sigma M_C(P_{\text{лн}2}) = 0$), з якого і заходимо $h_{R_{23}}$. На останньому етапі, розглянувши рівновагу сил, діючих на ланку 2, знаходимо R_{12} . Із умови рівноваги $\overrightarrow{\Sigma P_{\text{лн}2}} = 0$ маємо

$$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_{32}} + \overrightarrow{R_{12}} = 0. \quad (2.79)$$

Відзначимо, що в рівнянні (2.79) вектори сил P_2 і R_{32} відомі повністю, тобто рівняння (2.79) можливо розв'язати. Побудувавши в масштабі трикутник сил знаходимо величину і напрямок R_{12} .

Примітка: На першому етапі можна розкладати на складові реакцію не в шарнірі C , а в шарнірі A (рис. 2.17, б), справа), тобто $\overrightarrow{R_{12}} = \overrightarrow{R_{12}^n} + \overrightarrow{R_{12}^\tau}$, потім з умови рівноваги $\Sigma M_C(P_i) = 0$ на основі рівняння подібного до (2.76) знаходимо R_{12}^τ .

Після визначення величини R_{12}^τ розглянемо рівновагу сил, діючих на ланку 2 ($\overrightarrow{\Sigma P_{\text{лн}2}} = 0$). На ланку 2 діють повністю відомі сили R_{12}^τ і P_2 і відомі за напрямками сили R_{12}^n і R_{32} . Графічно з рівняння $\overrightarrow{R_{12}^n} + \overrightarrow{R_{12}^\tau} + \overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_{32}} = 0$ знаходимо величини сил R_{12}^n і R_{32} . За законом Ньютона $\overrightarrow{R_{23}} = -\overrightarrow{R_{32}}$, тоді з рівняння $\Sigma M_C(P_{\text{лн}2}) = 0$ знаходимо $h_{R_{23}}$.

д). *Силовий аналіз вихідного механізму*

На рис. 2.18 показаний вихідний механізм (кривошип зі стійкою). До кривошипа прикладені сили й моменти сил. Сила R_{21} – це сила дії ланки 2 групи Ассура на кривошип, знайдена в результаті виконаного силового аналізу цієї групи. Рушійний момент $M_{зв/р}$, який передається від електродвигуна через передачу, визначається із умови усталеного руху $A_p = A_0$. Момент сил інерції ланок 1-ї групи $M_{i/1}$ визначається за формулою

$$M_{i/1} = J_{зв/1} \cdot \varepsilon. \quad (2.80)$$

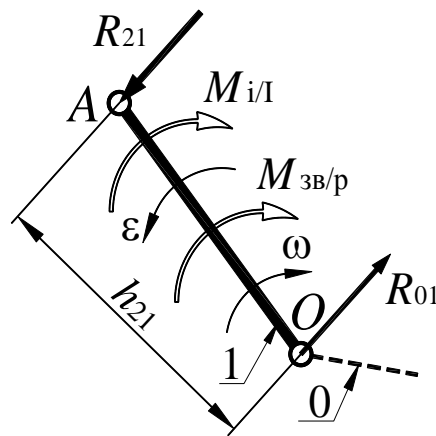


Рис. 2.18. Силовий аналіз кривошипа

Дві невідомі, що підлягають визначенню – це величина й напрямок сили взаємодії кривошипа зі стійкою R_{01} .

З умови рівноваги $\Sigma \vec{P}_i = 0$ маємо

$$\vec{R}_{21} + \vec{R}_{01} = 0,$$

тоді

$$\vec{R}_{01} = -\vec{R}_{21}. \quad (2.81)$$

Оскільки для вихідного механізму число ступенів свободи $W = 1$, то число рівнянь рівноваги на одиницю більше числа невідомих. «Зайвим» рівнянням є рівняння моментів, тобто з умови $\Sigma M_O = 0$ ми нічого знаходити не будемо. При діючих силах і моментах умова $\Sigma M_O = 0$ повинна виконуватися, розширений запис умови рівноваги буде мати вигляд

$$\sum M_O = 0 = M_{зв/р} + M_{зв/І} - R_{21} \cdot h_{21}. \quad (2.82)$$

Через неминучі погрішності розрахунків і графічних побудов звичайно $\sum M_O \neq 0$. Тому необхідно оцінити величину погрішності. Введемо поняття еталонного моменту

$$M_{ет} = \frac{|M_{зв/р}| + |M_{зв/І}| + |R_{21} \cdot h_{21}|}{2},$$

тоді

$$\delta = \frac{\sum M_O \cdot 100}{M_{ет}} \leq 10\%. \quad (2.83)$$

2.10. Запитання для самопідготовки за розділом

1. Які задачі розв'язуються при динамічних розрахунках машин?
2. Наведіть приклад динамічної моделі машини.
3. Що таке зведена маса?
4. Що таке зведена сила?
5. Що таке зведений момент інерції?
6. Що таке зведений момент сил?
7. Як визначаються зведена маса і зведений момент інерції механізму?
8. Як визначається за методом Жуковського зведена сила?
9. Від чого залежить закон руху головного вала машини?
10. Які властивості має діаграма енергомас?
11. Чим відрізняється від повної урізана діаграма енергомас?
12. У чому полягає умова усталеного руху машини?
13. Назвіть причини нерівномірного обертання головного вала машини.
14. Як визначити кутову швидкість головного вала машини в будь-якому його положенні за діаграмою енергомас?
15. Як можна визначити кутове прискорення ϵ головного вала машини за заданою діаграмою його кутової швидкості ω у залежності від кута повороту φ ?

16. Що таке ступінь (коефіцієнт) нерівномірності ходу машини?
17. Як визначається середня кутова швидкість головного вала машини?
18. Як визначається момент інерції ланок I-й групи (J_I) за заданим коефіцієнтом нерівномірності ходу машини δ методом Віттенбауера?
19. Запишіть рівняння руху машини в диференціальній формі.
20. Як визначити кутове прискорення головного вала машини в заданому положенні за рівнянням руху в диференціальній формі?
21. У чому полягає мета кінетостатичного розрахунку механізмів машини?
22. Прокоментуйте принцип д'Аламбера з теоретичної механіки стосовно механізму машини.
23. У чому полягає фіктивність прикладення інерційних навантажень до ланок механізму?
24. Яка послідовність виконання кінетостатичного розрахунку механізму?
25. Як визначаються інерційні навантаження на ланки при їх поступальному, обертальному і плоскопаралельному русі?
26. Наведіть послідовність силового кінетостатичного розрахунку групи Ассура II-го класу 2-го порядку 1-го виду.
27. Наведіть послідовність силового кінетостатичного розрахунку групи Ассура II-го класу 2-го порядку 2-го виду.
28. Наведіть послідовність силового кінетостатичного розрахунку групи Ассура II-го класу 2-го порядку 3-го виду.
29. Від чого виникає перекіс повзуна на направляючій? Які його можливі наслідки?
30. Які рівняння рівноваги Ви знаєте?
31. Як визначається відносна похибка кінетостатичного розрахунку механізмів машини?
32. У чому полягають особливості силового аналізу початкового механізму?

Розділ 3

КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

Кулачкові механізми одержали широке розповсюдження завдяки тому, що вони дозволяють відносно просто реалізувати практично будь-який закон руху вихідної ланки, у тому числі й із зупинками. Найпростішим кулачковим механізмом є трьохланковий механізм, що складається зі стояка й двох рухомих ланок, які утворюють вищу кінематичну пару. Вхідною ланкою є кулачок, а вихідною – штовхач. Закон руху штовхача визначається профілем кулачка. Слід зазначити, що профіль кулачка навіть при незначній зміні своєї форми суттєво змінює закон руху веденої ланки. Тому кулачок повинен бути спрофільований і виготовлений з досить високою точністю.

В більшості випадків кулачок здійснює обертовий рух. Значно рідше застосовуються механізми, у яких кулачок здійснює зворотно-поступальний рух, наприклад, у кінцевих вимикачах. Штовхач здійснює зворотно-поступальний або зворотно-обертовий рух. Наприклад на рис. 3.1 наведені деякі схеми розповсюджених механізмів.

Примітка: На практиці механізми із загостреним штовхачем звичайно не застосовуються, оскільки в такому випадку спостерігалось б підвищене зношування й викривлення профілю кулачка, низький ККД і підвищений акустичний шум. Застосовуючи поняття «механізм із загостреним штовхачем» ми, як буде показано нижче, суттєво спрощуємо виконання, як аналізу, так і синтезу кулачкових механізмів. З урахуванням сказаного, звичайно застосовується штовхач з роликом.

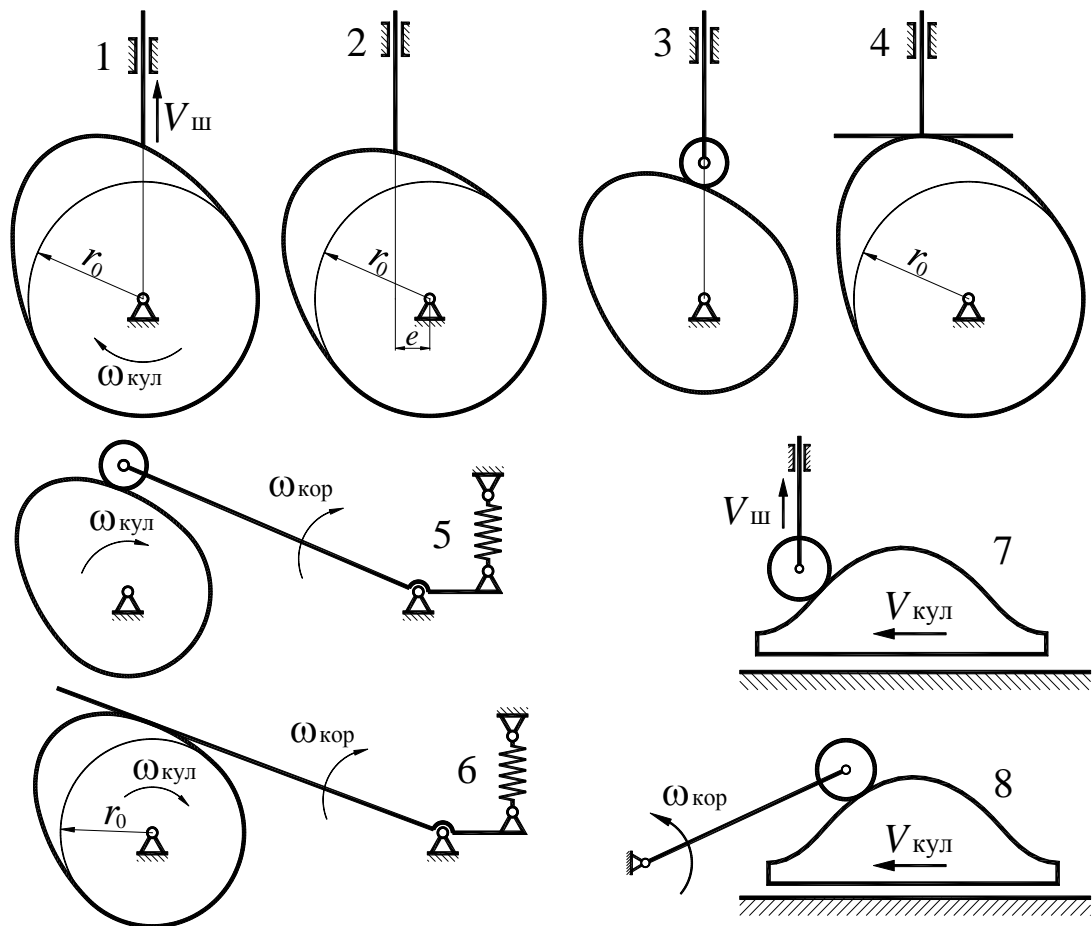


Рис. 3.1. Схеми кулачкових механізмів

На рис. 3.1 зображено:

1. Центральний кулачковий механізм із загостреним штовхачем, що рухається поступально;
2. Не центральний кулачковий механізм із загостреним штовхачем, що рухається поступально (ексцентриситет e);
3. Центральний кулачковий механізм із роликівим штовхачем, що рухається поступально;
4. Кулачковий механізм із плоским штовхачем, що рухається поступально;
5. Кулачковий механізм із коромисловим роликівим штовхачем;
6. Кулачковий механізм із плоским коромисловим штовхачем;
7. Кулачковий механізм із штовхачем і кулачком, що рухаються зворотно-поступально;

8. Кулачковий механізм із кулачком, що рухається поступально і коромисловим штовхачем.

Вища кінематична пара повинна бути замкненою. Замикання пари може бути або геометричним, або силовим. У деяких механізмах геометричне замикання виникає автоматично завдяки конструкції ланок, що утворюють вищу пару, наприклад, зубчаста передача.

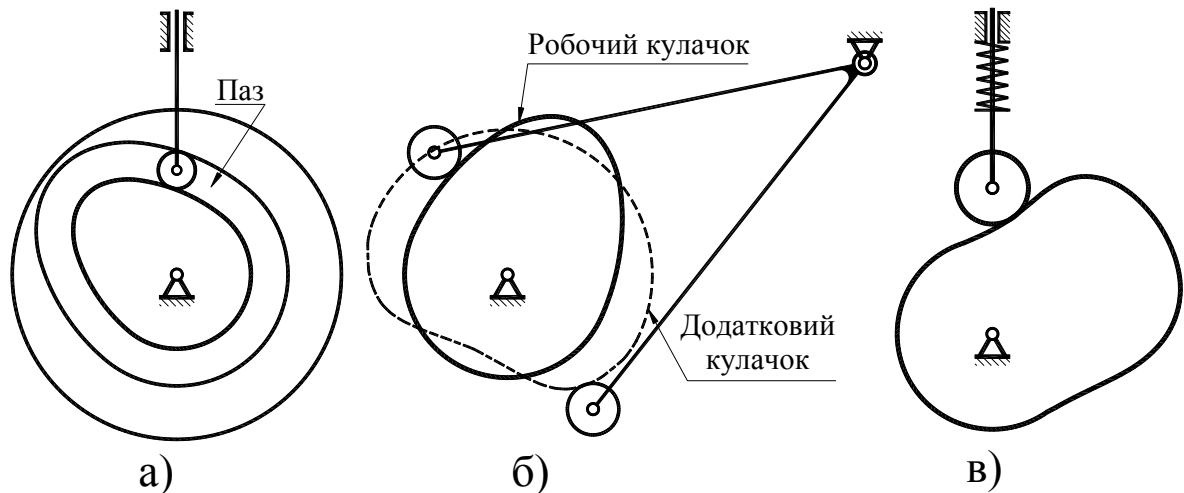


Рис. 3.2. Способи замикання вищої кінематичної пари

В інших випадках геометричне замикання – це спеціальний додатковий захід. На рис.3.2, а) і 3.2, б) відповідно показані варіанти замикання вищої кінематичної пари в кулачкових механізмах шляхом застосування кулачка з пазовим роликком і із застосуванням додаткового кулачка (позначено пунктирною лінією) або додаткового коромисла (фактично, це одне двоважільне коромисло). Слід зазначити, що геометричне замикання майже не застосовується, а якщо застосовується, то тільки в тихохідних механізмах. У сучасних механізмах переважно застосовується силове замикання за допомогою пружин (рис. 3.2, в).

3.1. Метод оберненого руху при проведенні аналізу й синтезу кулачкових механізмів

Метод оберненого руху (метод інверсії) у ряді випадків є досить ефективним при розв'язку задач кінематики. При проведенні кінематичного

аналізу кулачкових механізмів потрібно визначати положення штовхача залежно від положення кулачка. На рис. 3.3, а) показаний ряд положень кулачка (1, 2, 3) і відповідні переміщення штовхача S_1 , S_2 і S_3 . Це прямий розв'язок задачі, що є досить трудомістким і складним. Ця ж задача суттєво спрощується при застосуванні методу інверсії. Задаємо всьому механізму кутову швидкість кулачка, але протилежного напрямку, тобто « $-\omega_{\text{кул}}$ ». У цьому випадку кулачок зупиниться, тобто $\omega_{\text{кул}} = 0$, а штовхач зі стояком будуть обертатися з кутовою швидкістю $\omega_{\text{шт}} = -\omega_{\text{кул}}$.

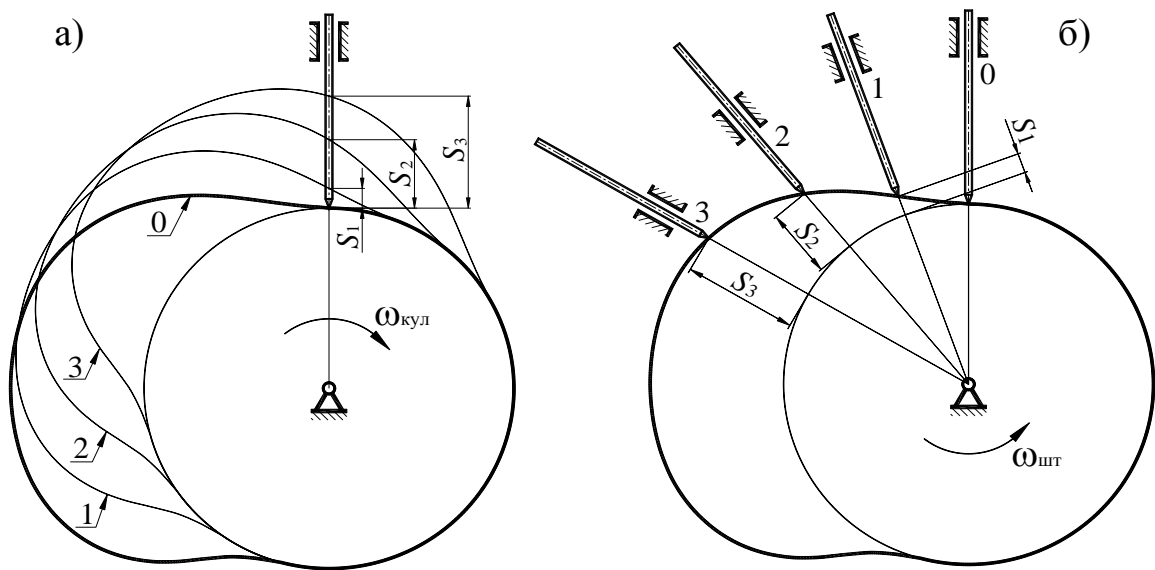


Рис. 3. Метод оберненого руху

На рис. 3, б) показано три положення штовхача відносно кулачка в результаті застосування методу інверсії і відповідні його переміщення S_1 , S_2 і S_3 . Очевидно, що зобразити ряд положень штовхача значно простіше, ніж зобразити ряд положень профіля кулачка. Надалі цей метод будемо застосовувати як при аналізі, так і при синтезі (профільованні) кулачкових механізмів.

3.2. Дійсний і теоретичний профілі кулачка

На рис.3.4, а) показано кулачок з роликівим штовхачем і вказані назви рухомих ланок. Слід центру ролика на площині колеса, утворює профіль

еквідистантний дійсному профілю кулачка, рис.3.3, б). Профіль, утворений рухом центра ролика (точка A), називається центровим профілем. Цей профіль надалі будемо називати теоретичним профілем (рис.3.3, б). Очевидно, що закон руху роликового штовхача з дійсним профілем точно такий же як і закон руху загостреного штовхача з теоретичним профілем кулачка. На рис.3.3, б) показано ряд положень ролика і його центра у відносному русі. Радіус r_0 (рис.3.3, б) називається мінімальним радіусом теоретичного профілю кулачка. Відзначимо, що це поняття застосовне тільки для теоретичного профіля.

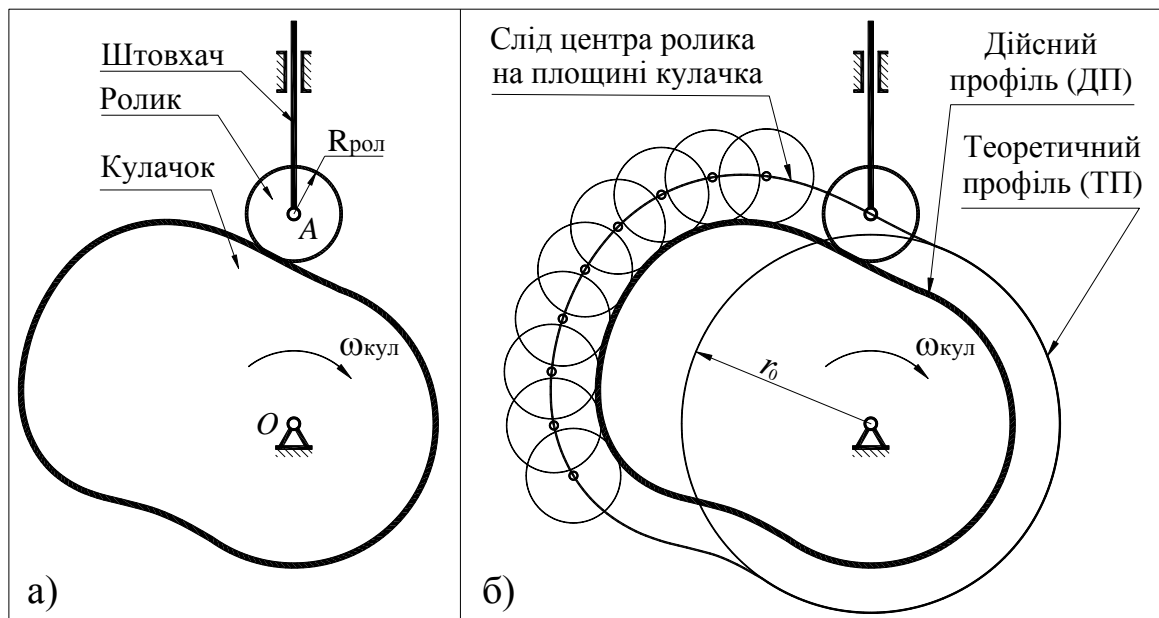


Рис. 3.4. Дійсний і теоретичний профілі кулачка

Для механізмів із плоским тарілчастим і плоским коромисловим штовхачем дійсний і теоретичний профілі збігаються. Так на рис.3.1 показані радіуси r_0 на схемах механізмів 1, 2, 4 і 6.

При виконанні аналізу кулачкових механізмів з роликовим штовхачем виконують перехід від дійсного профілю до теоретичного, що суттєво спрощує аналіз. При синтезі кулачкового механізму з роликовим штовхачем спочатку профілюють теоретичний профіль, після чого вибравши радіус ролика, створюють дійсний профіль.

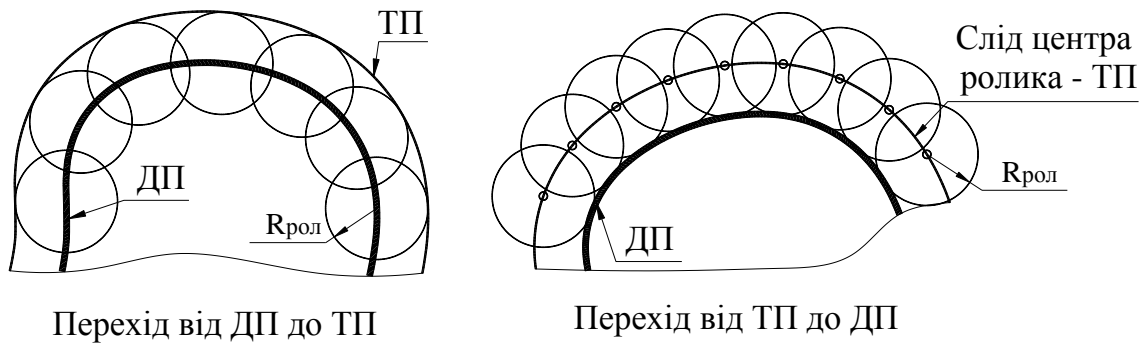


Рис. 5. Перехід від дійсного профіля до теоретичного профіля і навпаки

Наведений рисунок наглядно ілюструє перехід від теоретичного профілю до дійсного і навпаки. Якщо ж побудови виконуються в якомусь графічному додатку, наприклад, AutoCAD, то отримання профілю значно спрощується. В AutoCAD слід скористатися командою «Подоба» і задати зсув на величину r_0 у потрібному напрямку.

3.3. Фазові кути кулачкового механізму

Рух штовхача носить періодичний характер і може складатися із комбінації чотирьох фаз: підйом (віддалення), далекий вистій, опускання (наближення) і близький вистій. У деяких механізмах далекий вистій штовхача може бути відсутній.

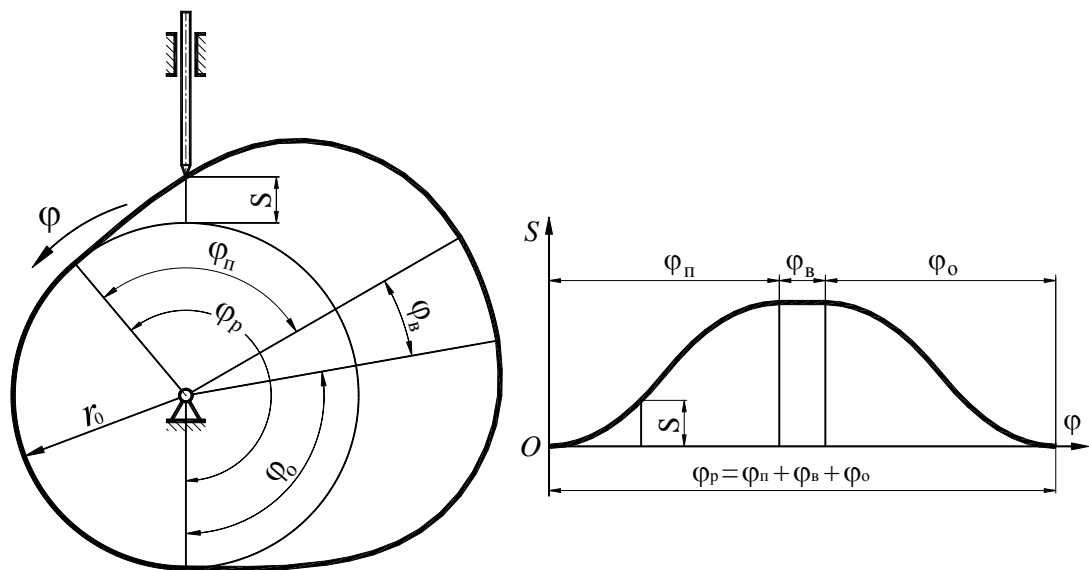


Рис. 3.5. Фазові кути

На рис. 3.5 для зручності дійсний профіль із роликівим штовхачем не показаний, а показано лише теоретичний профіль і загострений штовхач. На рисунку маємо наступні позначення:

r_0 – мінімальний радіус кулачка;

$\varphi_{\text{п}}$ – кут підйому штовхача;

$\varphi_{\text{в}}$ – кут далекого вистою штовхача;

$\varphi_{\text{о}}$ – кут опускання штовхача;

$\varphi_{\text{р}}$ – кут робочого профілю кулачка.

3.4. Аналіз кулачкових механізмів

Існує принаймні три відмінних один від одного методів кінематичного аналізу кулачкових механізмів:

1. Аналітичний метод, що застосовується для високоточного кінематичного аналізу швидкісних кулачкових механізмів із кулачками, окресленими частіше за все сполученими дугами з різними постійними радіусами кривизни (дугами окружностей) або з профілями, які побудовані на основі функцій \sin чи \cos . В цьому випадку профіль кулачка задається в аналітичній формі.

2. Метод побудови планів швидкостей і прискорень, що застосовується для точного кінематичного аналізу швидкісних кулачкових механізмів із кулачками, окресленими в межах робочого профілю дугами змінної кривизни. Цей метод спрощується при використанні так названих замінних шарнірно-важільних механізмів, що не містять в собі вищі кінематичні пари.

3. Метод кінематичних діаграм, що застосовується для розв'язання інженерних задач (із припустимою похибкою до 5% за діаграмою прискорень штовхача), пов'язаних із кінематичним аналізом і кінематичним синтезом середньошвидкісних кулачкових механізмів середньої точності.

Останній метод надзвичайно простий і наглядний. Особливо ефективний він у навчальному процесі, як перший ступінь пізнання.

Розібравшись у ньому, можна переходити до більш складних методів, що на заключних стадіях фактично збігаються з його методикою, заснованою на опрацюванні кінематичних діаграм, тільки забезпечують одержання більш точних результатів.

Розглянемо розв'язання деяких задач кінематичного аналізу кулачкових механізмів за методом кінематичних діаграм.

Якщо необхідно зробити кінематичний аналіз кулачкового механізму з роликівим, сферичним або циліндричним штовхачем, спочатку необхідно побудувати центровий профіль, а вже за ним розв'язувати задачу.

а). Не центральний кулачковий механізм з роликівим штовхачем

Необхідно побудувати графік залежності переміщення роликівого штовхача, що поступально рухається, для не центрального кулачкового механізму залежно від кута повороту кулачка, тобто побудувати графік залежності $S = S(\varphi)$.

Попередньо виконуємо перехід від дійсного профілю до теоретичного профілю при загостреному штовхачеві (рис. 3.6).

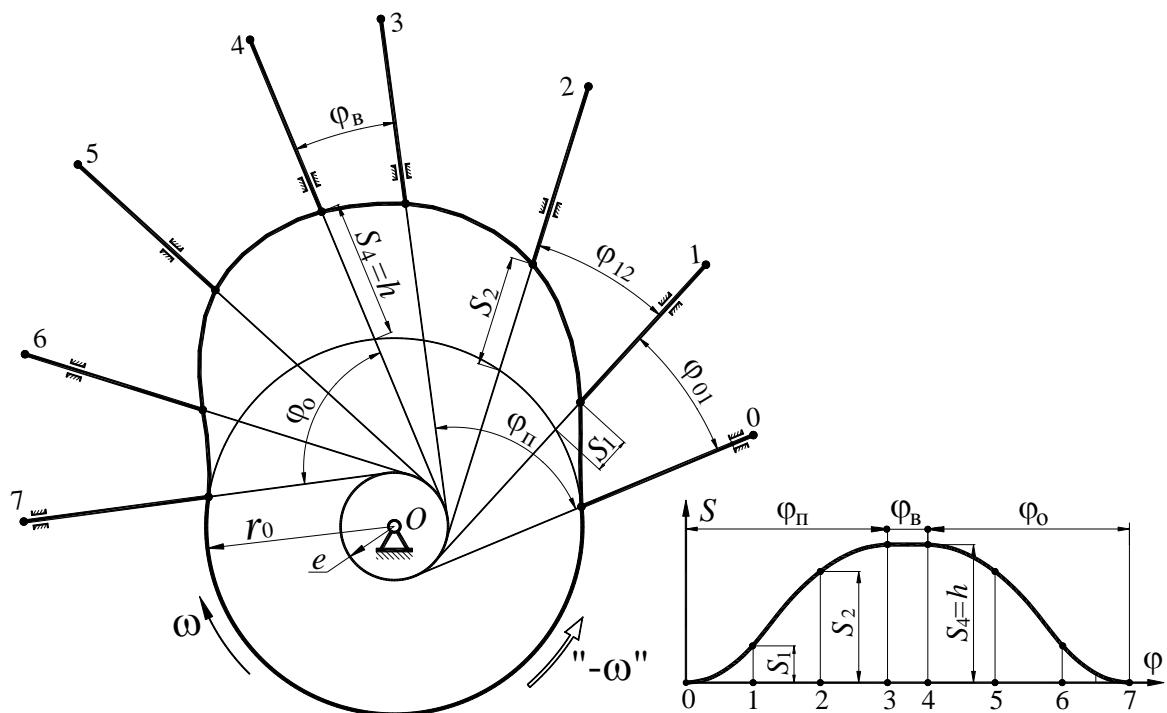


Рис. 6. Не центральний кулачковий механізм

На рис. 3.6 позначено наступне:

r_0 – мінімальний радіус кулачка;

e – ексцентриситет;

h – максимальна висота підйому штовхача;

$\varphi_{\text{п}}$ – кут підйому штовхача;

$\varphi_{\text{в}}$ – кут далекого вистою штовхача;

$\varphi_{\text{п}}$ – кут опускання штовхача;

ω – кутова швидкість кулачка.

При обертанні кулачка відстань від осі штовхача до центру обертання кулачка (точка O) не змінюється, тобто у оберненому русі вісь штовхача проходить по дотичній до окружності радіуса e . Для розв'язку задачі застосовуємо метод оберненого руху: надаємо усьому механізму кутову швидкість « $-\omega$ ». У результаті кутова швидкість кулачка буде рівною нулю, а штовхач зі стійкою (напрямна штовхача) будуть обертатися навколо центру кулачка з кутовою швидкістю « $-\omega$ ». При цьому вісь штовхача буде дотичною до окружності радіуса e . Задавшись кроком кута повороту штовхача у оберненому русі, показуємо декілька його положень від 0 до 7. Висота підйому штовхача – це відстань від окружності радіуса r_0 до кінця штовхача. На рис. 3.6 показана висота підйому штовхача S_1 у результаті його повороту на кут φ_{01} і висота S_2 після повороту штовхача з положення 1 у положення 2 на кут φ_{12} . При повороті штовхача з положення 3 до положення 4 висота підйому штовхача не міняється і досягає максимального значення $S_3 = S_4 = h$. Виконавши вимір висоти підйому штовхача у всіх положеннях, будуємо графік $S = S(\varphi)$.

Розв'язок задачі для центрального механізму відрізняється тільки тим, що у зверненому русі вісь штовхача проходить через центр кулачка (точка O).

б). Кулачковий механізм із коромисловим штовхачем

Так само як і в попередньому випадку, механізм із роликовим коромисловим штовхачем заміняємо механізмом з теоретичним профілем і загостреним штовхачем (рис. 3.7), що суттєво спрощує завдання побудови графіка $S = S(\varphi)$.

На рис. 3.7 прийнято наступні позначення:

r_0 – мінімальний радіус кулачка;

ω – кутова швидкість кулачка;

O – центр обертання кулачка;

C – центр хитання коромисла;

a – міжосьова відстань;

l – довжина коромисла.

Фазові кути на рис. 3.7 не показані, щоб уникнути зайвого ускладнення рисунку.

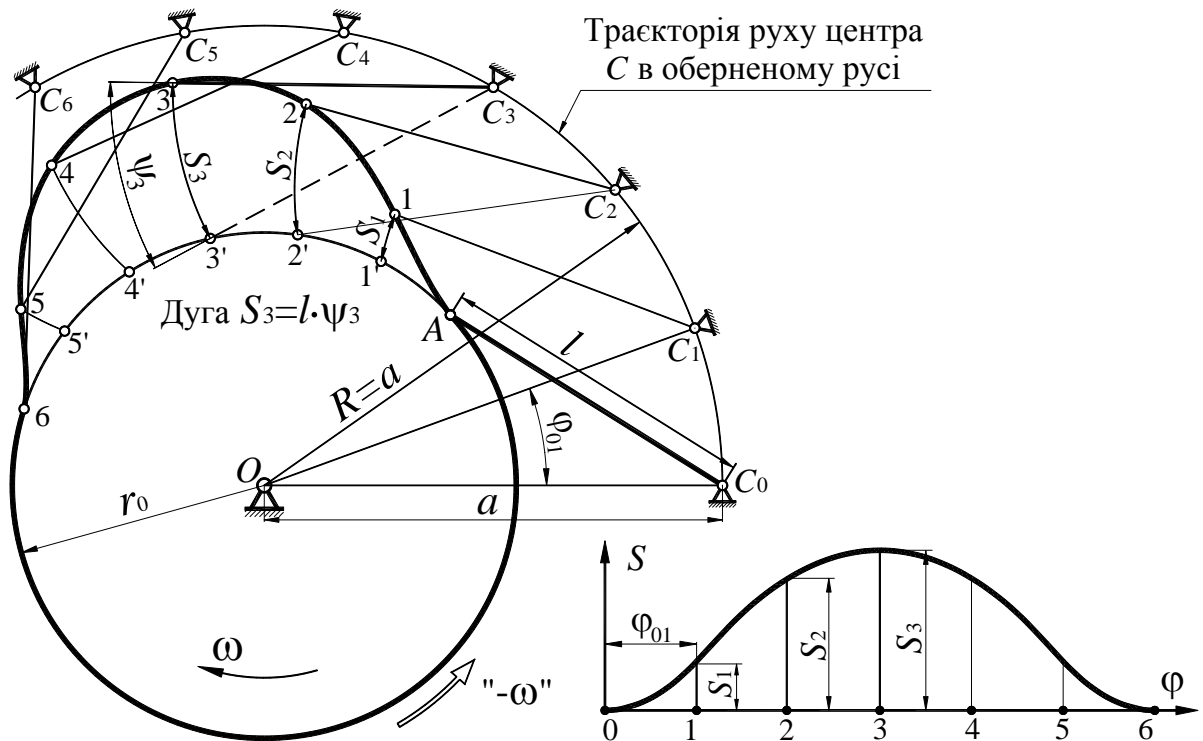


Рис. 3.7. Кулачковий механізм із коромисловим штовхачем

Використовуючи метод інверсії, отримаємо, що кутова швидкість кулачка буде дорівнювати нулю, а коромисло зі стійкою одержать обертання зі швидкістю « $-\omega$ ». При цьому центр хитання коромисла буде рухатися по окружності з радіусом $R = a$. Кінець коромисла (точка A) ковзаючи по профілю кулачка, буде переміщатися по дузі з радіусом l . У цьому випадку переміщення штовхача буде дорівнювати довжині дуги, по якій перемістилася точка A . Як приклад на рис. 3.7 показана величина переміщення точки A при переміщенні коромисла зі стійкою в положення 3 ($S_3 = \psi_3 \cdot l$). На рис. 3.7 позначені дуги 1-1', 2-2', 3-3' і т. д., довжини яких є відповідними переміщеннями S_1, S_2, S_3 , і т. д. Визначивши переміщення для всіх положень коромисла, будемо графік $S = S(\varphi)$.

в). Кулачковий механізм із плоским тарілчастим штовхачем

Визначення переміщення штовхача за заданим кутом повороту кулачка як для механізму із плоским тарілчастим, так і із плоским коромисловим штовхачем має свої особливості. Тому попередньо розглянемо, як можна визначити переміщення штовхача, задавши кут повороту кулачка. Наприклад, необхідно визначити переміщення плоского тарілчастого штовхача при повороті кулачка на кут φ . Спочатку повернемо кулачок на кут φ . На рис.3.8, а) жирною лінією показане початкове положення кулачка й штовхача та положення цих ланок після повороту кулачка на кут φ за напрямком $\omega_{\text{кул}}$ (показане тонкою лінією). У результаті повороту кулачка штовхач перемістився уздовж своєї осі, а тарілка при цьому торкається профіля кулачка в новому його положенні. У результаті штовхач перемістився на величину S .

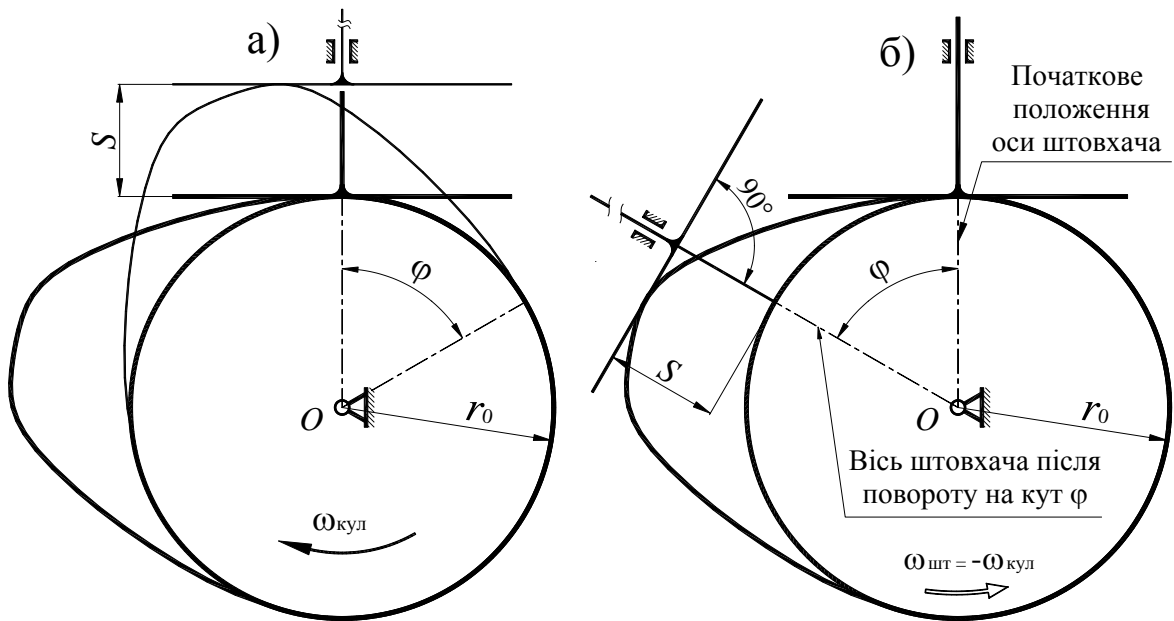


Рис. 3.8. Визначення переміщення плоского тарілчастого штовхача

На рис. 3.8, б) показаний розв'язок тієї ж задачі із застосуванням методу оберненого руху. У цьому випадку, для визначення S ми повертаємо вісь штовхача на кут φ за напрямком $\omega_{\text{шт}} = -\omega_{\text{кул}}$. Для визначення положення тарілки штовхача, проводимо лінію перпендикулярно новому положенню осі штовхача так, щоб при цьому вона була дотичною до профілю кулачка й знаходимо переміщення S . Очевидно, що другий спосіб значно простіше, оскільки зобразити положення прямої лінії значно простіше в порівнянні із зображенням нового положення профілю кулачка.

Насамперед, відзначимо наступне.

Переміщення плоского тарілчастого штовхача S – це відстань між окружністю радіуса r_0 і площиною тарілки.

Цю тезу можна перефразувати відносно механізму із плоским коромисловим штовхачем: S – це відстань між окружністю радіуса r_0 і плоским коромислом.

Розглянемо задачу визначення $S = S(\varphi)$ для розглянутого механізму із застосуванням методу оберненого руху (рис. 3.9).

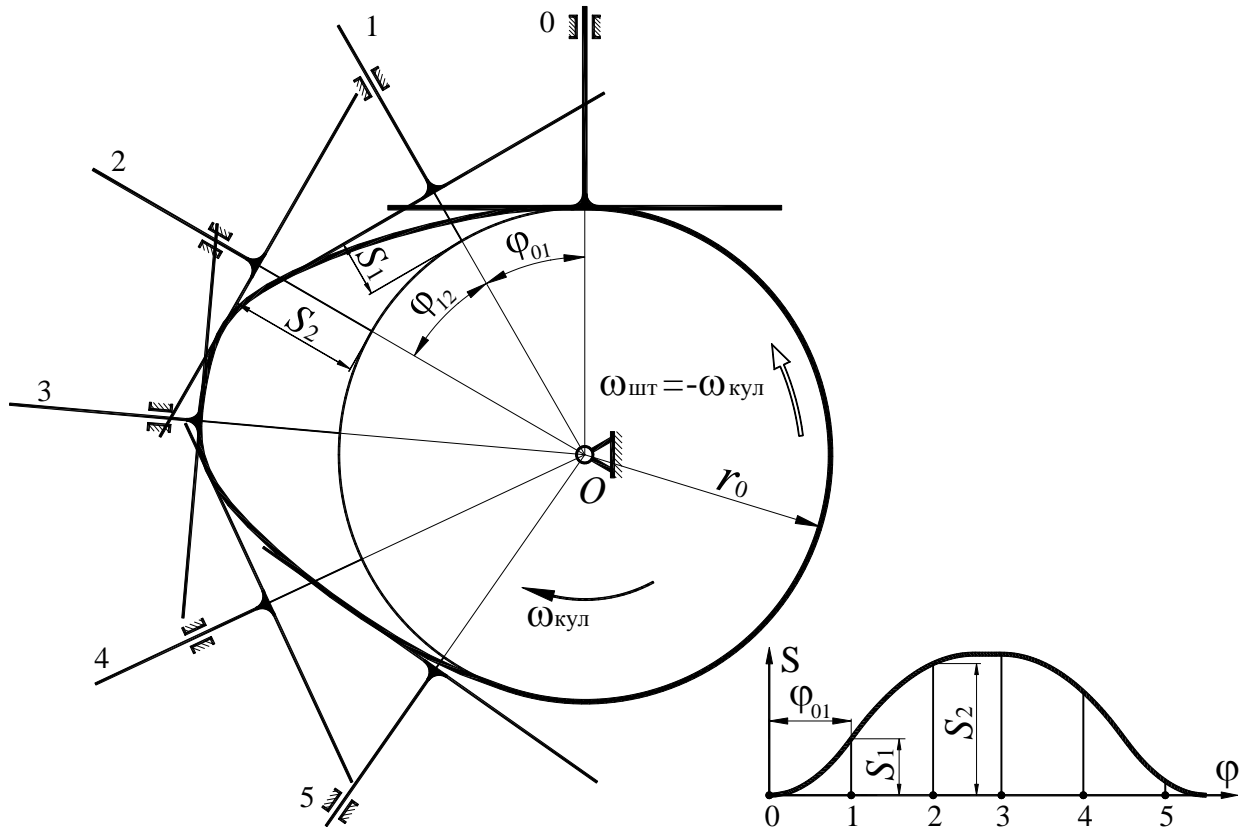


Рис. 3.9. Кулачковий механізм із плоским тарілчастим штовхачем

При застосуванні методу оберненого руху кулачок стає нерухомим, а штовхач зі стійкою обертаються навколо центру кулачка O зі швидкістю $\omega_{шт} = -\omega_{кул}$. Вибравши крок кута повороту, показуємо ряд положень осі штовхача 1, 2, 3 і т. д. Перпендикулярно до осей штовхача проводимо відрізки прямих, так щоб вони були дотичними до профіля кулачка. Так, наприклад, після повороту штовхача з початкового положення в положення 1 (поворот на кут φ_{01}) штовхач підніметься на величину S_1 , а після повороту з положення 1 до положення 2 (поворот на кут φ_{12}) переміщення штовхача буде дорівнювати S_2 . Діючи таким чином, знаходимо переміщення штовхача в інших положеннях і будемо графік $S = S(\varphi)$.

г). Кулачковий механізм із плоским коромисловим штовхачем

Схема механізму з плоским коромисловим штовхачем і закон залежності кута повороту коромисла від кута повороту $\psi = \psi(\varphi)$ показано на рис. 3.10.

Як і в попередніх випадках задачу розв'язуємо за допомогою метода інверсії. В результаті швидкість кулачка $\omega_{\text{кул}} = 0$, а штовхач зі стояком обертаються навколо центра O зі швидкістю $\omega = -\omega_{\text{кул}}$.

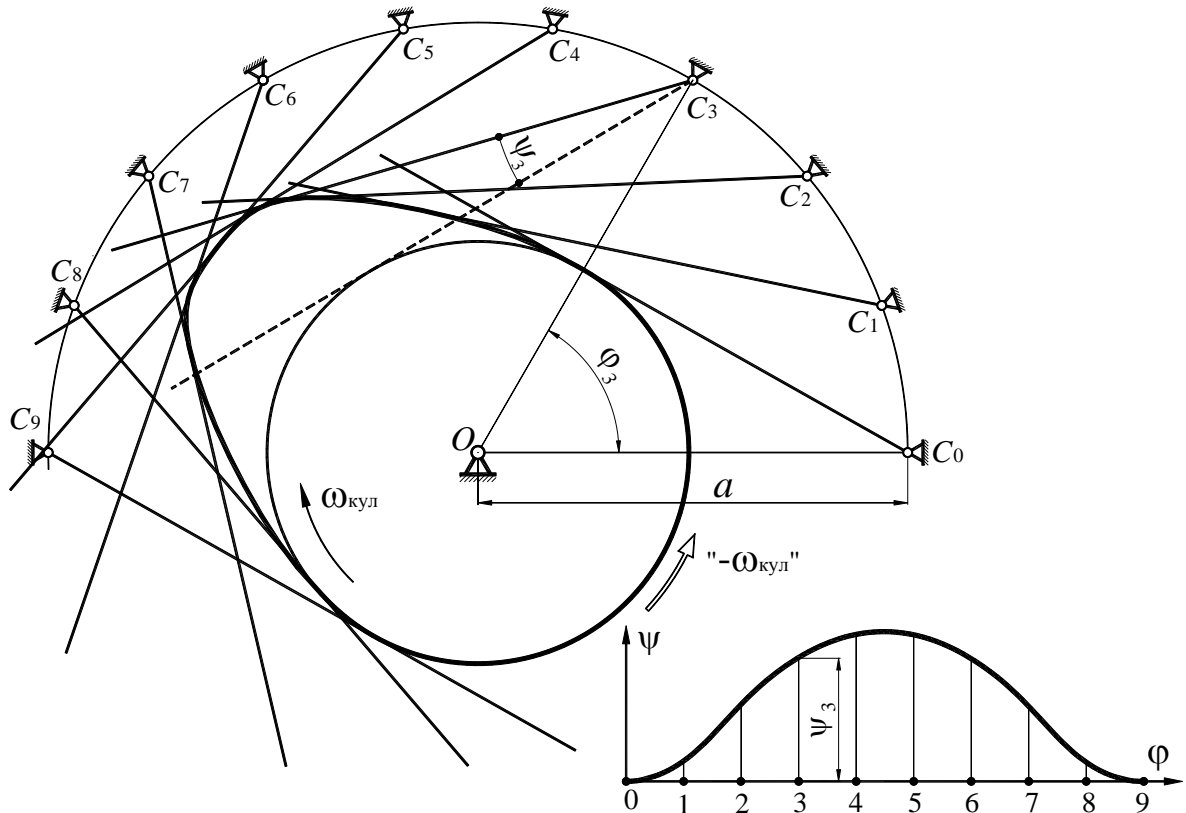


Рис. 3.10. Кулачковий механізм із плоским коромисловим штовхачем

На рис. 3.10 показано ряд положень центра повороту коромисла C зі стояком, які він займає в оберненому русі (0, 1.....9) при вибраному кроці. Для визначення положення штовхача в кожному положенні необхідно з центра повороту штовхача в даному положенні провести дотичну до профілю кулачка. Кут повороту штовхача ψ_i – це кут між штовхачем в даному положенні і дотичною до окружності радіуса r_0 (мінімальний радіус кулачка). На рис. 3.10 показана величина повороту коромисла ψ_3 в положенні 3. Дотична до окружності радіуса r_0 в цьому положенні показана пунктирною лінією. За результатами визначення ψ_i в ряді положень побудовано графік $\psi = \psi(\varphi)$.

3.5. Синтез кулачкових механізмів

а). Кут тиску в кулачкових механізмах

Відзначимо що, як і раніше, надалі, маючи на увазі розгляд механізму з роликівим штовхачем, ми будемо використовувати для розв'язку конкретної задачі модель механізму із загостреним штовхачем, зважаючи, що був виконаний відповідний перехід.

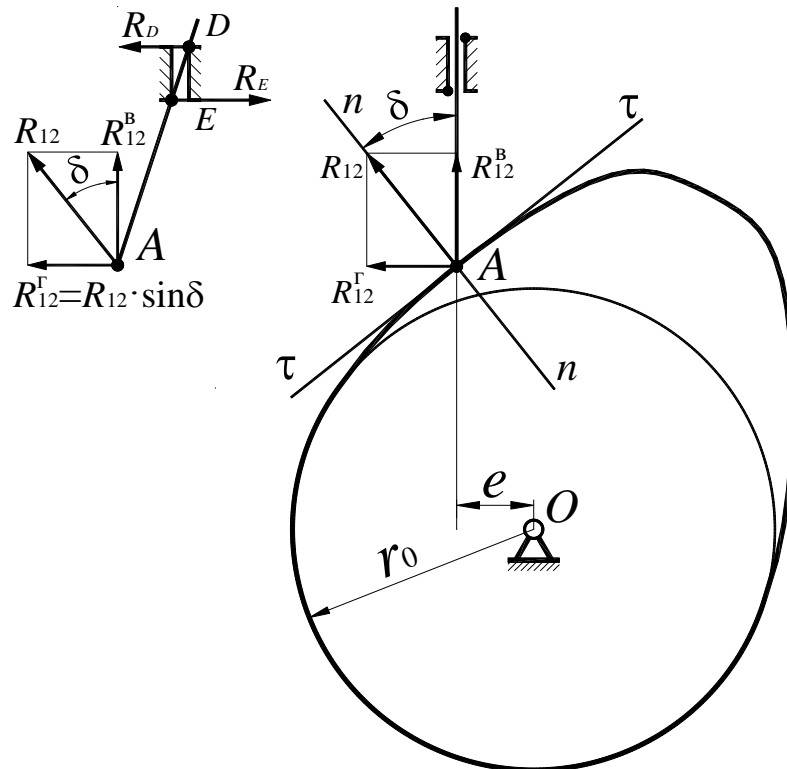


Рис. 3.11. Кулачковий механізм із загостреним штовхачем

На рис. 3.11 до профілю кулачка в точці контакту A штовхача й профіля кулачка проведена дотична $\tau-\tau$ і нормаль $n-n$. Кут δ між нормаллю $n-n$ і напрямком руху штовхача називається кутом тиску. Сила взаємодії штовхача й кулачка спрямована за нормаллю $n-n$. На рис. 3.11 показана сила тиску кулачка на штовхач R_{12} , яку можна представити у вигляді $\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^B + \vec{R}_{12}^\Gamma$. Вертикальна складова R_{12}^B виконує корисну роботу, долаючи силу корисного і шкідливого опору, а горизонтальна сила R_{12}^Γ діє на штовхач так що, він буде притиснутий до напрямної в точках D і E . У цих

На рис. 3.12 наведено наступні позначення:

r_0 – мінімальний радіус кулачка;

e – ексцентриситет;

S – висота підйому штовхача;

ω – кутова швидкість кулачка;

δ – кут тиску;

$n-n$ – загальна нормаль;

$\tau-\tau$ – загальна дотична.

Із прямокутного трикутника ABD (рис. 3.12, а) знаходимо

$$\tan \delta = \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{S + BC}. \quad (3.1)$$

Величину відрізка BC знаходимо із прямокутного трикутника $СВО$

$$BC = \sqrt{OC^2 - OB^2} = \sqrt{r_0^2 - e^2}. \quad (3.2)$$

Після підстановки (3.2) в (3.1) одержимо

$$\tan \delta = \frac{BD}{S + \sqrt{r_0^2 - e^2}}. \quad (3.3)$$

Для з'ясування фізичного змісту відрізка BD побудуємо план швидкостей. При заданих геометричних параметрах механізму й кутовій швидкості кулачка, швидкість точки контакту A_1 , що належить кулачку, буде дорівнювати $V_{A_1} = OA \cdot \omega$. Розглядаючи точку контакту A_2 , що належить ланці 2, у складному русі, і прийнявши в якості переносної швидкості швидкість V_{A_1} , можна записати

$$\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_1} + \vec{V}_{A_2A_1}. \quad (3.4)$$

В рівнянні (3.4) $V_{A_1} = p_V a_1 \cdot \mu_V$; $V_{A_2} = p_V a_2 \cdot \mu_V$; $V_{A_2A_1} = a_1 a_2 \cdot \mu_V$.

У цьому рівнянні вектор V_{A_1} спрямований перпендикулярно OA , вектор V_{A_2} – уздовж осі штовхача, а вектор відносної швидкості $V_{A_2A_1}$ – паралельно дотичній $\tau-\tau$. Вибравши масштаб, графічно розв'язуємо рівняння (3.4) і одержуємо план швидкостей (рис. 3.12). З подоби плану

швидкостей і трикутника OAD (на плані й трикутнику OAD відповідні відрізки позначено однієї, двома й трьома рисками) можна записати

$$\frac{p_V a_1}{p_V a_2} = \frac{OA}{OD}. \quad (3.5)$$

Відрізки із плану швидкостей представимо у вигляді

$$p_V a_1 = \frac{OA \cdot \omega}{\mu_V}; \quad p_V a_2 = \frac{dS/d\varphi \cdot \omega}{\mu_V}. \quad (3.6)$$

Після підстановки (3.6) в (3.5) одержимо, що $\frac{OA}{dS/d\varphi} = \frac{OA}{OD}$. Отже,

відрізок OD дорівнює аналогу швидкості штовхача, тобто $OD = dS/d\varphi$.

Так як $OD = OB + BD = e + BD$, тоді матимемо

$$BD = OD - e = dS/d\varphi - e. \quad (3.7)$$

Після підстановки (3.7) в (3.3) одержимо

$$\tan \delta = \frac{dS/d\varphi - e}{S + \sqrt{r_0^2 - e^2}}. \quad (3.8)$$

При опусканні штовхача нормаль $n-n$ буде перетинати пунктирну горизонталь ліворуч від точки O (рис. 3.12, б). У цьому випадку $BD = dS/d\varphi + e$. Тоді в загальному випадку одержимо вираз

$$\tan \delta = \frac{dS/d\varphi \pm e}{S + \sqrt{r_0^2 - e^2}} \leq \tan[\delta]. \quad (3.9)$$

Часто застосовуються центральні механізми, тобто $e = 0$, тоді

$$\tan \delta = \frac{dS/d\varphi}{S + r_0} \leq \tan[\delta]. \quad (3.10)$$

Якщо S задане в аналітичній формі, тоді, використовуючи вирази (3.9) або (3.10), можна знайти величину r_0 . Зазвичай S (або $dS/d\varphi$ або $d^2S/d\varphi^2$) задається у вигляді графіка, тоді r_0 можна знайти графічно.

Нехай заданий закон руху у вигляді аналога швидкості штовхача, тобто $S' = S'(\varphi)$. Тут $S' = dS/d\varphi$ – аналог швидкості штовхача має розмірність

довжини. Тоді швидкість штовхача $V = S' \cdot \omega$. При цьому так само задані наступні величини:

e – ексцентриситет;

δ – максимально припустиме значення кута тиску, тобто δ_{\max} ;

h – висота підйому штовхача;

φ_{Π} , $\varphi_{\text{В}}$, $\varphi_{\text{О}}$ – фазові кути.

Виконавши графічне інтегрування графіка $S' = S'(\varphi)$ одержуємо графік переміщення штовхача $S = S(\varphi)$. За графіками $S = S(\varphi)$ і $S' = S'(\varphi)$ методом виключення φ будуємо фазовий портрет $S = S(S')$. Важливо відзначити, що в цьому випадку масштаби аналога швидкості й переміщення штовхача повинні бути однаковими, тобто $\mu_S = \mu_{S'}$.

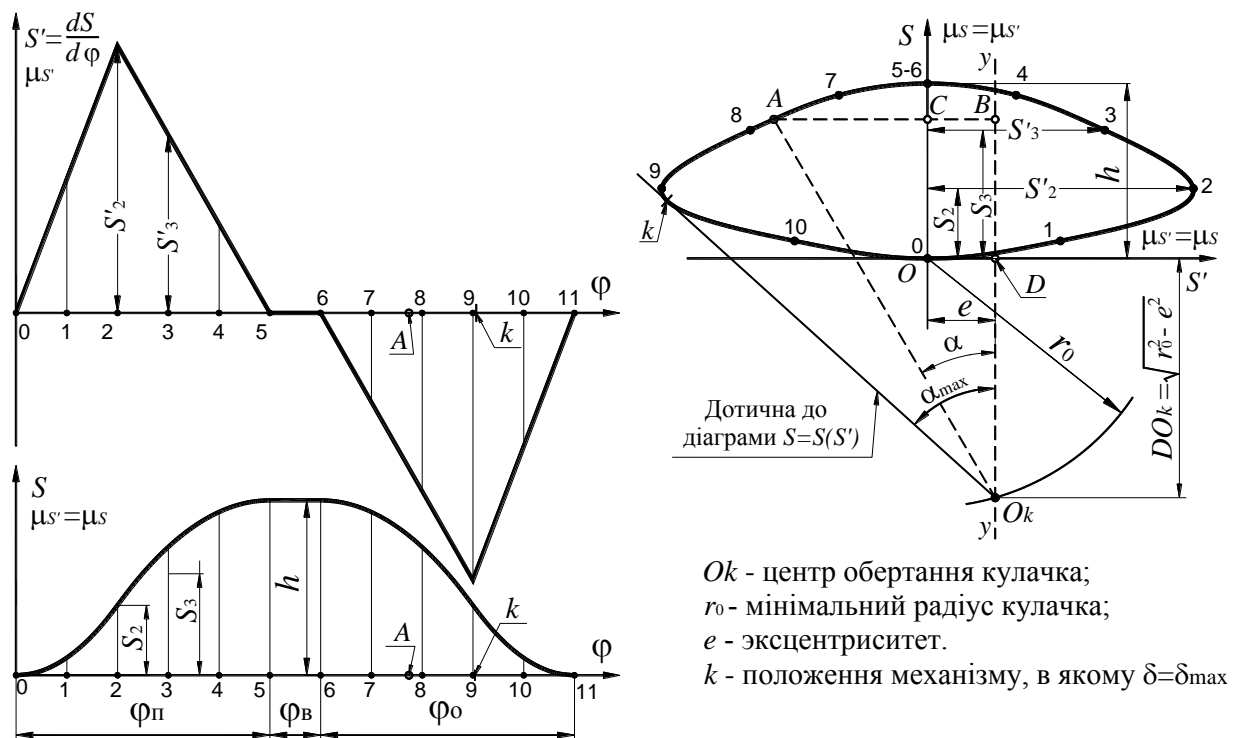


Рис. 3.13. Визначення мінімального радіуса кулачка r_0

На рис. 3.13, праворуч угорі показана діаграма $S = S(S')$, побудова якої описана вище. Докладно розглянемо всі додаткові побудови на цій діаграмі. Від осі ординат OS , змістивши на величину ексцентриситету e , проводимо вертикальну лінію $y - y$ (пунктирна лінія). Потім до діаграми проводимо дотичну під кутом $\alpha_{\max} = \delta_{\max}$. Точка перетину дотичної з лінією $y - y$

(точка O_k) – це центр обертання кулачка, а відстань між точками O_k і O дорівнює мінімальному радіусу кулачка r_0 . Доведемо це.

Виберемо на діаграмі довільну точку A , яка характеризує певне положення механізму. З'єднаємо точку A і точку O_k пунктирною лінією. Потім, використовуючи відрізок AO_k у якості гіпотенузи, будемо прямокутний трикутник ABO_k . Тангенс кута α дорівнює $\tan \alpha = AB/BO_k$. З'ясуємо фізичний зміст відрізків у виразі для $\tan \alpha$. З малюнка 3.13 маємо наступне:

$$AB = AC + BC = S' + e = dS/d\varphi + e,$$

$$BO_k = BD + DO_k.$$

Відрізок BD у масштабі зображує переміщення штовхача S . Величину відрізка DO_k знайдемо із прямокутного трикутника DO_kO (гіпотенуза O_kO на рис. 3.13 не показана). У цьому трикутнику $O_kO = r_0$, $OD = e$, відповідно довжина катета DO_k буде дорівнювати

$$DO_k = \sqrt{(OO_k)^2 - (OD)^2} = \sqrt{r_0^2 - e^2}.$$

Тоді $BO_k = S + \sqrt{r_0^2 - e^2}$. Після підстановки у вираз для $\tan \alpha$ значень AB і BO_k одержимо

$$\tan \alpha = \frac{dS/d\varphi + e}{S + \sqrt{r_0^2 - e^2}}. \quad (3.11)$$

З виразу (3.11) випливає, що кут α – це кут тиску δ . Слід також зазначити, що діаграма $S = S(S')$ дозволяє знайти кут тиску в будь-якому положенні механізму. Найбільші значення цього кута в тих положеннях, у яких січна перетворюється в дотичну до діаграми. Ці положення розташовуються поруч із положеннями, у яких модуль аналога швидкості досягає максимального значення. Так, наприклад, на рис. 3.13 дотична торкається діаграми в точці k поруч із точкою 9.

в). Профілювання кулачка не центрального механізму з роликівим штовхачем

Заданий закон руху у вигляді аналога швидкості штовхача, тобто $S' = S'(\varphi)$ (рис. 3.14). При цьому також задані наступні величини:

e – ексцентриситет;

δ – максимально припустиме значення кута тиску, тобто $\delta = \delta_{\max}$;

h – висота підйому штовхача;

φ_{Π} , $\varphi_{\text{в}}$, $\varphi_{\text{о}}$ – фазові кути.

Визначимо профіль кулачка у наступній послідовності.

1. У довільному масштабі $\mu_{S'}$ і обраному масштабі μ_{φ} будуємо графік $S' = S'(\varphi)$.

2. Вибравши полюсну відстань H (на рис. 3.14 полюсна відстань H не показана) для графіка аналога швидкості, методом графічного інтегрування залежності $S' = S'(\varphi)$ будуємо графік переміщення штовхача $S = S(\varphi)$.

3. Визначаємо масштаб μ_S графіка $S = S(\varphi)$, на якому (рис. 3.14) відрізок y_h у масштабі μ_S зображує величину ходу штовхача, за залежністю

$$\mu_S = h / y_h. \quad (3.12)$$

4. Визначаємо масштаб $\mu_{S'}$ графіка $S' = S'(\varphi)$

$$\mu_{S'} = \mu_S / \mu_{\varphi} \cdot H. \quad (3.13)$$

5. За графіками $S = S(\varphi)$ і $S' = S'(\varphi)$ методом виключення кута φ будуємо фазовий портрет $S = S(S')$, попередньо виконавши корекцію цих графіків таким чином, щоб їх масштаби були однаковими, тобто $\mu_S = \mu_{S'}$.

6. До діаграми $S = S(S')$ ліворуч і праворуч проводимо дотичні під кутом δ . У випадку симетричної діаграми $S = S(S')$ точка перетину дотичних O' (див. рис. 3.14) буде знаходитись на продовженні осі переміщення штовхача S . Точка O' – це центр обертання кулачка з мінімально допустимим значенням r_0 для випадку, коли $e = 0$.

7. Від осі ординат (вісь переміщення S) вправо проводимо вертикальну лінію, зміщену на величину ексцентриситету e , до перетину з дотичною. Точка перетину цих ліній є центром обертання кулачка з мінімально припустимим значенням радіуса $r_0 = r_{0\min}$ і заданим значенням ексцентриситету. В цьому випадку на куті підйому φ_{Π} буде виконуватись умова $\delta_{\max} \leq [\delta]$, а на куті опускання штовхача φ_0 ця умова виконуватись не буде, але при опусканні штовхач не може заклинитися.

8. Округлюємо отримане значення радіуса до найближчого більшого з ряду переважних чисел, змістивши центр по вертикалі в точку O і вибравши радіус r_0 (див. рис. 3.14).

9. Для профілювання теоретичного профілю кулачка намічаємо його центр і проводимо окружності з радіусами r_0 і e , а також допоміжну окружність радіуса $R > r_0 + h$ (рис. 3.15).

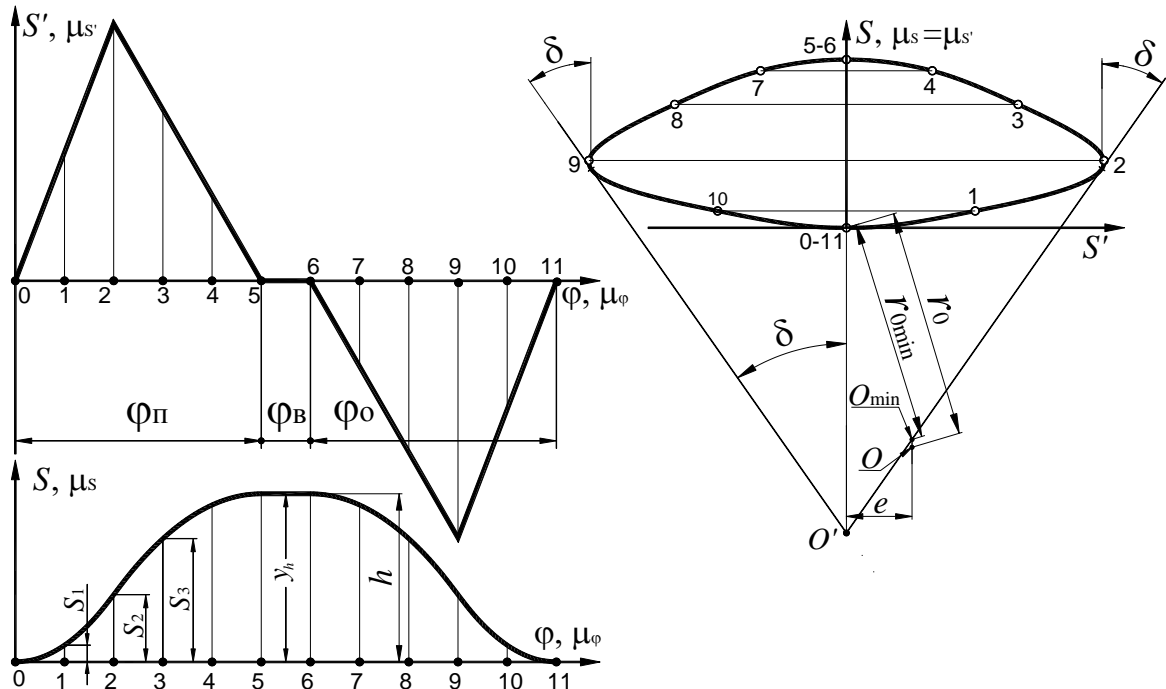


Рис. 3.14. Визначення мінімального радіуса r_0 кулачка нецентрального механізму із роликовим штовхачем

10. Вибравши початок кута підйому штовхача φ_n , зображуємо ряд положень його осі у оберненому русі відповідно до положень на графіку $S = S(\varphi)$ (положення з позначеннями на додатковій окружності точками 0, 1, 2,.....11). При цьому слід мати на увазі, що відстань між віссю штовхача й центром кулачка дорівнює e , тобто у оберненому русі він проходить по дотичній до окружності радіуса e . На рис. 3.15 позначене початкове положення осі штовхача.

11. Відкладаємо від окружності радіуса r_0 уздовж осей штовхача їх переміщення S_1, S_2, S_3 і т. д. у положеннях 1, 2, 3 і т. д. і знаходимо точки теоретичного профілю $1', 2', 3'$ і т. д. На рис. 3.15 показано теоретичний профіль кулачка, побудований зазначеним способом.

12. Для побудови дійсного профілю необхідно вибрати радіус ролика. Радіус ролика вибирається з урахуванням наступних міркувань:

– для запобігання самоперетинання або загострення дійсного профіля кулачка (рис. 3.15, справа зверху) повинна дотримуватися умова $R_{\text{рол}} \leq 0,7\rho_{\text{екв.мін}}$, де $\rho_{\text{екв.мін}}$ – мінімальний радіус кривизни теоретичного профілю;

– радіус ролика повинен бути достатнім для розміщення його осі;

– співвідношення радіусів ролика й дійсного профілю кулачка повинні бути максимально оптимальними для мінімізації контактних напружень.

З урахуванням викладеного при виконанні курсового проекту рекомендується призначати радіус ролика, виходячи із залежності

$$R_{\text{рол}} = (0,4 \div 0,25)r_0. \quad (3.14)$$

13. Після визначення $R_{\text{рол}}$, виконавши відповідний перехід, будемо дійсний профіль кулачка (рис. 3.15).

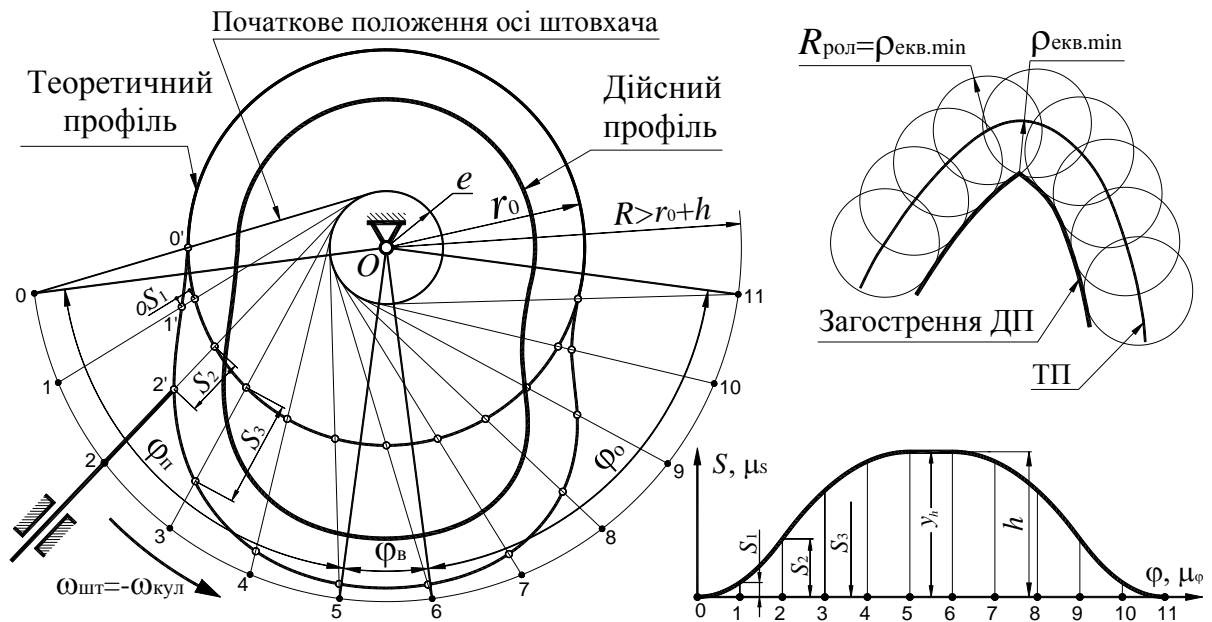


Рис. 3.15. Профілювання кулачка нецентрального механізму з роликівим штовхачем

г). Профілювання кулачка механізму з коромисловим штовхачем

Заданий закон руху у вигляді аналога швидкості штовхача, тобто $S' = S'(\varphi)$ (рис. 3.16). При цьому також задані наступні величини:

l – довжина коромисла;

δ – максимально припустиме значення кута тиску, тобто $[\delta]$;

h – висота підйому штовхача;

$\varphi_п, \varphi_в, \varphi_о$ – фазові кути.

Для розв'язку задачі попередньо необхідно знайти мінімальний радіус кулачка r_0 і міжцентрову відстань a (рис.3.16).

1. У довільному масштабі $\mu_{S'}$ і обраному масштабі μ_φ будуємо графік $S' = S'(\varphi)$.

2. Вибравши полюсну відстань H (на рис. 3.16 полюсна відстань H не показана) для графіка аналога швидкості, методом графічного інтегрування залежності $S' = S'(\varphi)$ будуємо графік переміщення штовхача $S = S(\varphi)$.

3. Визначаємо масштаб μ_S графіка $S = S(\varphi)$. На цьому графіку (рис. 3.16) відрізок y_h у масштабі μ_S зображує величину ходу штовхача, відповідно

$$\mu_S = h / y_h. \quad (3.15)$$

4. Визначаємо масштаб $\mu_{S'}$ графіка $S' = S'(\varphi)$ за залежністю

$$\mu_{S'} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi \cdot H}. \quad (3.16)$$

5. За графіками $S = S(\varphi)$ і $S' = S'(\varphi)$ методом виключення кута φ будуємо фазовий портрет $S = S(S')$, попередньо виконавши корекцію цих графіків таким чином, щоб їх масштаби були однаковими, тобто $\mu_S = \mu_{S'}$. Оскільки кінець коромисла рухається по дузі з радіусом, що дорівнює довжині коромисла l , то ось переміщення S фазового портрета також є дугою радіуса l . При побудові діаграми $S = S(S')$ спочатку по осі ординат відкладаємо значення величини переміщення кінця коромисла. Наприклад, для положення 3 відкладаємо від початку системи координат по дузі величину S_3 і позначаємо на осі S точку 3. Далі проводимо радіальний промінь через точку O_2 і точку 3 на осі S . Від точки 3 вздовж радіального променя відкладаємо значення S'_3 і одержуємо точку 3 діаграми $S = S(S')$.

6. До діаграми $S = S(S')$ ліворуч і праворуч проводимо дотичні під кутом $\delta = [\delta]$. Точка перетину дотичних O' – це центр обертання кулачка з мінімально допустимими значеннями r_0 і a . Заштрихована зона між дотичними нижче точки O' – це зона допустимих положень центра кулачка. У цій зоні обираємо таке положення центра обертання кулачка, щоб значення r_0 і a були з ряду переважних чисел.

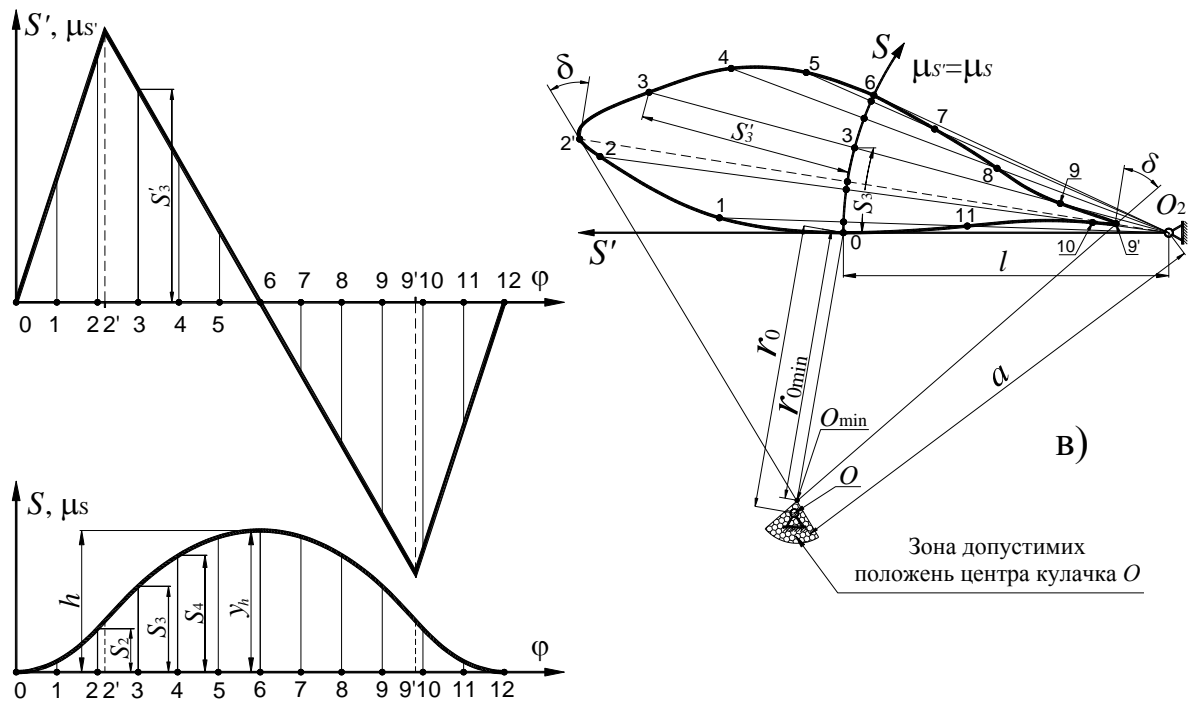


Рис. 3.16. Визначення мінімального радіуса r_0 кулачка і міжцентрової відстані a механізму із роликівим коромисловим штовхачем

7. Для профілювання теоретичного профілю кулачка намічаємо його центр і проводимо окружності з радіусами r_0 і a (рис. 3.17). Окружність радіуса a – це траєкторія руху точки O_2 (центру хитання коромисла в оберненому русі).

8. Вибравши початок кута підйому штовхача $\varphi_{\text{п}}$ (підйом штовхача починається з положення 0 до 6-го включно), зображуємо ряд положень центру хитання коромисла O_2 у оберненому русі, відповідно до положень на графіку $S = S(\varphi)$ (положення на окружності радіуса a з позначеннями точками 0, 2, 4, ..., 12).

9. Висота підйому штовхача – це довжина дуги, яку проходить кінець коромисла $S_i = l \cdot \psi_i$. У цьому виразі ψ_i – це кут, на який повертається коромисло від початкового положення до i -го. Тоді необхідний кут повороту коромисла буде рівний $\psi_i = S_i/l$. Враховуючи це, ми в кожному положенні коромисла, яке воно займає у оберненому русі, повертаємо його на кут ψ_i , тоді кінець коромисла буде перебувати на теоретичному профілі кулачка (на

рис. 3.17. показано кут повороту коромисла ψ_4 в положенні 4). На рис. 3.17 показано теоретичний профіль кулачка ТП, побудований зазначеним способом.

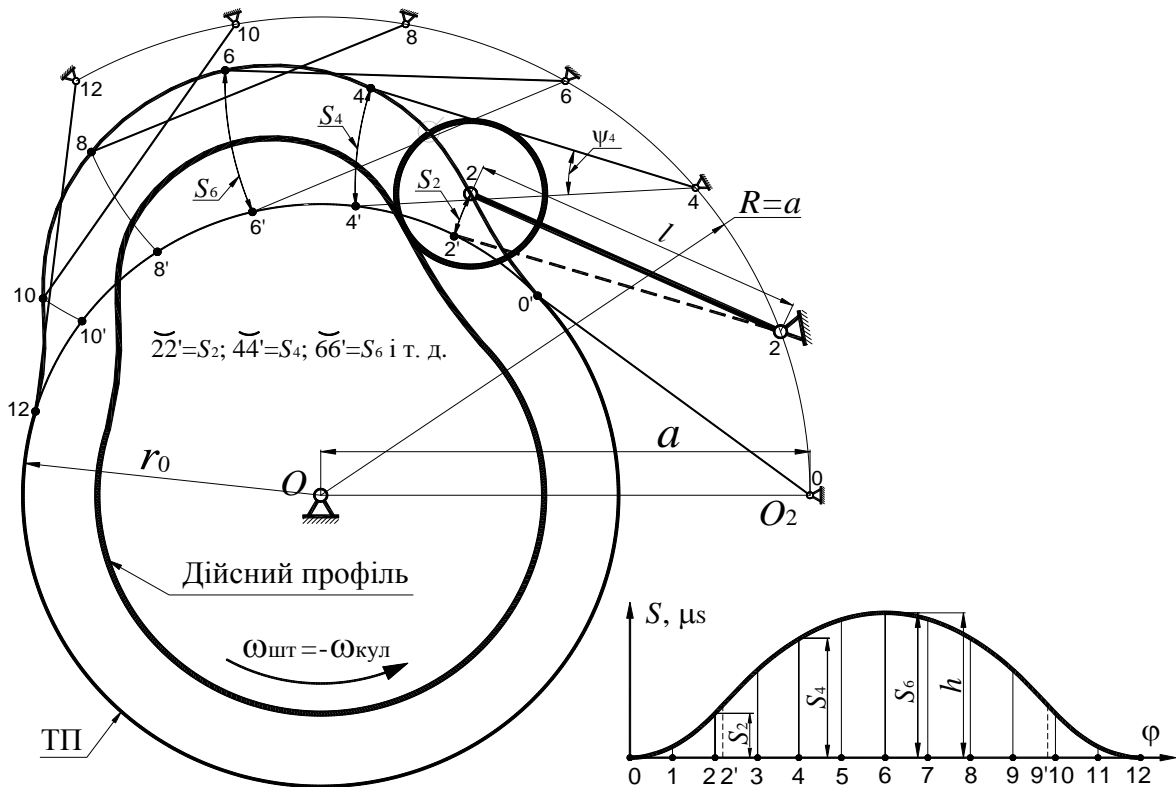


Рис. 3.17. Механізм із роликовим коромисловим штовхачем

10. Для побудови дійсного профіля необхідно вибрати радіус ролика. Радіус ролика обирається з урахуванням наступних міркувань:

- для запобігання самоперетинання або загострення дійсного профілю (див. рис. 3.15, справа зверху) повинна дотримуватися умова $R_{\text{рол}} \leq 0,7\rho_{\text{екв.мін}}$, де $\rho_{\text{екв.мін}}$ – мінімальний радіус кривизни теоретичного профілю кулачка;

- радіус ролика повинен бути достатнім для розміщення його осі;
- співвідношення радіусів ролика й дійсного профілю кулачка повинні бути оптимальними для мінімізації контактних напружень.

З урахуванням викладеного при виконанні курсового проекту рекомендується обирати радіус ролика за залежністю

$$R_{\text{рол}} = (0,4 \div 0,25)r_0. \quad (3.17)$$

Після визначення $R_{\text{рол}}$, виконавши відповідний перехід, будемо дійсний профіль кулачка (див. рис. 3.17).

д). Кулачковий механізм с плоским тарілчастим штовхачем

Профіль кулачка із плоским штовхачем у будь-якому місці повинен бути випуклим. Тому мінімальний радіус кулачка обирається з умови випуклості профілю $\rho > 0$.

Оберемо мінімальний радіус профілю кулачка.

На рис. 3.18 точка C – центр кривизни профіля кулачка в точці контакту A , а ρ – радіус кривизни в цій точці. Представимо вираз для радіуса кривизни у вигляді

$$\rho = AC = S + r_0 + BC > 0, \quad (3.18)$$

де S – висота підйому штовхача;

r_0 – мінімальний радіус кулачка.

З'ясуємо фізичний зміст відрізка BC . Для цього необхідно побудувати плани швидкостей і прискорень механізму.

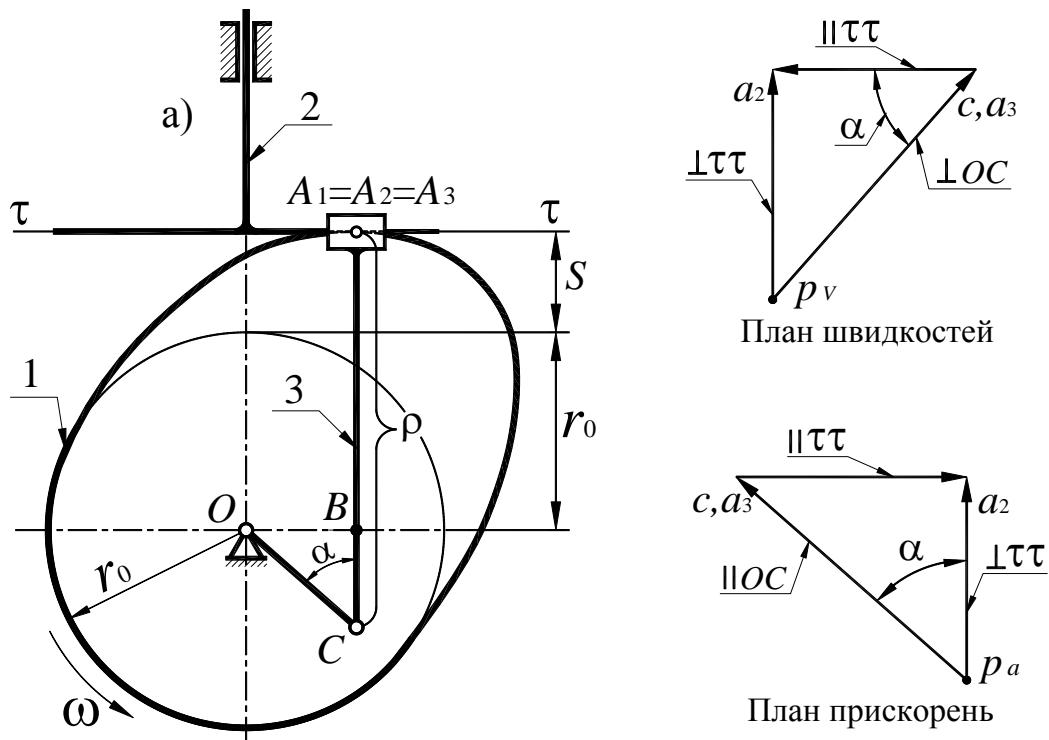


Рис. 3.18. Визначення мінімального радіуса кулачка

Задача побудови планів суттєво спрощується якщо попередньо побудувати замінюючий механізм – механізм із нижчими парами, кінематика якого точно така ж як і механізму з вищою парою. На рис. 3.18 ланки 1 і 2 мають контакт у точці A . Центр кривизни профілю кулачка в цій точці, розташований у точці C . Якщо до механізму приєднати додаткову ланку 3 із двома нижчими кінематичними парами (C і A_{23}), то цей зв'язок буде пасивним. У цьому випадку вищу пару A_{12} можна виключити, у результаті чого отримаємо заміняючий кулісний механізм. Оскільки профіль кулачка має змінну кривизну, то такий механізм буде заміняючим тільки у даному положенні. У заміняючому механізмі ланки 2 і 3 здійснюють поступальні рухи. Це означає, що всі точки, наприклад, ланки 3 мають однакові швидкості й прискорення. Ведучою ланкою залишається ланка 1, тоді швидкість точки C , що належить ланці 1 буде дорівнювати $V_C = OC \cdot \omega$. Точка належить не тільки ланці 1, але й ланці 3, тоді $V_C = V_{C3} = V_{A3}$. Далі запишемо векторне рівняння для визначення швидкості точки A_2 – точки ланки 2 (штовхача), розглядаючи точку A_2 у складному русі. Рівняння буде мати вигляд

$$\overrightarrow{V_{A_2}} = \overrightarrow{V_{A_3}} + \overrightarrow{V_{A_2A_3}}. \quad (3.19)$$

Напрямки всіх векторів у цьому рівнянні відомі й, графічно розв'язавши це рівняння, одержимо план швидкостей (рис. 3.18), який потрібен для побудови плану прискорень. Зауважимо, що ланки 2 і 3 здійснюють поступальні рухи. Прискорення точки C , що належить ланці 1 буде дорівнювати $a_C = \omega^2 \cdot OC$. Як і в попередньому випадку для швидкостей, для прискорень маємо рівність $a_C = a_{C3} = a_{A3}$. Векторне рівняння для визначення прискорення точки A_2 матиме вигляд

$$\overrightarrow{a_{A_2}} = \overrightarrow{a_{A_3}} + \overrightarrow{a_{A_2A_3}}. \quad (3.20)$$

Відзначимо, що в рівнянні (3.20) a_{A_3} – це переносне прискорення для точки A_2 , а прискорення $a_{A_2A_3}$ – відносне дотичне. Цілком зрозуміло, що

відносне нормальне й коріолісове прискорення дорівнюють нулю, оскільки ланки 2 і 3 здійснюють поступальні рухи. Розв'язуючи графічно рівняння 3, одержуємо план прискорень (рис. 3.19).

З подібності плану прискорень і трикутника OBC маємо співвідношення

$$\frac{a_C}{a_{A2}} = \frac{OC}{BC}; \quad \frac{OC \cdot \omega^2}{S'' \cdot \omega^2} = \frac{OC}{BC}. \quad (3.21)$$

З (3.21) випливає що, $BC = S'' = d^2S/d\varphi^2$ – аналог прискорення штовхача, тоді після підстановки в (3.18) значення відрізка BC , одержимо

$$\rho = S + r_0 + S'' > 0. \quad (3.22)$$

Завжди $S \geq 0$ і $r_0 > 0$, тобто умова (3.22) може порушуватись лише при великих негативних значеннях аналога прискорення штовхача $S'' = d^2S/d\varphi^2$. Тому остаточно маємо

$$S + r_0 > -(S'') \quad \text{або} \quad r_0 > -(S + S''). \quad (3.23)$$

Для визначення r_0 необхідно просумувати дві кінематичні діаграми: $S = S(\varphi)$ і $S'' = S''(\varphi)$, а потім у якості радіуса кулачка прийняти величину найбільшої від'ємної ординати отриманого сумарного графіка.

Розділивши на $S + r_0$, вираз $S + r_0 > -(S'')$, одержимо

$$1 > -\frac{S''}{S + r_0} \quad \text{або} \quad \tan 45^\circ > -\frac{S''}{S + r_0}. \quad (3.24)$$

Якщо по графіках $S = S(\varphi)$ і $S'' = S''(\varphi)$ побудувати фазовий портрет $S = S(S'')$ (див. рис.3.19, а), то формула (3.24) дає можливість інтерпретувати $S = S(S'')$ як діаграму, яка дозволяє визначити мінімальний радіус кулачка r_0 .

Дійсно, якщо до діаграми ліворуч провести дотичну $\tau - \tau$ під кутом 45° , то на осі ординат відтинається відрізок $AO' = -(S'' + S)$. Далі необхідно збільшити відрізок AO' на 10-20% і округлити до найближчого значення з ряду переважних чисел. На рис. 3.19 відрізок $OA = r_0 > -(S''_k + S_k)$, тобто умова випуклості кулачка задовольняється.

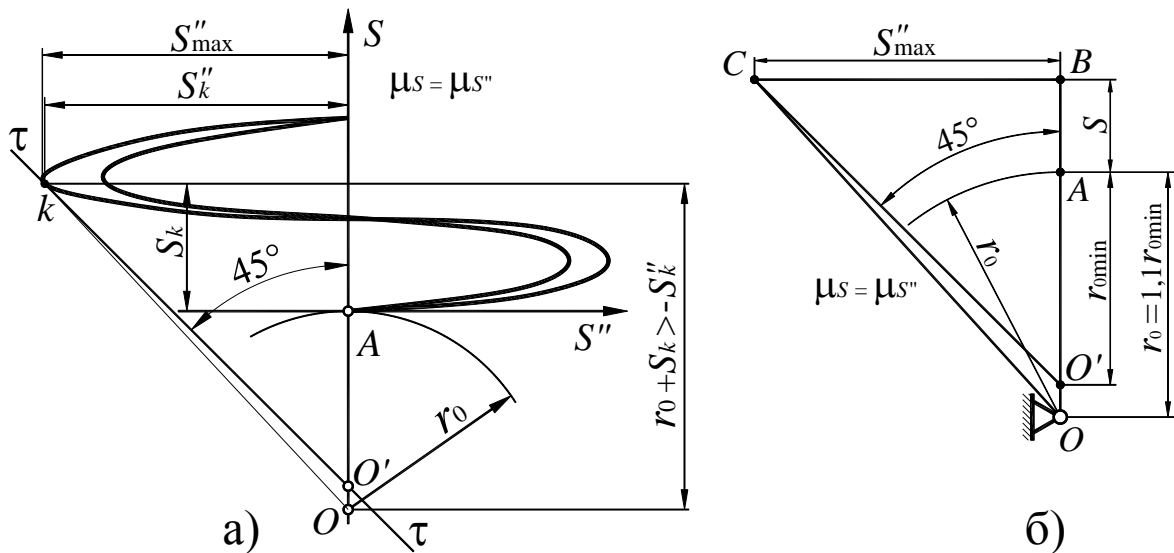


Рис. 3.19. Фазовий портрет $S = S(S'')$ і спрощений метод визначення r_0

Примітка: На рис. 3.19 дотична $\tau-\tau$ торкається діаграми в точці k , тому позначення переміщення штовхача й аналога прискорення містять індекс k (S_k, S''_k).

На діаграмі рис. 3.19 точка k позначає те положення механізму, у якому сума ординат діаграм $S = S(\varphi)$ і $S'' = S''(\varphi)$ має найбільше негативне значення, що відповідає умові $r_0 > -(S + S'')$. Причому в цьому положенні значення аналога прискорення практично не відрізняється від $(-S'')_{\max}$ тобто можна прийняти $S''_{\max} \approx S''_k$. У цьому випадку, зважаючи на те, що для визначення r_0 ми за своїм розсудом масштабуємо величину відрізка $O'A$, можна суттєво спростити роботу з визначення r_0 (див. рис. 3.19, б). Будемо рівнобедрений прямокутний трикутник $O'BC$, у якому сторона $BC = S''_{\max}$. Від точки B униз відкладаємо відрізок $AB = S$, тоді $S + O'A = -S''_{\max}$. Збільшивши величину $O'A$ на 10-20%, одержуємо $r_0 = OA$ із центром обертання кулачка в точці O .

е). Профілювання кулачка механізму із плоским штовхачем

Заданий закон руху у вигляді аналога прискорення штовхача, тобто $S'' = S''(\varphi)$ (рис. 3.20). При цьому також задані наступні величини:

h – висота підйому штовхача;

φ_{Π} , $\varphi_{\text{в}}$, φ_{o} – фазові кути.

На рис. 3.20 зображено:

а) графік аналога прискорень штовхача $S'' = S''(\varphi)$;

б) графік аналога швидкості штовхача $S' = S'(\varphi)$;

в) графік переміщення штовхача $S = S(\varphi)$;

г) визначення мінімального радіуса кулачка r_0 .

1. У довільному масштабі $\mu_{S''}$ і обраному масштабі μ_{φ} будуюмо графік $S'' = S''(\varphi)$.

2. Вибравши полюсну відстань H для графіка аналога прискорення (полюсна відстань H на рис. 3.20 не показана), методом графічного інтегрування графіка $S'' = S''(\varphi)$ будуюмо графік аналога швидкості штовхача $S' = S'(\varphi)$.

3. Проінтегрувавши графік $S' = S'(\varphi)$ будуюмо графік переміщення $S = S(\varphi)$.

4. Визначаємо масштаб графіка $S = S(\varphi)$. На графіку $S = S(\varphi)$ (рис. 3.20) відрізок y_h у масштабі μ_S зображує величину ходу штовхача h , відповідно

$$\mu_S = h / y_h. \quad (3.25)$$

5. Далі визначаємо масштаби графіків $S' = S'(\varphi)$ і $S'' = S''(\varphi)$ за залежностями

$$\begin{aligned} \mu_{S'} &= \mu_S / \mu_{\varphi} \cdot H, \\ \mu_{S''} &= \mu_{S'} / \mu_{\varphi} \cdot H \end{aligned} \quad (3.26)$$

6. Виконуємо узгодження масштабів графіків $S = S(\varphi)$ і $S'' = S''(\varphi)$, оскільки для визначення мінімального радіуса кулачка r_0 (див. рис. 3.20, г) масштаби цих графіків повинні співпадати, тобто $\mu_S = \mu_{S''}$.

7. Визначення мінімального радіуса кулачка r_0 . На рис. 3.20, г) зображено прямокутний трикутник BCO' , в якому катет $BC = -S''_{\max} = -S''_2$. Із точки B відкладаємо відрізок $AB = S$ – переміщення штовхача в положенні 2. Тоді $S + AO' = -S''_{\max}$. Збільшивши величину AO' на 10-20% відсотків, одержуємо $r_0 = OA$ із центром обертання кулачка в точці O . Остаточне значення мінімального радіуса r_0 рекомендується вибирати з ряду переважних чисел.

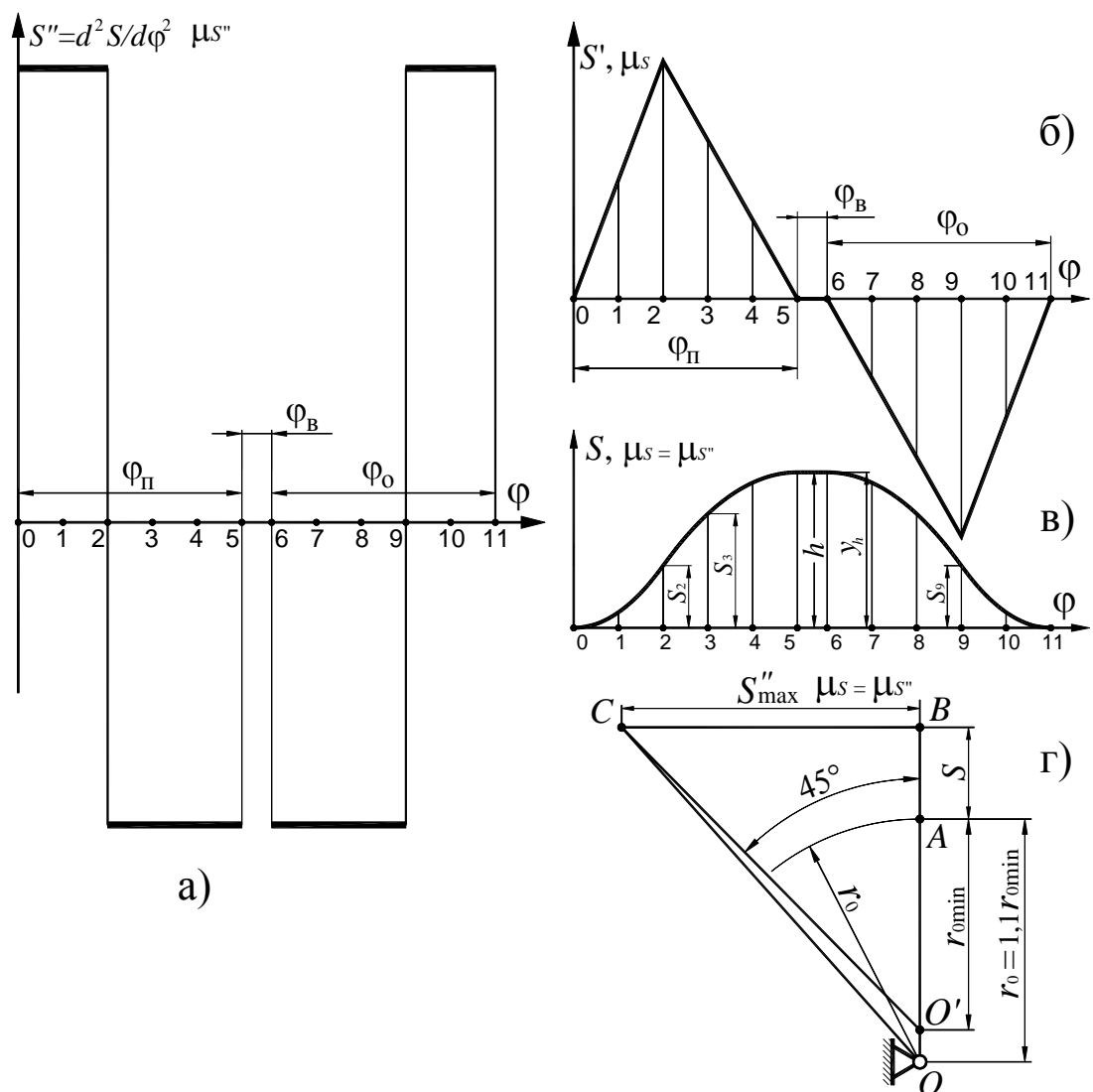


Рис. 3.20. Кінематичні діаграми

8. Після визначення величини мінімального радіуса кулачка приступаємо до профілювання його профілю. Вибравши положення центру кулачка O , проводимо окружність мінімального радіуса кулачка r_0 і допоміжну окружність із радіусом $R \approx r_0 + h + (4 \div 8 \text{ мм})$. Намітивши початок кута підйому φ_n , робимо розмітку кутів повороту осі штовхача у оберненому русі відповідно до положень на графіку $S = S(\varphi)$ (див. рис.3.21, б). Далі від точок розмітки на додатковій окружності радіуса R (0, 1, 2, ...) проводимо відрізки в центр кулачка, які будуть осями штовхача у оберненому русі. Масштаб кулачка дорівнює масштабу графіка $S = S(\varphi)$. Як ми вже відзначали раніше, висота підйому штовхача – це відстань від окружності радіуса r_0 до площини тарілки штовхача. Таким чином, профіль кулачка – це крива, яка огинає ряд положень площини тарілки, тобто для побудови профілю кулачка необхідно зобразити ряд положень площини тарілки. Для зображення, наприклад, площини тарілки у положенні 2, необхідно висоту переміщення S_2 із графіка $S = S(\varphi)$ відкласти уздовж осі штовхача від окружності радіуса r_0 і через отриману точку провести перпендикуляр до осі штовхача. На рис. 3.21, а) відрізки, що зображують переміщення штовхача в положеннях 2, 3 і 7, тобто S_2 , S_3 , і S_7 , показані жирними пунктирними лініями.

Діючи таким чином, необхідно в кожному положенні вздовж осі штовхача відкласти відрізки, які зображають відповідну величину переміщення штовхача S_i . На рис. 3.21, а) позначені переміщення S_2 , S_3 і S_7 . Через кінці переміщень S_i проводимо відрізки перпендикулярно до осей штовхача, які відображають положення площини тарілки штовхача. Після цього проводимо огинаючу до площин тарілки, які вона займає в оберненому русі так, щоб вона послідовно їх торкалась.

9. Поясніть методику визначення масштабів кінематичних діаграм кулачкових механізмів.
10. Що з себе уявляють аналоги швидкості і прискорення штовхача кулачкового механізму?
11. Які особливості кінематичного аналізу нецентрального (дезаксіального) кулачкового механізму?
12. Які особливості побудови діаграми окружних переміщень коромислового штовхача?
13. Як визначити кути повороту коромислового штовхача в різних положеннях кулачкового механізму?
14. У чому полягає задача кінематичного синтезу кулачкових механізмів?
15. Що таке кут тиску в кулачкових механізмах? Чому кут тиску обмежують допустимим значенням?
16. Як значення мінімального радіуса кулачка впливає на величину кута тиску?
17. Чому в окремих випадках кулачки виконують несиметричними, а кулачкові механізми – нецентральними?
18. Який взаємозв'язок ординат аналогів прискорень штовхача і фазових кутів кулачка?
19. Як аналітично визначається мінімальний радіус кулачка r_0 центрального кулачкового механізму з загостреним штовхачем?
20. Поясніть графічний спосіб визначення мінімального радіуса кулачка r_0 механізму зі штовхачем, що поступально рухається.
21. Як враховується при графічному визначенні r_0 кулачка ексцентриситет кулачкового механізму e і несиметричність закону руху штовхача?
22. Поясніть графічний спосіб визначення мінімального радіуса r_0 кулачка кулачкового механізму з коромисловим штовхачем?

23. Покажіть послідовність профілювання кулачка центрального кулачкового механізму з загостреним штовхачем.

24. Покажіть послідовність профілювання кулачка нецентрального кулачкового механізму з загостреним штовхачем.

25. Покажіть послідовність профілювання кулачка кулачкового механізму з коромисловим штовхачем.

26. Як здійснюється вибір радіуса ролика штовхача?

27. Що таке загострення і самоперетинання профілю кулачка і які наслідки воно спричиняє?

Розділ 4

ТЕРТЯ В МЕХАНІЗМАХ

Тертя в машинах може відігравати як негативну, так і позитивну роль.

Якщо сили тертя забезпечують у машині робочий процес, то в цьому випадку можна говорити про позитивний прояв тертя. Більш того, тоді приймаються конструктивні й експлуатаційні заходи для підтримки необхідної величини сил тертя.

Наприклад, при роботі фрикційних і пасових передач сили тертя забезпечують окружні корисні сили, які передають потік потужності від ведучого вала до веденого.

У процесі експлуатації пасової передачі необхідно стежити за тим, щоб сили тертя між пасом і шківками не зменшувалися з різних причин. Для забезпечення тягової спроможності пасової передачі необхідно здійснити відповідний натяг пасу. Для цього застосовуються різні конструктивні пристрої.

Очевидно також, що наявність сил тертя в гальмах є невід'ємною складовою їх функціонування.

Те ж можна сказати про колісні рушії автомобілів, тракторів та інших колісних машин. Тертя коліс об дорожню поверхню необхідне для забезпечення штовхаючих і гальмових сил. На протекторній поверхні коліс виконують ґрунтозачеми відповідної форми (або, як говорять, рисунка), що збільшують зчеплення колеса з дорожньою поверхнею.

Можна навести багато інших прикладів корисного прояву сил тертя.

Незважаючи на сказане, в переважній більшості випадків взаємодії ланок механізмів машин сили тертя відіграють негативну роль. Завдяки ним частина потоку потужності перетворюється в тепло, знижуючи цим самим коефіцієнт корисної дії (ККД) машини.

У результаті дії сил тертя відбувається знос елементів кінематичних пар, порушується їхня точність, що спричиняє погіршення роботи машини.

Це погіршення насамперед виражається в зниженні точності руху вихідних ланок механізмів, у підвищенні шумності роботи та у збільшенні динамічних шкідливих навантажень на ланки.

Явище тертя настільки багатofакторне, що, незважаючи на сучасні досягнення науки і техніки, його можна назвати маловивченим, а точніше, що на сьогодні ще немає задовільного математичного опису, який дозволив би аналітично прогнозувати величину сил тертя в різноманітних умовах. Тому дотепер для обчислення сил тертя застосовуються найпростіші емпіричні залежності, які забезпечують задовільний результат відшукування сил тертя тільки в поєднанні з експериментами, що моделюють умови, максимально наближені до реальних умов роботи пар тертя в машині.

Залежно від характеру відносного руху тіл розрізняють: тертя ковзання та тертя кочення. У свою чергу розрізняють такі види тертя ковзання: сухе, напівсухе, напіврідинне та рідинне тертя. Всі ці види тертя ковзання різні за своєю природою. Надалі ми матимемо на увазі, що в кінематичних парах механізмів в основному буває сухе та напівсухе тертя ковзання.

Розглядатимемо основні закономірності сухого тертя, які свого часу були сформульовані Амонтоном і Кулоном.

Основні закономірності тертя ковзання:

- 1) Сила тертя ковзання пропорційна силі нормального тиску;
- 2) Сила тертя ковзання залежить від матеріалів тертьових тіл та їх шорсткості (це враховується коефіцієнтом тертя ковзання f);
- 3) Сила тертя ковзання майже не залежить від величини швидкості ковзання і спрямована в протилежну до відносної швидкості напрямку;
- 4) Сила тертя ковзання не залежить від величини площі тертьових тіл;
- 5) Сила тертя спокою більша за силу тертя ковзання, відповідно коефіцієнт тертя спокою $f_0 > f$.

Таким чином, сила тертя ковзання дорівнює

$$F = N \cdot f = \text{const.} \quad (4.1)$$

Сила тертя спокою змінюється від нуля до $F_{0\max} = N \cdot f_0$, тобто

$$0 \leq F_0 \leq N \cdot f_0. \quad (4.2)$$

4.1. Кут і конус тертя

На рис. 4.1, а) вантаж вагою G розташований на опорній поверхні. Під дією сили P вантаж рухається вправо з постійною швидкістю, що дозволяє не враховувати силу інерції вантажу. З боку опорної поверхні на вантаж діє нормальна сила $N = G$ і дотична сила (сила тертя ковзання $F = N \cdot f = \text{const}$). Повна реакція опорної поверхні – сила $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}$. Очевидно, що сила R постійна за величиною й напрямком, оскільки її складові постійні. Позначимо кут між вектором R і нормаллю nn до опорної поверхні через φ . Із трикутника утвореного вектором і його складовими силу тертя ковзання можна знайти у вигляді

$$F = N \cdot \tan \varphi. \quad (4.3)$$

З іншого боку $F = N \cdot f$, тоді з урахуванням виразу (4.1) отримаємо

$$\tan \varphi = f, \quad (4.4)$$

де φ – кут тертя ковзання.

Кут тертя – це кут, на який відхиляється повна реакція опорної поверхні R від нормалі nn у бік протилежний напрямку відносної швидкості.

Якщо змінити напрямок сили P на протилежний, то вантаж буде рухатися вліво й вектор R від нормалі nn відхилиться в протилежний бік. У такий спосіб ряд можливих положень вектора утворює конус тертя. Це і є конус тертя ковзання. Конус тертя спокою має при вершині кут φ_0 ($\varphi_0 > \varphi$) Кут φ_0 визначається із співвідношення

$$\tan \varphi_0 = f_0. \quad (4.5)$$

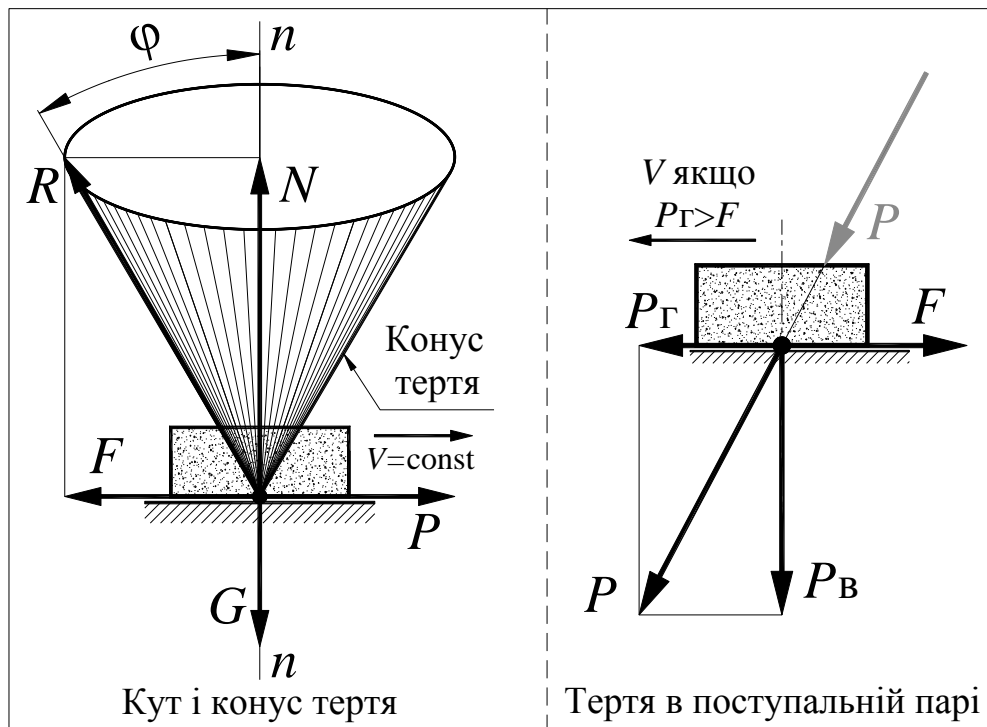


Рис. 4.1. Тертя в поступальній парі, кут і конус тертя

4.2. Тертя в поступальній парі

На рис. 4.1, б) до повзуна прикладена сила P . Кут між вектором сили й нормаллю дорівнює φ . Необхідно визначити умови, за яких повзун під дією сили P може рухатися. Перенесемо початок сили P вздовж її лінії дії на опорну поверхню й розкладемо силу на складові P_T і P_B . У цьому випадку нормальна сила стиску тіл $N = P_B$, а під дією P_T можливий рух повзуна. Складові сили P відповідно дорівнюють

$$P_T = P \cdot \sin \alpha,$$

$$P_B = P \cdot \cos \alpha. \quad (4.6)$$

Очевидно, що рух можливий, якщо $P_T \geq F$. Тут $F = N \cdot f = P \cdot \cos \alpha \cdot f$.

Після підстановки в умову руху значень P_T и F , отримаємо

$$P \cdot \sin \alpha \geq P \cdot \cos \alpha \cdot f \text{ або } \sin \alpha \geq \cos \alpha \cdot f. \quad (4.7)$$

Розділивши обидві частини умови руху на $\cos \alpha$, отримаємо

$$\tan \alpha \geq f = \tan \varphi \text{ або } \alpha \geq \varphi. \quad (4.8)$$

Висновок: рух під дією сили P можливий, якщо вона розташовується поза конусом тертя.

4.3. Тертя на бічних гранях клинового повзуна

На рис. 4.2 показаний клиновий повзун, навантажений силою Q . Кут клина рівний 2β . Необхідно визначити сумарну силу тертя F , яка виникає на бічних гранях клинового повзуна.

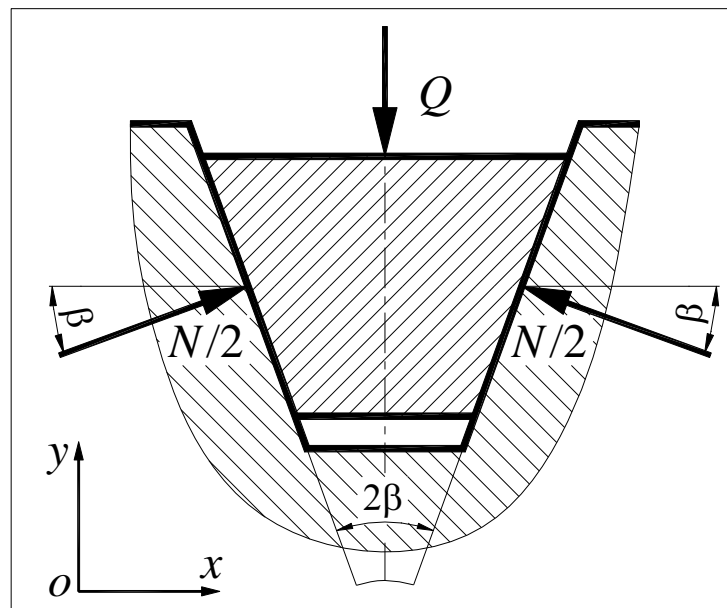


Рис. 4.2. Тертя на бічних гранях клинового повзуна

З умови рівноваги повзуна $\sum P_y = 0$ можна записати:

$$2 \cdot N/2 \cdot \sin \beta = Q, \text{ тобто } N \cdot \sin \beta = Q. \quad (4.9)$$

Звідки повна сила нормального тиску на бічних гранях дорівнює

$$N = Q / \sin \beta. \quad (4.10)$$

Тоді повна сила тертя буде дорівнювати

$$F = N \cdot f = Q \cdot \frac{f}{\sin \beta}. \quad (4.11)$$

Позначимо зведений коефіцієнт тертя, як f' , що знаходиться за формулою

$$f' = \frac{f}{\sin \beta}, \quad (4.12)$$

тоді

$$F = Q \cdot f'. \quad (4.13)$$

4.4. Тертя при знаходженні тіла на похилій площині

а) Загальний випадок

Нехай рушійна сила P розташована під довільним кутом β відносно похилої площини з кутом нахилу α (рис. 4.3).

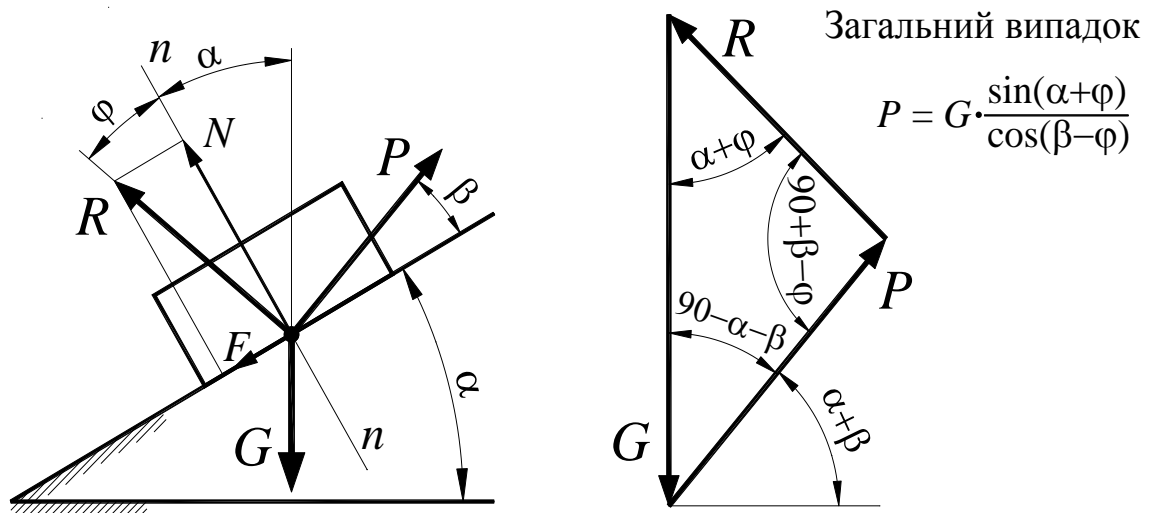


Рис. 4.3. Тертя при знаходженні тіла на похилій площині (загальний випадок)

Необхідно знайти величину рушійної сили P для підйому вантажу з постійною швидкістю з урахуванням сили тертя. З попереднього матеріалу відомо, що повна реакція опорної поверхні (похилої площини) R відхиляється від нормалі nn на кут φ в сторону протилежну напрямку відносної швидкості. Величина сили тяжіння вантажу G , напрямок сили P задано кутом β . З умови $\sum P_i = 0$ за цими даними будемо силовий трикутник і вказуємо кути між векторами. За теоремою синусів запишемо співвідношення

$$\frac{P}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{G}{\sin(90^\circ + \beta - \varphi)} = \frac{G}{\cos(\beta - \varphi)}, \quad (4.14)$$

з якого знайдемо величину рушійної сили P у вигляді

$$P = G \cdot \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)}. \quad (4.15)$$

б) Окремий випадок, коли рушійна сила спрямована горизонтально, тобто $\beta = -\alpha$.

Цей випадок показано на рис. 4.4.

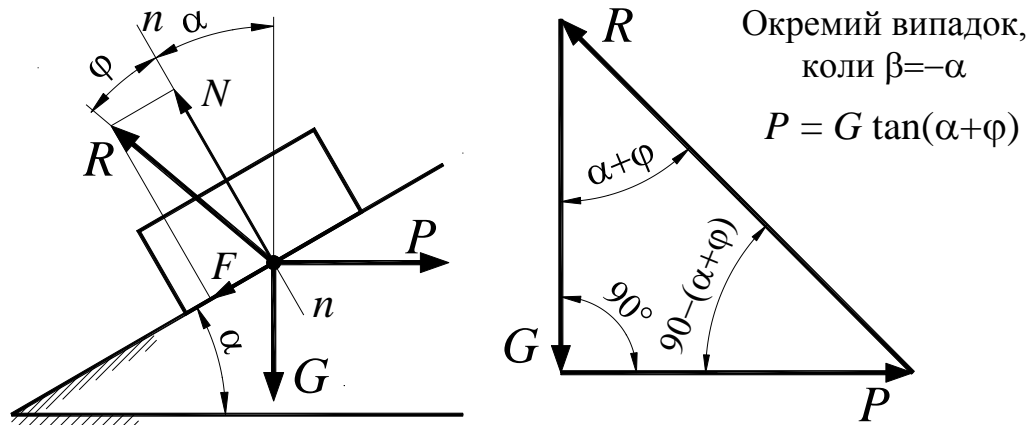


Рис. 4.4. Тертя при знаходженні тіла на похилій площині (окремий випадок)

Усі попередні пояснення справедливі й у даному випадку, повторювати їх не будемо. В такий же спосіб для визначення рушійної сили P за теоремою синусів запишемо співвідношення

$$\frac{P}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{G}{\sin(90^\circ - (\alpha + \varphi))} = \frac{G}{\cos(\alpha + \varphi)}, \quad (4.16)$$

з якого для випадку $\beta = -\alpha$ потім знайдемо силу P у наступному вигляді:

$$P = G \cdot \tan(\alpha + \varphi). \quad (4.17)$$

Часто зустрічається випадок опускання вантажу по похилій площині. У цьому випадку напрямок швидкості зміниться на протилежний і, відповідно, сила R від нормалі буде відхилитися в протилежний бік, тобто знак при куті φ зміниться на протилежний. Величина утримуючої сили буде дорівнювати

$$P_{\text{утр}} = G \cdot \tan(\alpha - \varphi). \quad (4.18)$$

З (4.18) випливає, що у випадку, якщо $\alpha > \varphi$, то $P_{\text{утр}} > 0$, тобто вантаж треба утримувати від сповзання по похилій площині, а при $\alpha < \varphi$, $P_{\text{утр}} < 0$, тобто вантаж треба «підштовхувати» для опускання по похилій площині,

оскільки вантаж за рахунок тертя «самоутримується» на площині. Умова $\alpha < \varphi$ – це умова самогальмування.

На рис. 4.5 показано 3 випадки:

1) $\alpha < \varphi$ – випадок, коли вантаж самогальмується, оскільки зсувна сила від сили тяжіння вантажу G менша за силу тертя спокою F_0 ;

2) $\alpha = \varphi$ – випадок граничного стану. Якщо вантаж перебуває в стані спокою, то він збереже цей стан, оскільки $f_0 > f$;

3) $\alpha > \varphi$ – випадок, коли вантаж під дією сили G опускається по похилій площині, оскільки зсувна сила від сили тяжіння G більше сили тертя спокою F_0 .

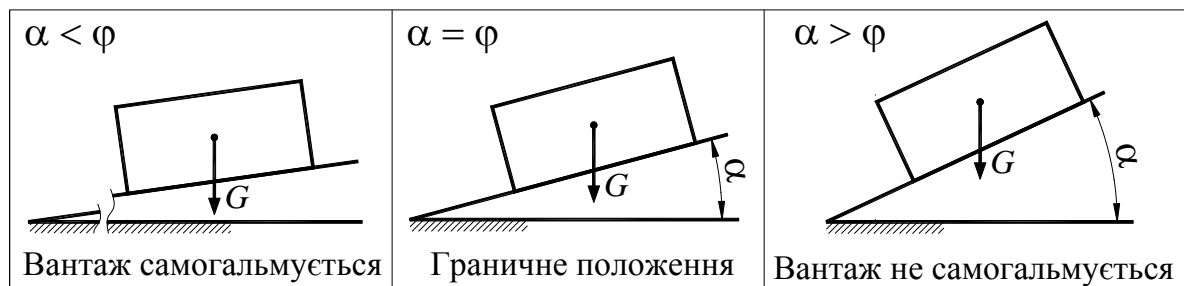


Рис. 4.5. Випадки руху та рівноваги тіла на похилій площині

4.5. Тертя в обертальній парі

На рис. 4.6 показано два стани вала в підшипнику:

- 1) Вал не обертається, тому що крутний момент $T = 0$;
- 2) Вал обертається під дією крутного моменту T .

В обох випадках вал навантажений радіальною силою Q і, коли вал не обертається, лінії дії сили Q і реакції підшипника R збігаються, оскільки вал перебуває в стані рівноваги під дією тільки двох сил, тобто $R = N$.

Коли вал під дією крутного моменту T починає обертатися, тоді він буде накручуватися на підшипник, як на поверхню зі змінним кутом підйому, зупиниться в тому місці, у якому кут підйому буде рівний куту тертя φ (точка A). На рис. 4.6 праворуч показана повна реакція підшипника R і її

складові N і F . Нормальна реакція N спрямована за нормаллю до загальної дотичної $\tau\tau$, а дотична сила F (сила тертя ковзання) направлена за дотичною, при цьому повна реакція R спрямована паралельно силі Q .

З умов рівноваги вала $\sum P_y = 0, \sum M_A = 0$ маємо

$$R = -Q, \quad (4.19)$$

$$T = Q \cdot \rho, \quad (4.20)$$

де ρ – радіус кола тертя.

Із трикутника ABO маємо

$$\rho = OB = r \cdot \sin \varphi. \quad (4.21)$$

З урахуванням зазначеного крутний момент T буде дорівнювати

$$T = Q \cdot r \cdot \sin \varphi. \quad (4.22)$$

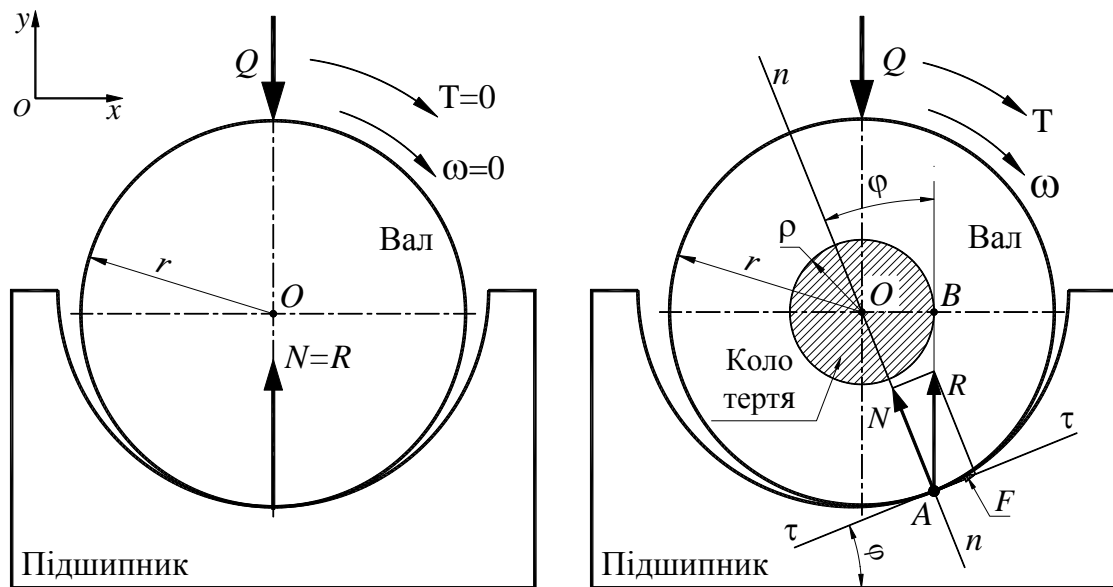


Рис. 4.6. Тертя в обертальній парі

Зазвичай кут тертя φ досить малий і можна прийняти, що $\sin \varphi \approx \tan \varphi = f$, тоді

$$T \approx Q \cdot r \cdot f. \quad (4.23)$$

4.6. Тертя у гвинтовій парі

До гвинта із прямокутним профілем різьблення прикладена осьова сила Q (рис.4.7). Потрібно визначити, який крутний момент T необхідно прикласти до стрижня гвинта з урахуванням сил тертя для його підйому. Кут підйому гвинтової лінії по середньому діаметру становить λ .

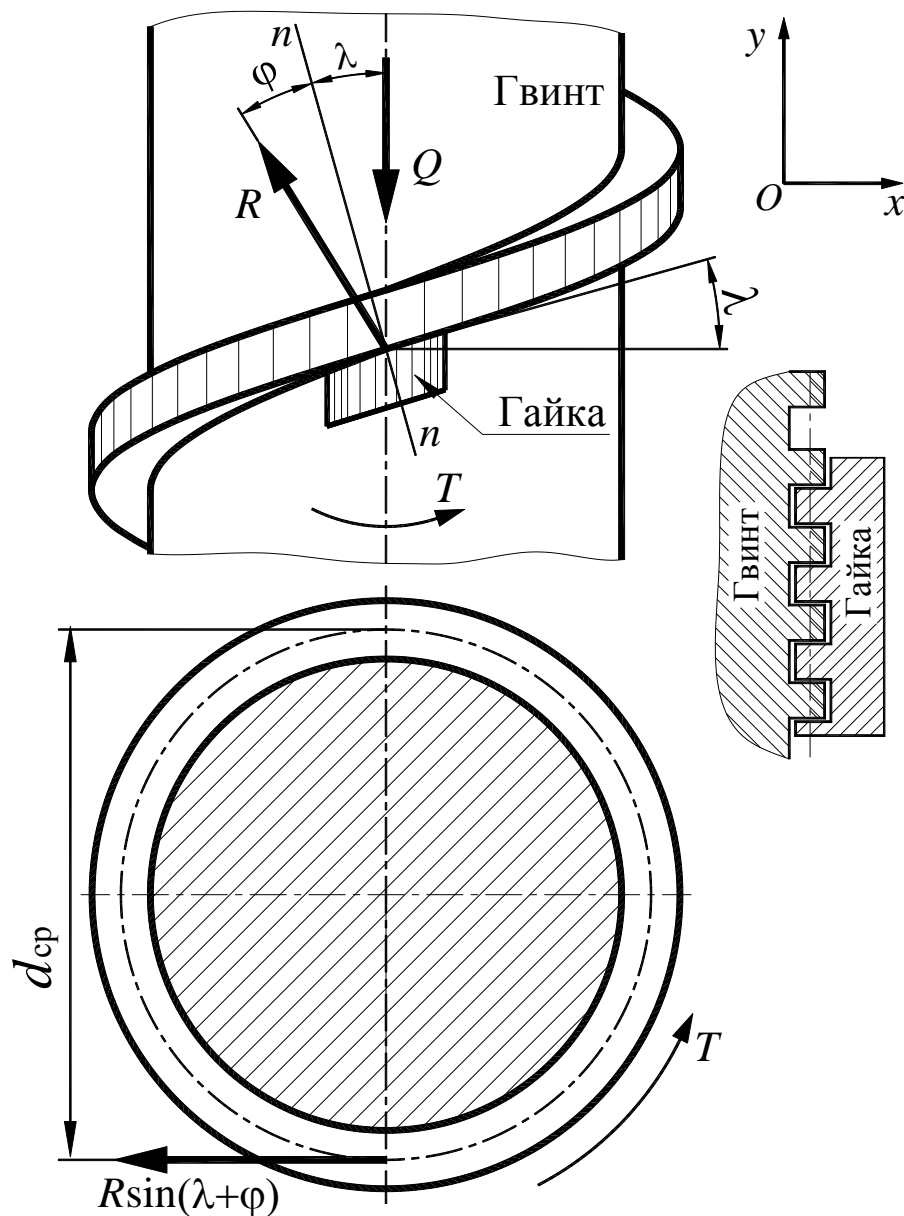


Рис. 4.7. Тертя у гвинтовій парі

Між витками гвинта й гайки діють розподілені нормальні й дотичні сили – сили тертя. Замінімо зазначені розподілені сили сумарною зосередженою силою R . Як відомо з викладеного раніше матеріалу, R

відхиляється від нормалі nn на кут φ у бік протилежний напрямку відносної швидкості, тобто вліво. З умови рівноваги гвинта $\sum P_y = 0$ можна записати

$$R \cdot \cos(\lambda + \varphi) = Q. \quad (4.24)$$

З виразу (4.24) може бути знайдена повна реакція витка гайки R

$$R \cdot \cos(\lambda + \varphi) = Q. \quad (4.25)$$

З умови $\sum M_y = 0$ маємо (див. рис. 4.7, вид зверху)

$$T = 0,5 \cdot d_{cp} \cdot R \cdot \sin(\lambda + \varphi). \quad (4.26)$$

Після підстановки в (4.26) значення сили R одержимо

$$T = 0,5 \cdot d_{cp} \cdot Q \cdot \tan(\lambda + \varphi). \quad (4.27)$$

Ми розглянули випадок підйому гвинта. При опусканні гвинта напрямок відносної швидкості зміниться на протилежний і вектор сили R відхилиться від нормалі nn у протилежний бік, тобто знак при куті φ зміниться на протилежний. Для випадку опускання гвинта ми визначаємо утримуючий момент, який виникає від дії осьової сили Q

$$T_{утр} = 0,5 \cdot d_{cp} \cdot Q \cdot \tan(\lambda - \varphi). \quad (4.28)$$

Відзначимо, що при $\lambda < \varphi$ утримуючий момент $T_{утр} < 0$, тобто необхідно до стрижня гвинта прикладати момент для його загвинчування.

Умова $\lambda < \varphi$ – це умова самогальмування гвинта.

Тепер розглянемо гвинт із трикутним профілем різьблення. У цьому випадку взаємодія витків гвинта й гайки подібна взаємодії клинового повзуна із клинковою напрямною (див. рис. 4.8).

У цьому випадку у формулах (4.27) і (4.28) необхідно застосовувати поняття зведеного коефіцієнта тертя $f' = f / \sin \beta$ і замість кута φ підставити кут φ' .

Знайдемо зведений коефіцієнт тертя для різьблення із трикутним профілем. Сума кутів трикутника ABC (див. рис. 4.8) дорівнює

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ. \quad (4.29)$$

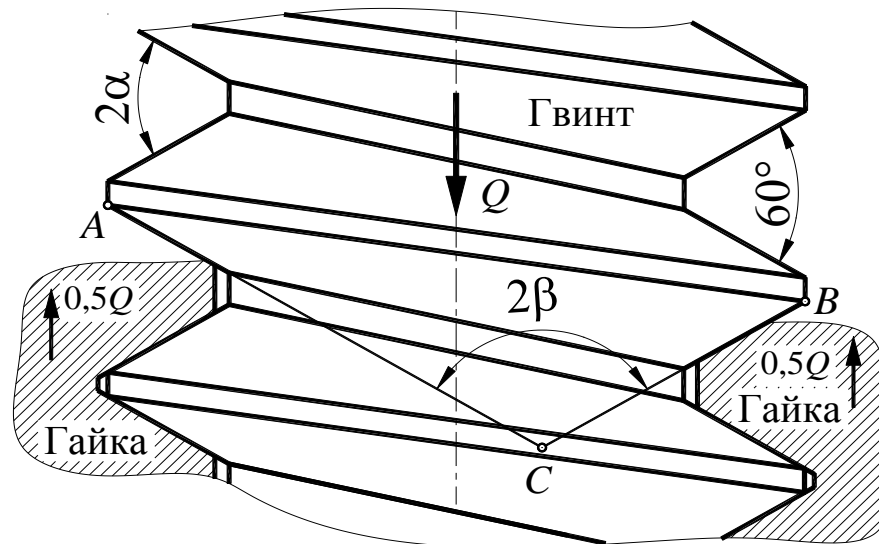


Рис. 4.8. Тертя у гвинтовій парі з трикутним профілем різьблення

З (4.29) знаходимо, що $\beta = 90^\circ - \alpha$, тоді

$$f' = f / \sin(90^\circ - \alpha) = f / \cos \alpha = f / \cos 30^\circ = f / 0,866 = 1,15 f. \quad (4.30)$$

Таким чином, коефіцієнт тертя ковзання для трикутного профілю різьблення на 15% вище, чим у різьблення із прямокутним профілем. При цьому кут тертя буде дорівнювати

$$\tan \varphi' = f'. \quad (4.31)$$

Відповідно момент T при підйомі гвинта дорівнює $T = 0,5 \cdot d_{\text{cp}} \cdot R \cdot \sin(\lambda + \varphi')$, а при опусканні $T_{\text{утр}} = 0,5 \cdot d_{\text{cp}} \cdot R \cdot \sin(\lambda - \varphi')$.

Визначимо коефіцієнт корисної дії (ККД) гвинтової пари.

а) Випадок підйому гвинта. За визначенням ККД є відношенням роботи на виході до роботи на вході, тобто $\eta = \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}}$. У випадку підйому гвинта робота на вході це робота моменту T , а робота на виході це робота сили Q .

Тоді $\eta = \frac{A(Q)}{A(T)}$. Знайдемо ці роботи за один оберт гвинта. Робота моменту

$A(T) = T \cdot 2\pi$. Після підстановки значення моменту T отримаємо

$$A(T) = Q \cdot \pi \cdot d_{\text{cp}} \cdot \tan(\lambda + \varphi'). \quad (4.32)$$

Робота сили Q дорівнює

$$A(Q) = Q \cdot p, \quad (4.33)$$

де p – крок гвинта.

Для визначення кроку гвинта розглянемо розгортку гвинтової лінії по середньому діаметру.

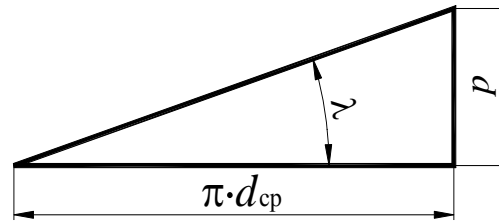


Рис. 4.9. Розгортка гвинтової лінії по d_{cp}

Із цього рисунка $\tan \lambda = p / \pi \cdot d_{cp}$, звідки крок гвинта дорівнює

$$p = \pi \cdot d_{cp} \cdot \tan \lambda. \quad (4.34)$$

Після підстановки в (4.33) значення кроку гвинта одержимо вираз

$$A(Q) = Q \cdot \pi \cdot d_{cp} \cdot \tan \lambda. \quad (4.35)$$

Тоді ККД гвинтової пари у випадку підйому гвинта буде дорівнювати

$$\eta = \frac{A(Q)}{A(T)} = \frac{Q \cdot \pi \cdot d_{cp} \cdot \tan \lambda}{Q \cdot \pi \cdot d_{cp} \cdot \tan(\lambda + \varphi)} = \frac{\tan \lambda}{\tan(\lambda + \varphi)}. \quad (4.36)$$

На рис. 4.10 показано графік зміни ККД гвинта, побудований за формулою (4.36) для випадку, коли $\varphi = 5^\circ$. На рис. 4.10. значення кутів тертя φ і φ' визначають положення меж ділянок, на яких гвинти мають самогальмування (область I або I') або не самогальмуються (область II).

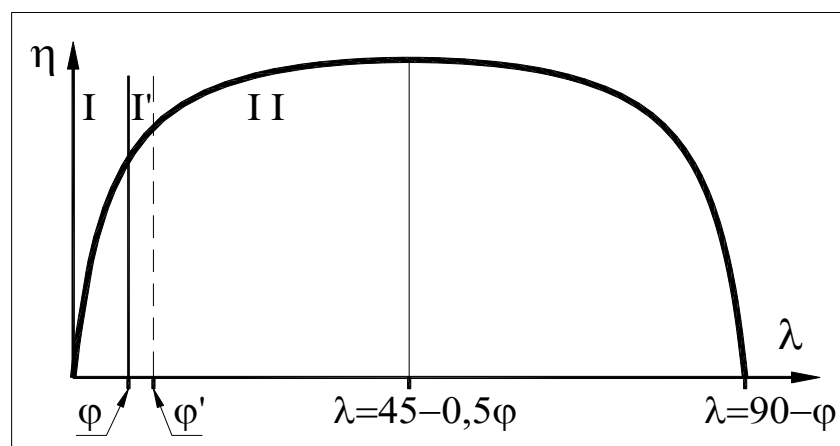


Рис. 4.10. Залежність ККД гвинта від кута підйому гвинтової лінії λ

б) Для випадку опускання гвинта роботою на вході буде робота сили Q , а роботою на виході буде робота моменту $T_{\text{втр}}$. Тоді

$$\eta = \frac{A(T_{\text{втр}})}{A(Q)}, \quad (4.37)$$

де $A(T_{\text{втр}}) = Q \cdot d_{\text{сп}} \cdot \pi \cdot \tan(\lambda - \varphi)$, $A(Q) = Q \cdot \pi \cdot d_{\text{сп}} \cdot \tan \lambda$.

Остаточно вираз для ККД отримаємо у вигляді

$$\eta_{\text{оп}} = \frac{A(T_{\text{уд}})}{A(Q)} = \frac{Q \cdot \pi \cdot d_{\text{сп}} \cdot \tan(\lambda - \varphi)}{Q \cdot \pi \cdot d_{\text{сп}} \cdot \tan \lambda} = \frac{\tan(\lambda - \varphi)}{\tan \lambda}. \quad (4.38)$$

З цієї формули видно, що при $\lambda < \varphi$ ККД негативний, тобто ККД механізмів, що самогальмуються, негативний.

Якщо профіль різьблення трикутний або трапецеїдальний у наведених вище формулах необхідно використовувати поняття зведеного коефіцієнта тертя і замість кута φ підставляти кут φ' .

Всі гвинти можна підрозділити на ходові і кріпильні. Головна вимога до ходових – це високий ККД, тому в цьому випадку застосовують гвинти з прямокутним або трапецеїдальним профілем різьбленням. Кріпильні гвинти, як правило, мають трикутний профіль різьблення, завдяки чому збільшується момент тертя. Окрім цього використовується різьблення з малим кроком для зменшення кута підйому гвинтової лінії λ .

4.7. Тертя гнучкої нитки (формула Ейлера)

Розглянемо випадок, коли через нерухомий циліндр перекинута гнучка, невагому, нерозтяжна нитка (рис.4.11, а). Ці припущення дозволяють не враховувати:

- а) перерозподіл маси вагомої нитки на її кінцях;
- б) роботу затрачувану на згинання й розгинання не гнучкої нитки;
- в) розподіл переміщень розтяжної нитки на дузі обхвату α .

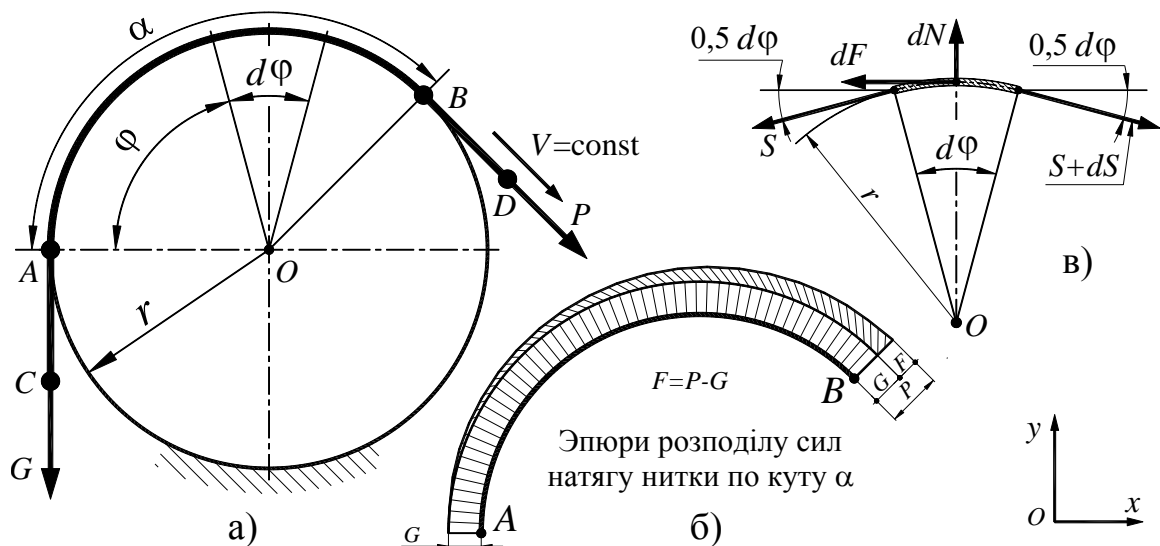


Рис. 4.11. Тертя гнучкої нитки

До одного з кінців нитки (рис.4.11, а) підвішено вантаж вагою G . Потрібно визначити величину сили P , яку необхідно прикласти до іншого кінця нитки для підйому вантажу з постійною швидкістю.

Кут обхвату циліндра ниткою рівний α . Очевидно, що сила тертя ковзання рівна $F = P - G$. Очевидно також, що на ділянці нитки AC її натяг рівний G , а на ділянці BD натяг нитки дорівнює P . На рис. 4.11, б) показана епюра розподілу натягу нитки в межах кута α , з якої видно, що на куті α натяг нитки змінюється від $S = G$, коли кут $\varphi = 0$ до $S = P$ при $\varphi = \alpha$.

Для розв'язку задачі виріжемо ділянку нитки в межах нескінченно малого кута $d\varphi$. З умови рівноваги вирізаної ділянки нитки $\sum P_y = 0$, можна записати вираз

$$2S \cdot \sin(0,5d\varphi) + dS \cdot \sin(0,5d\varphi) = dN. \quad (4.39)$$

Оскільки кут $d\varphi$ нескінченно малий, то $\sin(0,5d\varphi) \approx 0,5d\varphi$, величина $dS \cdot \sin(0,5d\varphi)$ є добутком двох нескінченно малих величин, тому можна прийняти, що $dS \cdot \sin(0,5d\varphi) \approx 0$. Тоді вираз (4.39) набуде вигляду

$$S \cdot d\varphi = dN. \quad (4.40)$$

З умови $\sum M_y = 0$ можна записати $(S + dS) \cdot r = (S + dF) \cdot r$, звідки отримаємо

$$dS = dF . \quad (4.41)$$

Елементарна сила тертя ковзання дорівнює

$$dF = dN \cdot f . \quad (4.42)$$

Після підстановки в (4.42) значень dN з (4.40) і dF з (4.41) одержимо вираз

$$dS = S \cdot d\varphi \cdot f . \quad (4.43)$$

Диференціальне рівняння (4.43) із змінними, що розділяються, представимо у вигляді

$$\frac{dS}{S} = d\varphi \cdot f . \quad (4.44)$$

Проінтегруємо (4.44), маючи на увазі, що, коли кут $\varphi = 0$, сила натягу нитки рівна $S = G$, а при $\varphi = \alpha$ сила натягу $S = P$, тоді

$$\int_G^P \frac{dS}{S} = \int_0^\alpha d\varphi \cdot f \quad \text{або} \quad \ln \frac{P}{G} = \varphi \cdot f . \quad (4.45)$$

З (4.45) одержуємо формулу Ейлера у вигляді

$$P = G \cdot e^{f\alpha} . \quad (4.46)$$

4.8. Тертя кочення

Задача щодо дослідження тертя кочення не може мати розв'язання без урахування деформації тіла кочення або опорної поверхні, або того й іншого одночасно. Наприклад, при коченні залізничного колеса по рейці необхідно враховувати деформацію колеса і рейки. При коченні катка асфальтоукладальника враховують лише деформацію асфальту. Ми розглянемо кочення колеса з пневматичною шиною по твердій опорній поверхні. У цьому випадку необхідно враховувати деформацію лише пневматичної шини. При деформації шини виникають сили пружного та непружного опору. Сили пружного опору зазвичай пропорційні величині деформації, а сили непружного опору завжди спрямовані у протилежний бік напрямку швидкості деформації. У першому наближенні вважатимемо, що у

шині діють сили непружного опору типу «сухого тертя». На рис. 4.12, а) схематично показана шина з деформацією на ділянці AB . Причому в точках A та B деформація шини дорівнює нулю. На ділянках AC та BC деформація змінюється від нуля до максимального значення у точці C . Відповідно до розподілу деформації шини на ділянці AB еюра сил пружного опору $q_{пр}$ симетрична відносно лінії дії радіальної сили Q . Далі розглянемо вплив сил непружного опору (див. 4.12, а)).

Спочатку розглянемо приклад, показаний на рис. 4.12. На цьому рисунку показана пружна платформа з пристроєм типу «сухе тертя», у якого сила тертя рівна, наприклад, $F_{тр} = 1000$ Н. Очевидно, що до тих пір, поки сила P не перевищить 1000 Н, платформа під дією цієї сили переміщатися не буде й пружини не будуть деформуватися.

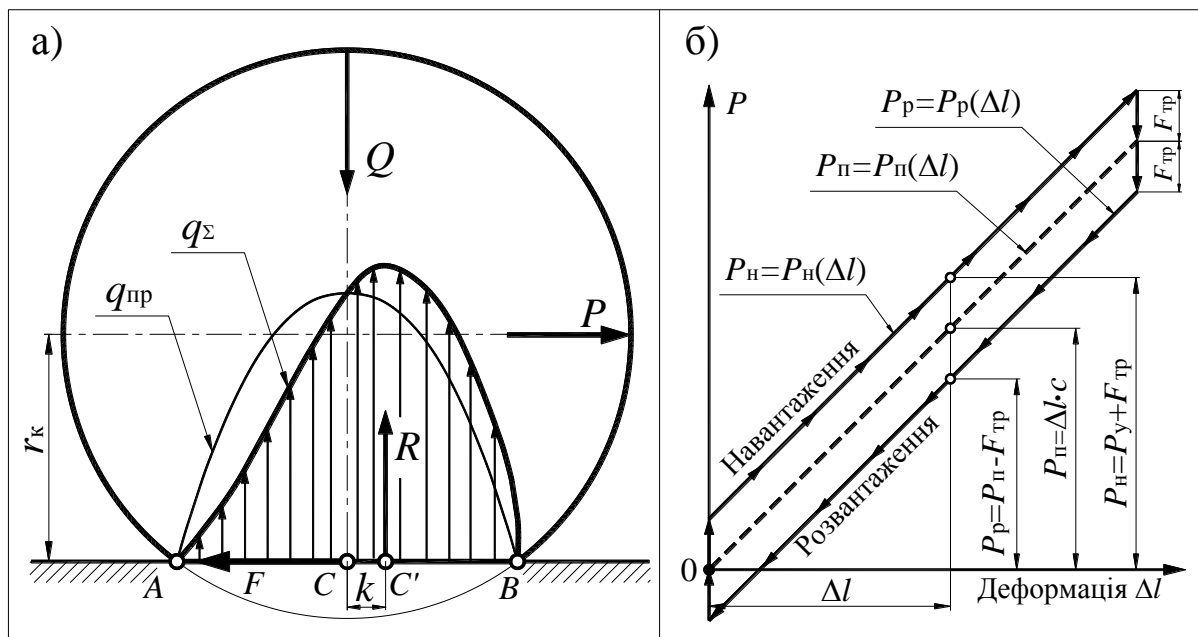


Рис. 4.12. Деформація шини

Аналогічно до випадку із платформою, якщо шину навантажувати радіальним навантаженням Q , то шина почне деформуватися тільки тоді, коли радіальне навантаження досягне значення $F_{тр}$. На рис. 4.12, б) показана діаграма залежності деформації шини при її навантаженні й розвантаженні.

Пунктирною лінією показана залежність деформації від навантаження для випадку, коли є тільки пружний опір, а непружний опір відсутній. При навантаженні шини сили пружного та непружного опорів додаються, а при розвантаженні мають різні знаки. Значення сил пружного і непружного опорів при навантаженні і розвантаженні шини позначено відповідно як P_n та P_p .

Наведені вище міркування мали на меті наочно показати, як взаємодіють сили пружного та непружного опорів при навантаженні шини та розвантаженні.

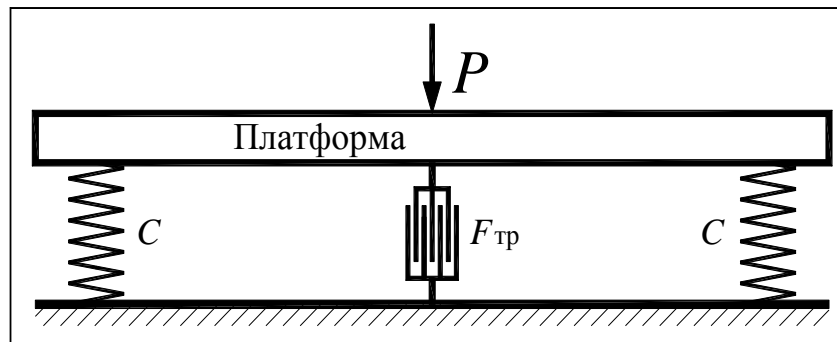


Рис. 4.13. Пружна платформа з пристроєм типу «сухе тертя»

Повертаючись до розгляду процесу деформування шини рис. 12, а), підкреслимо, що на ділянці AC йде процес розвантаження елементів шини, а на ділянці BC – навантаження, тобто на ділянці AC сили непружного опорів віднімаються з сил пружного опорів, а на ділянці BC – додаються. Тоді сумарна еюра сил q_Σ буде мати вигляд представлений на рис. 12, а), тобто результуюча розподілених сил R буде зміщена вправо на величину k . Величина k називається коефіцієнтом тертя кочення.

З умови рівноваги колеса $\sum M_{C'} = 0$ маємо рівність

$$Q \cdot k = P \cdot r_k, \quad (4.47)$$

звідки рушійна сила буде дорівнювати

$$P = Q \cdot \frac{k}{r_k}. \quad (4.48)$$

4.9. Коефіцієнт корисної дії планетарних передач

Планетарні передачі включають у свій склад окремі зубчасті колеса (сателіти), що здійснюють складний обертальний рух, а також мають дві корпусні ланки, одна з яких рухома (води́ло). Це і обумовлює особливості планетарних передач як у кінематиці, так і в перетворенні потоку потужності.

В окремих випадках велика частина потоку потужності витрачається на здійснення відносного руху в механізмі планетарної передачі, і лише порівняно невелика частина потужності передається на вихідний вал.

У планетарних передачах можуть навіть спостерігатися самогальмування механізму.

Тому при виборі схеми планетарної передачі і її передатного числа завжди треба пам'ятати про те, що ККД передачі може істотно від цього залежати.

При виборі типу схеми силової планетарної передачі у випадку необхідності забезпечення великого передатного числа завжди варто віддавати перевагу схемі з внутрішніми зачепленнями зубчастих коліс, оскільки в них втрати на подолання сил тертя істотно нижчі.

Далі буде розглянуто один із методів визначення ККД планетарних передач.

Метод заснований на припущенні, що потужність сил тертя (тобто потужність втрат) у реальній планетарній передачі й у оберненій залишається тією ж самою. Інакше можна сказати, що в реальній і оберненій передачі зберігається співвідношення моментів сил на всіх ланках.

Можна дане припущення також розглядати, як нехтування впливом відцентрових сил інерції ланок механізму на сили тиску в його кінематичних парах, тобто, у кінцевому рахунку, на сили тертя в кінематичних парах.

Підсумовуючи згадані припущення, сформулюємо їх більш стисло: розподіл зусиль і моментів сил на зубчастих колесах і водилі в

нешвидкісному планетарному варіанті передачі та її оберненому варіанті будемо вважати однаковим.

Оскільки витрати потужності сил тертя залежать тільки від сил (моментів) і відносних швидкостей, а ці величини, враховуючи прийняті припущення, для планетарного і оберненого (непланетарного) механізмів залишаються однаковими, то:

$$N_{\text{ТР/ПЛ}} = N_{\text{ТР/ОБ}}, \quad (4.49)$$

де $N_{\text{ТР/ПЛ}} = N_{\text{ПЛ}} \cdot (1 - \eta_{\text{ПЛ}})$ – потужність сил тертя планетарного механізму,

$N_{\text{ТР/ОБ}} = N_{\text{ОБ}} \cdot (1 - \eta_{\text{ОБ}})$ – потужність сил тертя оберненого механізму.

Таким чином, маємо рівність

$$N_{\text{ПЛ}} \cdot (1 - \eta_{\text{ПЛ}}) = N_{\text{ОБ}} \cdot (1 - \eta_{\text{ОБ}}), \quad (4.50)$$

звідки коефіцієнт корисної дії планетарного механізму дорівнює

$$\eta_{\text{ПЛ}} = 1 - \frac{N_{\text{ОБ}}}{N_{\text{ПЛ}}} \cdot (1 - \eta_{\text{ОБ}}). \quad (4.51)$$

Зазначимо, що $N_{\text{ОБ}}$ і $N_{\text{ПЛ}}$ – це вхідні потужності оберненого і планетарного механізмів.

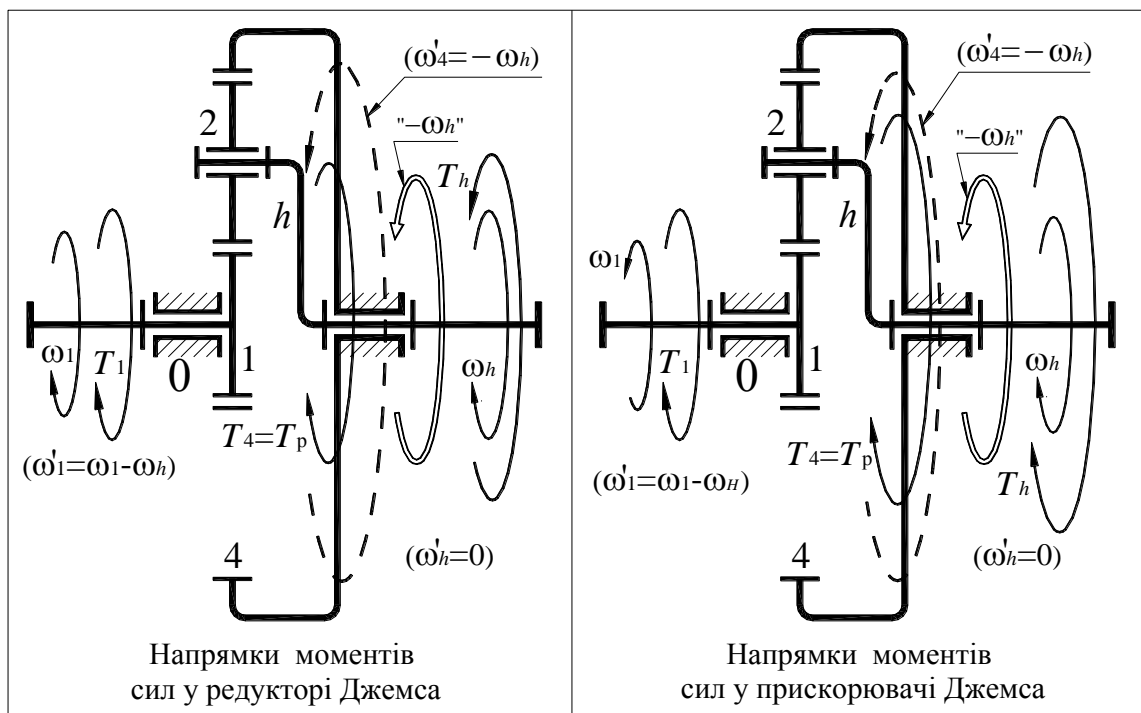


Рис. 4.14. До визначення ККД механізму Джемса

Розглянемо визначення ККД планетарної передачі за схемою Джемса (рис. 4.14) із нерухомим колесом 4 у режимі редуктора зліва і в режимі прискорювача справа.

У режимі редуктора ведучим валом є вал 1, на якому напрямки кутової швидкості ω_1 і рушійного обертового моменту T_1 збігаються.

Вихідним валом редуктора буде вал водила h , що обертається з кутовою швидкістю ω_h , як відомо, у той же бік, що і вхідний вал 1. Обертовий момент T_h сил опору на вихідному валі буде мати протилежний напрямок.

На нерухомому корпусі редуктора (тобто на зубчастому колесі 4) реактивний момент сил T_p буде направлений убік меншого вхідного моменту сил T_1 , причому, як уже було показано раніше,

$$T_1 + T_p = T_H. \quad (4.52)$$

Зауважимо також, що $\omega_1 > \omega_h$, оскільки

$$i_{1h}^4 = \frac{\omega_1}{\omega_4} = 1 + \frac{z_4}{z_1}. \quad (4.53)$$

Приймемо позначення u_0 для відношення

$$\frac{z_4}{z_1} = u_0 \quad (4.54)$$

і відзначимо, що завжди $u_0 > 1$.

Тоді отримаємо

$$i_{1h}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = 1 + u_0. \quad (4.55)$$

Примітка: Зауважимо, що передатне відношення оберненого механізму знаходиться як $i_{14}^{(h)} = -\frac{z_4}{z_1}$, тобто передатне відношення окрім величини характеризується і знаком, відповідно u_0 – це не $i_{14}^{(h)}$.

Виразимо невідомий ККД планетарного редуктора, з урахуванням (4.52) і (4.55), як

$$\eta_{1h}^{(4)} = \frac{N_{\text{вих}}}{N_{\text{вх}}} = \frac{T_h \cdot \omega_h}{T_1 \cdot \omega_1} = \frac{(T_1 + T_p) \cdot \omega_h}{T_1 \cdot \omega_1} = \left(1 + \frac{T_p}{T_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + u_0}. \quad (4.56)$$

Розглянемо обернений механізм Джемса у режимі редуктора (рис. 4.14, ліва частина).

Як відомо, обернений механізм можна одержати, якщо подумки всьому механізму, не порушуючи відносного руху його ланок, додатково надати кутову швидкість $(-\omega_h)$, тобто кутову швидкість, що є рівною кутовій швидкості водила і протилежно їй направлену. На рис. 4.14 напрямок швидкості $(-\omega_h)$ показано подвійною лінією зі стрілкою.

У цьому випадку водило h буде спостерігатися в якості нерухомої ланки, а момент сил T_h буде виконувати роль реактивного момента сил.

Вхідною ланкою оберненого механізму буде залишатися все той же вал колеса 1, оскільки його обернена кутова швидкість $\omega'_1 = (\omega_1 - \omega_h)$ як і раніше збігається за напрямком з напрямком крутного момента сил T_1 .

Вихідною ланкою оберненого механізму буде спостерігатися колесо 4, на якому напрямки оберненої кутової швидкості $\omega'_4 = (-\omega_h)$ і крутного момента $T_4 = T_p$ протилежні.

ККД оберненого механізму можна записати як

$$\eta^{(h)} = \frac{T_p \cdot \omega_h}{T_1 \cdot (\omega_1 - \omega_h)}. \quad (4.57)$$

Будемо вважати $\eta^{(h)}$ відомим, оскільки він є ККД не планетарної передачі, який легко визначається за емпіричними даними.

Тоді з формули (4.57) з урахуванням (4.55) можна знайти відношення

$$\frac{T_p}{T_1} = \eta^{(h)} \cdot \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_h} = \eta^{(h)} \cdot (1 + u_0 - 1) = \eta^{(h)} \cdot u_0. \quad (4.58)$$

Підставляючи вираз (4.58) у (4.56), одержимо формулу

$$\eta_{1h}^{(4)} = \frac{1 + \eta^{(h)} \cdot u_0}{1 + u_0}. \quad (4.59)$$

Зазначимо, що за формулою (4.59) можна обчислити невідомий ККД редуктора Джемса як з одновінцевим, так і з двовінцевим сателітом

Останнє твердження справедливо, оскільки схема Джемса в обох варіантах має однотипні відносні рухи й однотипний розподіл напрямків усіх моментів сил.

На рис. 4.15 показано графіки залежностей від u_0 ККД для редуктора (на основі формули (4.59)) і для прискорювача. В переважній більшості випадків число $u_0 > 2$, тому можна вважати, що $\eta_{1h}^{(4)} \approx \eta^{(h)}$, оскільки крива зі зростанням числа u_0 асимптотично наближається до значення $\eta^{(h)}$.

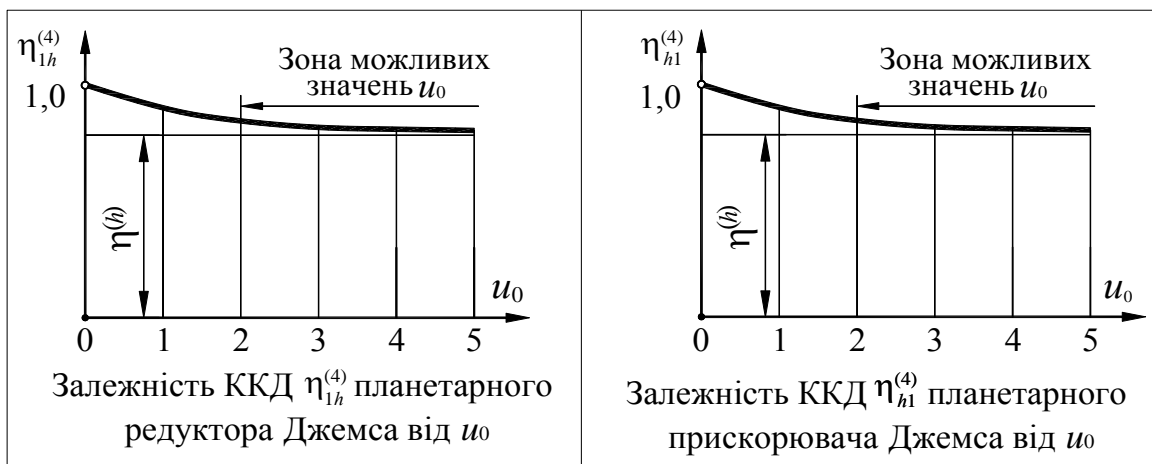


Рис. 4.15. Залежність ККД механізму Джемса від u_0

Відзначимо, що ККД планетарного редуктора $\eta_{1h}^{(4)}$ виявляється навіть дещо вищим ніж ККД оберненого механізму $\eta^{(h)}$.

Розглянемо прискорювач Джемса (рис. 4.14, справа). Ведучою ланкою планетарного прискорювача Джемса є водило h : на ньому напрямки ω_h і T_h збігаються. Веденою ланкою тоді буде сонячне зубчасте колесо 1: на його валі напрямки ω_1 і T_1 протилежні. Реактивний момент T_p на нерухомому зубчастому колесі 4 разом з меншим моментом сил T_1 врівноважує більший момент сил T_h , тобто і тут справедлива залежність (4.52). Але ж в оберненому механізмі тепер ведучою ланкою буде вінцеве колесо 4. Веденою ланкою буде залишатись те ж саме сонячне колесо 1. Для оберненого

механізму відомий ККД $\eta^{(h)}$ можна розписати як відношення потужностей на вході та на виході, тобто

$$\eta^{(h)} = \frac{T_1 \cdot (\omega_1 - \omega_h)}{T_p \cdot \omega_h}. \quad (4.60)$$

З виразу (4.60) знайдемо невідоме відношення

$$\frac{T_p}{T_1} = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\eta^{(h)} \cdot \omega_h} = \frac{1 + u_0 - 1}{\eta^{(h)}} = \frac{u_0}{\eta^{(h)}}. \quad (4.61)$$

Невідомий ККД планетарного прискорювача Джемса $\eta_{h1}^{(4)}$ теж запишемо як відношення вихідної та вхідної потужностей:

$$\eta_{h1}^{(4)} = \frac{T_1 \cdot \omega_1}{T_h \cdot \omega_h}. \quad (4.62)$$

Після підстановки в (4.62) виразів (4.52) та (4.61) знайдемо

$$\eta_{h1}^{(4)} = \frac{\eta^{(h)}(1 + u_0)}{\eta^{(h)} + u_0}. \quad (4.63)$$

На рис. 4.15 справа показано графік залежності $\eta_{h1}^{(4)}$ від значення u_0 для прискорювача Джемса.

З рис. 4.15 можна зробити висновок, що характер зміни ККД редуктора і прискорювача Джемса практично однакові. Тому остаточно сформулюємо висновок, що схема Джемса як у режимі редуктора, так і в режимі прискорювача має високий ККД, який не гірше від ККД оберненого механізму.

Сформульоване обумовило широке застосування в силових передачах механізмів Джемса як у режимі редуктора, так і в режимі прискорювача. Найбільше розповсюдження отримали редуктори Джемса, але за останні роки у зв'язку з широким використанням вітрових електростанцій виникла досить висока зацікавленість до прискорювачів Джемса.

При визначенні ККД механізмів типу Давида міркування при виводі формул такі ж, як і ті, що наведені вище для схеми Джемса, тому не будемо їх повторювати. Покажемо лише загальний вигляд графіків залежностей ККД

планетарних передач Давида від передатного числа u_0 оберненої непланетарної передачі у режимі, коли вхідною ланкою буде водило, і коли водило – вихідна ланка.

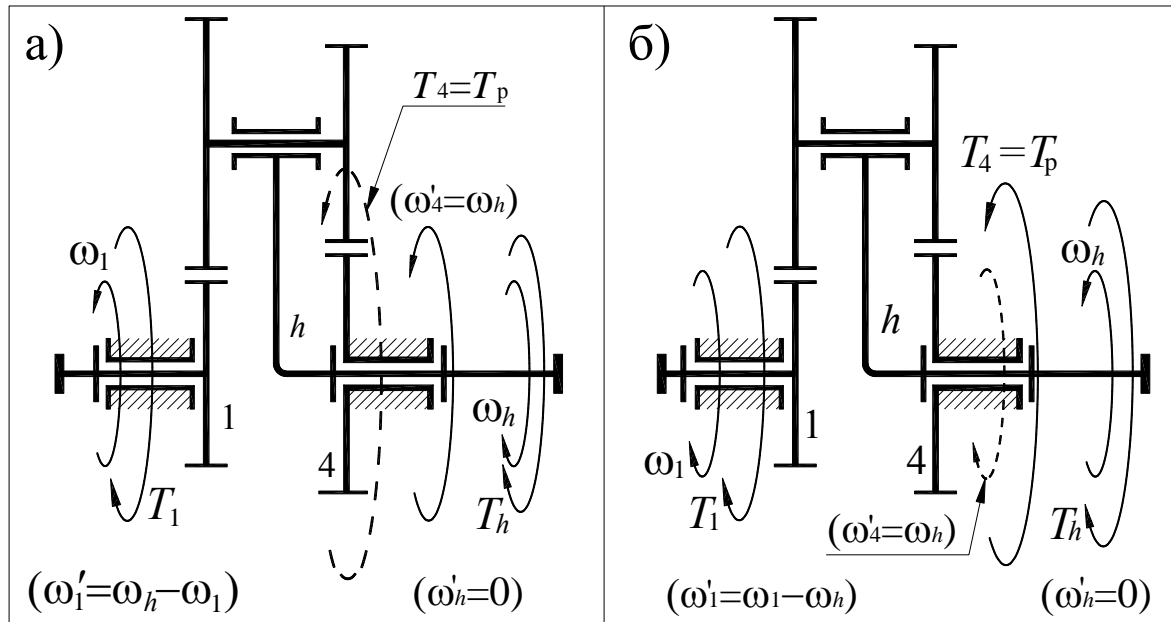


Рис. 4.16. Напрямки моментів сил у механізмі Давида, коли $u_0 = 1 \div 2$:
а) водило h – вхід; б) водило h – вихід.

Відзначимо принципову відмінність механізмів типу Давида від механізмів типу Джемса: у перших передатне відношення $i_{14}^{(h)}$ позитивне, тобто $i_{14}^{(h)} > 0$, а у механізмів типу Джемса $i_{14}^{(h)}$ – негативне. Тому у механізмів типу Давида $i_{h1}^{(4)} = \frac{1}{1-u_0}$ (у механізмові Джемса $i_{h1}^{(4)} = \frac{1}{1+u_0}$). Враховуючи те, що u_0 може бути і більше, і менше одиниці, передатне відношення механізмів Давида $i_{h1}^{(4)}$ може бути будь-якого знаку і величини. Тому значення $u_0 = 1$ – це своєрідна межа для різних зон. При $u_0 = 2$, $i_{h1}^{(4)} = -1$, тобто це і не редуктор, і не прискорювач, тому значення $u_0 = 2$ також є своєрідною межею на графіках ККД і графіках залежності $i_{h1}^{(4)}$ від u_0 .

На рис. 4.16 показані напрямки зовнішніх моментів сил у механізмі Давида, коли $u_0 = 1 \div 2$. Якщо вхідною ланкою є водило h (рис. 4.16, а), то при $u_0 = 1 \div 2$ модуль передатного відношення буде $|i_{h1}^{(4)}| > 1$, тобто механізм є редуктором, якщо ж $u_0 > 2$, тоді $|i_{14}^{(h)}| < 1$, відповідно механізм – прискорювач. Якщо водило h – вихідна ланка, то все буде навпаки: при $u_0 = 1 \div 2$ модуль передатного відношення буде $|i_{1h}^{(4)}| < 1$ (механізм прискорювач), а при $u_0 > 2$, буде значення $|i_{1h}^{(4)}| > 1$, оскільки $i_{1h}^{(4)} = 1 - u_0$.

На рис. 4.17 наведені графіки залежності ККД механізмів типу Давида від u_0 для випадків, коли водило є вхідною ланкою (рис. 4.17 зліва) і вихідною (рис. 4.17 справа).

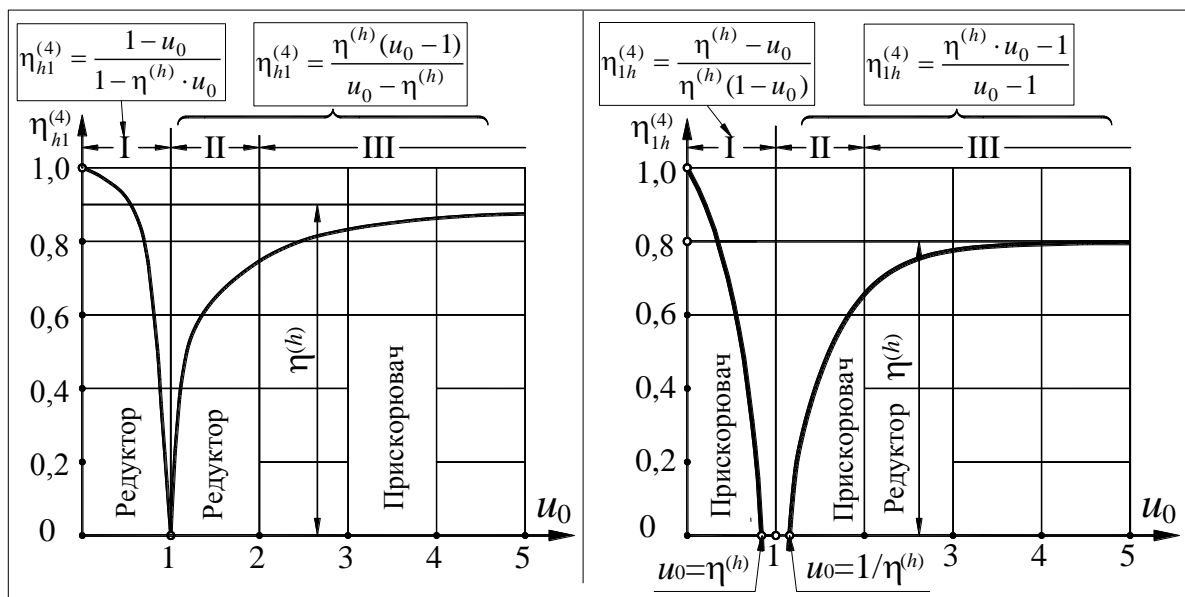


Рис. 4.17. Залежність ККД механізму Давида від u_0

На рис. 4.17 показана залежність ККД $\eta_{h1}^{(4)}$ від величини числа u_0 , із котрої очевидно, що в околі числа $u_0 = 1$ ККД планетарної передачі Давида $\eta_{h1}^{(4)}$ занадто низький. Нагадаємо, що при цьому передатне відношення

$$i_{h1}^{(4)} = \frac{1}{1 - u_0} \text{ набуває великих значень.}$$

На рис. 4.17 зліва виділено три зони.

У зоні I схема Давида існує у вигляді редуктора з додатною величиною передатного відношення $i_{h1}^{(4)}$, тобто з однаковим напрямком обертання вхідного (h) і вихідного (1) валів.

У зоні II схема Давида існує у вигляді редуктора з від'ємною величиною передатного відношення $i_{h1}^{(4)}$, тобто з протилежним напрямком обертання вхідного (h) і вихідного (1) валів.

У зоні III схема Давида існує у вигляді прискорювача з протилежними напрямками обертання вхідного (h) і вихідного (1) валів.

Відповідно до випадку, зображеному на рис. 4.16, б), на рис. 4.17 справа показана залежність ККД планетарних передач Давида $\eta_{1h}^{(4)}$ від величини числа u_0 , із котрої очевидно, що в околі числа $u_0 = 1$ спостерігається область самогальмування.

Самогальмування механізму відбувається при значеннях числа u_0 , що знаходяться в діапазоні

$$\eta^{(h)} < u_0 < \frac{1}{\eta^{(h)}}.$$

З цієї причини планетарна передача за схемою Давида з вхідним валом 1 практично не застосовується.

На рис. 4.17 справа також показано три зони.

У зонах I і II передача існує у вигляді прискорювача.

У зоні I передатне відношення додатне, а в зоні II – від'ємне.

У зоні III передача існує у вигляді редуктора з від'ємним передатним відношенням.

На закінчення підкреслимо, що планетарні механізми за схемою Давида з великими передатними числами (вище $u = 100$) у силових передачах краще не використовувати через їх низький ККД і схильність до перегріву, особливо при порушеннях процесу змащення зубчастих зачеплень і підшипників. В даний час при передатних числах понад $u = 100$ варто

застосовувати хвильові зубчасті передачі, що володіють високими ККД і навантажувальною спроможністю при значно меншій металоемності.

4.10. Запитання для самопідготовки за розділом

1. у роль відіграє тертя в машинах?
2. Назвіть приклади корисного прояву тертя в машинах.
3. Назвіть приклади шкідливого прояву тертя в машинах.
4. Назвіть відомі Вам види тертя.
5. Які фактори впливають на величину сили тертя ковзання?
6. Які різновиди тертя ковзання розрізняють у залежності від наявності між тілами тертя третіх речовин?
7. Запишіть формулу Амонтона для визначення величини сили тертя ковзання.
8. Що таке коефіцієнт тертя ковзання і як його можна визначити?
9. Розкрийте фізичну сутність явища тертя кочення.
10. Що таке коефіцієнт тертя кочення? Яку він має розмірність?
11. Запишіть формулу Кулона для визначення сили тертя кочення і проаналізуйте її.
12. Що таке кут тертя і конус тертя?
13. Під яким кутом повинна діяти мінімальна рушійна сила на повзун для здійснення його рівномірного горизонтального руху?
14. Опишіть явище заклинення повзуна. Встановіть умови заклинення.
15. Накресліть схему клинового повзуна на направляючій жолобчастої форми. Визначте результуючу силу тертя повзуна.
16. Що таке зведений коефіцієнт тертя клинового повзуна? Від чого залежить його значення?
17. Наведіть приклади використання клиновидної форми тіл тертя.
18. Що таке зведений кут тертя і як його можна визначити?
19. Сформулюйте постановку задачі силового аналізу найпростіших механізмів з урахуванням тертя.

20. Що таке самогальмування механізмів?
21. Що таке коефіцієнт корисної дії (ККД)? Які Ви знаєте формули для визначення ККД?
22. Що таке ідеальна рушійна сила?
23. Знайдіть рушійну силу і ККД підйому вантажу по нахиленій площині.
24. Знайдіть утримуючу силу і ККД опускання вантажу по нахиленій площині.
25. Визначте умову самогальмування вантажу на нахиленій площині.
26. Виконайте в загальному вигляді силовий аналіз з урахуванням тертя плоского механізму клинового преса.
27. Опишіть роботу гвинтового домкрата з урахуванням сил тертя.
28. Від чого залежить ККД гвинтової пари?
29. Визначте зведений кут тертя різьби з трикутним профілем.
30. Визначте в загальному вигляді момент сил тертя в обертальній кінематичній парі.
31. Що таке коло тертя? Розкрийте фізичний зміст цього поняття.
32. Визначіть в загальному вигляді силу тертя ковзання гнучкої нитки по круглому барабану. Проаналізуйте формули Ейлера.
33. Наведіть приклади використання тертя гнучкої нитки в техніці й у побуті.
34. Від чого залежить ККД планетарних передач?
35. Виведіть формулу для визначення ККД редуктора Джемса і зобразіть графік його залежності від передатного числа оберненої передачі.
36. Наведіть графічні залежності ККД планетарних зубчастих механізмів за схемою Давида.
37. Чому планетарні зубчасті механізми за схемою Давида з великими передатними числами не рекомендується використовувати в якості силових передач?

Розділ 5

ЗРІВНОВАЖУВАННЯ МАС

У процесі роботи машини ланки механізмів здійснюють переміщення за складними законами руху, супроводжувані істотними прискореннями мас.

Циклічний характер роботи машини визначає періодичний характер зміни динамічних інерційних навантажень, які можуть передаватися через корінні підшипники на корпусні деталі і далі на станини, рами, фундаменти, будівлі.

При збігу частоти зміни динамічних інерційних навантажень із власними частотами коливань корпусу машини (рами, фундаменту, будівлі) можуть виникати небезпечні резонансні і квазірезонансні явища, що можуть призвести до порушень у роботі машини і навіть до аварій або катастроф.

Тому метою зрівноважування мас ланок механізму є розвантаження корінних підшипників (рам, станин, фундаментів, будівель) від дії сил інерції рухомих ланок.

Це досягається установкою відповідних противаг, які не усувають сили інерції рухомих ланок, а додають власні сили інерції таким чином, щоб ці сили інерції в сукупності зрівноважувалися одна на одну всередині машини через рухомі ланки і не передавалися б на корпусну деталь.

Машина з погано зрівноваженими масами в процесі роботи вібрує. Вібрації передаються через рами і фундаменти на будівлю. При цьому може вібрувати інше устаткування, скло у вікнах, світильники і навіть перекриття і стіни будівлі.

Машина з добре зрівноваженими масами сама не вібрує і не передає свої вібрації іншому устаткуванню.

Слід зазначити, що зазвичай розрізняють власне зрівноважування мас ланок машини, виконуване в процесі проектування машини по її кресленнях, і зрівноважування мас, обумовлене похибками виробництва машини, яке виконується дослідним шляхом.

Нижче умовимося називати перше зрівноважуванням мас, а друге – балансуванням деталей та вузлів.

Якби машина була виготовлена ідеально, то балансування її деталей і вузлів не знадобилося б.

На практиці при проектуванні машин здійснюють або повне (динамічне), або часткове (статичне) зрівноважування.

Статичне зрівноважування полягає в зведенні до нуля тільки головного вектора сил інерції мас рухомих ланок машини. Динамічне зрівноважування полягає в зведенні до нуля не тільки головного вектора, а також і головного моменту сил інерції мас рухомих ланок машини. Те ж саме можна сказати й у відношенні балансування.

Розглянемо зрівноважування мас ланок машини у випадках їх обертального, поступального і плоскопаралельного рухів.

Під зрівноважуванням слід розуміти систему заходів, спрямованих на повне або часткове усунення динамічного впливу механічної системи на фундамент (на стійку). Динамічний вплив буде повністю відсутній, якщо головний вектор сил інерції й головний момент сил інерції будуть дорівнюють нулю, тобто повинні виконуватися дві умови: 1) $P_i = 0$; 2) $M_i = 0$

Як уже було згадано раніше, якщо виконується тільки перша умова, то таке зрівноважування називають частковим або статичним, а якщо виконуються обидві умови, то зрівноважування називається повним або динамічним.

Розрізняють два завдання зрівноважування:

- 1) зрівноважування важільних механізмів;
- 2) зрівноважування обертових мас.

Важільні механізми зазвичай врівноважують статично, тобто виконується тільки умова $P_i = 0$. Справа в тому, що навіть при статичному врівноваженні маса механізму може збільшитись в рази і динамічна

врівноваженість тільки суттєво збільшить масу механізму без суттєвого ефекту.

Обертові маси з малими осьовими розмірами (типу «диск») найчастіше врівноважують тільки статично, так як при малих осьових розмірах моментна неуврівноваженість не значна, а маси з великими осьовими розмірами (карданний вал, колінчастий вал і т. п.) обов'язково зрівноважують динамічно.

5.1. Зрівноважування важільних механізмів

При розв'язку задачі зрівноважування важільних механізмів часто буває зручним й ефективним використання методу заміняючих точкових мас. Сутність методу полягає в наступному: реальну ланку з розподіленою масою заміняємо віртуальною ланкою, яка являє собою невагомий каркас із вкрапленими в нього точковими масами (рис. 5.1). Очевидно, що така заміна буде коректною, якщо вплив на кінематичні пари реальної й віртуальної ланок буде однаковим. Згадане досягається, якщо будуть виконані наступні три умови:

1. Сума точкових мас дорівнює масі реальної ланки m .

$$m_1 + m_2 + m_3 = m. \quad (5.1)$$

2. Сума статичних моментів мас відносно центру мас S дорівнює нулю.

$$m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2 - m_3 \cdot l_3 = 0. \quad (5.2)$$

3. Центральний момент інерції віртуальної ланки дорівнює моменту інерції реальної ланки J_S .

$$m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2 + m_3 \cdot l_3^2 = J_S. \quad (5.3)$$

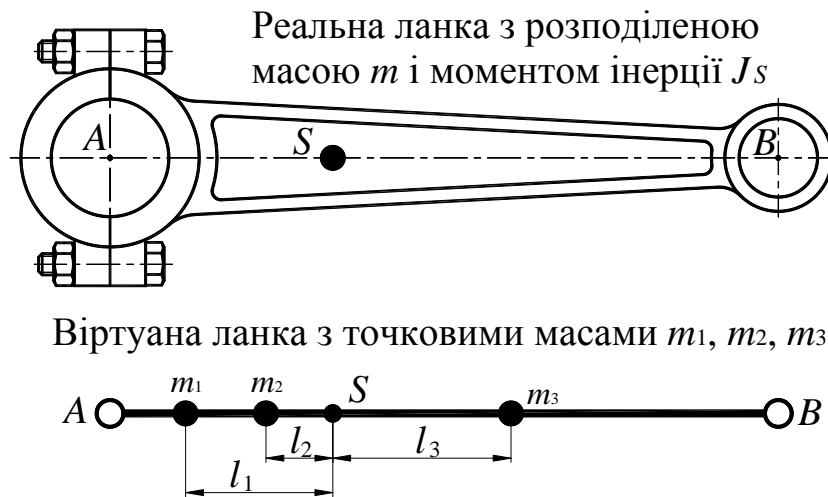


Рис.5.1. Заміна реальної ланки віртуальною ланкою

Якщо виконуються всі три умови, то така заміна називається динамічною заміною, а якщо тільки перші дві умови, то – статичною.

а). Статичне зрівноважування КПМ

Для статичного зрівноважування механізму (рис. 5.2) необхідно, щоб головний вектор сил інерції був рівний нулю. Відповідно до теореми про рух центру мас механічної системи головний вектор сил інерції дорівнює

$$\vec{P}_i = -M \cdot \vec{a}_S, \quad (5.4)$$

де M – маса механічної системи; a_S – прискорення центру мас.

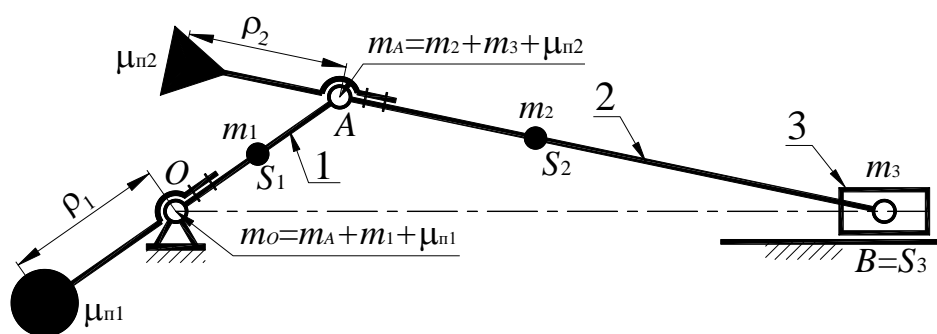


Рис. 5.2. Зрівноважування кривошипно-повзунного механізму (КПМ)

Оскільки $M \neq 0$, то умова $P_i = 0$ виконується, тільки якщо $a_S = 0$. Це можливо тільки тоді, коли центр механічної системи нерухомий. У такому випадку для зрівноважування важільного механізму необхідно шляхом

установки додаткових мас (противаг) змістити центр мас механізму в нерухому точку.

На продовженні шатуна 2 установлюємо противагу масою $\mu_{п2}$ зі статичним моментом $\mu_{п2} \cdot \rho_2$, щоб центр мас m_2 , m_3 і $\mu_{п2}$ розташовувався в точці A .

Величина статичного моменту противаги дорівнює

$$\mu_{п2} \cdot \rho_2 = m_3 \cdot AB + m_2 \cdot AS_2. \quad (5.5)$$

Можна вважати, що в точці A зосереджена маса $m_A = m_2 + m_3 + \mu_{п2}$. У цьому випадку при установці на призму (див. рис. 5.3) ланок 2 і 3 із противагою $\mu_{п2}$ буде мати місце рівновага.

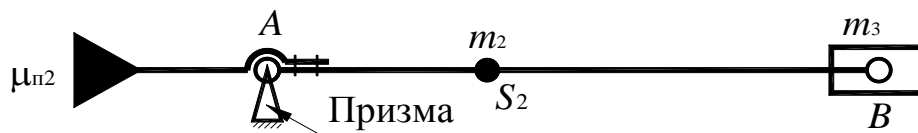


Рис. 5.3. Рівновага на призмі ланок 2 і 3 з противагою $\mu_{п2}$

На продовженні кривошипа 1 установлюємо противагу масою $\mu_{п1}$ і статичним моментом $\mu_{п1} \cdot \rho_1$, щоб центр мас m_A , m_1 і $\mu_{п1}$ розташовувався в точці O .

Статичний момент цієї противаги рівний

$$\mu_{п1} \cdot \rho_1 = m_A \cdot OA + m_1 \cdot OS_1. \quad (5.6)$$

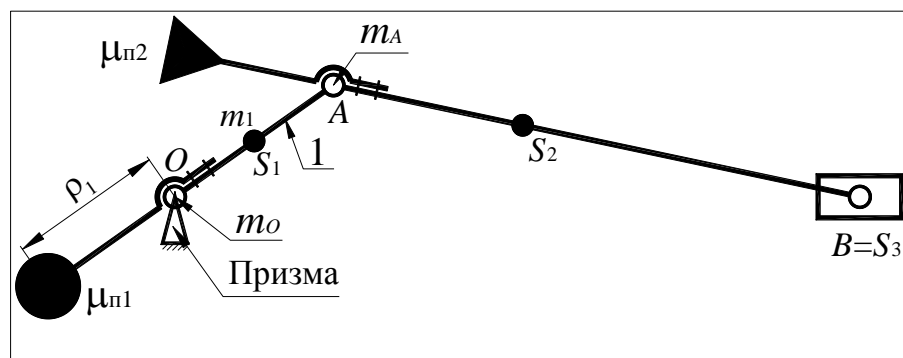


Рис. 5.4. Рівновага на призмі всього механізму з противагами $\mu_{п1}$ і $\mu_{п2}$

У результаті центр мас усього механізму з двома противагами розташований у нерухомій точці механізму O , тобто в цій точці зосереджена маса

$$m_O = m_A + m_1 + \mu_{п1} = m_1 + m_2 + m_3 + \mu_{п2} + \mu_{п1}. \quad (5.7)$$

Якщо весь механізм із противагами встановити точкою O на призму, то вся конструкція буде перебувати в рівновазі (див. рис. 5.4).

б). Статичне зрівноважування шарнірного чотириланкового механізму

При зрівноважуванні цього механізму доцільно застосувати метод точкових мас. Заміняємо шатун 2 віртуальною ланкою із двома точковими масами в точках A і B (див. рис. 5.5). Виконуємо статичну заміну, тобто забезпечуємо виконання тільки умов (5.1) та (5.2). Таким чином отримаємо співвідношення

$$\begin{aligned} m_{2A} + m_{2B} &= m_2, \\ m_{2A} \cdot AS_2 &= m_{2B} \cdot BS_2. \end{aligned} \quad (5.8)$$

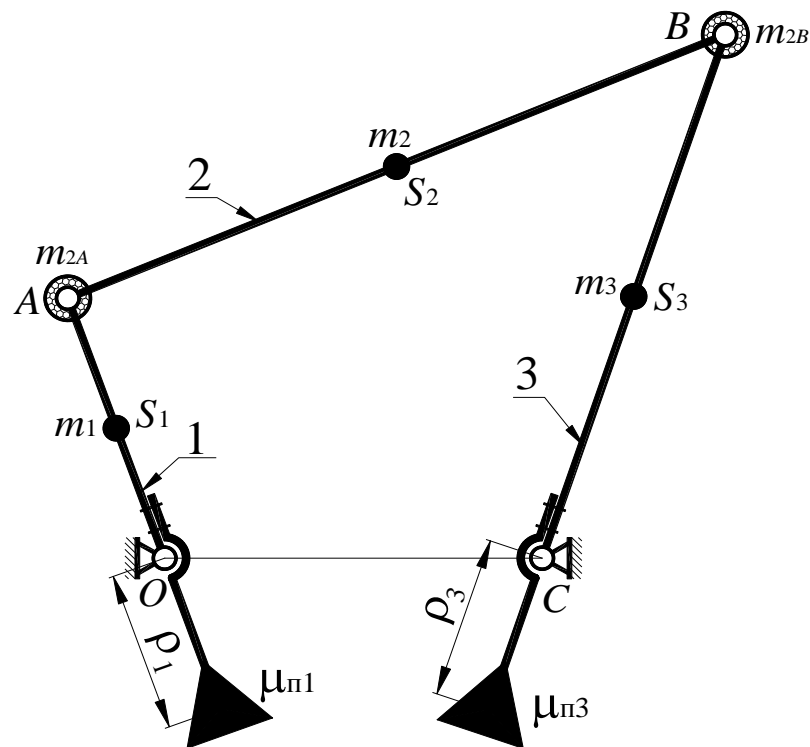


Рис. 5.5. Зрівноважування шарнірного чотириланкового механізму

З рівнянь (5.8) знаходимо значення мас m_{2A} і m_{2B} у наступному вигляді:

$$m_{2A} = m_2 \frac{BS_2}{AB}; \quad m_{2B} = m_2 \frac{AS_2}{AB}. \quad (5.9)$$

На продовженні кривошипа 1 встановлюємо противагу масою $\mu_{п1}$ зі статичним моментом $\mu_{п1} \cdot \rho_1$, щоб центр мас m_{2A} , m_1 і $\mu_{п1}$ розташовувався в точці O . Статичний момент противаги буде рівний

$$\mu_{п1} \cdot \rho_1 = m_{2A} \cdot OA + m_1 \cdot OS_1. \quad (5.10)$$

Тоді маса, зосереджена в точці O , буде дорівнювати

$$m_O = m_1 + m_{2A} + \mu_{п1}. \quad (5.11)$$

Аналогічно встановлюємо противагу на продовженні коромисла 3 масою $\mu_{п3}$ зі статичним моментом $\mu_{п3} \cdot \rho_3$, щоб центр мас m_{2B} , m_3 і $\mu_{п3}$ розташовувався в точці C . Статичний момент противаги знаходиться за формулою

$$\mu_{п3} \cdot \rho_3 = m_{2B} \cdot BC + m_3 \cdot CS_3. \quad (5.12)$$

Тоді в точці C буде зосереджена маса

$$m_C = m_3 + m_{2B} + \mu_{п3}. \quad (5.13)$$

Відзначимо, що точки O і C нерухомі. Центр мас механізму буде перебувати на лінії OC у точці S , положення якої можна знайти зі співвідношення

$$m_O \cdot OS = m_C \cdot CS. \quad (5.14)$$

Враховуючи, що $OS + CS = OC$, положення центру мас S знаходимо за формулою

$$OS = OC \cdot \frac{m_C}{(m_O + m_C)}, \quad \text{або} \quad CS = OC \cdot \frac{m_O}{(m_O + m_C)}. \quad (5.15)$$

5.2. Зрівноважування обертових мас

а). Маси обертаються в одній площині

Маси m_1 , m_2 і m_3 розташовані в одній площині, обертаються з кутовою швидкістю ω навколо центру O (рис. 5.6). Сили інерції таких мас являють собою збіжну систему сил, розташованих в одній площині, які приводяться тільки до головного вектора сил інерції. Така система мас буде повністю зрівноважена, якщо головний вектор сил інерції буде дорівнювати нулю, тобто $\vec{P}_i = \sum \vec{P}_{ii} = 0$.

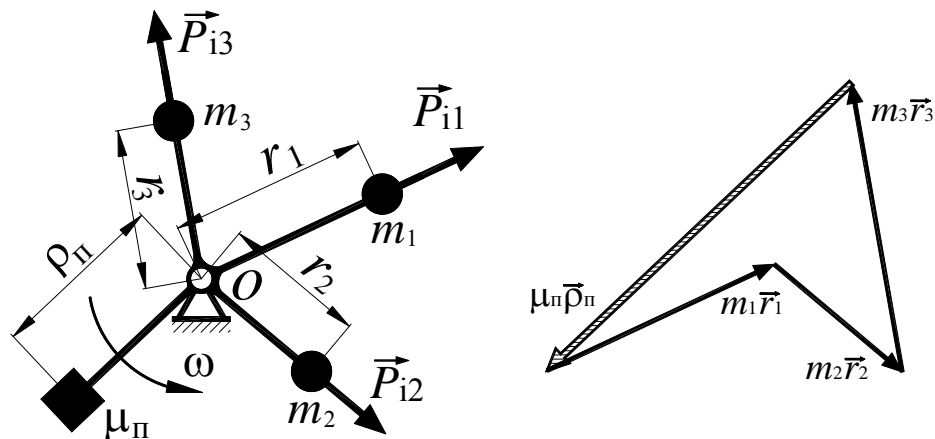


Рис. 5.6. Зрівноважування мас, що обертаються в одній площині

Дану систему мас m_1 , m_2 і m_3 можна зрівноважити за допомогою однієї противаги. Сила інерції маси m_i дорівнює

$$P_{ii} = \omega_i^2 \cdot r_i \cdot m_i, \quad (5.16)$$

тоді головний вектор сил інерції буде рівний

$$\vec{P}_i = \sum \vec{P}_{ii} = \omega^2 \cdot (m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + \mu \cdot \vec{\rho}) = 0. \quad (5.17)$$

Оскільки $\omega^2 \neq 0$, тоді дорівнює нулю сума статичних моментів мас, включаючи масу противаги, що може бути представленим у вигляді

$$\sum m_i \cdot \vec{r}_i = (m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + \mu \cdot \vec{\rho}) = 0. \quad (5.18)$$

Це означає, що така система мас буде зрівноважена, якщо вісь обертання буде проходити через центр мас, або іншими словами: вісь

обертання повинна бути центральною віссю інерції. На рис. 5.6 справа наведене графічне розв'язання рівняння (5.18).

б). Маси обертаються в різних площинах

На рис. 5.7 показана система мас m_1 , m_2 і m_3 , що обертаються в різних площинах навколо осі Oy . Відстань від площини системи координат xOz до площин, у яких розташовані маси m_1 , m_2 і m_3 , відповідно y_1 , y_2 і y_3 . Така система мас буде повністю врівноважена, якщо будуть виконуватися наступні умови:

$$\begin{aligned} 1) \quad \vec{P}_i &= \sum \vec{P}_{ii} = 0, \\ 2) \quad \vec{M}_i &= \sum \vec{M}_{ii} = 0. \end{aligned} \quad (5.19)$$

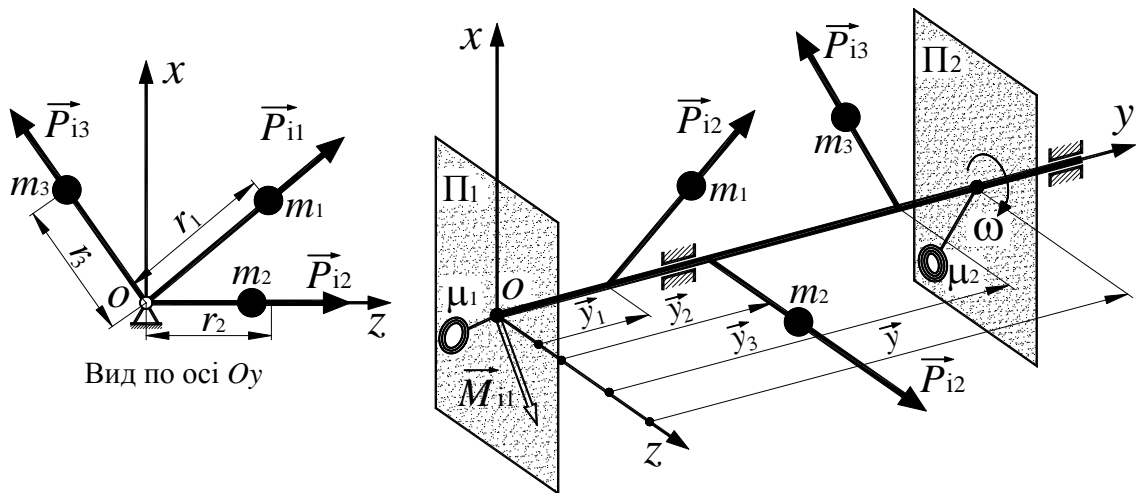


Рис. 5.7. Зрівноважування мас, що обертаються у різних площинах

Оскільки необхідно зменшити до нуля не тільки головний вектор сил інерції \vec{P}_i , а й головний момент \vec{M}_i , то для зрівноважування буде потрібно як мінімум дві противаги. Як було з'ясовано раніше, головний вектор сил інерції буде дорівнювати нулю, якщо сума статичних моментів мас буде дорівнювати нулю, тобто вісь обертання буде центральною віссю інерції, тобто

$$\sum m_i \cdot \vec{r}_i = (m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + \mu_1 \cdot \vec{\rho}_1 + \mu_2 \cdot \vec{\rho}_2) = 0. \quad (5.20)$$

На рис. 5.7 площини Π_1 і Π_2 – це площини зрівноважування, у яких будуть встановлені протизаваги з масами μ_1 і μ_2 . Положення площин Π_1 і Π_2 можна вибирати довільно. Доцільно одну із цих площин, наприклад Π_1 , як на рис. 5.7, сполучити із площиною системи координат xOz . Виконаємо зведення сил інерції невривноважених мас m_1, m_2, m_3 і маси протизаваги μ_2 до центру системи координат – до точки O . У результаті зведення кожної сили буде виникати момент на плечі y_i , величина й напрямок якого, визначається векторним добутком

$$\vec{M}_{ii} = \vec{y}_i \times \vec{P}_{ii}. \quad (5.21)$$

Головний момент сил інерції повинен дорівнювати нулю, тобто $\sum (\vec{y}_i \times \vec{P}_{ii}) = 0$. На рис. 5.7 в якості прикладу показано положення і напрямок момента M_{i1} , який є результатом дії сили P_{i1} , на плечі y_1 після зведенні її до центра O . Тобто $\vec{M}_{i1} = \vec{y}_1 \times \vec{P}_{i1}$, де $\vec{M}_{i1} \perp \vec{y}_1$; $\vec{M}_{i1} \perp \vec{P}_{i1}$, тоді

$$\sum \vec{M}_{ii} = (\vec{y}_1 \times \vec{P}_{i1}) + (\vec{y}_2 \times \vec{P}_{i2}) + (\vec{y}_3 \times \vec{P}_{i3}) + (\vec{y} \times \vec{P}_{i\mu}) = 0. \quad (5.22)$$

Враховуючи те, що $P_{ii} = \omega_i^2 \cdot r_i \cdot m_i$, представимо (5.22) у вигляді

$$\left[(\vec{y}_1 \times m_1 \cdot \vec{r}_1) + (\vec{y}_2 \times m_2 \cdot \vec{r}_2) + (\vec{y}_3 \times m_3 \cdot \vec{r}_3) + (\vec{y} \times \mu_2 \cdot \vec{\rho}_2) \right] \cdot \omega^2 = 0. \quad (5.23)$$

Оскільки $\omega^2 \neq 0$, тоді

$$(\vec{y}_1 \times m_1 \cdot \vec{r}_1) + (\vec{y}_2 \times m_2 \cdot \vec{r}_2) + (\vec{y}_3 \times m_3 \cdot \vec{r}_3) + (\vec{y} \times \mu_2 \cdot \vec{\rho}_2) = 0. \quad (5.24)$$

Відзначимо, що вираз (5.24) є сума відцентрових моментів інерції відносно осі Oy і площини xOz (Π_1). Якщо ця сума дорівнює нулю, то вісь Oy – головна вісь інерції. Далі необхідно виконати спільний розв'язок рівнянь (5.20) і (5.24). У рівнянні (5.20) маємо чотири невідомі – величини й напрямки векторів $\mu_1 \cdot \vec{\rho}_1$ і $\mu_2 \cdot \vec{\rho}_2$, тобто воно не розв'язується, тому спочатку приступаємо до розв'язку рівняння (5.24), у якому невідомий тільки вектор $(\vec{y} \times \mu_2 \cdot \vec{\rho}_2)$. Вектори $(\vec{y}_i \times m_i \cdot \vec{r}_i)$ спрямовані перпендикулярно

векторам \vec{r}_i і \vec{y}_i . Рівняння буде більш зручно розв'язувати, якщо кожний з векторів цього рівняння повернути на 90° до збігу з напрямком \vec{r}_i . Тоді рівняння (5.24) прийме вигляд

$$(y_1 \cdot m_1 \cdot \vec{r}_1) + (y_2 \cdot m_2 \cdot \vec{r}_2) + (y_3 \cdot m_3 \cdot \vec{r}_3) + (y \cdot \mu_2 \cdot \vec{\rho}_2) = 0. \quad (5.25)$$

На рис. 5.8 показаний розв'язок рівняння (5.25), у результаті знайдена величина й напрямок вектора $(\vec{y} \times \mu_2 \cdot \vec{\rho}_2)$.

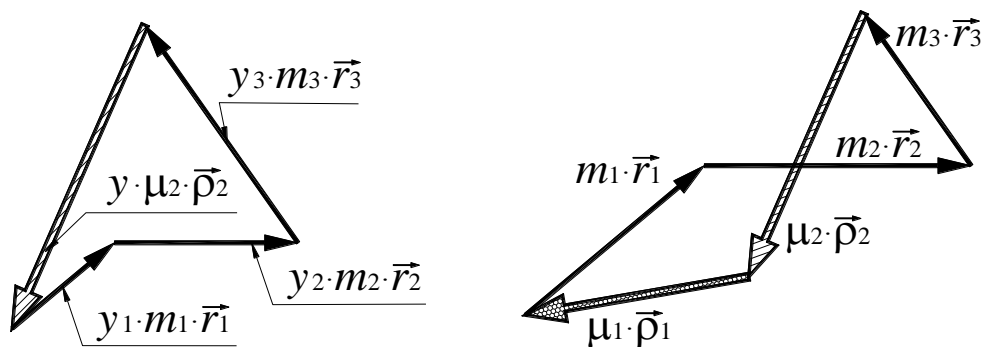


Рис. 5.8. Графічне розв'язання векторних рівнянь (5.25) і (5.20) відповідно.

Оскільки величина y відома (відстань між площинами Π_1 і Π_2), можливо знайти статичний момент противаги $\mu_2 \cdot \rho_2$ для установки в площині Π_2 (рис. 5.7). Таким чином у рівнянні (5.20) невідомий тільки один вектор $\mu_1 \cdot \vec{\rho}_1$, тобто його розв'язання можливе. На рис. 5.8 (праворуч) показане розв'язання рівняння (5.20), у результаті чого знайдена величина й напрямок вектора $\mu_1 \cdot \vec{\rho}_1$. Задавшись величиною ρ_1 , знаходимо масу противаги μ_1 , яку встановлюємо в площині Π_1 (рис. 5.7).

Загальний висновок: система мас, що обертаються у різних площинах, буде повністю (динамічно) зрівноважена, якщо вісь обертання цієї системи буде головною центральною віссю інерції.

5.3. Динамічне балансування ротора

У переважній більшості випадків обертовим деталям і вузлам заздалегідь надають таку форму, при якій відповідно до креслення вони повинні бути цілком зрівноваженими. Проте на практиці виявляється деяка незрівноваженість обумовлена неточностями виготовлення, неточностями монтажу, неоднорідністю матеріалу, наявністю раковин і т. ін. Так, наприклад, ротори електродвигунів, крильчатки насосів, маховики, шківни, зубчасті колеса, колеса автомобіля і багато інших обертових деталей і вузлів за кресленнями цілком зрівноважені, але в процесі їхнього обертання виникають вібрації, обумовлені залишковою незрівноваженістю, яку можна виявити й усунути тільки дослідним шляхом. Те ж саме можна сказати й у відношенні деталей і вузлів, що піддавалися зрівноважуванню за кресленнями і на які були встановлені розраховані противаги. Ці деталі і вузли також, як правило, мають залишкову незрівноваженість.

Як зрівноважування, так і балансування може бути статичним та динамічним. Так само, як у випадку статичного зрівноважування, для статичного балансування досить, щоб $\vec{P}_1 = \sum \vec{P}_{i1} = 0$, а для динамічного необхідно, щоб $\vec{P}_1 = \sum \vec{P}_{i1} = 0$ і $\vec{M}_1 = \sum \vec{M}_{i1} = 0$. Задача зрівноважування розв'язується в процесі проектування виробу, але при виготовленні виробу залишкова незрівноваженість може перевищувати допустиме значення, вона усувається балансуванням на спеціальних верстатах. Статичне балансування може виконуватися як з обертанням деталі, так і без обертання, використовуючи ту обставину, що в стані спокою центр мас системи розташовується нижче осі обертання. Динамічне балансування може виконуватися тільки з обертанням деталі, оскільки моментна незрівноваженість є результатом дії сил інерції.

Розглянемо особливості конструкції верстата Шитікова. Ротор із площинами зрівноважування I і II встановлюється на пружній рамі, що

шарнірно з'єднана зі стійкою. Таким чином, рама з ротором є коливальною системою з одним ступенем свободи (див. рис. 5.9).

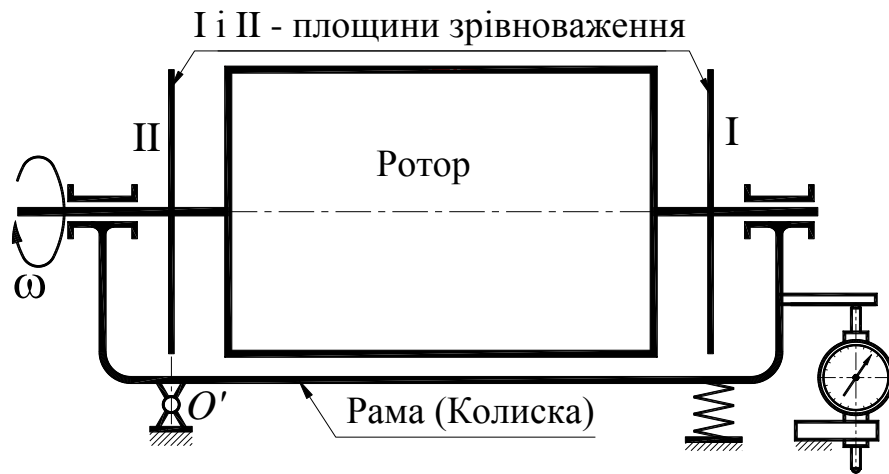


Рис. 5.9. Верстат Шитікова

Вісь шарніра O' розташована в площині зрівноважування ІІ і при обертанні ротора сила інерції незрівноваженої маси, розташованої в цій площині, не буде впливати на коливання рами з ротором навколо осі O' . Диски (площини зрівноважування), на яких будуть установлюватися противаги, мають спеціальні прорізи з лінійними шкалами для контролю відстані від центру мас установлюваної противаги до центру осі обертання O' (див. рис. 5.10).

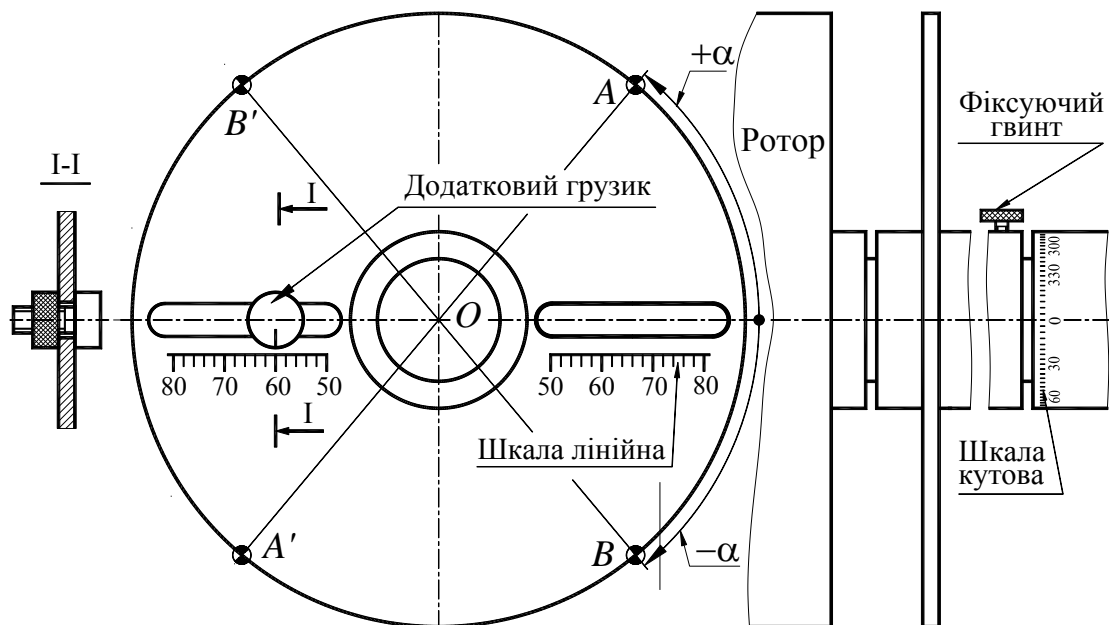


Рис. 5.10. Диск для установки противаг

Для визначення напрямку радіуса, на якому установлюється противага, передбачена кутова шкала (див. рис. 5.10). При установці додаткової маси диск за допомогою кутової шкали рекомендується установити в положення «0», що спростить в подальшому визначення точки установки зрівноважувальної маси.

Вважаючи, що в площинах I і II розташовані незрівноважені маси m_I і m_{II} зі статичними моментами $\Delta_I = m_I \cdot r_I$ і $\Delta_{II} = m_{II} \cdot r_{II}$, необхідно підібрати й встановити в цих же площинах (рис. 5.10) дві такі противаги (вантажка), щоб ротор був повністю (динамічно) зрівноважений. Слід мати на увазі, що маси m_I і m_{II} – це уявлені незрівноважені маси ротора, зведені до площин I і II.

Задача із зрівноважування зводиться до визначення величин Δ_I і Δ_{II} , а також координат незрівноважених мас (кути α_I і α_{II}). Спочатку проводять досліди для площини I, за результатами яких обчислюють Δ_I і α_I і виконують зрівноважування незрівноважених мас, зведених до площини I, а потім, розвернувши ротор так, щоб площини I і II помінялися місцями, виконують те ж саме для площини II.

Розглянемо методику визначення Δ_I і α_I на верстаті Шитікова Б. В. методом трьох проб (дослідів).

Верстат являє собою коливальну систему з одним ступенем свободи. Вісь, навколо якої відбуваються коливання ротора (з коліскою), лежить у площині II, тобто вимушені коливання ротора викликаються тільки відцентровими силами незрівноважених мас, зведених до площини I (рис. 5.10).

Відомо, що амплітуда коливань при резонансі пропорційна силі, що збуджує коливальну систему, якою є відцентрова сила незрівноважених мас. Відцентрова сила у свою чергу пропорційна величині дисбалансу $\Delta_I = m_I \cdot r_I$. Таким чином, амплітуда коливань A , сила інерції P_I й статичний момент незрівноваженої маси (дисбаланс) $\Delta = m \cdot r$ прямо пропорційні один одному.

Для визначення Δ_I і α проводять три наступні досліди (проби):

– реєстрацію резонансної амплітуди коливань ротора, викликаних дією тільки сил інерції незрівноважених мас, зведених до площини I (амплітуда A_1);

– реєстрацію резонансної амплітуди коливань ротора, викликаних спільною дією сил інерції незрівноважених мас, зведених до площини I, і додаткової маси з дисбалансом $\Delta_D = m_D \cdot r_D$ (амплітуда A_2);

– реєстрацію резонансної амплітуди коливань ротора, викликаних спільною дією сил інерції незрівноважених мас, зведених до площини I, і додаткової маси, перенесеної в діаметрально протилежну точку площини I з дисбалансом $-\vec{\Delta}_D = -\vec{r}_D \cdot m_D$ (амплітуда A_3).

Виконавши три досліди з вимірювання амплітуд резонансних коливань незрівноваженого ротора без противаги з довільно обраним додатковим вантажком, встановленим у довільному місці площини I, та з цим же вантажком, переорієнтованим на 180° , можемо визначити величину статичного моменту незрівноваженої маси $\Delta_I = m_I \cdot r_I$, зведеної до площини I. Необхідно також обчислити кут α , під яким розташована незрівноважена маса m_I відносно додаткового вантажка з масою m_D , і коефіцієнт пропорційності амплітуди коливань μ , що залежить від постійних параметрів верстата.

Для визначення незрівноваженої маси m_{II} , зведеної до площини II, необхідно розвернути ротор у підшипниках на 180° і повторити ті ж операції.

Роботу треба виконувати в такій послідовності:

1. Розігнати ротор до $\omega > \omega_0$ ($\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$, де f_0 – власна частота коливань ротора з коліскою, а ω_0 – власна кругова частота коливань), потім виключити електродвигун і спостерігати обертання ротора за інерцією (вибіг). У міру зменшення числа оборотів ротора вимушені коливання рами будуть зростати й при $\omega = \omega_0$ настане явище резонансу, при якому амплітуда

коливань досягне найбільшого значення A_1 . Повторити дослід ще два рази й за трьома вимірами обчислити середнє значення амплітуди A_1 , пропорційної статичному моменту незрівноваженої маси, зведеної до площини I. Вираз для амплітуди коливань має вигляд

$$\vec{A}_1 = m_1 \vec{r}_1 \cdot \mu = \vec{\Delta}_1 \cdot \mu, \quad (5.26)$$

де μ – коефіцієнт пропорційності.

2. Закріпити на диску зрівноважування (площина I) додатковий вантажок з масою m_d (рис. 5.10), статичний момент якого $\vec{\Delta}_d = m_d \vec{r}_d$, де r_d – довільно обраний радіус.

Знову розігнати ротор до $\omega > \omega_0$ і спостерігати його обертання за інерцією. За трьома вимірами резонансних амплітуд другої проби (2-го досліді) обчислити середню амплітуду A_2 , яка пропорційна сумарному дисбалансу незрівноваженої маси m_1 і додаткового вантажу m_d , тобто $\vec{\Delta}_2 = \vec{\Delta}_1 + \vec{\Delta}_d$ (мається на увазі, що $\vec{\Delta}_1 = \vec{\Delta}_I$), тоді

$$\vec{A}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2 \cdot \mu = \vec{\Delta}_2 \cdot \mu. \quad (5.27)$$

Враховуючи пропорційність між статичним моментом Δ , силою інерції P_i і резонансною амплітудою A , зв'язок між A_1 і A_2 буде наступним:

$$\vec{A}_2 = \vec{A}_1 + \vec{A}_d, \quad (5.28)$$

де $\vec{A}_d = \vec{\Delta}_d \cdot \mu$ – амплітуда, пропорційна дисбалансу (статичному моменту) додаткової маси m_d .

Необхідно враховувати, що векторне рівняння (5.28) містить три невідомі: напрямки векторів \vec{A}_1 і \vec{A}_2 й модуль вектора \vec{A}_d , тому розв'язати його безпосередньо після перших двох проб не можливо. Модуль вектора \vec{A}_2 можна визначити за формулою (5.29), у якій модуль A_d і α невідомі:

$$A_2 = \sqrt{A_1^2 + A_d^2 + 2A_1A_d \cos\alpha}. \quad (5.29)$$

$$\vec{A}_3 = \vec{A}_1 - \vec{A}_d. \quad (5.31)$$

Відповідно модуль вектора \vec{A}_3 можна визначити за формулою (5.32), у якій ті ж невідомі що й у формулі (5.29):

$$A_3 = \sqrt{A_1^2 + A_d^2 - 2A_1A_d \cos\alpha}. \quad (5.32)$$

4. Далі визначаємо амплітуду A_d , яка викликала б тільки дією сили інерції додаткової маси m_d , маючи на увазі, що $\vec{A}_d = \vec{\Delta}_d \cdot \mu$.

Амплітуду A_d можна знайти як графічним, так і аналітичним способом.

Спільно розв'язавши рівняння (5.29) і (5.32) одержимо формулу для визначення A_d у вигляді

$$A_d = \sqrt{(A_2^2 + A_3^2 - 2A_1^2)/2}. \quad (5.33)$$

5. Визначаємо масштаб амплітуд (коефіцієнт пропорційності μ)

$$\mu = \frac{A_d}{\Delta_d}. \quad (5.34)$$

6. Статичний момент (дисбаланс) незрівноваженої маси ротора, зведеної до площини I дорівнює

$$\Delta_I = \Delta_1 = m_1 \cdot r_1 = \frac{A_1}{\mu}. \quad (5.35)$$

7. Далі визначаємо напрямок радіус-вектора, на якому розташована уявлювана незрівноважена маса m_1 , зведена до площини I. Положення радіус-вектора визначається кутом α між згаданим радіус-вектором і віссю прорізу в диску, в якому при другому досліді була встановлена додаткова маса m_d . Кут α можна визначити, скориставшись виразом (5.29), відповідна формула буде мати вигляд

$$\alpha = \pm \arccos \frac{A_1^2 + A_d^2 - A_3^2}{2A_1A_d}. \quad (5.36)$$

За формулою (5.36) одержують два значення кута (див. рис. 5.10). Правильність вибору значення α визначається дослідним шляхом.

Незрівноважена маса може розташовуватися або на радіусі OA , або на радіусі OB . Відповідно противагу необхідно встановлювати або на радіусі OA' , або на радіусі OB' (рис. 5.10). Правильною є та установка вантажу, при якій вібрації відсутні або незначні.

5.4. Зрівноважування мас, що рухаються поступально

При статичному зрівноважуванні окремого кривошипно-повзунного механізму (рис. 5.13) установка противагу у кілька разів збільшує масу механізму. Звичайно у ДВС і компресорах таких механізмів декілька (багатоциліндрові механізми). У таких випадках буде більш раціонально замінити шатун 2 віртуальною ланкою із двома точковими масами m_{2A} і m_{2B} . Маса m_{2A} з масою противаги зрівноважуються за допомогою противаги на продовженні кривошипа, а масу повзуна та масу m_{2B} необхідно зрівноважувати окремо. Будемо мати на увазі, що необхідно зрівноважити масу $m = m_3 + m_{2B}$, яка рухається поступально.

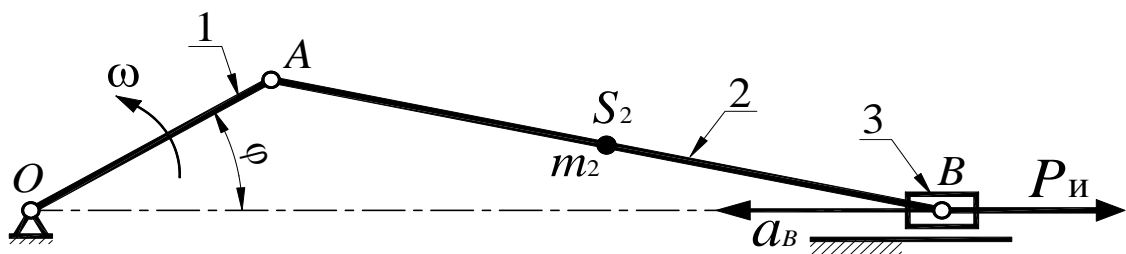


Рис. 5.13. Зрівноважування мас, що рухаються поступально

Уведемо наступні позначення: $OA = r$, $AB = l$, $r/l = \lambda$.

Прискорення повзуна дорівнює

$$a_B = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos\varphi + \lambda \cos 2\varphi). \quad (5.37)$$

Тоді сила інерції маси, яка рухається поступально буде дорівнювати

$$P_i = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos\varphi + \lambda \cos 2\varphi). \quad (5.38)$$

Представимо P_i у наступному вигляді:

$$P_i = P_{iI} + P_{iII}, \quad (5.39)$$

де $P_{iI} = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi$ – сила інерції 1-го порядку;

$P_{iII} = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\varphi$ – сила інерції 2-го порядку.

Кожна із цих сил зрівноважується окремо. Відзначимо, що частота зміни P_{iII} в 2 рази вище частоти P_{iI} , а амплітуда менше в $1/\lambda$ разів.

а). Зрівноважування сили інерції 1-го порядку

Силу P_{iI} можна зрівноважити за допомогою 2-х противаг, що обертаються в різних напрямках (див. рис. 5.14). Одна із противаг з масою $m_{п1}$ встановлена на продовженні кривошипа на відстані $r_{п1}$ від центру обертання кривошипа O , і обертається зі швидкістю обертання кривошипа. Друга противага з таким же статичним моментом $\Delta_{п1} = m_{п1} \cdot r_{п1}$ є дзеркальним відображенням першої противаги відносно лінії OB і обертається з тією ж швидкістю, але в протилежному напрямку. Сила інерції кожної противаги знаходиться за залежністю

$$P_{п1} = m_{п1} \cdot r_{п1} \cdot \omega^2. \quad (5.40)$$

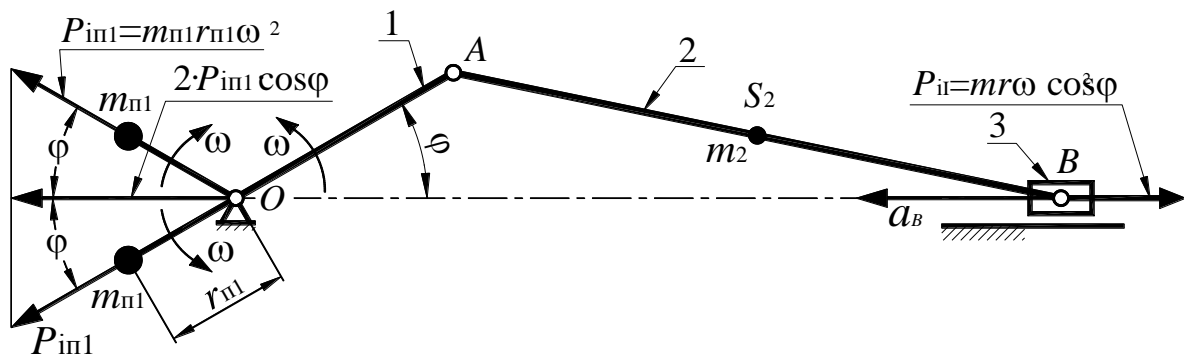


Рис. 5.14. Зрівноважування сили інерції 1-го порядку

Сума проєкцій цих сил на вертикальну вісь дорівнює нулю (обидві проєкції рівні й протилежно спрямовані). Проєкція кожної із цих сил на горизонтальну вісь дорівнює $P_{п1}^x = m_{п1} \cdot r_{п1} \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi$. Сила інерції 1-го порядку (див. вище) дорівнює $P_{iI} = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi$. Тоді з умови $\sum P_{ii}^x = 0$ можна записати

$$2m_{in1} \cdot r_{in1} \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi = mr \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi. \quad (5.41)$$

З (5.41) знаходимо статичний момент протизаги, необхідний для зрівноважування сили інерції 1-го порядку

$$m_{п1} r_{п1} = \frac{mr}{2}. \quad (5.42)$$

б). Зрівноважування сили інерції 2-го порядку

Силу P_{iII} також можна зрівноважити за допомогою 2-х протизаг, що обертаються в різних напрямках з кутовими швидкостями 2ω (див. рис. 5.15). Протизаги встановлені подібно тому, як це зроблено для зрівноважування сили P_{iI} , але оскільки кутова швидкість в 2 рази вище, то й кут повороту протизаги у поточному положенні в 2 рази більше, тобто 2φ .

Сила інерції кожної протизаги може бути знайдена за виразом

$$P_{in2} = m_{п2} \cdot r_{п2} \cdot (2\omega)^2 = m_{п2} \cdot r_{п2} \cdot 4\omega^2. \quad (5.43)$$

З умови $\sum P_{ii}^x = 0$ можна записати

$$2m_{п2} \cdot r_{п2} \cdot 4\omega^2 \cdot \cos 2\varphi = \lambda mr \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\varphi. \quad (5.44)$$

З (5.44) знаходимо статичний момент протизаги, необхідний для зрівноважування сили інерції 2-го порядку

$$m_{п2} r_{п2} = \frac{\lambda mr}{8}. \quad (5.45)$$

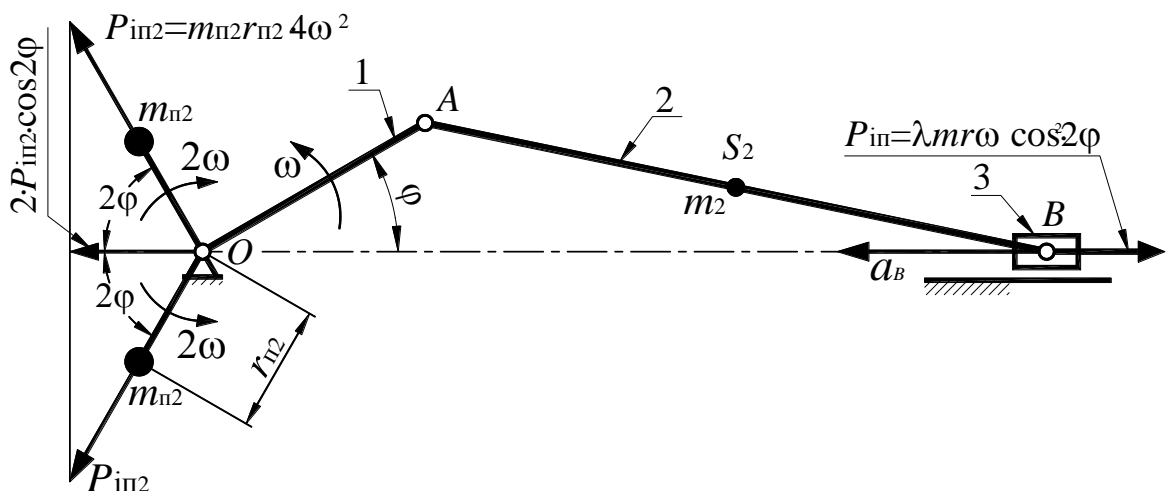


Рис. 5.15. Зрівноважування сили інерції 2-го порядку

Порівнюючи величини статичних моментів противаг для зрівноважування сил інерції 1-го й 2-го порядків (вирази (5.42) і (5.45)) слід зазначити, що $m_{n2}r_{n2}$ більш ніж в 10 раз менше ніж $m_{n1}r_{n1}$.

5.5. Механізм Ланчестера

Викладені вище ідеї із зрівноважування сил інерції 1-го й 2-го порядків можна реалізувати за допомогою механізму Ланчестера (рис. 5.16).

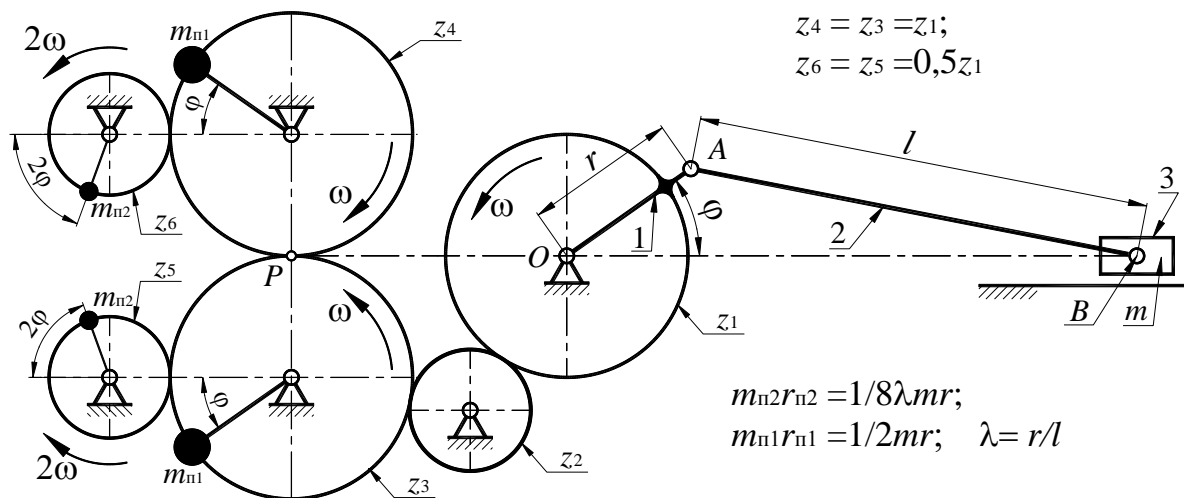


Рис. 5.16. Механізм Ланчестера

Зубчасті колеса z_3 і z_4 , що перебувають у зачепленні, призначені для установки противаг m_{n1} , які зрівноважують силу інерції 1-го порядку. Точка контакту початкових окружностей цих коліс P лежить на лінії OB . Таке положення виключає можливість виникнення плеча пари сил – $P_{11} = m_{n1} \cdot r_{n1} \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi$. Привід цих коліс виконаний від колеса z_1 , жорстко пов'язаного із кривошипом 1, і паразитного колеса z_1 . Оскільки $z_4 = z_3 = z_1$, то величини кутових швидкостей цих коліс однакові. При цьому швидкості коліс z_1 і z_3 мають однакові напрямки, а колесо z_4 обертається в протилежному напрямку. Колеса z_5 і z_6 призначені для установки противаг m_{n2} , які зрівноважують силу інерції 2-го порядку, та перебувають у зачепленні з колесами z_3 і z_4 відповідно. Оскільки числа зубів цих коліс в

2 рази менше ніж у коліс, з якими перебувають у зачепленні, то $\omega_5 = \omega_6 = 2\omega_1$.

5.6. Запитання для самопідготовки за розділом

1. Які наслідки викликає незрівноваженість мас ланок механізмів машин?
2. Яка мета зрівноважування мас ланок?
3. У чому полягає відмінність між зрівноважуванням мас і балансуванням деталей і вузлів?
4. Яка умова зрівноваженості мас, що обертаються з загальною кутовою швидкістю в одній площині?
5. Скільки противаг буде потрібно для зрівноважування мас, що обертаються в одній площині?
6. Скільки противаг буде потрібно для зрівноважування множини мас, які обертаються навколо загальної осі в різних площинах?
7. Як визначаються маси противаг і їхнє розташування при зрівноважуванні обертових мас?
8. У чому полягає умова статичної зрівноваженості обертових мас?
9. У чому полягає умова динамічної зрівноваженості обертових мас?
10. Чому головна центральна вісь інерції обертових мас повинна збігатися з віссю їхнього обертання?
11. Зазначте ознаку наявності статичного дисбалансу обертової деталі або вузла.
12. Які деталі піддаються статичному балансуванню, а які – динамічному?
13. Як кількісно характеризується статичний дисбаланс?
14. У чому полягає процес статичного балансування деталі або вузла?
15. Які методи динамічного балансування деталей і вузлів Ви знаєте?
16. У чому полягає динамічне балансування роторів за методом трьох спроб?

17. Накресліть схему балансувального верстата системи Шитікова.
18. Які три спроби слід здійснити при динамічному балансуванні роторів?
19. Скільки противаг буде потрібно для усунення динамічного дисбалансу ротора?
20. Що таке сили інерції повзуна кривошипно-повзунного механізму першого і другого порядку? Запишіть формули для їхнього підрахунку.
21. Як можна здійснити часткове зрівноважування сили інерції першого порядку маси повзуна?
22. Як можна здійснити повне зрівноважування сили інерції першого порядку повзуна?
23. Як можна здійснити повне зрівноважування сили інерції другого порядку повзуна?
24. Накресліть схему механізму Ланчестера для зрівноважування сил інерції повзуна першого і другого порядків?
25. Як можна зрівноважити маси поршнів багатоциліндрових ДВЗ і компресорів?
26. У чому полягає метод замінних точкових мас при зрівноважуванні мас, які рухаються плоскопаралельно?
27. Які умови повинні виконуватися при динамічному заміщенні реальної ланки замінними точковими масами?
28. Які умови повинні виконуватися при статичному заміщенні реальної ланки точковими замінними масами?
29. У чому полягає статичне зрівноважування важільних механізмів?

Література та інформаційні джерела

1. Гречко Л. П. Важільні механізми, передачі і зачеплення. Харків : ХНАДУ, 2002. 220 с.
2. Гречко Л. П. Синтез механізмів і динаміка машин. Харків : ХНАДУ, 2002. 218 с.
3. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин. Київ : Наукова думка, 2002. 660 с.
4. John J. Uicker, Jr., Gordon R. Pennock, Joseph E. Shigley. Theory of Machines and Mechanisms. New York, Oxford, Oxford University Press, 2017. 978 p.
5. Zakhovaiko O. P. Theory of Mechanisms and Machines, Part 1. Kyiv : Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2020. 188 p.
6. Zakhovaiko O. P. Theory of Mechanisms and Machines, Part 2. Kyiv : Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2021. 184 p.

ДЛЯ НОТАТОК

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ПЕРЕГОН Володимир Андрійович
ВОРОПАЙ Олексій Валерійович
КОРЯК Олександр Олексійович
ПОВАЛЯЄВ Сергій Іванович

СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ І ДИНАМІКА МАШИН

Навчальний посібник
для студентів технічних спеціальностей
закладів вищої освіти

Комп'ютерна верстка

П. А. Єгоров

Відповідальний за випуск

О. В. Воропай