

УДК 625.85

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ АСФАЛЬТОБЕТОННЫХ БАЛОК, ИСПЫТЫВАЕМЫХ НА ВИБРОСТЕНДЕ ХНАДУ

**В. В. Маляр, доц., к. т. н.,**

**Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет**

*Аннотация.* Проведен модальный анализ образцов асфальтобетона, испытываемых на вибростенде Харьковского национально-автомобильно-дорожного университета. Аналитически и численно рассчитаны собственные частоты колебаний асфальтобетонных образцов.

*Ключевые слова:* асфальтобетон, вибростенд, модуль упругости, частота колебаний, метод конечных элементов.

## ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ АСФАЛЬТОБЕТОННИХ БАЛОК, ЩО ВИПРОБОВУЮТЬСЯ НА ВІБРОСТЕНДІ ХНАДУ

**В. В. Маляр, доц., к. т. н.,**

**Харківський національний автомобільно-дорожній університет**

*Анотація.* Проведено модальний аналіз зразків асфальтобетону, що випробовуються на вібростенді Харківського національного автомобільно-дорожнього університету. Аналітично та чисельно розраховано власні частоти коливань асфальтобетонних зразків.

*Ключові слова:* асфальтобетон, вібростенд, модуль пружності, частота коливань, метод скінченних елементів.

## DEFINITION OF ASPHALT CONCRETE BEAMS PROPER FREQUENCIES WHICH WERE TESTED ON VIBROSTAND OF KhNANU

**V. Maliar, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.),**

**Kharkiv National Automobile and Highway University**

*Abstract.* A modal analysis of asphalt concrete samples that were tested on vibrostand Kharkiv National Automobile and Highway University is carried out. Natural frequencies of the asphalt concrete samples are analytically and numerically calculated.

*Key words:* asphalt concrete, vibrostand, modulus of elasticity, the oscillation frequency, the finite element method.

### Введение

В любой колебательной системе есть важнейшая характеристика – это собственная частота колебаний. Для ее определения используют модальный анализ, который заключается в определении частот и форм (мод) собственных колебаний конструкции.

Резонанс колебательной системы, который характеризуется неограниченным ростом амплитуды, возникает при условии совпадения

частоты возмущающей силы и частоты собственных колебаний. В зависимости от температуры в асфальтобетоне в большей или меньшей степени всегда может быть демпфирование – рассеяние энергии колебаний.

За счет демпфирования на амплитудно-частотной зависимости может возникать резонансный пик, но уже с ограниченной амплитудой. Таким образом, для определения комплексного модуля упругости необходимо проводить динамические испытания при частотах

деформирования, не совпадающих с частотами собственных колебаний.

### Анализ публикаций

На вибростенде ХНАДУ [1] реализуется следующая схема испытания асфальтобетона на динамические воздействия (рис. 1). Консольно-закрепленный образец асфальтобетонной балки (3) циклически изгибается от действия силы штока вибропреобразователя (2). Вибропреобразователь реализует механическую нагрузку разной формы, частоты и амплитуды, которую задает генератор гармонических сигналов (1). Вибропреобразователь реализует механическую нагрузку разной формы, частоты и амплитуды, которую задает генератор гармонических сигналов (1).

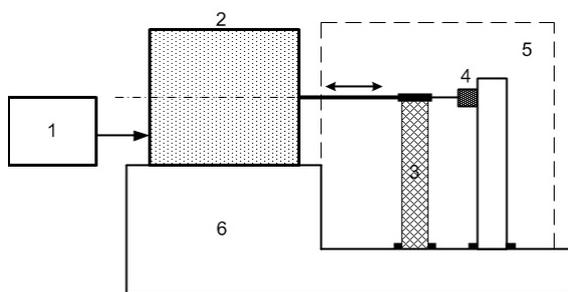


Рис. 1. Схема вибростенда ХНАДУ: 1 – генератор гармонических сигналов; 2 – вибропреобразователь; 3 – асфальтобетонный образец; 4 – датчик перемещения виброаппаратуры; 5 – термокамера; 6 – жесткий фундамент

Прогиб консоли образца фиксируется датчиком перемещения виброаппаратуры (4). При такой схеме испытаний возникают вынужденные колебания асфальтобетонного образца. Частоты деформирования на вибростенде меняются от 0,01 Гц до 40 Гц. Считается, что нижний предел соответствует статическому воздействию автомобиля на покрытие дороги, верхний – автомобилю, движущемуся со скоростью более 100 км/час.

### Цель и постановка задачи

Целью данной работы является проведение анализа форм и частот собственных колебаний асфальтобетонных образцов при разных значениях их модулей упругости, что соответствует различным их физическим состояниям при разных температурах.

### Методы исследований

Расчет проводили двумя методами: аналитическим и численным.

*Аналитический метод.* Консольно закрепленная асфальтобетонная балка (образец) является прямым стержнем и имеет как изгибающие, так и крутильные колебания. Балка незакрученная, с симметричным сечением, поэтому в ней разные виды колебаний будут несвязанными. Так как вынужденные колебания динамического преобразователя вибростенда вызывают изгиб балки, то рассмотрен только этот вид колебаний.

Для изгибающих колебаний балки [2] уравнение поперечных перемещений имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( EI_x \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) - \rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $v(z, t)$  – поперечное перемещение упругой оси балки;  $E$  – модуль упругости материала при растяжении;  $\rho$  – плотность материала;  $I_x$ ,  $F$  – осевой момент инерции и площадь поперечного сечения балки.

Для консольной (закрепленной и свободной на другом конце) балки постоянного поперечного сечения решение имеет вид

$$v_n(z, t) = Y_n(z) \sin \omega_n t, \quad (2)$$

где собственные формы изгибающих колебаний могут быть представлены с помощью функции Крылова [2]

$$Y_n(z) = C \left[ U \pi \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) - \frac{V(\lambda_n)}{S(\lambda_n)} V \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) \right] = C \left[ U \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) - \frac{S(\lambda_n)}{T(\lambda_n)} V \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) \right]. \quad (3)$$

Функции Крылова  $S$ ,  $T$ ,  $U$ ,  $V$  находятся через тригонометрические и гиперболические функции [2]

$$\begin{aligned} S \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) &= \frac{1}{2} \left( ch \frac{\lambda_n}{l} z + \cos \frac{\lambda_n}{l} z \right); \\ T \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) &= \frac{1}{2} \left( sh \frac{\lambda_n}{l} z + \sin \frac{\lambda_n}{l} z \right); \\ U \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) &= \frac{1}{2} \left( ch \frac{\lambda_n}{l} z - \cos \frac{\lambda_n}{l} z \right); \\ V \left( \frac{\lambda_n}{l} z \right) &= \frac{1}{2} \left( sh \frac{\lambda_n}{l} z - \sin \frac{\lambda_n}{l} z \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Собственная частота изгибающих колебаний зависит от характеристических чисел  $\lambda_n$ .

$$\omega_n = \frac{\lambda_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI_x}{\rho F}}, \text{ с}^{-1}. \quad (5)$$

где  $l$  – длина балки.

Характеристические числа и отношения собственных частот в зависимости от их порядка к первой представлены в табл. 1.

Таблица 1 Смена характеристических чисел и соотношений частот для изгибающих колебаний

$n$	1	2	3	4	$n \geq 5$
$\lambda_n$	1,87	4,69	7,85	11,0	$\frac{2n-1}{2}\pi$
$\lambda_n^2$	3,52	22,0	61,1	121	$\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2$
$\frac{\omega_n}{\omega_1}$	1	6,25	17,5	34,3	$\frac{(2n-1)^2}{14,08}\pi^2$

Круговая частота  $\omega$  связана с числом колебаний в секунду  $f$  соотношением

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ Гц} \quad (6)$$

*Численный метод.* Расчет форм и частот собственных колебаний проводился с использованием метода конечных элементов (МКЭ) на основе программы ANSYS. Такой расчет выполняется только для линейных моделей; все нелинейности, такие как пластичность и контактные элементы, игнорируются, даже если они определены. В программном комплексе ANSYS для расчетов собственных форм и частот колебаний был использован блок-метод Ланцоша [3]. Для создания модели и выполнения расчетов использовали стандартный набор команд среды МКЭ.

### Результаты исследования

Для исследуемых асфальтобетонных балок размером  $4 \times 4 \times 25$  см и плотностью  $2300 \text{ кг/м}^3$  были определены значения собственных частот при различных модулях упругости  $E$ . Принимали значения 10000 МПа (мгновенный модуль упругости) для стеклообразного состояния, 100 МПа (длительный модуль упругости) для вязкопластического состояния и 1000 МПа

для вязкоупругого состояния [1]. Результаты расчета по формулам (5) и (6), а также результаты численного расчета приведены в табл. 2.

Таблица 2 Собственные частоты изгибающих колебаний первой формы для асфальтобетонной балки

Модуль упругости асфальтобетона, МПа	Собственная частота изгибающих колебаний $f$ , Гц	
	аналитический расчет	численный расчет
100	21,6	21,3
1000	68,2	67,5
10000	215	213

На рис. 2 представлены формы колебаний – первая, вторая, третья изгибающие и первая крутильная для асфальтобетонной балки. Значения собственных колебаний асфальтобетонного образца с модулем упругости 100 МПа, полученных численным методом, для этих форм – соответственно: 21,3; 121; 299 и 122 Гц.

Аналитический расчет для изгиба (согласно табл. 1) дал такие результаты: для первой, второй и третьей форм – 21,6; 135; 378 Гц соответственно. Разница значений, определенных разными методами, увеличивается с увеличением частоты собственных колебаний.

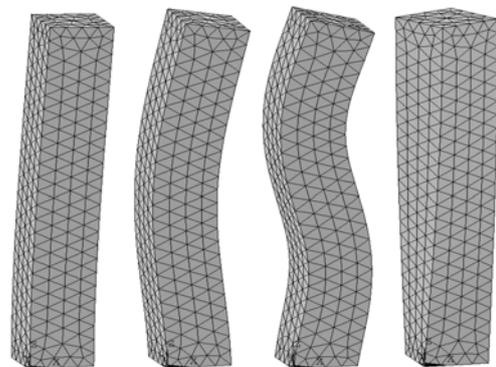


Рис. 2. Формы колебаний асфальтобетонной балки

Определение модуля упругости европейским стандартом [4] также предусматривает использование образцов трапециевидной формы, которые создают зоны равного сопротивления, что важно для испытаний неоднородных материалов. Испытания образцов такой формы реализованы на вибростенде ХНАДУ.

На рис. 3 представлены формы колебаний для трапециевидных образцов – первые из-

гибающая в продольном и поперечном направлении действия нагрузки и первая крутильная. Значения собственных колебаний асфальтобетонного образца с модулем упругости 100 МПа для этих форм соответственно – 31,7; 16,8 и 145 Гц.

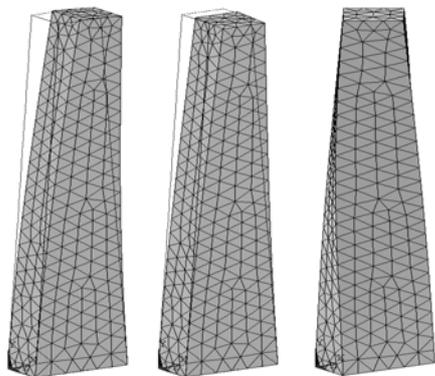


Рис. 3. Формы колебаний трапециевидных образцов асфальтобетона

Для проверки полученных значений частот собственных колебаний на вибростенде ХНАДУ проведены исследования мелкозернистого асфальтобетона типа «Б» оптимального состава на битуме БНД 60/90. Были определены относительные деформации консоли ( $\epsilon$ ) прямоугольной балки из этого материала при действии гармонической нагрузки разной частоты. Температура испытания составляла плюс 50 °С, при которой модуль упругости асфальтобетона минимальный в принятом, согласно методике, диапазоне температур. С увеличением частоты деформирования модуль упругости асфальтобетона растет, что отражается на уменьшении относительной деформации консоли балки при неизменном уровне нагружения (рис. 4).

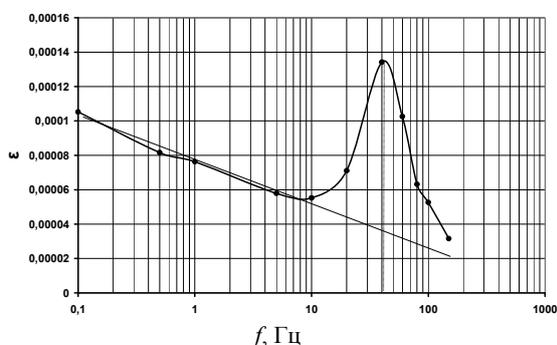


Рис. 4. Резонанс асфальтобетонной балки

В области значений частот более 10 Гц наблюдался резонанс колебаний, пик кото-

рых приходился на частоту 40 Гц. Значение модуля упругости при этой частоте (при экстраполяции на частотной зависимости) составляло 420 МПа, что соответствует расчетной частоте собственных колебаний 43 Гц.

### Выводы

Проведен расчет частот собственных колебаний асфальтобетонной балки (модальный анализ) по известным аналитическим формулам, который подтвержден расчетом по численному методу конечных элементов. Результаты расчета показали, что преимущественный вид колебаний асфальтобетонных балок, которые испытываются на вибростенде ХНАДУ, – изгибающий, а значимая форма – первая, т. к. у нее наименьшее значение частоты колебания. Эта частота совпадает с частотным диапазоном измерения модуля упругости.

При высоких эксплуатационных температурах 35–50 °С, когда модуль упругости асфальтобетона имеет значения, близкие к 100 МПа, наименьшие значения частот собственных колебаний для прямоугольной и трапециевидной балок составляют соответственно 21 и 32 Гц. Поэтому определение модуля упругости асфальтобетона на вибростенде ХНАДУ необходимо проводить с учетом резонансных колебаний системы в зависимости от жесткости испытываемого материала.

### Литература

1. Золотарев В. А. Долговечность дорожных асфальтобетонов / В. А. Золотарев. – Х.: Вища школа, 1977. – 116 с.
2. Боровков В. Н. Материалы и прочность оборудования ТЭС / В. Н. Боровков, Л. Б. Гецов, Ю. С. Воробьев. – С.Пб.: Изд. политехн. ун-та, 2008, – 612 с.
3. Басов К. А. ANSYS: справочник пользователя / К. А. Басов. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.
4. NF P 98-260-2 «Mesure de caractéristiques rhéologiques des mélanges hydrocarbonés – Partie 1: Détermination du module complexe par flexion sinusoidale», Septembre 1992. – 12 p.

Рецензент: В. П. Кожушко, профессор, д. т. н., ХНАДУ

Статья поступила в редакцию 17 января 2014 г.