

УДК 519.81:658.512

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ МАРШРУТІВ ЛОГІСТИЧНОЇ МЕРЕЖІ ВИРОБНИЧОГО ПРОЦЕСУ

Чернишенко О. В., Безкоровайний В. В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків

Виробнича логістика на сучасних підприємствах виступає одним з ключових елементів для створення ефективних та гнучких технологічних процесів. Розвиток технологій і зміни попиту споживачів вимагають відповідної адаптації виробничих процесів (ВП) та оптимізації їх логістичних мереж (ЛМ). З огляду на це, пошук шляхів оптимізації логістичних мереж стає не тільки шляхом покращення оперативної діяльності, але й необхідністю для забезпечення довгострокової конкурентоспроможності виробника на ринку.

Оптимізація ЛМ виробничого процесу включає комплекс заходів, спрямованих на поліпшення різних аспектів виробничої та розподільчої підсистем з метою зниження витрат та підвищення їх ефективності [1]:

- визначення оптимальної кількості та місцезнаходження виробничих підприємств, складів та розподільних центрів, що забезпечує мінімізацію транспортних витрат та часу доставки;
- планування та оптимізація маршрутів перевезень матеріалів на виробництві з метою зменшення логістичних витрат;
- синхронізація роботи різних виробничих ліній для оптимізації навантаження на обладнання та уникнення простоїв;
- оптимізація системи управління запасами для зниження витрат на зберігання і зменшення часу зберігання сировини та готової продукції.

Розрізняють задачі оптимізації макро- і мікрологістичних мереж [2]. Задачі макрологістики виникають при оптимізації ЛМ великомасштабних компаній. При розв'язанні задач мікрологістики здійснюється адаптація існуючих мереж, організованих на відносно невеликих територіях, шляхом оптимізації множини кільцевих маршрутів.

Задачу оптимізації маршрутів мікрологістики пропонується узагальнити та подати як задачу комівояжера (TSP – Travelling Salesman Problem). Суть класичної TSP-задачі полягає у знаходженні маршруту мінімальної ваги X^o , який проходитиме через задану множину пунктів ВП, відвідуючи кожен пункт лише один раз і повертаючись до початкового пункту.

Модель оптимізації маршрутів мікрологістики як TSP-задачі [3]:

$$X^o = \arg \min_X \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ij} x_{ij}, \quad \sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, N}, \quad \sum_{j=1}^N x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

$$u_i - u_j + N \cdot x_{ij} \leq N - 1, \quad i, j = \overline{2, N}, \quad i \neq j, \quad (2)$$

де X – матриця, що визначає маршрут обходу пунктів ВП (x_{ij} – наявність безпосереднього переходу з i -го пункту в j -й, $x_{ij} \in \{0, 1\}$); N – кількість пунктів мережі; d_{ij} – вага (відстань, вартість) переходу з i -го пункту в j -й; u_i – допоміжні змінні, $u_i \geq 0, i = \overline{1, N}$.

Модель (1)-(2) зорієнтована на задачі з відносно невеликою кількістю пунктів і не враховує обмежень (обсяги поставок, ємність транспортних засобів, час доставки тощо). При необхідності врахування таких обмежень пропонується подавати задачу оптимізації ЛМ як задачу декількох комівояжерів з обмеженнями (MTSPC – Multiple TSP with Constraint). У цій задачі m комівояжерів мають обійти всі пункти по одному разу з обов'язковим поверненням до старту, дотримуючись заданих обмежень.

Модель оптимізації маршрутів мікрологістики як MTSPC-задачі [3]:

$$X^o = \arg \min_X \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ij} x_{ijk}, \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, N}, \quad \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^N x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, N}, \quad \sum_{k=1}^m x_{ijk} \geq 1, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N}, \quad (4)$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^N q_i x_{ijk} \leq Q, \quad j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{1, m}; \quad u_i - u_j + N \cdot x_{ij} \leq N - 1, \quad i, j = \overline{2, N}, \quad i \neq j,$$

де x_{ijk} – безпосереднього наявність переходу з i -го пункту в j -й для k -го

комівояжера, $x_{ij} \in \{0,1\}$; Q – однакова для всіх вантажопідйомність комівояжера; l_k – накопичена вага товару, яку несе k -й комівояжер; q_i – запит на товар для i -го пункту.

У моделях (1)-(2) і (3)-(4) враховуються такі припущення [4]: множина пунктів ЛМ подається у вигляді повнозв'язного графа; вага ребер задається квадратною матрицею $D=[d_{ij}]$ розміром $N \times N$ (де d_{ij} – відстань (витрати, час проїзду) між i -м та j -м пунктами, $d_{ij} \geq 0$, $i, j = \overline{1, N}$, $d_{ii} = 0 \ \forall i = \overline{1, N}$); матриця $D=[d_{ij}]$ може бути як симетричною ($d_{ij} = d_{ji} \ \forall i, j = \overline{1, N}$), так і несиметричною ($d_{ij} \neq d_{ji} \ \forall i, j = \overline{1, N}$).

Якщо вершини графа подаються точками на площині з координатами x_i та y_i , $i = \overline{1, N}$, то вага ребер $D=[d_{ij}]$ визначається за допомогою евклідової (5), манхетенської (6) або інших метрик відстані:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (5)$$

$$d_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|. \quad (6)$$

Задачу MTSPC (3)-(4) можна звести до задачі TSP (1)-(2), змінивши вхідну матрицю ваг наступним чином [4-5]. Нехай $D'=[d'_{ij}]$, $i, j = \overline{1, N+1}$ – матриця ваг задачі m комівояжерів, у якій пункт виїзду комівояжера має номер $N+1$. Введемо $m-1$ фіктивну вершину з номерами $N+2, \dots, N+m$ та приймемо значення d'_{ij} рівними:

$$d'_{ij} = d_{ij}, \ i, j = \overline{1, N+m}, \quad d'_{i, N+j} = d_{i, N+1}, \ i = \overline{1, N+m}, \ j = \overline{2, m}, \quad (7)$$

$$d'_{N+i, j} = d_{N+1, j}, \ j = \overline{1, N+m}, \ i = \overline{2, m}, \quad d'_{N+i, N+j} = \infty, \ i, j = \overline{2, m}.$$

Таким чином, вирішивши задачу TSP для матриці $D'=[d'_{ij}]$, $i, j = \overline{1, N+m}$ вирішимо задачу MTSP з m комівояжерами. В кінці необхідно змінити всі пункти маршруту з номерами, які більше N , на один з номером $N+1$.

Методи розв'язання задач (1)-(2) і (3)-(4) поділяють на точні та наближені [5-6]. Точні методи забезпечують визначення ідеального маршруту з найменшою сумарною вартістю, проте їх застосування може бути обчислювально складним при великих обсягах даних. Наближені методи дозволяють розв'язувати задачі великих розмірів з урахуванням числених додаткових обмежень, проте не гарантують достатньої точності

розв'язків.

Запропонована формалізація задач оптимізації маршрутів дозволить підвищувати ефективність виробничих процесів за рахунок забезпечення їх ритмічності та скорочення логістичних витрат.

Література:

1. Логістика : навчальний посібник / О. В. Безсмертна, О. О. Мороз, Т. М. Білоконь та І. В. Шварц. Вінниця: ВНТУ, 2018.
2. В. В. Безкоровайний, Л. І. Нефьодов, В. М. Русскін, «Математична модель структурно-топологічної оптимізації логістичних мереж», Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, вип. 95, с. 178-184, 2021.
3. М. Семаньків та О. Париляк «NP-повні задачі та їх алгоритми», Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали міжнар. науково-практ. конф., Івано-Франківськ, 2023, с. 51-53.
4. А. Бевзюк та В. Гончар, «Побудова і використання матриць суміжності і матриць відстаней», Прикладні інформаційні технології: Матеріали IV Всеукр. науково-практ. конф. студентів, аспірантів та молодих вчен., Вінниця, 2023, с. 105-110.
5. V. Beskorovainyi, O. Kuropatenko and D. Gobov, "Optimization of transportation routes in a closed logistics system", Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries, no. 4 (10), pp. 24-32, 2019.
6. J. Zhang, "Comparison of various algorithms based on TSP solving", Journal of physics: conference series, vol. 2083, pp. 116-119, 2021.