

УДК 621.873

СПЛАЙНОВО-КВАДРАТИЧНА МОДЕЛЬ СТАТИЧНОЇ МЕХАНІЧНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСИНХРОННОГО ПРИВОДУ КРАНОВИХ МЕХАНІЗМІВ

**В.С. Ловейкін, д.т.н., Ю.О. Ромасевич, асистент, к.т.н.,
Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ**

Анотація. Встановлено межі використання сплайново-квадратичної моделі механічної характеристики асинхронного двигуна. Доведена неможливість проведення аналітичного дослідження динаміки руху механізмів із асинхронним приводом для багатомасових динамічних моделей. Крім того, вказано основні переваги прийнятої моделі механічної характеристики у порівнянні із «класичним» законом Клосса.

Ключові слова: математична модель, статична механічна характеристика, асинхронний електропривід.

СПЛАЙНОВО-КВАДРАТИЧНАЯ МОДЕЛЬ СТАТИЧЕСКОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСИНХРОННОГО ПРИВОДА КРАНОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

**В.С. Ловейкин, д.т.н., Ю.О. Ромасевич, асистент, к.т.н.,
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, г. Киев**

Аннотация. Определены границы использования сплайново-квадратической модели механической характеристики асинхронного двигателя. Доказана невозможность проведения аналитического исследования динамики движения механизмов с асинхронным приводом для многомассовых динамических моделей. Кроме того, определены основные преимущества принятой модели механической характеристики по сравнению с «классическим» законом Клосса.

Ключевые слова: математическая модель, статическая механическая характеристика, асинхронный электропривод.

SPLINE AND QUADRATIC MODEL OF THE STATIC MECHANICAL CHARACTERISTIC OF ASYNCHRONOUS DRIVES OF CRANE MECHANISMS

**V. Loveykin, Professor, Doctor of Engineering Sciences,
Yu. Romasevich, teaching assistant, Candidate of Engineering Sciences,
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv**

Abstract. Limits of employment for the spline and quadratic model of the mechanical characteristic of asynchronous drives have been determined in the research. The analytical research into the dynamics of asynchronous-drive mechanism motion has been proven impossible for multi-mass dynamic models. In addition, basic advantages of the accepted model of the mechanical characteristic compared with the classical Kloss law have been established.

Key words: mathematical model, static mechanical characteristic, asynchronous electric drive.

Вступ

Використання сплайново-квадратичної моделі статичної механічної характеристики

дозволяє врахувати реальні параметри електричного асинхронного двигуна та у деяких випадках знаходити аналітичні вирази для кінематичних та динамічних характеристик

різноманітних механізмів. Однак необхідно знати межі використання такої моделі, оскільки необґрунтоване її застосування може призвести до значних похибок у розрахунках і всі переваги сплайново-квадратичної моделі будуть зведені нанівець.

Аналіз публікацій

Для аналізу перехідних та усталених режимів руху асинхронного електроприводу використовують, як правило, рівняння Клосса [1]. Однак це рівняння є нелінійним, і для знаходження кінематичних функцій руху механізмів із приводом від асинхронного двигуна необхідно проводити чисельне інтегрування рівнянь руху. Чисельний розв'язок не має універсальності – його необхідно проводити кожного разу, коли змінюються параметри динамічної системи «механізм – двигун».

Крім того, рівняння Клосса не враховує провалів моменту двигуна за низької швидкості обертання, викликаних дією вищих гармонік електромагнітного моменту [2].

Являє собою інтерес отримання саме аналітичного розв'язку. «Робоча» ділянка механічної характеристики може бути апроксимована лінійною залежністю, для якої досить просто знайти аналітичний вираз. Однак нестійка ділянка роботи двигуна (до критичного ковзання) характеризується нелінійністю, яка створює значні труднощі при аналітичному дослідженні динаміки руху механізму. Тому необхідно шукати інші підходи до проблеми аналітичного дослідження механічних перехідних процесів у електричному асинхронному приводі.

Мета і постановка задачі

Метою приведеного дослідження є встановлення меж адекватності сплайново-квадратичної апроксимації статичної механічної характеристики асинхронного приводу. Відповідно до мети поставлено такі задачі: 1) вказати переваги прийнятої моделі механічної характеристики асинхронних двигунів загальнопромислового виконання; 2) встановити адекватність сплайново-квадратичної моделі механічної характеристики у режимі рекуперативного гальмування, гальмування противмиканням, електродинамічного гальмування; 3) встановити можливість аналітичного дослідження кінематичних характери-

стик кранових механізмів, представлених багатомасовими моделями, при використанні прийнятої моделі механічної характеристики асинхронного привода.

Модель статичної механічної характеристики

Велика кількість вантажопідйомних машин та механізмів обладнані електричними двигунами «некранового» виконання (загальнопромислові серії АІР, 4А тощо). Основною відмінністю таких двигунів від двигунів кранових серій МТК, МТКФ, МТКМ, МТКВ, МТКН тощо є те, що пусковий та максимальний моменти у них є різними. Для вказаних серій кранових двигунів максимальний момент дорівнює пусковому або незначною мірою відрізняється від нього, і у практичних розрахунках можна прийняти, що вони рівні між собою [3]. Для двигунів серії АІР, 4А та інших загальнопромислового виконання опис механічної характеристики, як правило, проводять із використанням рівняння Клосса [1]. Однак це рівняння не враховує важливих значень реальних величин крутних моментів загальнопромислових двигунів: пускового, мінімального та, у меншій мірі, номінального. Як правило, механічна характеристика асинхронного двигуна проходить біля вказаних точок, які відповідають цим моментам, а не через них (рис. 1).

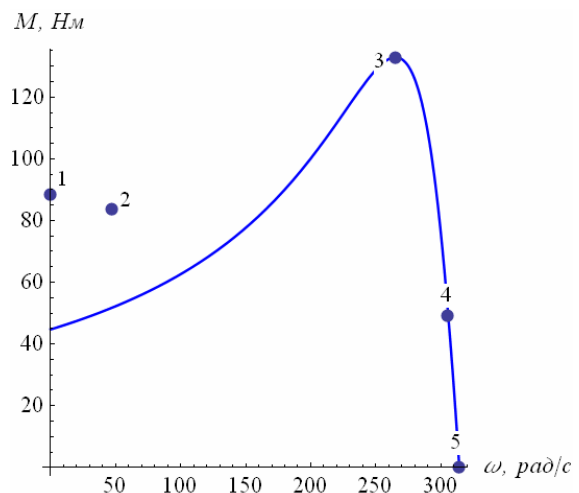


Рис. 1. Механічна характеристика асинхронного двигуна АІР160S2, побудована за рівнянням Клосса

На рис. 1 показано механічну характеристику асинхронного двигуна та точки, які відповідають каталожним даним на двигун АІР160S2 [3, 4]: 1 – точка пускового, 2 –

точка мінімального; 3 – точка максимального; 4 – точка номінального моменту; 5 – точка ідеального неробочого ходу. Наприклад, каталожний пусковий момент двигуна більш ніж у 2 рази перевищує пусковий, розрахований за рівнянням Клосса.

Для усунення недоліків рівняння Клосса необхідно прийняти іншу модель статичної характеристики асинхронного приводу. Для цього використаємо сплайново-квадратичну апроксимацію [5]. Спочатку необхідно встановити умови, для яких проводиться апроксимація механічної характеристики

$$\left\{ \begin{array}{l} M(0) = M_{\text{пуск}}; \\ M(0,15\omega_0) = M_{\text{min}}; \\ \left. \frac{\partial M}{\partial \omega} \right|_{\omega=0,15\omega_0} = 0; \\ M(\omega_{2-3}) = M_{2-3}; \\ M(\omega_0(1-s_{\text{кр}})) = M_{\text{max}}; \\ \left. \frac{\partial M}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0(1-s_{\text{кр}})} = 0; \\ M(\omega_{\text{ном}}) = M_{\text{ном}}; \\ M(\omega_0) = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

де $M_{\text{пуск}}$, M_{min} , M_{max} , $M_{\text{ном}}$ – пусковий, мінімальний, максимальний та номінальний моменти двигуна відповідно; M_{2-3} – момент на валу двигуна, який відповідає кутовій швидкості ω_{2-3} ; ω_{2-3} – кутова швидкість двигуна у межах $\omega_{2-3} \in [0,15\omega_0; \omega_0(1-s_{\text{кр}})]$; $s_{\text{кр}}$ – критичне ковзання двигуна, яке відповідає максимальному моменту двигуна

$$s_{\text{кр}} = s_{\text{ном}} \left(\frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} + \sqrt{\left(\frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} \right)^2 + 1} \right), \quad (2)$$

де $s_{\text{ном}}$ – номінальне ковзання двигуна ($s_{\text{ном}} = \frac{\omega_0 - \omega_{\text{ном}}}{\omega_0}$); $\omega_{\text{ном}}$ – номінальна кутова швидкість двигуна; ω_0 – швидкість ідеального неробочого ходу. В умовах (1) кутова швидкість $0,15\omega_0$ відповідає мінімуму крутного моменту [1]. Крім того, в умови (1) включено додаткову умову (четверту у системі рівнянь), якої немає у довідникових да-

них. Це зроблено для того, щоб здійснити побудову механічної характеристики квадратичним сплайном. Для побудови сплайна, який апроксимує механічну характеристику асинхронного двигуна, необхідно задатись порядком сплайна. Для апроксимації механічної характеристики використаємо сплайново-квадратичну функцію. Пояснимо чому: справа в тому, що така залежність дає змогу у багатьох випадках знаходити аналітичні залежності кінематичних та динамічних функцій руху механізму, який приводиться у рух від асинхронного двигуна. Тому у загальному вигляді апроксимаційну функцію, яка описує механічну характеристику, буде представлено у такому вигляді

$$M = N_0 + N_1\omega + N_2\omega^2, \quad (3)$$

де N_0 , N_1 , N_2 – деякі кусково-постійні функції. Для знаходження значень цих функцій на проміжках $[0; \omega_0(1-s_{\text{кр}})]$, $[\omega_{\text{min}}; \omega_{23}]$, $[\omega_{23}; \omega_{\text{max}}]$, $[\omega_{\text{max}}; \omega_{\text{ном}}]$ та $[\omega_{\text{ном}}; \omega_0]$ необхідно скласти та розв'язати систему рівнянь, яка впливає із умов (1). Приведемо цю систему рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = M_{\text{пуск}}; \\ A_0 + A_1\omega_{\text{min}} + A_2\omega_{\text{min}}^2 = M_{\text{min}}; \\ A_1 + 2A_2\omega_{\text{min}} = 0; \\ B_0 + B_1\omega_{\text{min}} + B_2\omega_{\text{min}}^2 = M_{\text{min}}; \\ B_1 + 2B_2\omega_{\text{min}} = 0; \\ B_0 + B_1\omega_{2-3} + B_2\omega_{2-3}^2 = M_{2-3}; \\ C_0 + C_1\omega_{2-3} + C_2\omega_{2-3}^2 = M_{2-3}; \\ C_1 + 2C_2\omega_{\text{max}} = 0; \\ C_0 + C_1\omega_{\text{max}} + C_2\omega_{\text{max}}^2 = M_{\text{max}}; \\ C_1 + 2C_2\omega_{2-3} = B_1 + 2B_2\omega_{2-3}; \\ D_0 + D_1\omega_{\text{max}} + D_2\omega_{\text{max}}^2 = M_{\text{max}}; \\ D_1 + 2D_2\omega_{\text{max}} = 0; \\ D_0 + D_1\omega_{2-3} + D_2\omega_{2-3}^2 = M_{\text{ном}}; \\ E_0 + E_1\omega_{\text{ном}} + E_2\omega_{\text{ном}}^2 = M_{\text{ном}}; \\ E_1 + 2E_2\omega_{\text{ном}} = D_1 + 2D_2\omega_{\text{ном}}; \\ E_0 + E_1\omega_0 + E_2\omega_0^2 = 0, \end{array} \right. \quad (4)$$

де коефіцієнти A_i , B_i , C_i , D_i , E_i знаходяться із такого співвідношення

$$N_i = \begin{cases} A_i, & \text{при } \omega \in [0, \omega_{\min}]; \\ B_i, & \text{при } \omega \in [\omega_{\min}, \omega_{2-3}]; \\ C_i, & \text{при } \omega \in [\omega_{2-3}, \omega_{\max}]; \\ D_i, & \text{при } \omega \in [\omega_{\max}, \omega_{\text{НОМ}}]; \\ E_i, & \text{при } \omega \in [\omega_{\text{НОМ}}, \omega_0]; \end{cases} \quad i = 0, 1, 2. \quad (5)$$

Рівнянь у системі (4) – шістнадцять, а невідомих коефіцієнтів – п'ятнадцять (по три на кожний коефіцієнт A_i, B_i, C_i, D_i, E_i). Кількість рівнянь не відповідає кількості невідомих. Для того щоб система (4) не була невизначеною, необхідно зменшити кількість рівнянь або збільшити кількість невідомих. Збільшимо кількість невідомих: як ще одну невідому оберемо момент на валу двигуна M_{2-3} за кутової швидкості ω_{2-3} . Необхідно відмітити, що така операція може бути обґрунтована із позицій забезпечення гладкості сплайн-функції на всьому проміжку $\omega \in [0, \omega_0]$. Пояснимо приведені твердження. Дійсно, система (5) без десятого рівняння встановлює деякі «правила» для кусків сплайн-функції. Ці «правила» передбачають гладкість сплайн-функції на всьому проміжку $\omega \in [0, \omega_0]$, за виключенням точки ω_{2-3} . Десяте рівняння системи (5) встановлює «правило» гладкості сплайн-функції у точці ω_{2-3} . Однак при цьому система (5) стає невизначеною. Для того щоб її можна було розв'язати, необхідно додати ще одну невідому величину, у даному випадку це M_{2-3} . Іншими словами, необхідно знайти таке значення M_{2-3} , за якого б сплайн-функція у точці ω_{2-3} була б гладкою. Запишемо розв'язки системи рівнянь (4).

На основі цих розв'язків (4) для відомого електричного двигуна побудовано його механічну характеристику (рис. 2). На рис. 2 точка 2* має координати $[\omega_{2-3}; M_{2-3}]$. Ми навмисно виокремлюємо її, оскільки координати цієї точки не входять у каталожні дані, а знайдені із приведених вище міркувань.

Отже, отримано функцію (3), (5), (6), яка дозволяє представити механічну характеристику асинхронного привода. Дана функція має важливу властивість – за її допомогою можна отримати аналітичний розв'язок диференціального рівняння руху механізму, представленого одномасовою динамічною моделлю, із асинхронним приводом.

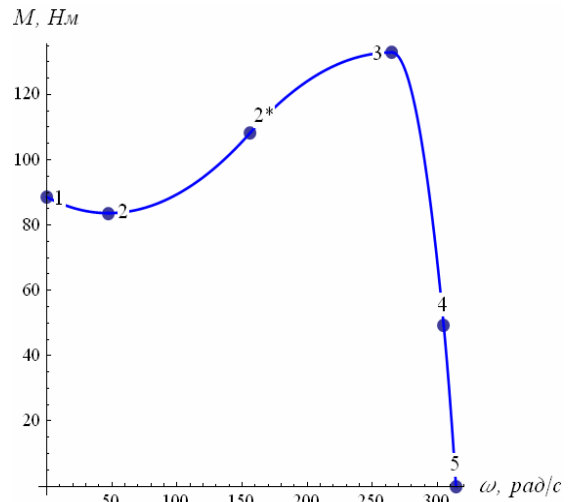


Рис. 2. Механічна характеристика асинхронного двигуна, отримана шляхом сплайново-квадратичної апроксимації

Інтегрування диференціального рівняння руху в цьому випадку зводиться до відшукування розв'язку нелінійного рівняння Рікатті [6], який достатньо просто знайти в аналітичному вигляді.

$$\begin{aligned} A_0 &= M_{\text{пуск}}; \\ A_1 &= \frac{2(M_{\min} - M_{\text{пуск}})}{2}; \\ A_2 &= \frac{M_{\text{пуск}} - M_{\min}}{\omega_{\min}^2}; \\ B_0 &= M_{\min} + \frac{(M_{\max} - M_{\min})\omega_{\min}^2}{(\omega_{2-3} - \omega_{\min})(\omega_{\max} - \omega_{\min})}; \\ B_1 &= \frac{2(M_{\max} - M_{\min})\omega_{\min}}{(\omega_{2-3} - \omega_{\min})(\omega_{\min} - \omega_{\max})}; \\ B_2 &= \frac{M_{\min} - M_{\max}}{(\omega_{2-3} - \omega_{\min})(\omega_{\min} - \omega_{\max})}; \\ C_0 &= M_{\max} + \frac{(M_{\max} - M_{\min})\omega_{\max}^2}{(\omega_{2-3} - \omega_{\max})(\omega_{\max} - \omega_{\min})}; \\ C_1 &= \frac{2(M_{\min} - M_{\max})\omega_{\max}}{(\omega_{2-3} - \omega_{\max})(\omega_{\max} - \omega_{\min})}; \\ C_2 &= \frac{M_{\max} - M_{\min}}{(\omega_{2-3} - \omega_{\max})(\omega_{\max} - \omega_{\min})}; \\ D_0 &= \frac{M_{\text{НОМ}}\omega_{\max}^2 + M_{\max}\omega_{\text{НОМ}}(\omega_{\text{НОМ}} - 2\omega_{\max})}{(\omega_{\max} - \omega_{\text{НОМ}})^2}; \\ D_1 &= \frac{2(M_{\max} - M_{\text{НОМ}})\omega_{\max}}{(\omega_{\max} - \omega_{\text{НОМ}})^2}; \\ D_2 &= \frac{M_{\text{НОМ}} - M_{\max}}{(\omega_{\max} - \omega_{\text{НОМ}})^2}; \end{aligned}$$

$$E_0 = -[\omega_0(2M_{\max}\omega_{\text{ном}}(\omega_{\text{ном}} - \omega_0) + M_{\text{ном}} \times (\omega_0(\omega_{\max} - \omega_{\text{ном}}) - 2\omega_{\max}\omega_{\text{ном}}))] [(\omega_0 - \omega_{\text{ном}})^2(\omega_{\text{ном}} - \omega_{\max})]^{-1};$$

$$E_1 = [2(M_{\text{ном}} - M_{\max})\omega_0^2 - 2M_{\text{ном}}\omega_{\max}\omega_{\text{ном}} + 2M_{\max}\omega_{\text{ном}}^2] [(\omega_0 - \omega_{\text{ном}})^2(\omega_{\text{ном}} - \omega_{\max})]^{-1}; \quad (6)$$

$$E_2 = [2M_{\max}(\omega_0 - \omega_{\text{ном}}) + M_{\text{ном}}(\omega_{\text{ном}} + \omega_{\max} - 2\omega_0)] [(\omega_0 - \omega_{\text{ном}})^2(\omega_{\text{ном}} - \omega_{\max})]^{-1};$$

$$M_{2-3} = [\omega_{2-3}(M_{\max} - M_{\min}) - M_{\max}\omega_{\min} + M_{\min}\omega_{\max}] [(\omega_{\max} - \omega_{\min})]^{-1}.$$

Крім того, покажемо ще одну перевагу даної моделі статичної механічної характеристики. Для цього побудуємо графіки (рис. 3–5), отримані при інтегруванні диференціального рівняння

$$m\ddot{x} - W = F, \quad (7)$$

де m – приведена до поступального руху маса механізму; x – узагальнена координата механізму; F – сила, створена приводним двигуном; W – сила опору переміщення маси m , яка у даному дослідженні є незмінною. Точка над символом означає диференціювання за часом. Рівняння (7) описує динаміку руху одномасової динамічної моделі. Такою моделлю можна представити рух багатьох вантажопідйомних механізмів.

Графіки на рис. 3–5, показані штриховою лінією, побудовані для випадку чисельного інтегрування рівняння (7), за умови, що F визначається відомим рівнянням Клосса, звичайно, із урахуванням кінематичної схеми приводного механізму. Графіки, представлені на рис. 3–5 суцільними лініями, знайдені із використанням аналітичної залежності

$$x_j = \frac{\lg(v_2 - v_1) + e^{N_2(t-t_{0j})(v_1-v_2)}(v_1 - v_2)}{N_2} + tv_1 + C_{1j}, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (8)$$

де $v_{1,2} = \frac{-N_1 \pm \sqrt{N_1^2 - 4N_0N_2}}{2N_2}$; t – час; t_{0j} –

момент часу початку j -тої ділянки руху; C_{1j} – постійна інтегрування для j -тої ділянки руху, яка визначається із урахуванням кінцевої швидкості механізму на $(j-1)$ -й ділянці руху. Індекс j «пробігає» значення від 1 до 5, що

впливає із системи (5). Залежність (8) є розв’язком рівняння Рікатті, яке вже згадувалось вище. Дане рівняння враховує фактичні параметри приводного двигуна, воно відповідає механічній характеристиці, приведеній на рис. 2.

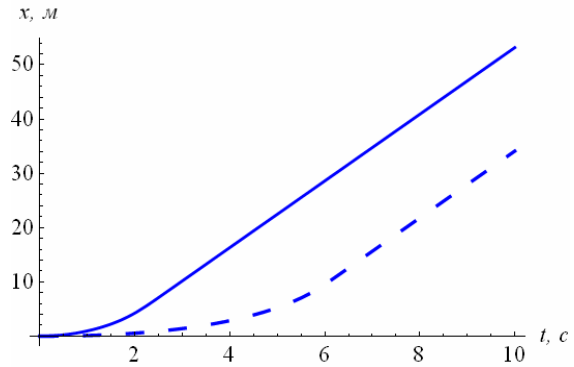


Рис. 3. Переміщення механізму

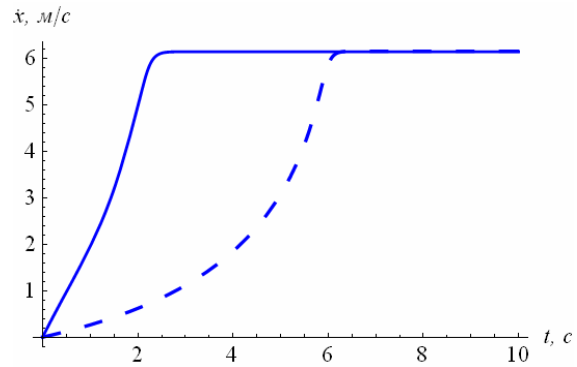


Рис. 4. Швидкість механізму

Як впливає із приведених на рис. 3–5 графіків, рівняння Клосса дає достатньо грубу оцінку динаміки руху механізму. Наприклад: тривалість розгону при різних моделях механічної характеристики різняться приблизно у три рази, пік прискорення механізму для різних моделей настає у різний момент часу тощо.

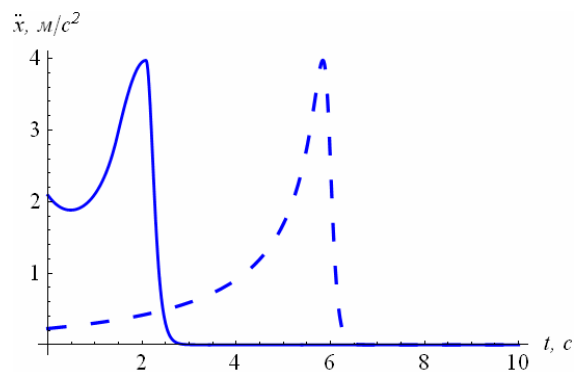


Рис. 5. Прискорення механізму

Така груба оцінка при використанні рівняння Клосса пов'язана з тим, що воно не враховує деяких фактичних даних для двигуна. Модель (3), (5), (6) враховує ці дані, і тому її бажано використовувати для проведення аналітичних розрахунків для одномасової динамічної моделі різноманітних механізмів. Усі виконані розрахунки приведені для випадку, коли $W = \text{const}$, що характерно для вантажопідйомних та транспортувальних машин. Однак подібні розрахунки можуть бути проведені для випадків $W \sim \dot{x}_2$ (характерно для зернодробарок, генераторів постійного струму із незмінним зовнішнім навантаженням) та $W \sim \dot{x}_2^2$ (характерно для насосів, вентиляторів, гребних гвинтів тощо); при цьому зміняться коефіцієнти N_1 та N_2 відповідно.

Дослідимо, чи можливо використати прийняту сплайново-квадратичну модель механічної характеристики двигуна для більш складних динамічних моделей, наприклад, для моделі, зображеної на рис. (6).

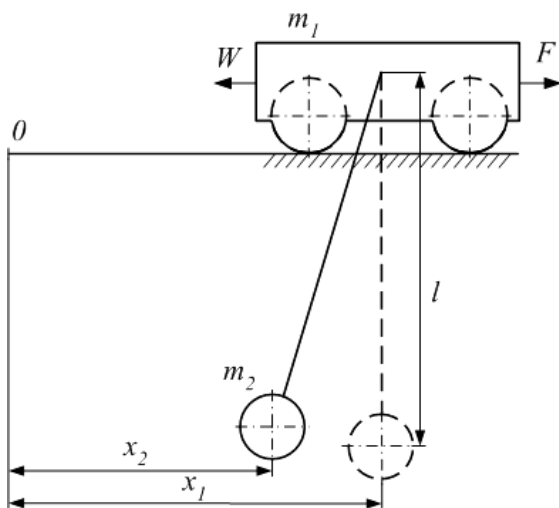


Рис. 6. Двомасова динамічна модель руху кранового візка

Динамічна модель, зображена на рис. 6, описується такою системою диференціальних рівнянь [7]

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 + \Omega_0^2(x_2 - x_1) = 0; \\ m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = F - W \text{sign}(\dot{x}_2), \end{cases} \quad (9)$$

де m_1 – приведена до поступального руху маса вантажного візка і приводного механізму; m_2 – маса вантажу із захопним пристроєм; x_1 , x_2 – координати центрів мас відповідно візка та вантажу; Ω_0 – власна частота коливань

вантажу відносно нерухомої точки підвісу ($\Omega_0^2 = \frac{g}{l}$); g – прискорення вільного падіння; l – довжина гнучкого підвісу вантажу; F – сумарне тягове або гальмівне зусилля, що діє на візок; W – сила опору переміщенню візка.

Систему рівнянь (9) можна звести до одного рівняння четвертого порядку

$$x_2 + \Omega_0^2 \ddot{x}_2 = \frac{F - W \text{sign}(\dot{x}_2 + \Omega_0^{-2} \ddot{x}_2)}{m_1} \Omega_0^2, \quad (10)$$

де Ω – власна частота коливань вантажу відносно рухомої точки підвісу (візка)

($\Omega = \sqrt{\frac{(m_2 + m_1)}{m_1}} \Omega_0$). За умови, що

$\dot{x}_2 + \Omega_0^{-2} \ddot{x}_2 > 0$ та враховуючи вираз (3), можемо переписати рівняння (10) таким чином

$$\ddot{x}_2 + v_2 K_1 + v_2^2 K_2 + v_2 K_3 + v_2 K_4 + v_2^2 K_5 + v_2 K_6 + K_7 = 0, \quad (11)$$

де v_2 – швидкість вантажу ($v_2 = \dot{x}_2$); $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7$ – деякі коефіцієнти, які знаходяться із таких виразів

$$\begin{aligned} K_1 &= -\frac{N_2 i^3 \eta}{m_1 r^3}, & K_2 &= -\frac{2N_2 i^3 \eta}{m_1 r^3}, & K_3 &= -\frac{N_1 i^2 \eta}{m_1 r^2}, \\ K_4 &= \Omega^2, & K_5 &= -\frac{N_2 i^3 \eta \Omega_0^2}{m_1 r^3}, & K_6 &= -\frac{N_1 i^2 \eta \Omega_0^2}{m_1 r^2}, \\ K_7 &= \frac{W \Omega_0^2}{m_1} - \frac{N_0 i \eta \Omega_0^2}{m_1 r}. \end{aligned}$$

Рівняння (11) – це нелінійне, кубічне однорідне диференціальне рівняння, розв'язок якого в аналітичному вигляді знайти неможливо. Таким чином, для двомасових (у загальному випадку для багатомасових) моделей використання апроксимаційної моделі (3), (5), (6) не дозволяє знаходити кінематичні та динамічні характеристики руху в аналітичному вигляді. Однак зберігається важлива перевага прийнятої моделі по відношенню до класичного рівняння Клосса – це врахування всіх каталожних даних двигуна.

Асинхронний двигун може працювати у всіх квадрантах. Для другого квадранта режим роботи двигуна є гальмівним. Існує три спо-

соби електричного гальмування асинхронного двигуна: 1) електродинамічне; 2) рекуперативне; 3) противмикання. Для розрахунку перехідного режиму гальмування для вказаних режимів використовують відомі вирази механічної характеристики [1]. Для вказаних режимів відсутні каталожні дані. Тому використання сплайново-квадратичної апроксимації механічної характеристики може виявитись ускладненим. Ці складнощі можна „обійти” таким чином: необхідно розрахувати координати точок на механічній характеристиці для того чи іншого режиму гальмування за допомогою відомих виразів [1]. Надалі проводиться сплайново-квадратична апроксимація механічної характеристики. Сплайново-квадратична функція підставляється у праву частину рівняння руху динамічної системи і шукається розв’язок отриманого диференціального рівняння.

Висновок

Проведене дослідження дає змогу встановити межі та доцільність використання сплайново-квадратичної моделі статичної механічної характеристики асинхронного двигуна із короткозамкненим ротором. Пропонована модель може бути використана для отримання аналітичних залежностей кінематичних та динамічних характеристик механізмів із приводом від асинхронного двигуна у випадку, якщо механізм представляється одномасовою динамічною моделлю. Використання багатомасових динамічних моделей не дозволяє отримати аналітичних залежностей кінематичних та динамічних характеристик, однак зберігається інша важлива властивість вказаної моделі – врахування всіх каталожних параметрів двигуна. При цьому існує можливість знаходити наближені розв’язки диференціальних рівнянь руху механізмів, наприклад, чисельними методами. Вказані розв’язки будуть більш наближеними до ре-

льних кінематичних функцій, ніж отримані при використанні рівняння Клосса. Крім того, не виникає труднощів у випадку використання вказаної моделі для аналізу режимів гальмування двигуна за умови, якщо відомі величини крутних моментів двигуна за тієї чи іншої його швидкості.

Література

1. Чиликин М.Г. Общий курс электропривода: учебник для студ. вузов / М.Г. Чиликин, А.С. Сандлер. – 6-е изд., доп. и перераб. – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: учебник для вузов: в 2 т. Том 1 / А.В. Иванов-Смоленский. – 3-е изд., стереот. – М.: Издательский дом МЭИ, 2006. – 652 с.
3. Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе / С.Н. Вешеневский. – М.: Энергия, 1977. – 432 с.
4. Олійник В.С. Довідник сільського електрика / В.С. Олійник, В.М. Гайдук, В.Ф. Гончар. – 3-е видання, переробл. і доповн. – К.: Урожай, 1989. – 264 с.
5. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения / Н.П. Корнейчук. – М.: Наука, 1984. – 352 с.
6. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / А.И. Егоров. – М.: Физматлит, 2005. – 384 с.
7. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин / М.С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1969. – 206 с.

Рецензент: О.В. Григоров, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 12 червня 2012 р.