

УДК 656:338

ВИКОРИСТАННЯ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ В РОЗРАХУНКАХ ЇХ СХЕМ НАДІЙНОСТІ

В.В. Аулін, д.т.н., професор, Д.В. Голуб, к.т.н., доцент,

В.В. Шерстюков, студент, О.М. Талалаєв, студент

Центральноукраїнський національний технічний університет

Застосування елементів булевої алгебри в розрахунках показників надійності транспортних систем можна інтерпретувати як встановлення істинності складних виразів [1, 2]. Якщо є працездатним (подія c) ланцюг транспортної системи і працездатним є його елемент a і один із наступних елементів: елемент b або елемент d або ж обидва елементи b і d одночасно, то така ситуація є складною і складається із простих подій, пов'язаних між собою логічними операціями кон'юнкції ("І"), диз'юнкції ("АБО") чи заперечення ("НІ"). Мовою булевої алгебри дану ситуацію, що визначає умову працездатності ланцюга транспортної системи можна відобразити наступним чином:

$$c = a \wedge [b \vee d \vee (b \wedge d)] = a \wedge (b \vee d). \quad (1)$$

Логічну функцію $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, яка пов'язує стан елементів транспортної системи зі станом системи, будемо називати логічною функцією працездатності системи. Логічну функцію $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ називають монотонною, якщо для будь-яких наборів $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ і $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, таких, що $\alpha_i \leq \beta_i$, має місце співвідношення:

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \leq f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n). \quad (2)$$

Схеми надійності транспортної системи, які задовольняють співвідношенню (2), називають монотонними або зв'язаними структурами. Будь-яка логічна функція працездатності, представлена з використанням операцій кон'юнкції та диз'юнкції, але без використання заперечення, є монотонною. Зазначене свідчить про те, що умову працездатності транспортної системи можливо відобразити логічною функцією, яка підлягає перетворенню з використанням апарату булевої алгебри. Це передусім такі операції: утворення більш складних структур, розкладання та перетворення, оптимізація, перехід від формул до схем надійності і навпаки [3, 4, 5].

Нескладно переконатися, що вираз (1) є логічною функцією працездатності транспортної системи або її ланцюгів зі структурною схемою надійності, поданої на рис. 1 а. Відповідно для структурної схеми надійності, поданої на рис. 1 б, характерною є наступна логічна функція працездатності F_L :

$$F_L = (a \cdot b \cdot c) \vee (d \cdot c) \vee (a \cdot e). \quad (3)$$

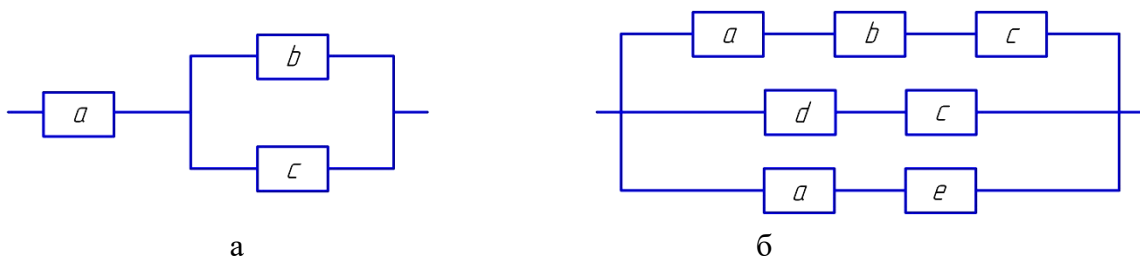


Рисунок 1 – Приклади відповідності логічним функціям працездатності (1) (а) та (2) (б) схем надійності ланцюгів транспортних систем

Логічні функції працездатності систем, її ланцюгів, можна перетворити в алгебраїчні функції, якщо логічні операції замінити арифметичними за такими правилами:

$$\begin{aligned} a \vee b &= a + b - a \times b; \\ a \wedge b &= a \times b; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bar{a} = 1 - a.$$

Логічна функція працездатності, в якій всі логічні операції замінені арифметичними є просто функцією працездатності, що подана в арифметичному вигляді.

Наведемо алгоритм оцінки надійності транспортних систем з використанням апарату булевої алгебри:

- сформулювати умову працездатності транспортної системи і побудувати вербальну модель;
- на основі вербальної моделі транспортної системи побудувати логічну функцію працездатності;
- якщо є необхідність, то провести перетворення логічної функції працездатності (мінімізувати, виключити члени, що повторюються) транспортної системи;
- у логічній функції працездатності транспортної системи замінити логічні операції арифметичними, тобто отримати функцію працездатності в арифметичному вигляді;
- у функції працездатності транспортної системи, що має арифметичний вигляд, замінити прості події (прості висловлювання) їх ймовірностями;
- підставити в отриману формулу числові значення ймовірностей простих подій (елементів, ланцюгів) та розрахувати ймовірність працездатного стану транспортної системи.

Продемонструємо використання зазначеного алгоритму для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи ланцюгу транспортної системи, структурна схема надійності якої наведена на рис. 2.

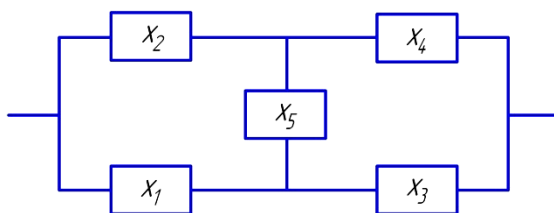


Рисунок 2 – Місткова структурна схема надійності ланцюга транспортної системи

Нехай ймовірності працездатного стану елементів x_1, x_2, x_3 і x_4 дорівнюють 0,9, а ймовірність працездатного стану елементу x_5 дорівнює 0,8. Сформулюємо вербальну модель працездатності ланцюгу транспортної системи: система працездатна, якщо працездатними є канали (елементи) x_1 і x_3 , або працездатними є елементи x_1 і x_5 і x_4 , або працездатними є елементи x_2 і x_4 , або працездатними є елементи x_2 і x_5 і x_3 . Включати в умову працездатності випадок, коли працездатними одночасно є всі елементи x_1, x_2, x_3, x_4 і x_5 немає потреби, оскільки він врахований в попередніх умовах і буде скорочений на етапі мінімізації логічної функції.

Логічна функція працездатності такого ланцюгу транспортної системи матиме вигляд:

$$F_{\text{л}} = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 \cdot x_3) \vee (x_1 \cdot x_5 \cdot x_4) \vee (x_2 \cdot x_4) \vee (x_2 \cdot x_5 \cdot x_3).$$

Розкладемо логічну функцію працездатності з метою виключення членів, що повторюються:

$$\begin{aligned} F_{\text{л}} &= f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 \cdot x_3) \vee (x_2 \cdot x_4) \vee x_5 \cdot (x_1 \cdot x_4 \vee x_2 \cdot x_3) = \\ &= x_5 \cdot (x_1 \cdot x_4 \vee x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_3 \vee x_2 \cdot x_4) \vee \bar{x}_5 \cdot (x_1 \cdot x_3 \vee x_2 \cdot x_4). \end{aligned}$$

Спростимо вираз в перших дужках:

$$x_1 \cdot x_4 \vee x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_3 \vee x_2 \cdot x_4 = x_1 \cdot (x_3 \vee x_4) \vee x_2 \cdot (x_3 \vee x_4) = (x_1 \vee x_2) \cdot (x_3 \vee x_4).$$

Отже, логічна функція працездатності ланцюгу системи набуде вигляду:

$$F_{\text{Л}} = (x_1 \vee x_2) \cdot (x_3 \vee x_4) \vee \overline{x_5} \cdot (x_1 \cdot x_3 \vee x_2 \cdot x_4).$$

Замінімо в ній логічні операції арифметичними, маємо:

$$F_a = x_5 \cdot \{(x_1 + x_2 - x_1 x_2) \cdot (x_3 + x_4 - x_3 x_4)\} + (1 - x_5) \cdot (x_1 x_3 + x_2 x_4 - x_1 x_2 x_3 x_4).$$

Замінімо події x_1, x_2, x_3, x_4 і x_5 їх ймовірностями, щоб отримати ймовірнісну функцію працездатності системи:

$$p_S = p_5 \cdot \{(p_1 + p_2 - p_1 p_2) \cdot (p_3 + p_4 - p_3 p_4)\} + (1 - p_5) \cdot (p_1 p_3 + p_2 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_4).$$

Розрахуємо ймовірність працездатного стану ланцюгу транспортної системи за ймовірностями працездатності його окремих елементів:

$$p_S = 0,8 \cdot \{(0,9 + 0,9 - 0,9 \cdot 0,9) \cdot (0,9 + 0,9 - 0,9 \cdot 0,9)\} + \\ + (1 - 0,8) \cdot (0,9 \cdot 0,9 + 0,9 \cdot 0,9 - 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9) = 0,977.$$

Таким чином, ймовірність безвідмовної роботи ланцюгу, структурна схема надійності якого зображена на рис. 2 за даних ймовірностей його елементів дорівнює $P_S = 0,977$.

Висновки:

1. Показано як за допомогою понять булевої алгебри логічні функції можна привести до ортогональної диз'юнктивної нормальної форми.
2. Дано еквівалентну форму логічної функції через елементарні кон'юнкції різних рангів.
3. Показано як можна використати перетворення логічної функції в розрахунку ймовірностей безвідмовної роботи на прикладі транспортної системи, що складається з восьми елементів.
4. Отримано формулу для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи такої транспортної системи.

Література:

1. Аулін В.В., Голуб Д.В., Гриньків А.В., Лисенко С.В. Методологічні і теоретичні основи забезпечення та підвищення надійності функціонування автомобільних транспортних систем: монографія під заг. ред. д.т.н., проф. Ауліна В.В. – Кропивницький: Видавництво ТОВ "КОД", 2017. – 370 с.
2. Филиппов В.М., Манохина Т.В., Евдокимов А.А. и др. Минимизация функций алгебры логики методом ненаправленного графа // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 8-4. – С. 509-511.
3. Аулін В.В., Голуб Д.В., Гриньків А.В., Лисенко С.В. Методологічне обґрунтування дослідження та розв'язання проблеми надійності функціонування транспортних систем. Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. – 2017. – №10. – С. 29-36.
4. Тюрин С. Ф., Аляев Ю. А. Дискретная математика: практическая дискретная математика и математическая логика: учебное пособие для вузов. - М.: Финансы и статистика, 2010. - 382 с.
5. Чередникова А.В., Садовская О.Б., Каминская Л.А. Дискретная математика. Теория и практика. – Кострома: Изд-во Костром. гос. технол. ун-та, 2011. – 74 с.