Список використаних джерел

1. Г. В. Алешин, В. Г. Сословский, А. Н. Ярута Дорожно-сетевая система информирования водителей об оптимальных маршрутах движения. Проблеми використання інформаційних технологій в навчальному процесі технічного ВНЗ на етапі впровадження принципів болонської декларації: Всеукраїнська наук. - мет. конф., 2007 р,: [матеріали]. – Х., ХНАДУ, 2007. – С. 102–114.
2. Ярута А. М. Проблеми створення централізованої автоматизованої системи управління рухом великих міст. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: наук. - техн. Журнал – Х.: УкрДАЗТ, 2011. – № 6. – С. 60–66.
3. Ярута А.М. Удосконалення автоматизованої системи керування дорожнім рухом у містах: автореф. дис. канд. технічних. наук : 05.22.01. Харків, 2016. 21 с.

Плехов Д.А., *ст. гр.ЕАз-71-1 Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*
Алісєйко Є.В., *доцент кафедри Інформаційних технологій, канд. техн. наук, Харківський торгово-економічний інститут*

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ КОМУНІКАЦІЙНИХ З'ЄДНАНЬ В НЕОДНОЗВ'ЯЗНИХ ГАЛУЗЯХ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ТРАНСПОРТНИХ МЕРЕЖ

При проектуванні інженерних мереж (водопроводу, теплотрас та ін.) неоднозв'язних галузях виникають задачі пошуку ломаних мінімальної довжини та/або зламів, для вирішення яких не можуть бути застосовані традиційні методи варіаційного типу. Для вирішення базової задачі S_l побудування в неоднозв'язної багатокутової галузі F ломаної мінімальної довжини на безперервному сімейству шляхів $U = P_{S.\delta}[A,B]$ запропонований метод [1], який дає вирішення виду

$$p = C_0, C_1, ..., C_n; \quad C_0 = A, \;\; C_0 = B, \tag{1}$$

де C_i – вершина межі FrF. Однак, наряду з нею актуальні і наступні стандартні задачі мінімізації кількості зломів (тобто внутрішніх вершин C_i), де $l(p)$ – довжина, $n(p)$ – кількість зломів траси p: задача $S_n : n(p) > \min p \in U;$ задача $S_{n,l} : l(p) > \min p \in U_n;$ $U_n = \arg\min n(p), p \in U;$ задача $S_{n+1} : f(p) = a \times l(p) + b \times n(p) > \min, p \in U.$

Для вирішення цих задач пропонується єдиний підхід, заснований на наведених нижче властивостях ломаних класів $S_n, S_{n,l}$. Так, розглянемо деяку ломану $p \in U$, що наведено (1), $n > 1$. Її фрагмент $AC_1C_2...C_k$ назвемо канонічним, якщо в вершинах $C_2...C_{k-1}$ знак кута повороту той же, що і в C_1, а в C_k – протилежний, або $C_k = B$. Нехай $v(p)$ – кількість канонічних ломаних, що утворюють шлях j – кут повороту ломаної на канонічній ділянці $j, (j = 1, 2, ..., m = v(p))$, а $[AO/\delta]$ – ціла частина цього повороту в одиницях δ.

Лема 1.

Нехай p_1, p_n, p_{n1} – рішення стандартних задач S_1, S_n, S_{n1}, відповідно, і $k = v(p_1)$. Тоді має місце наступна оцінка

$$n(p_{n1}) = n(p_n) \ge v(p_1) - 1 + \sum_{i=1}^{k-1}\left(1 + \left[\frac{\Delta\hat{O}_з}{\pi}\right]\right) + \left[\frac{\Delta\hat{O}_k}{\pi}\right]. \quad (2)$$

Задача S_1.

Дана траса p мінімальної кількості зламів, яка на ділянці A_0ABB_0 співпадає з межею області F на відрізку $OO' \subset AB$. Необхідно знайти таке положення прямої $A'B'$ (кут x відносно OO'), що проходить через вершини O або O', щоб ломана $B_0B'A'A_0$ лежала в межі F та її довжина була мінімальною для всіх таких пар точок, що лежать на прямій A_0C, B_0C.

Рішення цієї задачі для точки O має наступний вигляд, де $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ – кути A_0AB, B_0BA, ACO, OCB, а C – точка перетину прямих A_0A, B_0B

$$x = \alpha - \arcsin\left[\sqrt{\frac{\sin\delta}{\sin\gamma}\sin(\beta + x)}\right]. \quad (3)$$

Нехай p_1 – рішення задачі S_1 у вигляді (1). Розглянемо оптимізуючи деформації f_n і f_{n1} шляху p_1, реалізуючи симпліціальне положення і варіювання ломаних, які мінімізують відповідні функціонали. Нехай C_i, C_{i+1} – вершини деякої ломаної p, а Z – точка перетину прямих $C_{i-1}C_i$ і $C_{i+1}C_{i+2}$, що лежить відносно другої сторони від прямої C_iC_{i+1} по відношенню до точки торкання с межею – $L = FrF$. Такий 2-симплекс $s_i = C_iZC_{i+1}$ назвемо симпліціальним поповненням шляху p, якщо він лежить в F; в такому випадку замінимо в p вершини C_i, C_{i+1} вершиною Z, а цю операцію назвемо *процедурою 1* (симпліціальною деформацією ломаної). При цьому симплекс s_i назвемо фінальним, якщо його 1-симплекси C_iZ, $C_{i+1}Z$ не належать іншим симпліціальним поповненням шляху p. Якщо ж симплекс s_i не лежить в F, враховуємо, що ломана p на цій ділянці не заповнена; однак, в цьому випадку не виключено, що вона може бути заповнена симплексом $s_i^* \subset F$, який отримано деформацією симплекса s_i, яку назвемо *процедурою 2* (варіації 2-симплекса).

Алгоритм 1.

Застосовуємо до шляху p_1 процедуру 1 до отримання всіх можливих симпліціальних поповнень. Якщо залишилось 2-симплекси $K=\{s_i\}$, якими ломана p_1 не заповнена застосовуємо до них процедуру 2 і виключаємо з K всі ті симплекси, що поповнили шлях p_1. Отриману ломану позначимо p'_n.

Алгоритм 2.

Вирішуємо задачу S_1 для всіх симпліціально не поповнених 1-симплексів ломаної p'_1 з K. Отриманий шлях позначимо p'_{n1}.

Лема 2.

Якщо симпліціальний поповнення ломаної p_1 (крім, можливо, фінальних) лежать в F, то шлях p'_n (відповідно, p'_{n1}) визначає рішення задачі $S_{n>1}$ для числа вершин $n(p'_n)$, і задач $S_n, S_{n>1}$, якщо в (2) має рівність.

Застосування алгоритмів 1 і 2 дозволяє мінімізувати кількість зламів і довжину ламаної в $P_{S.\delta}[A,B]$, хоча і не гарантує досягнення мінімальної кількості зламів. Однак, практична цінність оптимального рішення може виявитися сумнівною, так як не виключає отримання ламаної з кута повороту, близькими до δ, що цілковито неприйнятно для більшості додатків. Розглянемо тепер задачу S_{n+1}. Нехай $n_1 = n(p_1), n_2 = n(p'_{n1}),\ n_1 > n_2 + 1$.

Алгоритм 3.

Початкова установка: $m := n_1,\ p'_m = p_1$. .

1. Вважаємо $m := m-1$ і застосовуємо алгоритм 2 до кожного 2-симпліціального поповнення шляху p'_{m+1}. Найкоротшу із отриманих ломаних позначимо p'_m.

2. Якщо $m = n_2 + 1$, переходимо до кроку 3; інакше – до кроку 1.

3. Обчислюємо $f_m = a \times l(p'_m) + b \times n(p'_m)$ при $m = n_2, n_2+1, ..., n_1$ і приймаємо шлях p'_k, на якому $f(p)$ досягає мінімуму, за вирішення задачі S_{n+1}.

Список використаних джерел

1. Смеляков С.В. Математическая модель некоторых задач оптимизации на путях / С.В. Смеляков, Ю.Г. Стоян // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1981. – №1. – С. 180–181.