

УДК 656.1:519.6

ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ ДОРОЖНЬОЇ МЕРЕЖІ

Сохацький А.В., д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій та міжнародної логістики, Університет митної справи та фінансів,
e-mail: Sokhatsky_anatoly@ukr.net

Математичне моделювання транспортних потоків і на сьогодні є доволі складною та актуальною задачею [1-5]. Найбільш досконалі математичні моделі транспортних потоків описуються рівняннями математичної фізики.

Реальні транспортні потоки автомобільних транспортних засобів є складними і створюють проблеми транспортного сполучення в містах. Фізичне дослідження цих процесів пов'язане з значними матеріальними і фінансовими затратами. Застосування математичного моделювання для дослідження процесів в транспортних потоках є ефективним інструментом розв'язування поставлених задач та пошуку ефективних шляхів покращення використання транспортної інфраструктури. Проте їх математичне моделювання і на сьогодні залишається складною проблемою обчислювальної динаміки транспортних потоків.

В теорії транспортних потоків існують різноманітні підходи до класифікації їх математичних моделей [1-5]. Однією з поширених є класифікація на макроскопічні моделі та мікроскопічні моделі. В макроскопічних моделях розглядається ціла група транспортних засобів, яка описується відповідними параметрами руху. Мікроскопічні моделі ґрунтуються на концепції підтримки безпечної відстані до лідера. Найбільш відомими моделями є модель оптимальної швидкості, модель слідування за лідером, модель розумного водія Трайбера.

Макроскопічні моделі транспортних потоків можна отримувати з кінетичних моделей, подібно до того, як у кінетичній теорії отримують рівняння газової динаміки. Тобто за допомогою домножування на різні функції від швидкості, і подальшого інтегрування за швидкостями кінетичного рівняння для густини в розширеному фазовому просторі $(t; x; v)$.

В результаті таких дій буде виходити ланцюжок рівнянь, що зачіпляються. Так, якщо помножити кінетичне рівняння на одиницю і проінтегрувати, то отримаємо рівняння для густини, яке відображає закон збереження маси. Проте туди буде входити середня швидкість. Якщо ж домножити кінетичне рівняння на швидкість і проінтегрувати, то отримаємо рівняння для середньої швидкості, тобто - закон збереження імпульсу сили. До нього також входитиме варіація швидкості. По суті, вона визначається середнім значенням квадрата швидкості.

Якщо помножити кінетичне рівняння на квадрат швидкості та потім проінтегрувати, то отримаємо рівняння для середнього значення квадрата швидкості. Звідки можна отримати рівняння для варіації швидкості, до якого входитиме середнє значення куба швидкості.

Доводиться в певний момент перетворень замикає цей ланцюжок, виходячи з додаткових фізичних міркувань та аналізу процесу, формулюючи певні гіпотези. Це можуть бути результати експерименту. Для замикання моментного ланцюжка приходиться вводити певні співвідношення. Ці співвідношення служать додатковими рівняння між величинами, що входять у ці рівняння. Так, для газу в залежності від цих

співвідношень виходить модель ідеального газу або модель в'язкого теплопровідного газу – тобто модель Нав'є-Стокса.

Слід зазначити, що є також моделі, проміжні між кінетичними і гідродинамічними моделями. Це так звані мезоскопічні моделі.

У зв'язку з вище приведеним доречно зауважити, що класичним завданням статистичної фізики є дослідження переходу від рівняння Больцмана до рівнянь гідродинаміки або газодинаміки.

Проте центральним місцем залишається проблема замикання моментного ланцюжка для розв'язування рівняння Больцмана.

Відповідно широке розповсюдження отримали моделі транспортних потоків, які будуються на основі гідродинамічної аналогії цих стисливих потоків.

Однією з перших макроскопічних моделей є модель Лайтхілла–Уізема–Ричардса (LWR). В ній потік автомобільних транспортних засобів розглядається як одномірний потік стислої рідини. В моделі LWR приймається, що існує взаємний однозначний зв'язок між швидкістю та густиною потоку, та виконуються закони збереження маси.

Потім з'явилися і інші макроскопічні моделі, що ґрунтувалися на аналогах транспортного потоку гідродинамічними особливостям течії стислої рідини. Це модель Танака, Уізема, Пейна та інші. В 1995 році з'явилася модель Хельбінга–Ейлера–На'є-Стокса. В цій моделі до системи рівнянь Пейна додається третє рівняння, що відображає закон збереження енергії для варіації швидкості. В друге рівняння (закон збереження імпульсу) вводиться додаткова складова що дозволяє враховувати варіацію швидкості. Слід відмітити, що для системи рівнянь Нав'є-Стокса не відомо, як поставити початкову крайову задачу Коші, щоб глобальний розв'язок був єдиним при всіх значеннях часу. За вирішення цієї проблеми математичний інститут Клея США в 2000 році призначив премію в один мільйон доларів

Загальним фактом відмінностей гідродинамічних моделей транспортних потоків від відповідних гідродинамічних аналогів полягає в записі правої частини рівнянь. Це відноситься до коректного запису, як правило, гіперболічних систем рівнянь та їх дифузійних аналогів.

Слід зауважити, що складнощі, які виникають при опису динаміки транспортного потоку схожі зі складнощами, що виникають при описі турбулентного руху стислої рідини [6].

Використання математичного моделювання для дослідження динаміки транспортних потоків є ефективним інструментом для підвищення пропускної спроможності автомагістралей та підвищення безпеки руху. Розробка математичних моделей транспортних процесів є актуальним та важливим завданням. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та створення програмного забезпечення для дослідження динаміки транспортних потоків.

Для моделювання динаміки транспортних засобів на дорожній мережі використано систему рівняння Нав'є-Стокса записаних в двовимірній системі координат.

Дорожня мережа в загальному випадку має складну геометричну форму. У зв'язку з цим застосовуємо криволінійну систему координат.

Так як дорожня мережа має складну геометрію вихідну систему диференціальних рівнянь записано в наступному вигляді:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} = 0, \quad (1)$$

де Q – вектор невідомих змінних; E, F – вектори нев'язких потоків;

Вектори Q, E, F , визначаються наступними співвідношеннями

$$Q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix}, E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \end{bmatrix}, F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$ – метричні коефіцієнти, $J = \partial(\xi, \eta) / \partial(x, y)$ – якобіан перетворення координат, u, v – складові вектора швидкості транспортного потоку, ρ – щільність транспортного потоку, $U = \xi_x u + \xi_y v$, $V = \eta_x u + \eta_y v$ – контраваріантні складові вектора швидкості транспортного потоку p – тиск.

Вважалося, що компоненти вектори теплових та в'язких потоків не впливають на динаміку транспортного потоку. Транспортний потік розглядається, як аналог потоку стисливої рідини. Проте певними фізичними явищами, що характерні для стисливої рідини в деякому наближенні можна знехтувати. В розробленій методиці не враховується рівняння енергії, тензори напружень та вектори теплових потоків. Виходячи з залежності співвідношення для тиску її записано як функцію від густини потоку $p = f_p \cdot \rho$.

Для числового розв'язування системи рівнянь використано метод контрольного об'єму. Основні засади методу контрольного об'єму (МКО) полягають в тому, що розглядаються класичні рівняння балансу деякої величини Q в контрольному об'ємі, обмеженому поверхнею $S = \sum S_k$ з зовнішньою нормаллю \vec{n} .

Отримана система алгебраїчних рівнянь розв'язувалася методом Ейлера. Розроблена методика, алгоритм та програмне забезпечення тестувалося на ряді стандартних задач. Таким чином для прогнозування транспортних потоків роблено методику розрахунку, алгоритм та написано програмне забезпечення. Для апроксимації конвективних складових вихідного рівняння переносу імпульсу використано модифіковану протипотокову схему. Відповідно, розроблено механізм апроксимації значень шуканих функцій на гранях контрольного об'єму, який гарантує уникнення некоректних негативних швидкостей транспортних засобів. Алгоритм розроблено таким чином, щоб забезпечити виконання законів збереження. Фізичні процеси формування тензору напружень динаміки стисливої рідини відрізняються від фізичних процесів в потоці автомобільних транспортних засобів. Ця особливість враховувалась при розробці математичної моделі транспортного потоку.

Програмне забезпечення написано автором на мові програмування Fortran-95. За результатами проведених числових розрахунків отримано залежності інтенсивності руху транспортних засобів як функцію від густини потоку.

Таким чином в роботі розглянуто задачу моделювання транспортного потоку автомобільних транспортних засобів. Для опису фізичного процесу використано систему рівняння Нав'є-Стокса. Розроблено методику, алгоритм розв'язування задачі, та програмне забезпечення. Для числового інтегрування системи диференціальних рівнянь використано скінченно-об'ємний метод. Проведено тестування розробленої методики. За результатами числових розрахунків побудовано фундаментальну діаграму транспортного потоку.

Перелік використаної літератури

1. Lighthill M. J., Whitham G. B. On kinematic waves. II. Theory of traffic flow on long crowded roads // Proc. R. Soc. London, Se. A. 1955. V. 229. P. 281–345.
2. Richards P. I. Shock Waves on the Highway // Oper. Res. 1956. V. 4. P. 42–51.
3. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
4. Хейт Ф. Математическая теория транспортных потоков. М.: Мир, 1966.
5. Дрю А. Теория транспортных потоков и управление ими. “Транспорт”, 1972. 424 с.

6. Сохацький А. В. Теоретичні основи створення аеродинамічних компонентів перспективних швидкісних транспортних апаратів: дис. доктора технічних наук: 05.07.01. Дніпропетровськ. 2010. 364 с.

УДК 504.05

ВІЙСЬКОВІ ТРАНСПОРТНІ ВИКИДИ

Твердохлебова Н.С., PhD, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», e-mail: natatv@ukr.net,

Євтушенко Н.С., к.т.н., доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», e-mail: natalya0899@ukr.net

За даними аналітичного центру KSE Institute з початку повномасштабної війни станом на січень 2024 в Україні було зруйновано 18 аеропортів, розбомблено або пошкоджено понад 100 залізничних вокзалів, щонайменше 350 мостів та шляхопроводів, понад 25 тисяч кілометрів автомобільних доріг. Найбільш значні руйнування зазнали прифронтові регіони на сході та півдні України. Внаслідок бойових дій та ворожих нападів нанесено величезних збитків українському сільському господарству, знищено понад третину економічно важливого сектору, зокрема 160 000 сільськогосподарських машин та обладнання.

Міжнародні дослідники аналізують шкоду, завдану навколишньому середовищу, фіксують зміни клімату через викиди парникових газів внаслідок воєнних дій [1]. Під час досліджень клімату викиди будь-яких парникових газів перераховуються в CO₂-еквівалент. Розрахунок ґрунтується на передбачуваній середній ціні CO₂ у розмірі 64 доларів за тону еквівалента CO₂ – так званій «тіньовій ціні на викиди вуглецю», яку Світовий банк і Європейський банк реконструкції та розвитку також використовують як основу для своїх розрахунків. За останні два роки війни було вироблено від 180 до 200 мільйонів тонн CO₂ екв.

З іншого боку дані про військові викиди парникових газів часто неповні, приховані в загальних категоріях або взагалі не збираються. На початку війни мільйони українців стали біженцями. Їхнє переміщення призвело до збільшення викидів вуглецю на понад 1 млн 300 тис тонн CO₂ екв. Необхідно зазначити, що понад 40% усіх викидів були спричинені транспортними засобами, які поверталися порожніми.

Зазначимо, що значним вкладом є викиди від виробництва військової продукції - від зброї до транспортних засобів та будівель. Викиди від виробництва різної військової продукції в 5,8 разів перевищують експлуатаційні викиди військових [2].

Найбільша частка викидів (32% шкідливих для клімату викидів, пов'язаних із війною) припадає на реконструкцію зруйнованих будинків, інфраструктури та промислових об'єктів, транспортних систем, енергетичних і сільськогосподарських об'єктів. Для відновлення або ремонту зруйнованих будівель, транспортних шляхів і промислових об'єктів необхідні енергоємні будівельні матеріали, такі як цемент, бетон і сталь, які також необхідно транспортувати.

Значний вплив на забруднення навколишнього середовища нафтопродуктами належить транспорту, який використовує похідні нафти в якості пального [3]. Так, 25% від загального обсягу викидів припадає на використання військової техніки. Танки, бойові машини, бронетехніка та інші військові транспортні засоби та літаки використовують величезну кількість дизельного пального та гасу, які спричиняють викиди парникових газів і кліматичні наслідки, пов'язані із війною.

Склалася критична ситуація із закупівлями матеріалів для ремонту колійного господарства, що безпосередньо загрожує безпеці руху та призводить до аварій на залізничному транспорті [4]. Знищені машини і транспортні засоби, які потребують заміни,