

## **ВИКОРИСТАННЯ ЕНЕРГИТИЧНОЇ ТЕОРІЇ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ ОПТИМАЛЬНИХ (ЗА ВИТРАТОЮ МАТЕРІАЛУ) МЕТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ**

*Мелещенко Р.М. ДМ-51-22, Нагієв Алі Мурадхан огли ДМ-51-22  
Науковий керівник: к.т.н., доц. кафедри МКБМ Бережна К.В.  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет*

Останнім часом, проблеми оптимізації конструкцій привертають велику увагу і їм присвячене значна кількість робіт, опублікованих головним чином в останні 15-20 років [1]. На основі оптимального проектування досягається значне зниження ваги конструкцій та поліпшення її механічних характеристик.

Проблеми оптимального проектування мають і теоретичне значення. Становить інтерес дослідження нових класів математичних задач у цій області, урахування при оптимальному проектуванні різних фізичних факторів, розробка ефективних методів оптимізації. Відшукування оптимальних форм і структури пружних тіл наштовхується на серйозні математичні труднощі. Так, у ряді випадків оптимальне проектування зводиться до рішення варіаційних задач з невідомими границями й ігровими задачами оптимізації, для яких відсутні регулярні методи дослідження.

Звичайно в теорії оптимального проектування конструкцій передбачається що зовнішні впливи, умови закріплення і властивості матеріалу конструкції відомі точно. Ставиться задача відшукування форми і внутрішньої структури конструкції, що доставляють мінімум (чи максимум) заданому критерію якості. Розшукується форма конструкції і її внутрішня структура, що оптимізує критерій якості й забезпечує задоволення міцнісних і геометричних обмежень для всіх можливих реалізацій сил і інших зазначених вище факторів.

У теорії оптимального проектування вивчаються питання найкращого вибору силової схеми, форми, властивостей матеріалів і умов роботи

конструкції, досліджуються загальні закономірності екстремальних рішень і розвиваються ефективні методи оптимізації. У результаті досліджень по оптимальному проектуванню з'ясовуються граничні можливості поліпшення конструкцій, оцінюється якість традиційних (неоптимальних) споруджень і виявляються найбільш ефективні способи їхнього удосконалювання. Теорію оптимального проектування відрізняє широка розмаїтість постановок задач.

При оптимальному проектуванні конструкцій прагнуть застосовувати розрахункові схеми, що дозволяють єдиним образом визначити як істотні величини напружено-деформованого стану, так і шукані перемінні проектування. Однак цього не завжди вдається досягти через відсутність точної інформації про зовнішні впливи, недосконалостей виготовлення виробу, розкиду параметрів, що характеризують матеріал конструкції й інших факторів неповноти інформації. Для адекватної схематизації в цій ситуації доцільне зм'якшення вимог до точності опису реального об'єкта і прийняття або схеми розрахунку конструкції на найгірший випадок, або схеми стохастичного опису конструкції. Це так називані гарантований і ймовірнісні методи.

У теорії оптимального проектування різні ситуації виникають у залежності від того, чи проектується традиційна принципово нова конструкція. У першому випадку мається корисна інформація про прототипи, і накопичений досвід може використовуватися у виді "опорних" рішень і початкових наближень для процесу оптимального проектування. У цьому випадку незначне число параметрів проектування є шуканим, і оптимізація конструкції сполучена з обрахуванням порівняно невеликого числа варіантів. В другому випадку конструкція характеризується великим числом параметрів проектування і процес оптимізації зв'язаний з розглядом значного числа припустимих варіантів (проектів).

Вага - одна з основних характеристик конструкції, і тому в більшості робіт з оптимального проектування цей функціонал або розглядається в якості критерію якості, що оптимізується, або фігурує серед інших прийнятих

обмежень. Вага конструкції характеризує як витрата матеріалів, необхідних для її створення, так і деякі її експлуатаційні властивості. Наприклад, збільшення ваги конструкцій літальних апаратів приводить не тільки до збільшення кількості матеріалів, що йдуть на виготовлення конструкції, але і до більшої витрати палива при польоті, погіршенню ряду інших літних характеристик.

Задачі мінімальної ваги конструкції при обмеженнях по міцності, а також родинні їм задачі граничного зниження концентрації напруг при виконанні ізопериметричних умов на кількість застосовуваного в конструкції матеріалу є основними в теорії оптимального проектування. Ці задачі виникають як при проектуванні традиційних конструкцій, так і при розробці унікальних виробів.

Однак дослідження питань про граничні можливості зниження концентрації напруг для тіл кінцевих розмірів наштовхується на серйозних математичних труднощів. Тому дослідження даних питань ведеться на основі чисельних методів.

Важливу роль у теорії оптимізації проектування грає поняття рівномірності. Це поняття зв'язане з представленнями про одночасне вичерпання міцності і несучої здатності всіма частинами конструкції. Вимозі відсутності резервів міцності й одночасного руйнування всіх частин конструкції асоціювалося на практиці проектування з умовами мінімальної ваги й інтуїтивно сприймалися як критерій оптимальності. Принцип рівномірності має важливе значення і для сучасних робіт із проектування. З використанням принципу рівномірності проблема оптимального проектування істотно спрощується і зводиться до рішення деяких "зворотних" задач теорії пружності.

Часте поняття оптимізації і рівномірності розглядається як еквівалентні. Однак ці поняття далеко не завжди виявляються тотожними. Умови оптимальності є більш загальними в порівнянні з критерієм рівномірності. Доказу оптимальності рівномірних проектів отримані лише при

накладенні ряду додаткових вимог і за умови, що несуттєвими є обмеження на твердість і стійкість конструкції, а також на деякі її динамічні характеристики.

Підходи до оптимізації конструкцій, засновані на методах оптимізації систем з розподіленими параметрами і варіаційним численням, дозволяють при континуальній постановці проблеми проектування провести аналіз чутливості й одержати оптимальне рішення. Ці підходи добре сполучаються з такими методами прямого розрахунку напружено-деформованого стану конструкції (НДС) як метод кінцевих елементів (МКЕ) і метод граничних інтегральних рівнянь (ГІР). Викладаючи далі МКЕ і ГІР, насамперед маємо на увазі їхнє застосування при проектуванні форм пружних тіл, коли відшуканню підлягає сама форма області, де визначені рівняння рівноваги.

Ефективним є використання МКЕ в алгоритмах послідовної оптимізації. У цих алгоритмах побудова поліпшуючих варіацій форми засновано на співвідношеннях аналізу чутливості, що апроксимовані кінцево-різницевиими вираженнями й адаптовані до чисельних схем розрахунку НДС. Вибір апроксимованого представлення співвідношень аналізу чутливості погоджений з видом базисних функцій у прямій задачі розрахунку НДС і крайовій задачі розрахунку сполучених перемінних.

Алгоритм МКЕ в сполученні з алгоритмом послідовної оптимізації реалізовані у виді програми, що виявляє на кожному кроці наступні операції:

- 1) тіло, що деформується, автоматично розбивається на кінцеві елементи, тобто генерується сітка кінцевих елементів;
- 2) відповідно до виду кінцевих елементів формується матриця твердості, вектор правих частин і виконується розкладання матриці твердості на дві трикутні;
- 3) визначаються переміщення, напруги, деформації і формується вектор правих частин сполученої системи;
- 4) за допомогою розкладань на дві трикутні матриці твердості визначаються сполучені перемінні;

5) будується поліпшуюча варіація границі і визначається нова форма конструкції.

Знання переміщень і напружень у внутрішніх крапках тіла представляється корисним, оскільки ця інформація використовується для повного аналізу конструкції. Але при побудові оптимальних форм конструкцій у ряді випадків знання цих величин може і не знадобитися. Це порозумівається тим, що для широкого кола проблем у формулах аналізу чутливості й умовах оптимальності фігурують тільки граничні значення функцій стану і сполучених перемінних. Для розрахунку НДС у таких задачах доцільно використовувати методи граничних інтегральних рівнянь (ГІР) і граничних елементів (МГЕ). Застосування МГЕ, заснованого на ГІР, дозволяє істотно скоротити обсяг обчислень, виконуваних при використанні МКЕ і варіаційно-різницевого методів. Метод граничних інтегральних рівнянь заснований на зведенні крайових задач для диференціальних рівнянь до інтегральних рівнянь на границі області. Розмірність вихідної задачі при цьому знижується на одиницю.

При рішенні задач оптимального проектування з застосуванням варіаційно-різницевого методів і методу кінцевих елементів функції, що описують напружено-деформований стан, перемінні обчислюються для всіх елементів, тобто у всьому обсязі конструкції.

У останні роки оптимальне проектування конструкцій стає частиною загальної теорії систем і як слід з'являються нові підходи до вирішення питання оптимізації (енергетична теорія, яка пропонується у роботах проф. Василькова В.Г. [2], стверджує що для конструкції с *постійним об'ємом матеріалу* при зміні конфігурації конструкції потенційна енергія деформації зменшується). Однак економія енергії системи, не є важливим критерієм оптимізації [1], цікавішим в роботах Шмуклера В.С, є отримання залежність потенційної енергії системи і витрат матеріалу на конструкцію.

Для визначення цієї залежності нами було проведено розрахунок деяких існуючих металевих конструкцій, котрими можна перекрити

однаковий проліт. Кожна конструкція підбиралась таким чином щоб прогин що виникає в конструкціях був однаковим, тому що розрахунок прогинів у металевих конструкціях є важливим питанням.

Всі розрахунки проводилися з допомогою програмного комплексу «Ліра» [3].

В результаті розрахунків було отримано чотири види конструкцій з індивідуальними перерізами стержнів, а як слід зі своєю вагою. Розрахунок енергії деформації системи проводили по таким формулам:

для балки

$$U = \frac{M^2 \cdot L}{2EI}$$

для арки

$$U = \frac{M^2 \cdot L}{2EI} + \frac{N^2 \cdot L}{2EA}$$

для ферм

$$U = \frac{N^2 \cdot L}{2EA}$$

1) Балка



Рисунок 1 – Розрахункова схема балки

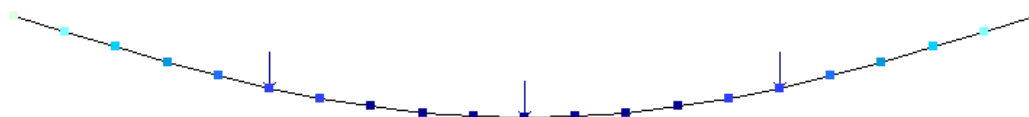


Рисунок 2 – Деформації отримані в балці

По розрахунку балка має переріз що складається з двох балок 90Б2 загальною масою 7696,8кг. Потенціальна енергія дорівнює 1,9882.

## 2) Арка

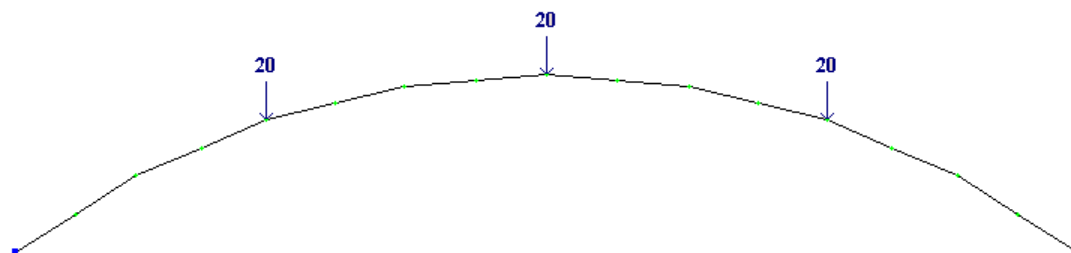


Рисунок 3 – Розрахункова схема арки

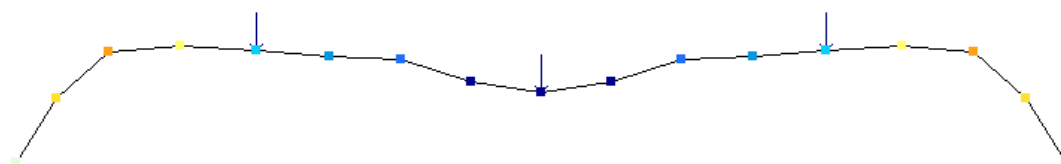
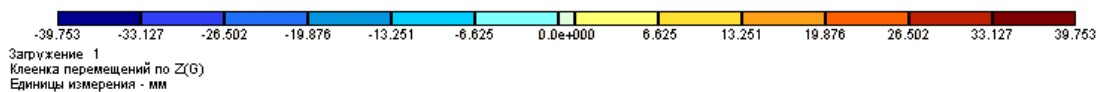


Рисунок 4 – Деформації отримані в арці

По розрахунку арка має переріз що складається з двох балок 18Б1 загальною масою 749,1кг. Потенціальна енергія дорівнює 3,33.

## 3) Ферма з паралельними поясами

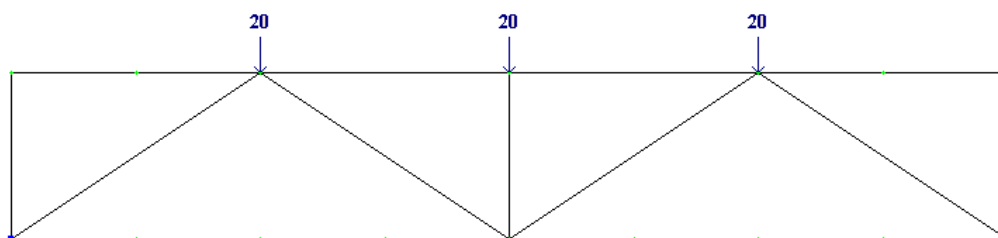


Рисунок 5 – Розрахункова схема ферми з паралельними поясами

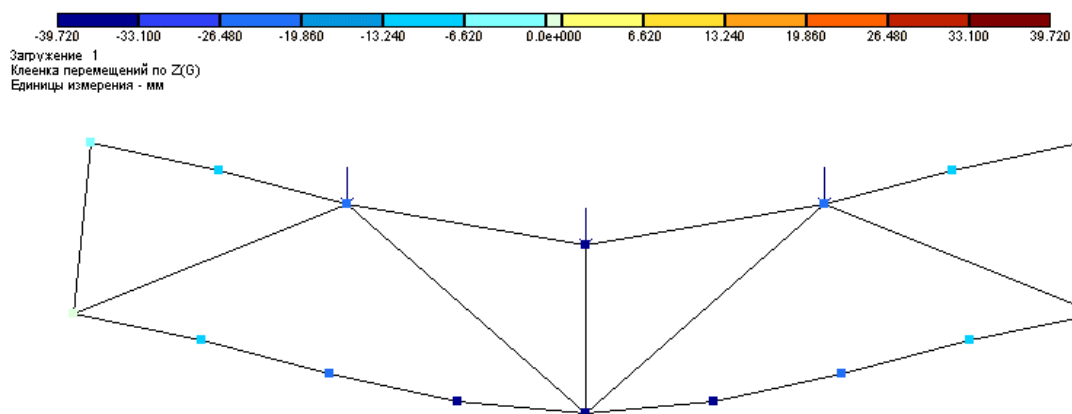


Рисунок 6 – Деформації отримані у фермі

По розрахунку ферма має переріз що складається з кутиків 120x8 загальною масою 1365,6кг. Потенціальна енергія дорівнює 3,21789

#### 4) Арочна ферма

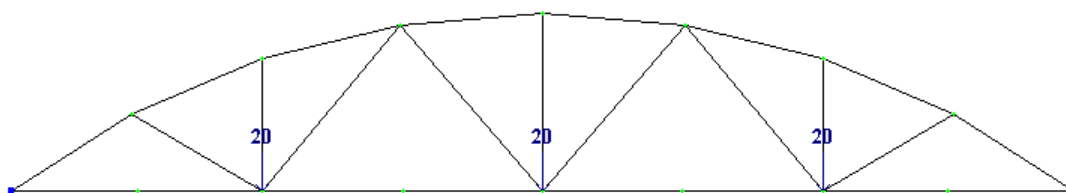


Рисунок 7 – Розрахункова схема арочної ферми

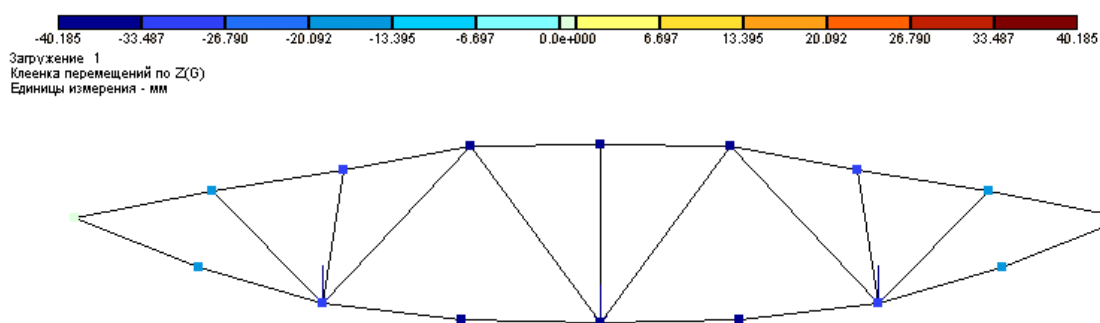


Рисунок 8 – Деформації отримані у фермі

По розрахунку ферма має переріз що складається: арки з кутиків 90x9, пояс, розкоси та підвіски з кутиків 70x7, загальною масою 1132,2кг. Потенціальна енергія дорівнює 2,97054.

Слідуючи з отриманих результатів можливо зробити висновок, що при більших витратах матеріалу потенційна енергія системи зменшується. Таки самі результати були отримані для залізобетонних конструкцій, що підтверджує достовірність отриманих результатів. Отримання такого результату дає можливість використовувати у подальших дослідженнях збільшення енергетичної енергії як критерію оптимальності з точки зору економії матеріалу.

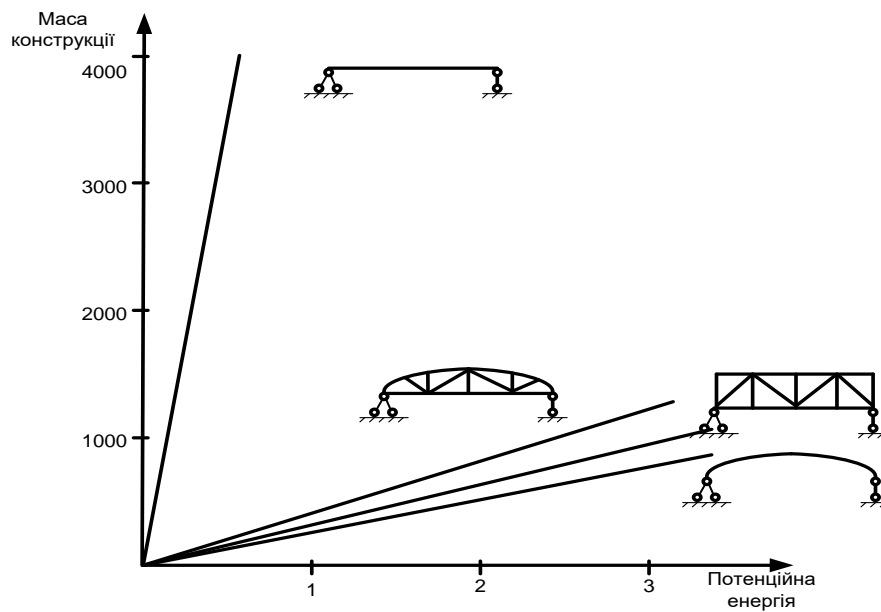


Рисунок 9 – Графік порівнянні залежності потенціальної енергії системи від ваги конструкцій різних типів.

### Перелік посилань

1. Бабаєв В.М., Бугаєвський С.О., Євель С.М., Євзеров І.Д., Лантух-Лященко А.І., Шеветовський В.В., Шимановський О.В., Шмуклер В.С. Чисельні та експериментальні методи раціонального проектування та зведення конструктивних систем. – К.:Вид-во «Сталь», 2017. – 404 с.
2. Васильков Г.В. Эволюционные задачи строительной механики (Синергетическая парадигма). Ростов на Дону: ИнфоСервис, 2003. 253с.
3. Городецький О.С. Комп'ютерні моделі конструкцій [Видання друге доповнене] / О.С. Городецький, І.Д. Євзеров – К. : "Факт", 2007. - 394 с.