Міністерство освіти і науки України

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Автомобільний факультет

Кафедра технічної експлуатації і сервісу автомобілів
ім. Говорущенка М.Я.

Назаров О.І.

Методичні вказівки до практичних робіт з дисципліни «Теорія та методи наукової творчості» для бакалаврів усіх форм навчання за освітньою програмою «Автомобільний транспорт» (7 семестр)

Харків – 2025

УДК 629.01

Назаров О.І. Методичні вказівки до практичних робіт з дисципліни «Теорія та методи наукової творчості» для бакалаврів усіх форм навчання за освітньою програмою «Автомобільний транспорт» (7 семестр). Харків: ХНАДУ, 2024. 35 с.

Методичні вказівки призначаються для роботи над практичним завданням здобувачами за спеціальністю 274 «Автомобільний транспорт» усіх форм навчання за освітньо-кваліфікаційним рівнем бакалавр з дисципліни «Теорія та методи наукової творчості», яку вивчають на четвертому курсі.

Дані методичні вказівки призначаються для практичних занять студентів за напрямом підготовки 274 «Автомобільний транспорт» денної форми навчання за освітньо-кваліфікаційним рівнем бакалавр з дисципліни «Теорія та методи наукової творчості», яку вивчають на четвертому курсі.

Методичні вказівки включають програму з дисципліни «Теорія та методи наукової творчості», вказівки до виконання практичних робіт і варіанти завдань до практичної роботи, розташовані на сайті https://dl2022.khadi.kharkov.ua/course/view.php?id=938.

Вихідні дані до практичних робіт приймаються студентом за табл. А.1 і табл.А.2 у відповідності до свого порядкового номера у електронному журналі.

Виконана робота надається викладачу на перевірку на курсі у «Завдання до ПР №». Після перевірки студент отримує повідомлення «зараховано. оцінка» або «не зараховано. доопрацювати». У останньому випадку студент доопрацьовує роботу, виправляючи вказані помилки, та повторно надсилає на перевірку.

У разі позитивної оцінки всіх робіт студент проходить підсумковий контроль за семестр з дисципліни ТМНТ.

Атестація студентів у 7-ому семестрі здійснюється за виконанням восьми поточних контролів за темами, куди входять питання з самостійної й практичної робіт, і заліку у формі тестування (див. «АТЕСТАЦІЯ З ДИСЦИПЛІНИ», «Залік з ТМНТ»).

1. ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

Програма дисципліни «Теорія та методи наукової творчості» містить тематичний план навчального (аудиторного) навантаження для студентів четвертого курсу, поданого у табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Тематичний план аудиторного навантаження студента (семестр 7)

№ теми	Назва тем (ЛК, ЛР, ПР, СЗ, СР)	Кількість годин	
		очна	заочна
1	ЛК Методи системного підходу до вирішення наукових і творчих задач	-	2
	ПР. Практична робота №1.	4	2
	СР Творчий процес теоретичних досліджень	4	4
2	ЛК	-	-
	ПР	-	-
	СР Методологія пошуку та вибору найкращих технічних рішень	4	4
3	ЛК	-	-
	ПР. Практична робота №2.	4	2
	СР Роль особистості в науково-технічній творчості	2	4
4	ЛК	-	
	ПР	-	-
	СР Життєвий цикл технічних об'єктів	1	4
5	ЛК	-	-
	ПР. Практична робота №3.	4	-
	СР Схема процесу вирішення творчої задачі	2	4
6	ЛК.	-	-
	ПР	-	-
	СР Інформаційно-пошуковий апарат комп'ютерних систем	1	4
7	ЛК	-	-
	ПР. Практична робота №4.	4	-
	СР. Види методології	2	4
8	ЛК	-	-
	ПР	-	-
	СР Етапи наукової творчості	1	4
9	ЛК	-	-
	ПР Практична робота №5.	4	-
	СР Застосування емпіричних методів досліджень.	2	4

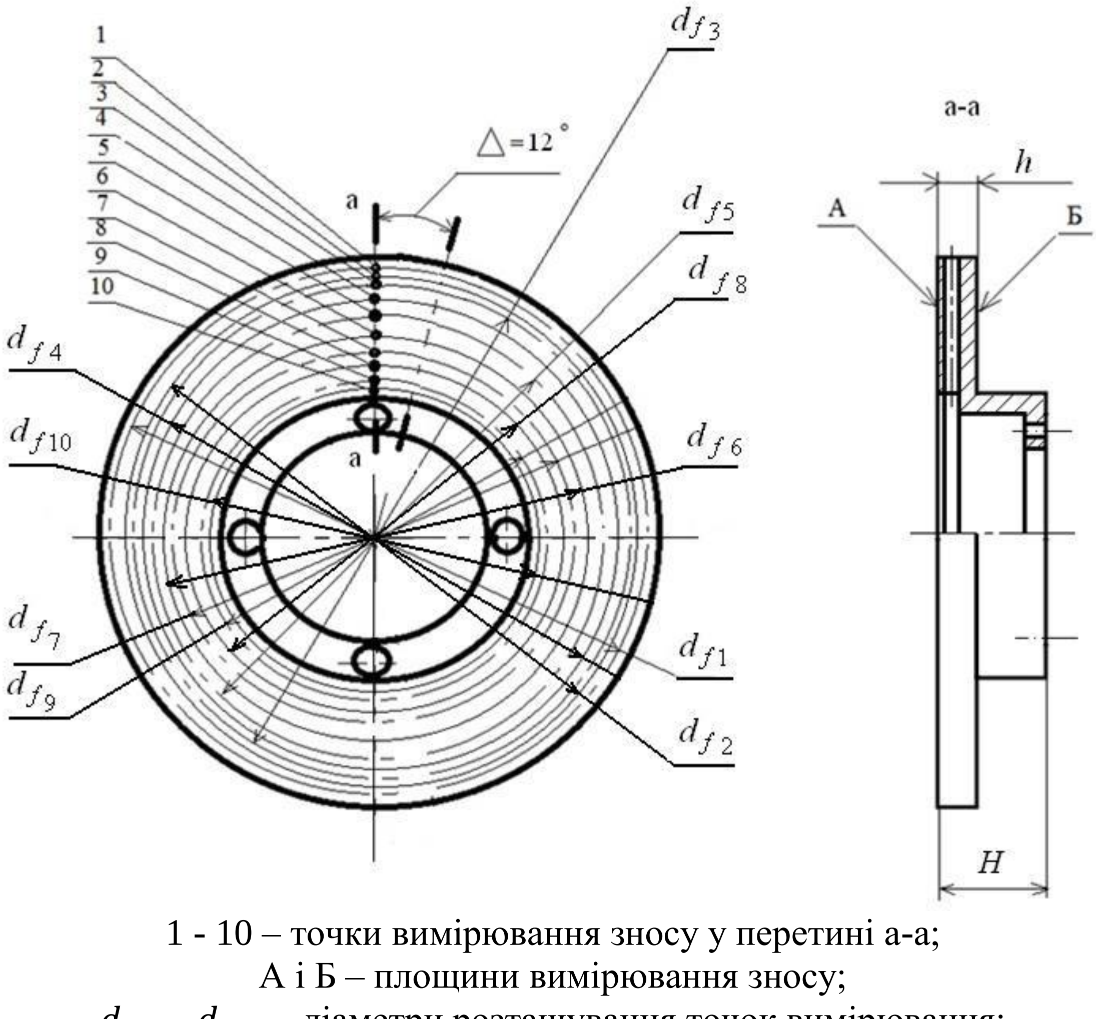
№ теми	Назва тем (ЛК, ЛР, ПР, СЗ, СР)	Кількість годин	
		очна	заочна
10	ЛК	-	-
	ПР	-	-
	СР Застосування основних законів математичної логіки	1	2
11	ЛК	-	-
	ПР Практична робота №6.	4	-
	СР Застосування методів психологічної активації творчоїдіяльності.	2	2
12	ЛК	-	-
	ПР	-	-
	СР Порядок застосування методів психологічної активаціїтворчої діяльності	2	2
13	ЛК	-	-
	ПР Практична робота №7.	4	-
	СР Застосування методу евристичних питань	2	4
14	ЛК	-	-
	ПР	-	-
	СР Оцінка ідей розв'язання творчої задачі	2	2
15	ЛК	-	-
	ПР. Практична робота №8.	4	-
	СР. Метод «букета проблем».	2	4
16	ЛК	-	-
	ПР	-	-
	СР Застосування математичних методів під час науковогодослідження.	2	2
Разом	**ЛК**	**-**	**2**
	ПР	**32**	**4**
	СР	**28**	**54**

2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

ПРАКТИЧНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ №1
Перевірка гіпотези про належність двох вибірок до однієї генеральної сукупності за *F*-критерієм Фішера

Мета роботи – опанувати методикою перевірки статистичних гіпотез про належать одній і тій же генеральній сукупності за *F*-критерієм Фішера.

Задача. На прикладі зносів гальмівних дисків (табл. А.1, рис. 1.1) необхідно встановити, чи можна вважати за наявності деяких відмінностей між величинами дисперсій досліджуваних вибірок, що дані вибірки належать одній і тій же генеральній сукупності.



1 - 10 – точки вимірювання зносу у перетині а-а;
А і Б – площини вимірювання зносу;
$d_{f1} - d_{f10}$ – діаметри розташування точок вимірювання;
Рисунок 1.1 – Схема вимірювання зносу гальмівного диску

ХІД РІШЕННЯ

1. Вибираємо дві вибірки з нормальної сукупності (табл. А.1).

2. Встановлюємо обсяг кожної вибірки n_1 і n_2 (див. табл. А.1).

3. Визначаємо дисперсії цих вибірок s_1^2 і s_2^2 відповідно за методикою практичної роботи №1, виконуваної в шостому семестрі [1].

4. Проводимо порівняння дисперсій і оцінюємо їх відмінність, застосовуючи F-критерій Фішера.

Порівняння дисперсій проводиться за їх відношенням [1-4]

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}. \tag{1.1}$$

У чисельнику завжди знаходиться найбільше значення дисперсії з двох досліджуваних вибірок.

5. Отримане значення F-критерія зіставляємо з критичним значенням $F_{1-\alpha/2}$ для заданого рівня значущості α і числа ступенів свободи $k_1 = n_1 - 1,\ k_2 = n_2 - 1$ [2].

6. У разі дотримання умови $F \le F_{1-\alpha/2}$ приймаємо нульову гіпотезу про рівність генеральних дисперсій $(s_1^2 = s_2^2)$.

В іншому випадку нульова гіпотеза відхиляється.

Контрольні питання та завдання

1. Чи можна вважати за наявності деяких відмінностей між величинами s_1^2 і s_2^2, що дані вибірки належать одній і тій же генеральній сукупності?

2. У чому полягає сутність методики перевірки статистичних гіпотез за рівністю двох вибіркових дисперсій за F-критерієм?

3. Як визначаються дисперсії досліджуваних вибірок?

4. Яку нульову та альтернативну гіпотези приймають під час дослідження вибірок за F-критерієм Фішера?

5. В яких випадках не допустимо користуватися F-критерієм?

6. Що враховують, коли отримане значення F-критерія зіставляють з його критичним значенням?

7. Використовуючи вихідні дані двох послідовних варіантів із табл. А.1, розпочинаючи з того, з яким співпадає порядковий номер студента за списком у журналі, кожний студент вирішує задачу із визначення величини F-критерія Фішера.

ПРАКТИЧНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ №2
Перевірка гіпотези про належність двох вибірок до однієї генеральної сукупності за *u*-критерієм Вілкоксона

Мета роботи – опанувати методикою перевірки статистичних гіпотез, що дані вибірки належать одній і тій же генеральній сукупності, за *u*-критерієм Вілкоксона.

Задача. Використовуючи *u*-критерій Вілкоксона, на прикладі зносів гальмівних дисків (табл. А.1), встановити, чи можна вважати за наявності деяких відмінностей між величинами x і y, які дають різні значення середніх ($\overline{x} \neq \overline{y}$), що дані вибірки належать одній і тій же генеральній сукупності.

ХІД РІШЕННЯ

1. Нехай є дві серії незалежних досліджень однорідних величин x і y. При цьому спостережені значення x_i і y_i дають різні значення середніх ($\overline{x} \neq \overline{y}$) або виявляють різні розсіювання.

Виникає питання, чи можна вважати ці розбіжності істотними або вони носять випадковий характер.

2. Нульова гіпотеза в даному випадку буде полягати в тому, що функції розподілу x і y тотожні, тобто вибірки належать одній і тій же генеральній сукупності.

3. Для перевірки цієї нульової гіпотези може бути використано u-критерій Вілкоксона, заснований на числі інверсій.

4. Досліджувані значення x і y у двох вибірках розташовують у загальну послідовність у порядку зростання, наприклад, у вигляді

$$y_1 < y_2 < x_1 < x_2 < y_3 < y_4 < y_5 < x_3 < y_6 < x_4, \tag{2.1}$$

де $x_1, \ldots, x_4$ – члени першої вибірки;
$y_1, \ldots, y_6$ – члени другої вибірки.

Якщо якому-небудь значенню x передує деяке y, то кажуть, що ця пара дає інверсію.

Якщо деякому значенню x_m передує n значень y, то це означає, що x_m має n інверсій.

Наприклад, у нашій послідовності x_1 дає дві інверсії, x_2 – те ж дві інверсії, x_3 – п'ять інверсій і x_4 – шість інверсій. Всього інверсій в нашій послідовності буде u = 15.

5. Будується область допустимих значень u за умови, що при обсягах $n > 10$ і кількості вибірок $m > 10$ число інверсій розподілено за нормальним законом з математичним сподіванням u

$$\bar{u} - S_u \cdot z_{1-\alpha/2} \le u \le \bar{u} + S_u \cdot z_{1-\alpha/2}, \tag{2.2}$$

$$\bar{u} = \frac{m \cdot n}{2}, \tag{2.3}$$

і дисперсією

$$S_u^2 = \frac{m \cdot n}{15}(m + n + 1), \tag{2.4}$$

де $z_{1-\alpha/2}$ – квантиль стандартного нормального розподілу, що знаходиться за табл. 2.1 [4].

6. Нульова гіпотеза приймається, якщо величина u потрапляє в область допустимих значень.

В іншому випадку – гіпотеза H_0 відхиляється.

7. Використовуючи вихідні дані із табл. А.1 до свого варіанту завдання кожний студент вирішує задачу із визначення величини u-критерія Вілкоксона.

Таблиця 2.1 – Значення $z_{1-\alpha/2}$ для критерія Вілкоксона

Рівень значущості, α	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
Нормована випадкова величина, $z_{1-\alpha/2}$	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягає нульова гіпотеза перевірки статистичних гіпотез за u-критерієм Вілкоксона?

2. Яка особливість перевірки двох серій незалежних досліджень однорідних величин за u-критерієм Вілкоксона?

3. На чому заснований u-критерій Вілкоксона для перевірки нульової гіпотези?

4. Якщо якому-небудь значенню x передує деяке y, то кажуть, що ця пара дає …

5. Нехай у деякій послідовності x_1 дає дві інверсії, x_2 – те ж дві інверсії, x_3 – п'ять інверсій і x_4 – шість інверсій. Скільки всього інверсій буде в даній послідовності?

6. За якої умови приймається нульова гіпотеза в даному разі?

7. Використовуючи вихідні дані двох послідовних варіантів із табл. А.1, розпочинаючи з того, з яким співпадає номер за списком у журналі, кожний студент вирішує задачу із визначення величини u-критерія Вілкоксона.

ПРАКТИЧНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ №3
Перевірка гіпотези про належність вибірок до однієї генеральної сукупності за критерієм Бартлета

Мета роботи – опанувати методикою перевірки статистичних гіпотез про належність вибірок до однієї генеральної сукупності за критерієм Бартлета.

Задача. Нехай маємо *m* вибірок рівних обсягів *n*, взятих з однієї генеральної сукупності, які мають нормальні розподіли. Необхідно перевірити гіпотезу про рівність (однорідність) цих вибірок за критерієм Бартлета.

ХІД РІШЕННЯ

1. Обчислити дисперсії вибірок S_1^2, S_2^2, …, S_m^2 за формулою, вказаною в практичній роботі №1 [1],

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 . \qquad (3.1)$$

2. За допомогою критерію Бартлета перевірити гіпотезу про те, що це розходження дисперсій вибірок носить випадковий характер, а отже, і дисперсії генеральних сукупностей, з яких взято вибірки, рівні між собою, тобто $S_1^2 = S_2^2 = \ldots = S_m^2 = S^2$.

Для цього обчислюють величини за формулами [2-4]

$$\chi^2 = \frac{2{,}3026}{c}\left[\left(\sum_{i=1}^{m} n_i - m\right)\lg S^2 - \sum_{i=1}^{m}(n_i - 1)\lg S_i^2\right], \qquad (3.2)$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(m-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m}\right); \qquad (3.3)$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m}(n_i - 1).S_i^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m}, \qquad (3.4)$$

де S_i^2 – вибіркова дисперсія, що визначається за формулою (3.1)$

4. Якщо справедлива нерівність $\chi^2 \le \chi_\alpha^2$ для рівня значущості α і числа ступенів свободи $k=n-1$ (табл. 3.1 [2]), то нульова гіпотеза однорідності ряду дисперсій підтверджується.

У разі $\chi^2 > \chi_\alpha^2$ нульова гіпотеза однорідності ряду дисперсій не підтверджується.

Таблиця 3.1 – χ2-критерій Бартлета. Відсоткові точки розподілу (P, ν)

ν	P = 95 %	P =99 %	ν	P = 95 %	P = 99 %
1	3.841	6.635	11	19.675	24.725
2	5.991	9.210	12	21.026	26.217
3	7.815	11.345	13	22.362	27.688
4	9.488	13.277	14	23.685	29.141
5	11.070	15.086	15	24.996	30.578
6	12.592	16.812	16	26.296	32.000
7	14.067	18.475	20	31.410	37.566
8	15.507	20.090	25	37.652	44.314
9	16.919	21.666	30	43.773	50.892
10	18.307	23.209	40	55.758	63.691

P1 — імовірність того, що оцінюване значення χ2 не перевищує табличне.
Це оцінюване значення розглядається як значуще (P1 = 95%) або високозначуще (P1 = 99 %).

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягає сутність перевірки статистичних гіпотез за критерієм Бартлета?
2. Яка особливість перевірки двох серій незалежних досліджень однорідних величин за критерієм Бартлета?
3. На чому заснований критерій Бартлета для перевірки нульової гіпотези?
4. Які умови повинні виконатись, щоб гіпотеза однорідності ряду дисперсій за критерієм Бартлета підтвердилася?
5. Використовуючи вихідні дані двох послідовних варіантів із табл. А.1, розпочинаючи з того, з яким співпадає номер за списком у журналі, кожний студент вирішує задачу із визначення величини критерія Бартлета.

ПРАКТИЧНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ №4
Перевірка гіпотези про належність двох вибірок до однієї генеральної сукупності за *G*-критерієм Кокрена

Мета роботи – опанувати методикою перевірки статистичних гіпотез про належність вибірок до однієї генеральної сукупності за критерієм Кокрена.

Задача. Нехай маємо m вибірок рівних обсягів n_i, взятих з однієї генеральної сукупності, які мають нормальні розподіли. Необхідно перевірити гіпотезу про рівність (однорідність) цих вибірок за критерієм Кокрена.

G-критерій Кокрена дещо менш значимий, але більш простий. Він використовується в разі рівної кількості елементів у всіх m вибірках.

ХІД РІШЕННЯ

1. Визначити дисперсії вибірок S_1^2, S_2^2, …, S_m^2 за формулою, вказаною в практичній роботі №1 [1],

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 . \tag{4.1}$$

2. Граничне значення дисперсії обчислюють за формулою [2-4]

$$\left[S_i^{\,2}\right] = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(n_i - 1\right)\cdot S_i^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m}, \tag{4.2}$$

де S_i^2 – вибіркова дисперсія, що визначається за формулою (4.1);

m – кількість досліджуваних вибірок ($m=2$).

3. Перевірка гіпотези однорідності дисперсій полягає в виконанні нерівності [2-4]

$$G_{\max} = \frac{\left[S_i^2\right]_{\max}}{\sum_{i=1}^{m} S_i^2} \le G_a , \tag{4.3}$$

де G_α – критичне значення критерію Кокрена (табл. 4.1).

4. При порівнянні його з критичним для рівня значущості α і числа ступенів свободи $k = m = g$ приймається рішення.

5. Якщо вказана нерівність виконується, то гіпотеза про належність двох вибірок до однієї генеральної сукупності приймається.

Таблиця 4.1 – Критерій Кохрена. Критичні точки статистики

Число степенів свободи, k →

n↓	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0,999	0,975	0,939	0,906	0,877	0,853	0,833	0,816
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633
4	0,907	0,768	0,684	0,629	0,590	0,560	0,637	0,518
5	0,841	0,684	0,598	0,544	0,507	0,478	0,456	0,439
6	0,781	0,616	0,531	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,397	0,373	0,354	0,338
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,319	0,304
9	0,639	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,290	0,277
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219
15	0,471	0,335	0,276	0,242	0,220	0,203	0,191	0,182
20	0,389	0,271	0,221	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягає сутність перевірки статистичних гіпотез за *G*-критерієм Кокрена?

2. Яка особливість перевірки двох серій незалежних досліджень однорідних величин за *G* -критерієм Кокрена?

3. На чому заснований *G* -критерій Кокрена для перевірки нульової гіпотези?

4. Які умови повинні виконатись, щоб гіпотеза однорідності ряду дисперсій за *G* -критерієм Кокрена підтвердилася?

5. Використовуючи вихідні дані двох послідовних варіантів із табл. А.1, розпочинаючи з того, з яким співпадає номер за списком у журналі, кожний студент вирішує задачу із визначення *G*-критерія Кокрена.

ПРАКТИЧНА РОБОТА ЗА ТЕМОЮ №5
Дослідження зв'язку між двома рядами вимірювань зносів

Умова. Перевірити гіпотезу відповідності нормальному закону розподілу результатів вимірювання зносів гальмівного диску у двох площинах тертя (табл. А.1, рис. 1.1) за W-критерієм Вілкоксона.

Хід рішення

Критерій W застосовують, коли мають обмежену кількість даних і може використовуватись для нормального, логарифмічно нормального і експоненціального розподілів [1-3].

Критерій W застосовується для обсягу вибірки n=3 - 50.

Найбільш часто при перевірці рівень значущості α приймається таким, що дорівнює 0,05.

1. Результати спостережень, параметра x, розташовують у графі 2 таблиці 5.1 в порядку зростання їх значень згори до низу.

2. У графу 4 таблиці 5.1 записують значення порядкового індексу j для j = 1–e в зворотному порядку (в порівнянні з i).

При цьому:

– якщо n – парне

$$e = \frac{n}{2}; \tag{5.1}$$

– якщо n – непарне

$$e = \frac{n-1}{2}. \tag{5.2}$$

3. Значення коефіцієнтів графи 5 таблиці 4.1 приймають за табл. 5.2.

4. У графу 7 записуються значення добутку величин графи 5 та графи 6 за табл. 5.2.

Таблиця 5.1 – Перевірка відповідності розподілу за критерієм *W*

Порядковий номер випадкової величини, *i*	Значення випадкової величини, x_i	Значення випадкової величини у квадраті, x_i^2	Зворотний порядковий індекс, *j*	Математичне очікування, a_{n-j+1}	Різниця випадкових величин, $x_{x-j+1} - x_j$	Добуток(5)×(6)
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	x_1	x_i^2	–	–	–	–
2	x_2	x_2^2	–	–	–	–
.	.	.	–	–	–	–
n-e+1	x_{n-e+1}	x^2_{n-e+1}	*e*	a_{n-e+1}	x_{n-e+1}-x_e	$a_{n-e+1}\times$ $\times(x_{n-e+1}$-$x_e)$
…	…	…	…	…	…	…
n-1	x_{n-1}	x^2_{n-1}	2	a_{n-1}	$x_{n-1} - x_2$	
n	x_n	x^2_n	1	a_n	$x_n - x_1$	
–	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$	$\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2$	–	–	–	$\sum\limits_{j=1}^{e} a_{n-j+1}\times$ $\times\left(x_{n-j+1} - x_j\right)$

5. Визначають характеристики

$$x^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}; \qquad (5.3)$$

$$b^2 = [\sum_{j=1}^{e} a_{n-j+1} \cdot \left(x_{n-j+1} - x_j\right)]^2. \qquad (5.4)$$

6. Визначають значення критерію

$$W = \frac{b^2}{x^2}. \qquad (5.5)$$

7. Порівнюють обчислене значення W з критичним значенням *W**, яке приймається за табл. 5.2.

Якщо $W \geq W^*$, то приймають, що дослідний розподіл відповідає нормальному, і навпаки, якщо $W < W^*$, то не відповідає нормальному закону.

Таблиця 5.2 – Значення коефіцієнта a_{n-j+1} і критичних величин критерію W^*

j	Коефіцієнт a_{n-j+1} при n, що дорівнює								
	3	4	5	6	8	10	12	14	16
1	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6052	0,5739	0,5475	0,5251	0,5056
2	–	0,1677	0,2413	0,2801	0,3164	0,3291	0,3325	0,3318	0,3290
3		–	–-	0,0875	0,1743	0,2141	0,2347	0,2460	0,2521
4				–	0,0561	0,1224	0,1586	0,1802	0,1939
5					–	0,0399	0,0922	0,1240	0,1447
6						–	0,0303	0,0727	0,1005
7							–	0,0240	0,0593
8								–	0,0196
9									–
α	Квантиль розподілу критерію W^*								
0,01	0,753	0,687	0,686	0,713	0,749	0,781	0,805	0,825	0,844
0,05	0,767	0,748	0,762	0,788	0,818	0,842	0,859	0,874	0,887
0,10	0,789	0,792	0,806	0,826	0,851	0,869	0,883	0,895	0,906

Примітка. Такі ж самі обчислення проводяться для y і усіх останніхфакторів x (якщо їх декілька).

Порядок виконання практичної роботи №5

1. Перед виконанням необхідних розрахунків слід ретельно ознайомитись з теоретичною частиною роботи.
2. Результати спостережень, наприклад параметра x, розташовують у графі 2 табл. 5.1 в порядку зростання їх значень згори вниз.
3. У графу 4 табл. 5.1 записують значення порядкового індексу j для j = 1–e в зворотному порядку (в порівнянні з i).
4. Визначити характеристики за формулами (5.3), (5.4).
5. За формулою (5.5) визначити значення критерію W.
6. Порівняти обчислене значення W з критичним значеннямW*, яке приймається за табл. 5.2.
7. Якщо $W \geq W^*$, приймають, що дослідний розподіл відповідає нормальному, і навпаки, якщо $W < W^*$, - не відповідає.

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягає сутність методики перевірки статистичних гіпотез за W-критерієм Вілкоксона?

2. З якою метою будується варіаційний ряд для досліджуваних вибірок?

3. Яку нульову та альтернативну гіпотези приймають під час дослідження вибірок за W-критерієм Вілкоксона?

4. В яких випадках не допустимо користуватися W-критерієм Вілкоксона?

5. Що враховують, коли отримане значення W-критерію Вілкоксона зіставляють з його критичним значенням?

6. Використовуючи вихідні дані свого варіанту роботи, обраного із табл. А.1 (дві вибірки: площина А і Б), з яким співпадає порядковий номер студента за списком у журналі, кожний студент вирішує задачу із визначення величини W-критерія Вілкоксона.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №6
Перевірка результатів вимірювання, які різко відрізняються, за G-критерієм Граббса

Мета – опанувати методикою Граббса перевірки результатів вимірювання, що різко відрізняються.

Умова. За даними вимірювання зносів гальмівного диску у двох площинах тертя А і Б (табл. А.1, рис. 1.1) перевірити за G-критерієм Граббса результати, що різко відрізняються.

ХІД РІШЕННЯ

1. Для перевірки результатів вимірювання середніх за обсягом ($9 \leq n \leq 25$) вибірок використовують G-критерій Граббса [2-5], який передбачає визначення вибіркового середнього $\overline{X}$ і вибіркового середнього квадратичного відхилення S за формулами практичної роботи №1 [1], надалі відкинувши із вибірки значення, що різко відрізняються.

2. Після цього визначають величину $G_\propto$ за формулою

$$G_\propto = \frac{|x_i - \overline{x}|}{S} \leq ESDcrit, \quad . \tag{22}$$

де x_i - значення варіаційного ряду, яке перевіряється.

3. Допустимі значення $G_\propto$ в залежності від рівня значущості α і числа членів варіаційного ряду n =7-60 наведено в табл. 6.1.

Таблиця 6.1 – Допустимі значення $G_\propto$-критерія Граббса (ESDcrit)

n	Рівень значущості				
	0,10	0,05	0,025	0,01	0,001
7	1.828	1.938	2.020	2.097	2.201
8	1.909	2.032	2.126	2.221	2.358
9	1.977	2.110	2.215	2.323	2.492
10	2.036	2.176	2.290	2.410	2.606
11	2.088	2.234	2.355	2.485	2.705
12	2.134	2.285	2.412	2.550	2.791
13	2.175	2.331	2.462	2.607	2.867
14	2.213	2.371	2.507	2.659	2.935
15	2.247	2.409	2.549	2.705	2.997
16	2.279	2.443	2.585	2.747	3.052
17	2.309	2.475	2.620	2.785	3.103

18	2.335	2.504	2.651	2.821	3.149
19	2.361	2.532	2.681	2.854	3.191
20	2.385	2.557	2.709	2.884	3.230
21	2.408	2.580	2.733	2.912	3.266
22	2.429	2.603	2.758	2.939	3.300
23	2.448	2.624	2.781	2.963	3.332
24	2.467	2.644	2.802	2.987	3.362
25	2.486	2.663	2.822	3.009	3.389
26	2.502	2.681	2.841	3.029	3.415
27	2.519	2.698	2.859	3.049	3.440
28	2.534	2.714	2.876	3.068	3.464
29	2.549	2.730	2.893	3.085	3.486
30	2.563	2.745	2.908	3.103	3.507
31	2.577	2.759	2.924	3.119	3.528
32	2.591	2.773	2.938	3.135	3.546
33	2.604	2.786	2.952	3.150	3.565
34	2.616	2.799	2.965	3.164	3.582
35	2.628	2.811	2.979	3.178	3.599
36	2.639	2.823	2.991	3.191	3.616
37	2.65	2.835	3.003	3.204	3.631
38	2.661	2.846	3.014	3.216	3.646
39	2.671	2.857	3.025	3.228	3.660
40	2.682	2.866	3.036	3.240	3.673
41	2.692	2.877	3.046	3.251	3.687
42	2.700	2.887	3.057	3.261	3.700
43	2.710	2.896	3.067	3.271	3.712
44	2.719	2.905	3.075	3.282	3.724
45	2.727	2.914	3.085	3.292	3.736
46	2.736	2.923	3.094	3.302	3.747
47	2.744	2.931	3.103	3.310	3.757
48	2.753	2.940	3.111	3.319	3.768
49	2.760	2.948	3.120	3.329	3.779
50	2.768	2.956	3.128	3.336	3.789
51	2.775	2.964	3.136	3.345	3.798
52	2.783	2.971	3.143	3.353	3.808
53	2.790	2.978	3.151	3.361	3.816
54	2.798	2.986	3.158	3.368	3.825
55	2.804	2.992	3.166	3.376	3.834
56	2.811	3.000	3.172	3.383	3.842
57	2.818	3.006	3.180	3.391	3.851
58	2.824	3.013	3.186	3.397	3.858
59	2.831	3.019	3.193	3.405	3.867
60	2.837	3.025	3.199	3.411	3.874

4. Якщо $G_{\propto} \leq ESDcrit$, то з імовірністю $P=1-\alpha$ можна стверджувати, що значення x_i варіаційного ряду є випадковим результатом і його відкидати не можна.

5. Якщо $G_{\propto} \geq ESDcrit$, то значення x_i, що різко відрізняється, є грубою помилкою і його слід відкинути.

6. При застосуванні даного методу, після виключення з вибірки значення, що різко відрізняється, немає необхідності повторного перерахунку характеристик $\bar{x}$ і S.

Контрольні питання та завдання

1. Яка особливість застосування методики перевірки результатів вимірювання, що різко відрізняються, за методом Граббса?

2. Якщо $G_{\propto} \leq ESDcrit$, то x_i є випадковим значенням і його не можна відкинути?

3. Якщо $G_{\propto} \geq ESDcrit$, то значенняx_i, що різко відрізняється, є грубою помилкою і його слід відкинути?

4. Чи є необхідність повторного перерахунку характеристик $\bar{x}$ і S при застосуванні методу Граббса?

5. Використовуючи вихідні дані двох послідовних варіантів із табл. А.1, розпочинаючи з того, з яким співпадає номер за списком у журналі, кожний студент вирішує задачу із визначення $G_{\propto}$-критерія Граббса.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №7
Перевірка однорідності вибірок за *Q*-критерієм Діксона і 3s-критерієм

Мета роботи – опанувати методикою перевірки статистичної гіпотези про однорідність досліджуваних вибірок за результатами вимірювання, значення яких різко відрізняються.

Задача. Припустимо, що з однієї і тієї ж генеральної сукупності вимірювання зносів гальмівних дисків (див. табл. А.1) взято дві вибірки, які мають величини x, які різко відрізняються від інших. Потрібно встановити, випадково чи не випадково вони відрізняються та чи можуть бути відхиленими, використовуючи критерій Діксона і 3s-критерій.

Короткі теоретичні відомості

Як було зазначено вище, значення середні арифметичні та середні квадратичні можуть бути визнані вірогідними, якщо жодна з варіант вибірки не обтяжена грубою похибкою, тобто якщо вибірка однорідна.

Причини появи у вибірці грубих похибок (outliers) можуть бути різні: недостатня кваліфікація персоналу, збої в роботі обладнання, нетипова неоднорідність зразка тощо.

Після виявлення грубих похибок, ці результати далі не використовуються під час розрахунку статистичних характеристик. Але про їх наявність має бути повідомлено, і причини їх появи мають бути з’ясовані.

У разі виявлення грубих похибок зазвичай передбачається нормальний розподіл варіант навколо середнього значення (Гаусса або його узагальнений варіант – Стьюдента).

Згідно з цим розподілом, будь-яке велике відхилення окремої варіанти (зокрема, і грубої похибки) від середнього значення має ймовірність, яка відрізняється від нуля.

Тому для виявлення грубих похибок ми повинні визначити якусь прийнятну для нас ймовірність (рівень значущості α) того, що варіанта належить до генеральної сукупності.

Якщо ймовірність нижче цього рівня значущості α, то вважається, що ця варіанта є грубою похибкою.

Зазвичай рівень $\alpha = 0.05$ вважають значущим, а $\alpha = 0.01$ — дуже значущим для того, щоб визнати варіанту грубою похибкою.

Зі зростанням обсягу вибірки (n) змінюються підходи до виявлення грубих похибок.

Тому (за обсягом) вибірки можна умовно поділити на:

– малі за обсягом ($n \le 8$) – за критерієм Діксона;

– середні за обсягом ($9 \le n \le 25$) – за критерієм Граббса;

– великі за обсягом ($n > 25$) – за 3s-критерієм.

Малі за обсягом ($n \le 8$) вибірки є типовими під час проведення контролю якості (особливо n = 3-5).

Зокрема, саме в таких межах варіюється кількість вимірювань під час проведення випробування на придатність датчиків кисню (λ-зондів).

Для цих вибірок наявність грубих похибок суттєво спотворює статистичні характеристики.

Тому перевірку однорідності малих вибірок і виявлення грубих похибок доцільно здійснювати без попереднього обчислення статистичних характеристик за критерієм Діксона (який зветься також Q-критерієм).

Середні за обсягом ($9 \le n \le 25$) вибірки зазвичай зустрічаються під час експлуатаційних досліджень, внутрішньо- і міжлабораторних тестувань тощо. Перевірку однорідності цих вибірок здійснюють після попереднього обчислення статистичних характеристик x і S, які в цьому разі є значно надійнішими, ніж для малих вибірок.

Для виявлення грубих помилок вибірок, середніх за обсягом, зазвичай використовують випробування Граббса.

Великі за обсягом ($n > 25$) вибірки зазвичай зустрічаються під час досліджень технології і міжлабораторних тестувань. Для них суттєвою стає ймовірність великих відхилень від середнього значення. Тому для вибірок такого обсягу доцільно використовувати 3s-критерій.

ХІД РІШЕННЯ

7.1 Критерій Діксона (Q-критерій)

Q-критерій ґрунтується на використанні розмаху варіювання R.

Критерій Діксона (Q-критерій) зазвичай використовують для малих вибірок ($n \le 8$), хоча дає коректні результати і для $n \le 10$.

1. Попередньо вибірку представляють у ранжованому вигляді

$$x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6 < x_7 < x_8 < x_9 < x_{10}. \qquad (7.1)$$

2. Для крайніх варіант x_1 і x_n, які припускаються такими, що випадають, розраховують значення розмаху варіювання R:

– для n=3 - 7

$$R = |x_1 - x_n| \qquad (7.2)$$

– для n=8 - 10

$$R = |x_1 - x_{n-1}|. \qquad (7.3)$$

3. Визначається Q-критерій відповідно:

– для n=3 - 7

$$Q_1 = |x_1 - x_2| / R \qquad (7.4)$$

– для n=8 - 10

$$Q_n = |x_n - x_{n-1}| / R. \qquad (7.5)$$

4. Вибірка визнається неоднорідною, якщо хоча б одне з обчислених значень Q_1 чи Q_n перевищує табличне значення $Q(n, \alpha)$, знайдене для рівня значущості α (див. табл. 7.1).

Таблиця 7.1 – Критичні значення однобічного контрольного критерія Діксона $Q(\alpha; n)$

n	P=0,90	P=0,95	P=0,99	
3	0,941	0,970	0,994	$Q1 = \lvert x_1 - x_2 \rvert /R$
4	0,765	0,829	0,926	
5	0,642	0,710	0,821	
6	0,560	0,625	0,740	
7	0,507	0,568	0,680	$Qn = \lvert x_n - x_{n-1} \rvert /R$
8	0,468	0,526	0,634	
9	0,437	0,493	0,598	
10	0,412	0,466	0,568	

5. Варіанти x_1 або x_n, для яких відповідне значення $Q > Q(n, \alpha)$, відкидаються, і для одержаної вибірки зменшеного обсягу виконують новий цикл обчислень за рівняннями (7.2)-(7.5), щоб перевірити її однорідність.

7.2 3s-критерій

1. Для вибірок, великих за обсягом (n>25), перевірку однорідності проводять також після попереднього обчислення статистичних характеристик x і S.

2. Водночас вибірка визнається однорідною, якщо для всіх варіант відхилення d_i задовольняє вимогам 3s-критерію

$$|d_i| \le 3 \times S. \tag{7.6}$$

де d_i– значення відхилень

$$d_i = x_i - \bar{x}. \tag{7.7}$$

3. Якщо вибірка визнана неоднорідною, варіанти, для яких $|d_i|>3\times s$, то останні відкидаються як обтяжені грубими похибками.

4. У такому разі для одержаної вибірки скороченого обсягу повторюють цикл обчислень статистичних характеристик за відповідними формулами і знову проводять перевірку однорідності.

5. Обчислення статистичних характеристик вважають закінченим, коли вибірка скороченого обсягу виявляється однорідною.

Контрольні питання та завдання

1. Яка особливість застосування методики перевірки результатів вимірювання, що різко відрізняються, за Q-критерієм Діксона?

2. Якщо $Q \le Q(\alpha, n-1)$, то варіанта, що є випадковим значенням варіаційного ряду, яке різко відрізняється, може бути відкинута?

3. Чи є необхідність визначення характеристик $\bar{x}$ і S при застосуванні Q-критерія Діксона?

4. В яких випадках слід користуватися критерієм Діксона ?

5. Що враховують, коли отримане значення критерія Діксона зіставляють з його критичним значенням?

6. В якому разі вибірка за 3s-критерієм визнається однорідною?

7. За яких умов застосовується 3s-критерій?

8. Чи повторюють цикл обчислень статистичних характеристик за 3s-критерієм для одержаної вибірки скороченого обсягу?

9. Використовуючи вихідні дані одного та трьох послідовних варіантів із табл. А.1, розпочинаючи з того, з яким співпадає номер за списком у журналі, кожний студент вирішує задачу з визначення Q-критерія та 3s-критерія відповідно.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №8
Вирішення системи лінійних рівнянь регресії зносу гальмівних дисків за допомогою EXCEL

Мета – опанувати методикою вирішення математичної моделі у вигляді системи лінійних рівнянь за допомогою EXCEL.

Задача. Нехай встановлено, що зв'язок між x і y існує для вибіркових значень зносів гальмівних дисків (тал. А.1) у вигляді системи рівнянь:

$$a1 * x1 + a2 * x2 + a3 * x3 = A$$
$$a1 * x1 + a2 * x2 + a3 * x3 = B$$
$$a1 * x1 + a2 * x2 + a3 * x3 = C$$

Вирішити систему рівнянь за допомогою EXCEL за наступних вихідних даних (табл. А.2):

$$2 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 41 \cdot x_3 = 16{,}9;$$
$$2 \cdot x_1 + 13 \cdot x_2 + 85 \cdot x_3 = 8{,}4$$
$$3 \cdot x_1 + 27 \cdot x_2 + 245 \cdot x_3 = 6{,}5.$$

ХІД РІШЕННЯ

8.1 Процес рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь в EXCEL виглядає так [5]:

– записати рівняння в матричній формі (матриця коефіцієнтів, помножена на вектор невідомих, рівняється відомому вектору правої частини рівняння);

– згорнути матрицю коефіцієнтів;

– помножити праву й ліву частини рівняння на матрицю, зворотну матриці коефіцієнтів;

– у результаті виконання третього кроку одержимо вектор, компонентами якого будуть шукані невідомі.

Рішення системи лінійних рівнянь існує тільки тоді, коли матриця її коефіцієнтів несингулярна. Це рівносильно тому, що матрицю коефіцієнтів можна згорнути тільки тоді, коли існує рішення системи лінійних рівнянь. Якщо ж рішення немає, то матриця такої системи буде сингулярною.

АЛГОРИТМ РІШЕННЯ

1. Розглянемо систему рівнянь із трьома невідомими.

2. Запишемо вихідну систему рівнянь у матричній формі [5]

$$[\text{Вих.}C.] = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 41 \\ 2 & 13 & 85 \\ 3 & 27 & 245 \end{bmatrix}.$$

3. Константи, що є у правих частинах рівнянь записують у вигляді вектора [5]

$$[\text{Пр.част.}] = \begin{bmatrix} 16{,}9 \\ 8{,}4 \\ 6{,}5 \end{bmatrix}.$$

4. Запишемо невідомі x_1, x_2 і x_3 у вигляді вектора невідомих $[X]$

$$[X] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

5. Наведені вище три рівняння для трьох невідомих запишемо у матричній формі

$$[\text{Обр.С}] \times [\text{Пр.част.}] = [X].$$

6. Електронна таблиця, в яку введемо матрицю [Вих.*C.*] буде виглядати так

	A	*B*	*C*	*D*	*E*
1	Система лінійних рівнянь (квадратна)				
2					
3	[Вих.*C.*]	2	9	41	
4		2	13	85	
5		3	27	245	
6					

8.2 Обіг матриці коефіцієнтів.

Операція обігу матриць застосовна тільки до квадратних матриць (тобто до матриць, у яких кількість рядків дорівнює кількості стовпців). Однак не для кожної квадратної матриці існує зворотна до неї матриця.

Щоб матрицю можна було згорнути, вона повинна бути несингулярною (*nonsingular*) [5].

Процедура обігу (*invert*) несингулярної квадратної матриці за допомогою функції масиву *МОБР*(*B3:D5*) наступна [5]:

– вводять матрицю, яку потрібно згорнути (у прикладі уведена раніше);

– указують місце для розміщення зворотної матриці і її правильний розмір (він повинен збігатися з розміром вихідної матриці);

– вводять функцію масиву *МОБР*(матриця) [у прикладі =*МОБР*(*B3:D5*)] в осередок початку згорнутої матриці [у прикладі це B7] і вказують за допомогою миші осередки, в яких утримується матриця;

– натискають комбінацію клавіш <*Ctrl+Shift+Enter*>, для введення матричної функції в усі осередки, відзначені при виборі розташування результуючої матриці.

1. За допомогою функції масиву *МОБР*(*B3:D5*) знаходять матрицю, зворотну матриці [Вих.*С.*].

B7		{=*МОБР*(*B3:D5*)}						
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
1	Система лінійних рівнянь (квадратна)							
2								
3	[Вих.*С.*]	2	9	41				
4		2	13	85				
5		3	27	245				
6								
7	[Обр.С]	3,179	-3,921	0,829				
8		-0,839	1,311	-0,314				
9		0,054	-0,096	0,029				
10								

8.3. Множення правої й лівої частин рівняння на матрицю, зворотну матриці [Вих.*C*.].

При множенні матриці [Обр.С] зворотній матриці [Вих.*C*.], на вектор [Пр.част.] одержимо рішення системи лінійних рівнянь.

1. Множення виконується з використанням функції *EXCEL* множення матриць

$$=МУМНОЖ(B7:D9;G3:G5).$$

Результати виконання дій наведено в таблиці.

*G*7		{=*МУМНОЖ*(*B*7:*D*9;*G*3:*G*5)}						
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
1	Система лінійних рівнянь (квадратна)							
2								
3	[Вих.*C*.]	2	9	41		[Пр.част.]	16,9	
4		2	13	85			8,4	
5		3	27	245			6,5	
6								
7	[Обр.С]	3,179	-3,921	0,829		[*X*1=]	26,1636	
8		-0,839	1,311	-0,314		[*X*2=]	-5,2168	
9		0,054	-0,096	0,029		[*X*3=]	0,2811	
10								

2. Таким чином, рішенням розглянутої системи лінійних рівнянь є такі значення невідомих

$$x_1 = 26,1636, \quad x_2 = -5,2168 \text{ і } x_3 = 0,2811.$$

3. Правильність знаходження коренів рівнянь перевіряють підстановкою їхніх значень у ліві частини системи вихідних лінійних рівнянь

$$2×26,1636 - 9×5,2168 + 41×0,2811 = 16,9011;$$
$$2×26,1636 - 13×5,2168 + 85×0,2811 = 8,4023;$$
$$3×26,1636 - 27×5,2168 + 245×0,2811 = 6,5067.$$

Рівність отриманих значень правих частин указує на правильність обчислення коренів заданої системи лінійних рівнянь.

Контрольні запитання та завдання

1. Як виглядає процес рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь в EXCEL?

2. Як записати рівняння в матричній формі (матриця коефіцієнтів, помножена на вектор невідомих, рівняється відомому вектору правої частини рівняння)?

3. Як згорнути матрицю коефіцієнтів?

4. Як помножити праву й ліву частини рівняння на матрицю, зворотну матриці коефіцієнтів?

5. У результаті виконання якого кроку одержимо вектор, компонентами якого будуть шукані невідомі?

6. В якому випадку існує рішення системи лінійних рівнянь?

7. Що значить, що матриця її коефіцієнтів несингулярна?

8. Якщо матрицю коефіцієнтів можна звернути тільки тоді, коли існує рішення системи лінійних рівнянь, то це рівносильно тому, що матриця …

9. В якому разі матриця такої системи буде сингулярною?

10. Яка процедура обігу (invert) несингулярної квадратної матриці за допомогою функції масиву МОБР(B3:D5)?

11. Як відбувається множення правої й лівої частин рівняння на матрицю, зворотну матриці [Вих.С.]?

12. На що вказує рівність отриманих значень правих частин заданої системи лінійних рівнянь?

13. Використовуючи вихідні дані свого варіанту із табл. А.2, розпочинаючи з того, з яким співпадає номер за списком, кожний студент приймає вихідні дані та вирішує задачу. Значення коефіцієнтів $a1$, $a2$ і $a3$ у кожному рівнянні системи приймаються відповідно до перших трьох послідовних варіантів, розпочинаючи з того, з яким співпадає його номер у журналі.

.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Назаров О.І. Програма, методичні вказівки до практичних занять і тестові питання для атестації з дисципліни «Теорія та методи наукової творчості» бакалаврів денного навчання зі спеціальності 274 «Автомобільний транспорт». – Харків: ХНАДУ, 2023. – https://dl2022.khadi.kharkov.ua/course/view.php?id=645.

2. Статистична обробка експериментальних даних: Навчальний посібник / О.П. Мельниченко, І.Л. Якименко, Р.Л. Шевченко. − Біла Церква, 2006.

3. Статистична обробка результатів експериментальних вимірювань: методичні рекомендації / В. П. Ржепецький. – Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2011.

4. Статистичні методи обробки результатів фізичного експерименту / І.М. Гасюк, Л.С. Кайкан. – Івано-Франківськ: Видавництво Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2011.

5. Математична статистика: Навчальний посібник / П.І. Бідюк, Б.П. Ткач, Т. Харрінгтон. – К.: ДП «Вид. дім «Персонал»», 2018. – 348с.

6. Методи обробки експериментальних даних з використанням MS Excel: Навчальний посібник / А.А. Горват, О.О. Молнар, В.В. Міңькович. – Ужгород: Видавництво УжНУ "Говерла", 2019.

7. Д.В. Снігур, О.М. Чеботарьов Метрологічні основи хімічного аналізу: курс лекцій. – Одеса: ОУН, 2021. – 106 с.

Таблиця А.1 – Вихідні дані до варіантів практичної роботи з ТМНТ

ТЕМА ПР	Точки вимірювання зносу	№ Варіанту														
		1–1	2–2	3–3	4–4	5–5	6–6	7–7	8–8	9–9	10–10	11–11	12–12	13–13	14–14	15–15
№*i*	1	1,99	1,94	1,92	1,94	2,01	2,01	2,10	2,03	2,07	2,05	2,08	2,08	2,07	2,11	2,10
	2	2,16	2,22	2,17	2,16	2,20	2,29	2,31	2,24	2,21	2,31	2,34	2,34	2,35	2,34	2,34
	3	2,12	2,36	2,28	2,20	2,22	2,28	2,29	2,25	2,26	2,38	2,46	2,40	2,32	2,49	2,33
	4	2,24	2,37	2,33	2,46	2,35	2,50	2,45	2,54	2,48	2,46	2,47	2,46	2,54	2,48	2,56
	5	2,39	2,42	2,35	2,47	2,47	2,53	2,43	2,50	2,43	2,52	2,53	2,57	2,52	2,62	2,51
	6	2,40	2,46	2,50	2,53	2,45	2,47	2,61	2,59	2,50	2,57	2,52	2,55	2,63	2,59	2,57
	7	2,54	2,51	2,42	2,54	2,53	2,54	2,58	2,53	2,58	2,60	2,61	2,56	2,62	2,49	2,55
	8	2,55	2,38	2,51	2,39	2,46	2,47	2,51	2,64	2,61	2,48	2,47	2,41	2,48	2,27	2,63
	9	2,39	2,23	2,29	2,17	2,28	2,24	2,26	2,49	2,40	2,29	2,33	2,28	2,32	2,29	2,48
	10	2,12	2,10	2,14	2,05	2,16	2,21	2,22	2,31	2,26	2,19	2,25	2,20	2,29	2,20	2,29
№*i+1*	1	1,92	1,93	1,90	1,98	1,85	1,87	1,84	1,83	1,82	1,85	1,79	1,82	1,81	1,92	1,88
	2	1,88	1,99	1,89	2,03	1,91	1,93	1,80	1,90	1,80	1,92	1,83	1,88	1,85	1,98	2,01
	3	2,03	2,10	2,08	2,15	2,07	2,03	2,00	2,03	1,99	2,00	2,00	2,02	2,01	2,11	2,05
	4	2,17	2,19	2,18	2,21	2,10	2,11	2,03	2,12	2,04	2,11	2,07	2,07	2,08	2,18	2,15
	5	2,22	2,25	2,19	2,26	2,12	2,14	2,10	2,13	2,11	2,15	2,08	2,12	2,12	2,22	2,09
	6	2,32	2,29	2,26	2,34	2,18	2,22	2,27	2,23	2,12	2,23	2,13	2,21	2,18	2,32	2,23
	7	2,34	2,31	2,35	2,40	2,29	2,19	2,24	2,25	2,23	2,22	2,24	2,23	2,22	2,31	2,26
	8	2,27	2,34	2,33	2,36	2,30	2,28	2,26	2,26	2,26	2,25	2,25	2,25	2,20	2,25	2,26
	9	2,27	2,25	2,23	2,26	2,26	2,20	2,19	2,19	2,18	2,18	2,21	2,18	2,14	2,18	2,19
	10	2,20	2,15	2,15	2,20	2,18	2,10	2,08	2,09	2,10	2,10	2,09	2,07	2,07	1,99	2,09

Продовження таблиці А.1

ТЕМА ПР	Точки вимірювання зносу	№ Варіанту														
		16–16	17–17	18–18	19–19	20–20	21–21	22–22	23–23	24–24	25–25	26–26	27–27	28–28	29–29	30–30
№*i*	1	2,10	2,08	2,07	2,12	2,04	1,85	1,78	1,64	2,04	1,99	2,05	2,21	2,03	1,99	2,02
	2	2,33	2,32	2,34	2,31	2,31	2,04	2,02	1,74	2,26	2,24	2,26	2,18	2,25	2,20	2,22
	3	2,21	2,47	2,29	2,54	2,26	2,07	2,03	1,84	2,26	2,22	2,25	2,30	2,29	2,21	2,18
	4	2,51	2,45	2,51	2,52	2,49	2,30	2,23	1,88	2,51	2,45	2,49	2,47	2,45	2,44	2,43
	5	2,48	2,53	2,64	2,58	2,48	2,29	2,24	2,05	2,44	2,45	2,45	2,44	2,54	2,42	2,41
	6	2,59	2,52	2,65	2,59	2,51	2,39	2,32	2,06	2,59	2,48	2,52	2,52	2,51	2,54	2,46
	7	2,57	2,57	2,46	2,44	2,56	2,37	2,33	2,17	2,57	2,49	2,51	2,56	2,57	2,55	2,54
	8	2,64	2,38	2,29	2,27	2,41	2,38	2,30	2,20	2,58	2,30	2,56	2,44	2,41	2,41	2,40
	9	2,47	2,29	2,28	2,26	2,23	2,26	2,15	2,16	2,22	2,22	2,39	2,25	2,22	2,29	2,21
	10	2,26	2,16	2,19	2,18	2,21	2,16	2,05	1,88	2,19	2,05	2,23	2,18	2,15	2,21	2,14
№*i+1*	1	1,85	1,96	1,93	1,92	1,91	1,89	1,81	1,78	1,74	1,85	1,70	1,90	1,98	1,91	1,91
	2	1,82	2,01	1,99	1,91	1,91	1,88	1,78	1,88	1,81	1,90	1,79	1,89	2,01	1,94	1,95
	3	2,02	2,09	2,12	2,15	2,10	2,09	1,99	2,00	1,95	2,03	1,92	2,06	2,12	2,12	2,09
	4	2,08	2,16	2,21	2,21	2,19	2,15	2,05	2,05	2,03	2,07	1,98	2,13	2,18	2,21	2,15
	5	2,12	2,25	2,22	2,24	2,17	2,17	2,06	2,07	2,06	2,09	1,99	2,12	2,21	2,22	2,17
	6	2,19	2,30	2,33	2,34	2,27	2,23	2,13	2,20	2,18	2,16	2,09	2,18	2,25	2,33	2,22
	7	2,26	2,38	2,35	2,35	2,33	2,27	2,22	2,21	2,20	2,20	2,14	2,28	2,35	2,32	2,26
	8	2,27	2,27	2,33	2,29	2,34	2,26	2,25	2,14	2,13	2,24	2,11	2,26	2,32	2,28	2,27
	9	2,20	2,11	2,27	2,20	2,28	2,21	2,20	2,08	2,04	2,23	2,06	2,20	2,27	2,21	2,22
	10	2,13	2,06	2,12	2,17	2,17	2,09	2,11	2,04	2,03	2,07	2,00	2,11	2,17	2,15	2,14

Примітки. Загальна кількість тем практичних робіт становить $i+1$=16, де i – виконувана практична робота.

Таблиця А.2 – Вихідні дані до варіантів практичної роботи №15 і №16 з ТМНТ

ТЕМА ПР	Значення коефіцієнтів у рівняннях	№ Варіанту														
		1–1	2–2	3–3	4–4	5–5	6–6	7–7	8–8	9–9	10–10	11–11	12–12	13–13	14–14	15–15
№15	$a1$	1,99	1,94	1,92	1,94	2,01	2,01	2,10	2,03	2,07	2,05	2,08	2,08	2,07	2,11	2,10
	$a2$	2,16	2,22	2,17	2,16	2,20	2,29	2,31	2,24	2,21	2,31	2,34	2,34	2,35	2,34	2,34
	$a3$	2,12	2,36	2,28	2,20	2,22	2,28	2,29	2,25	2,26	2,38	2,46	2,40	2,32	2,49	2,33
	A	16,9														
	B	8,4														
	C	6,5														
№16	$a1$	1,92	1,93	1,90	1,98	1,85	1,87	1,84	1,83	1,82	1,85	1,79	1,82	1,81	1,92	1,88
	$a2$	1,88	1,99	1,89	2,03	1,91	1,93	1,80	1,90	1,80	1,92	1,83	1,88	1,85	1,98	2,01
	$a3$	2,03	2,10	2,08	2,15	2,07	2,03	2,00	2,03	1,99	2,00	2,00	2,02	2,01	2,11	2,05
	A	218														
	B	83														
	C	21														

Продовження таблиці А.2

ТЕМА ПР	Значення коефіцієнтів у рівняннях	№ Варіанту														
		16–16	17–17	18–18	19–19	20–20	21–21	22–22	23–23	24–24	25–25	26–26	27–27	28–28	29–29	30–30
№15	$a1$	2,10	2,08	2,07	2,12	2,04	1,85	1,78	1,64	2,04	1,99	2,05	2,21	2,03	1,99	2,02
	$a2$	2,33	2,32	2,34	2,31	2,31	2,04	2,02	1,74	2,26	2,24	2,26	2,18	2,25	2,20	2,22
	$a3$	2,21	2,47	2,29	2,54	2,26	2,07	2,03	1,84	2,26	2,22	2,25	2,30	2,29	2,21	2,18
	A															
	B															
	C															
№16	$a1$	1,85	1,96	1,93	1,92	1,91	1,89	1,81	1,78	1,74	1,85	1,70	1,90	1,98	1,91	1,91
	$a2$	1,82	2,01	1,99	1,91	1,91	1,88	1,78	1,88	1,81	1,90	1,79	1,89	2,01	1,94	1,95
	$a3$	2,02	2,09	2,12	2,15	2,10	2,09	1,99	2,00	1,95	2,03	1,92	2,06	2,12	2,12	2,09
	A															
	B															
	C															

Примітка. Значення A, B, C приймаються додаючи до вихідних першого варіанту свій порядковий номер.