УДК 621.863

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ПУСКА ВИБРАЦИОННЫХ СИСТЕМ УРАВНОВЕШИВАНИЯ ГРУЗОПОДЪЁМНЫХ КРАНОВ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ДИНАМИЧЕСКИЕ ГАСИТЕЛИ КОЛЕБАНИЙ, ПРИ ПЕРЕХОДЕ ЧЕРЕЗ РЕЗОНАНС

Ю.В. Човнюк, доцент, к.т.н., К.И. Почка, доцент, к.т.н., М.Г. Диктерук, доцент, к.т.н., Киевский национальный университет строительства и архитектуры

Аннотация. *Осуществлена динамическая оптимизация режимов пуска вибрационных систем уравновешивания грузоподъёмных кранов, которые используют динамические гасители колебаний, в процессе перехода через резонанс указанных кранов. Определены необходимые условия минимизации колебаний крановых систем и закон их движения, реализующий такой экстремум.*

Ключевые слова: *оптимизация, режимы пуска, вибрационные системы, уравновешивание, грузоподъёмные краны, динамические гасители, колебания, резонанс.*

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ПУСКУ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ ВРІВНОВАЖЕННЯ ВАНТАЖОПІДІЙМАЛЬНИХ КРАНІВ, ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬ ДИНАМІЧНІ ГАСНИКИ КОЛИВАНЬ, ПРИ ПЕРЕХОДІ ЧЕРЕЗ РЕЗОНАНС

Ю.В. Човнюк, доцент, к.т.н., К.І. Почка, доцент, к.т.н., М.Г. Діктерук, доцент, к.т.н., Київський національний університет будівництва і архітектури

Анотація. *Здійснено динамічну оптимізацію режимів пуску вібраційних систем врівноважування вантажопідіймальних кранів, які використовують динамічні гасники коливань, у процесі переходу через резонанс указаних кранів. Визначено необхідні умови мінімізації коливань кранових систем і закон їх руху, котрий реалізує такий екстремум.*

Ключові слова: *оптимізація, режими пуску, вібраційні системи, врівноважування, вантажопідіймальні крани, динамічні гасники, коливання, резонанс.*

OPTIMIZATION OF STARTING MODES FOR VIBRATION SYSTEMS OF BALANCING IN LIFTING CRANES USING DYNAMIC OSCILLATION DAMPERS WHILE TRANSITING RESONANCE

Y. Chovnyuk, Associate Professor, Candidate of Engineering Sciences,
K. Pochka, Associate Professor, Candidate of Engineering Sciences,
M. Dykteruk, Associate Professor, Candidate of Engineering Sciences,
Kyiv National University of Construction and Architecture

Abstract. *Dynamic optimization of the starting modes for vibration systems of balancing in lifting cranes that use dynamic oscillation dampers while transiting crane resonance has been carried out. The requirements to minimize crane system oscillations as well as the law of their motion which realizes such extremum have been identified.*

Key words: *optimization, starting mode, vibration systems, balancing, lifting cranes, dynamic dampers, oscillation, resonance.*

Введение

Известно, что проблема уравновешивания сил инерции в вибрационных машинах (системах) может быть разделена на две основные задачи: уравновешивание давлений машины на фундамент и уравновешивание давлений в кинематических парах. Уменьшение передачи давлений на фундамент, в частности крановых систем, достигается также при использовании виброизоляции. Динамические давления в кинематических парах, например, вибрационных машин (для уплотнения бетонных/строительных смесей) уменьшаются по мере приближения их режима работы к резонансу. В отношении передачи динамических нагрузок на фундамент (по которому двигается грузоподъёмный кран) наблюдается обратное явление: чем ближе режим работы машины к резонансному, тем интенсивнее воздействие на опорные конструкции вследствие необходимости установки крановой конструкции на упругих связях большой жёсткости. При работе на зарезонансных режимах на опорные конструкции передаются незначительные динамические нагрузки, так как режимы вибрации грузоподъёмных кранов (их металлоконструкций) зарезонансного типа имеют упругие связи малой жёсткости, большой массы (самих кранов) и незначительны по своей амплитуде.

Таким образом, уравновешивание динамических давлений, передаваемых грузоподъёмными кранами на фундамент, необходимо осуществлять только в резонансных режимах их вибрирования.

Для устранения передачи динамических давлений грузоподъёмных кранов на фундамент могут быть применены системы уравновешивания с использованием динамических гасителей колебаний.

Анализ публикаций

Сущность способа уравновешивания с использованием динамического гасителя колебаний в наипростейшем случае (одночастотная вибрация) изложена в [1]. Автор [2] исследует вынужденные колебания при прохождении через резонанс, а в работах [3–5] описаны критерии оценки режимов движения механических систем, которые их совершенствуют в процессах пуска/торможения. Результаты перечисленных работ будут использованы в настоящем исследовании.

Цель и постановка задачи

Состоит в оптимизации параметров, характеризующих режимы пуска вибрационных систем уравновешивания грузоподъёмных кранов, использующих динамические гасители колебаний, при прохождении через резонанс и сводится к следующему: в рамках модели грузоподъёмного крана как системы с сосредоточенными параметрами методами, развитыми в работах [2–5], определить режим движения указанного крана, при котором в последнем возникают минимальные по амплитуде (в этом смысле оптимальные) колебания системы, содержащий динамические гасители этих колебаний, в процессе прохождения через резонанс.

Теоретические исследования

Сущность способа уравновешивания с использованием динамического гасителя колебаний состоит в следующем [1]. Если имеется некоторая масса m_1 (грузоподъёмного крана), установленная на фундаменте с помощью упругой связи k_1, можно подобрать вторую массу m_2 с упругой связью k_2, при установке которой на первую массу будут устранены её вынужденные колебания (рис. 1).

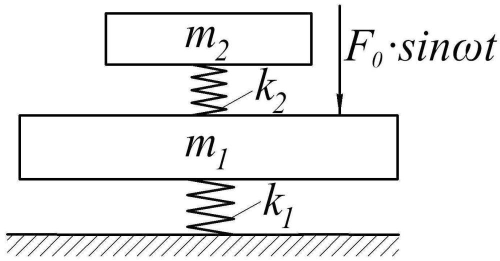

Рис. 1. Принципиальная схема динамического гасителя колебаний грузоподъёмного крана

Дифференциальные уравнения движения такой системы имеют вид [1]

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + \left(k_1 + k_2\right) \cdot x_1 - k_2 \cdot x_2 = F_0 \cdot \sin \omega \cdot t \ ; \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 = 0 \ , \end{cases} \qquad (1)$$

где F_0 – амплитуда возмущающей силы с круговой частотой ω.

Решая эту систему уравнений, получим [1]

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{\Delta\left(\omega^2\right)} \cdot F_0 \cdot \left(k_2 - m_2 \cdot \omega^2\right) \cdot \sin\omega \cdot t; \\ x_2 = \dfrac{1}{\Delta\left(\omega^2\right)} \cdot F_0 \cdot k_2 \cdot \sin\omega \cdot t, \end{cases} \qquad (2)$$

где $\Delta(\omega^2) = [(k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega^2) \cdot (k_2 - m_2 \cdot \omega^2) - k_2^2]$ – определитель системы.

При условии

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} = \overline{\omega_0^2}, \qquad (3)$$

то есть в том случае, когда собственная частота колебаний второй массы (при неподвижной первой массе m_1) была равна частоте возмущающей силы, получим

$$x_1 = 0; \qquad x_2 = -\frac{F_0}{k_2} \cdot \sin\omega \cdot t. \qquad (4)$$

Авторы [1] делают из данного рассмотрения вывод о том, что амплитуда колебаний первой массы будет равна нулю вследствие того, что при условии (3) реакция второй массы в любой момент времени уравновешивает приложенную к первой массе возмущающую силу.

Следует заметить, что в реальной ситуации воздействие на массу m_1 – поличастотное (вместо $F_0 \cdot \sin\omega \cdot t$ следует использовать $F_0(t)$); кроме того, при условии

$$\begin{gathered} \Delta\left(\omega^2\right) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega^2\right) \cdot \left(k_2 - m_2 \cdot \omega^2\right) - k_2^2 = 0 \end{gathered} \qquad (5)$$

колебания крановой системы (массы m_1) становятся значительными (как, впрочем, и массы m_2), а формулы (2) содержат нули в знаменателе (в приближении бездиссипативных колебаний крановой системы и динамического гасителя (m_2)), то есть не происходит гашение нежелательных колебаний системы в полном объёме.

Таким образом, если $\omega = \omega_{1,2}^*$, где $\omega_{1,2}^*$ определяется из условия (5)

$$\omega_{1,2}^* = \left\{ \frac{m_2 \cdot \left(k_1 + k_2\right) - m_1 \cdot k_2}{2 \cdot m_1 \cdot m_2} \pm \left[\left(\frac{m_2 \cdot \left(k_1 + k_2\right) - m_1 \cdot k_2}{2 \cdot m_1 \cdot m_2} \right)^2 - \frac{k_1 \cdot k_2}{m_1 \cdot m_2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}}, \qquad (6)$$

тогда в системе «грузоподъёмный кран – динамический гаситель колебаний» возможен резонанс, при котором $x_{1,2}$ не являются конечными величинами.

В дальнейшем будем рассматривать более общую задачу для указанной системы, математическая модель которой сводится к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + \left(k_1 + k_2\right) \cdot x_1 - k_2 \cdot x_2 = F(t); \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 = 0. \end{cases} \qquad (7)$$

Из второго уравнения (8) можно легко найти

$$x_1 = \frac{m_2 \cdot \ddot{x}_2 + k_2 \cdot x_2}{k_1}. \qquad (8)$$

Подставляя (8) в (7), получим

$$\begin{gathered} x_2^{(IV)} + \left[\frac{k_2}{m_2} + \frac{\left(k_1 + k_2\right)}{m_1} \right] \cdot \ddot{x}_2 + \\ + \frac{k_2^2}{m_1 \cdot m_2} \cdot x_2 = \frac{k_1 \cdot F(t)}{m_1 \cdot m_2}. \end{gathered} \qquad (9)$$

(При этом для замены $\ddot{x}_1$ через x_2 и её производные по времени t следует (7) дважды продифференцировать по t).

Введём обозначения

$$\frac{k_2}{m_2} = \Omega_2^2; \ \frac{k_1}{m_1} = \Omega_1^2; \ \frac{k_2}{m_1} = \Omega_{21}^2; \ \frac{k_1}{m_2} = \Omega_{12}^2. \qquad (10)$$

Тогда (9) можно переписать следующим образом

$$\begin{gathered} x_2^{(IV)} + \left[\Omega_2^2 + \Omega_1^2 + \Omega_{21}^2\right] \cdot \ddot{x}_2 + \\ + \Omega_{21}^2 \cdot \Omega_2^2 \cdot x_2 = \Omega_{12}^2 \cdot \frac{F(t)}{m_1}. \end{gathered} \qquad (11)$$

Пусть процесс пуска (разгона) крановой системы длится $t_П$ (то есть за время $t = t_П$ крановая система приобретает паспортные параметры своего рабочего режима функционирования (в частности, все характеристические движения приобретают стабильные/паспортные значения)). Тогда качество режима пуска определяется критерием

$$I = \int_0^{t_П} x_1^2 dt \Rightarrow \min , \qquad (12)$$

обеспечивающим минимальные значения амплитуд вертикальных колебаний грузоподъёмного крана (в процессе его пуска).

Используя (8), критерий (12) можно представить иначе

$$I^* = \int_0^{t_П} \left(\ddot{x}_2 + \Omega_2^2 \cdot x_2 \right)^2 dt \Rightarrow \min . \qquad (13)$$

Необходимое условие (уравнение Эйлера [4, 5]), при котором реализуется критерий (13), имеет вид

$$x_2^{(IV)} + 2 \cdot \Omega_2^2 \cdot \ddot{x}_2 + \Omega_2^4 \cdot x_2 = 0 . \qquad (14)$$

Выразив из (14) $x_2^{(IV)}$, подставляем его в (11). Тогда получим

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_2 + \frac{\Omega_2^2 \cdot \left(\Omega_{21}^2 - \Omega_2^2 \right)}{\left[\Omega_1^2 + \Omega_{21}^2 - \Omega_2^2 \right]} \cdot x_2 = \\ &= \frac{\Omega_{12}^2}{m_1} \cdot \frac{F(t)}{\left(\Omega_1^2 + \Omega_{21}^2 - \Omega_2^2 \right)}. \end{aligned} \qquad (15)$$

Введём обозначения

$$\begin{cases} \dfrac{\Omega_2^2 \cdot \left(\Omega_{21}^2 - \Omega_2^2 \right)}{\left[\Omega_1^2 + \Omega_{21}^2 - \Omega_2^2 \right]} = \omega_0^2; \\ \dfrac{\Omega_{12}^2}{\left[\Omega_1^2 + \Omega_{21}^2 - \Omega_2^2 \right]} = \beta; \\ \dfrac{\Omega_1^2}{\left[\Omega_1^2 + \Omega_{21}^2 - \Omega_2^2 \right]} = \beta^*. \end{cases} \qquad (16)$$

Тогда (15), с учётом (16), можно представить следующим образом

$$\ddot{x}_2 + \omega_0^2 \cdot x_2 = \frac{\beta \cdot F(t)}{m_1} = \frac{\beta^* \cdot F(t)}{m_2}. \qquad (17)$$

Введём в уравнение движения массы m_2 (17) затухание, пропорциональное скорости движения динамического гасителя $\dot{x}_2$, тогда (17) примет вид

$$\ddot{x}_2 + \gamma \cdot \omega_0 \cdot \dot{x}_2 + \omega_0^2 \cdot x_2 = \frac{\beta^* \cdot F(t)}{m_2}, \qquad (18)$$

где γ – коэффициент демпфирования колебаний (указанного динамического гасителя колебаний).

Для определения решения (18) – смещений динамического гасителя колебаний $x_2(t)$ имеем формулу [1, 2]

$$x_2(t) = \frac{1 \cdot \beta^*}{\omega_0 \cdot m_2} \times \\ \times \int_0^t \begin{pmatrix} F(\tau) \cdot \sin\left[\omega_0 \cdot (t - \tau) \right] \times \\ \times \exp\left[-\dfrac{\gamma \cdot \omega_0}{2} \cdot (t - \tau) \right] \end{pmatrix} d\tau , \qquad (19)$$

где τ – переменная интегрирования.

Зная $F(\tau)$ – закон изменения во времени внешнего силового воздействия на систему «грузоподъёмный кран – динамический гаситель колебаний», все механические характеристики её ($m_{1,2}$, ω_0, γ, β^*), легко находим $x_2(t)$ из (19), а потом, по соотношению (8), находим и $x_1(t)$, удовлетворяющий критерию (12) и (13).

Рассмотрим далее детально процесс пуска грузоподъёмного крана.

В этом процессе крановая система может быть рассмотрена как вибрационная система/машина зарезонансного типа.

Известно [1], что для зарезонансных вибромашин вопрос пуска связан в основном с проходом через резонанс. При рассмотрении вынужденных колебаний установлены основные закономерности переходных процессов любых механических систем. Было также установлено, что при совпадении частоты возмущающей силы с частотой собственных колебаний (резонанс) амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает. Однако подобные рассуждения относятся лишь к установившимся колебаниям.

Проектировщиков крановых систем интересует значение максимальных амплитуд в случае, если частота возмущающей силы, изменяясь со временем, проходит через резонансные значения, что имеет место при пуске машины, при остановке её и при переходе с режима на режим. Возникающие при этом колебания системы существенно отличаются от установившихся колебаний. При переходе через резонанс наблюдаются следующие явления:

1. Максимум амплитуды имеет место не в момент совпадения частот собственных и вынужденных колебаний, а несколько позже.

2. Максимальная амплитуда меньше, чем резонансная амплитуда установившихся колебаний.

3. Смещение и снижение максимума амплитуды тем больше, чем быстрее изменяется частота возмущающей силы.

4. Если сопротивления в системе невелики и переход через резонанс происходит достаточно быстро, то амплитуда колебаний после первого максимума не убывает монотонно, а имеет несколько максимумов меньшей величины, так что колебания носят характер биений.

При переходе через резонанс размахи колебаний могут значительно превосходить колебания при рабочем режиме, что весьма вредно отражается на прочности деталей крана. Поэтому при проектировании и эксплуатации кранов приходится вычислять соответствующие амплитуды колебаний.

Определим значение амплитуд при проходе через резонанс. Возмущающую силу, частота которой нарастает равномерно, можно представить уравнением

$$F\left(t\right)=F_0\cdot\cos\left(h\cdot t^2+\varphi\right), \qquad (20)$$

где φ – начальная фаза возмущающей силы.

Мгновенное значение частоты (круговой)

$$\omega=\frac{d}{dt}\left(h\cdot t^2+\varphi\right)=2\cdot h\cdot t. \qquad (21)$$

Коэффициент h пропорционален скорости и равен

$$h=\frac{1}{2}\cdot\frac{d\omega}{dt}. \qquad (22)$$

Для определения смещений при таком законе изменения возмущающей силы и при наличии затухания, пропорционального скорости, можно применить формулу (19).

Эта зависимость представляет собой частное решение уравнения движения системы с затуханием, пропорциональным скорости (18), с правой частью, определяемой соотношением (20), и нулевыми начальными условиями.

Подставляя выражение возмущающей силы (20) в формулу (21) и вычисляя интеграл, можно изучить характер движения по (19) при переменной частоте возмущающей силы.

Однако вычисление такого интеграла является крайне сложным, так как подынтегральная функция многократно меняет свой знак внутри интервала интегрирования. Поэтому решение задачи таким путём практически не представляется возможным.

В связи с этим в работе [2] предложены приближённые формулы, позволяющие определить как частоту возмущающей силы, при которой достигаются максимальные амплитуды, так и величину этих амплитуд.

На рис. 2 показано изменение амплитуды колебания крановой системы по мере роста частоты возмущающей силы при наличии затухания, характеризуемого коэффициентом демпфирования $\gamma=0,05$.

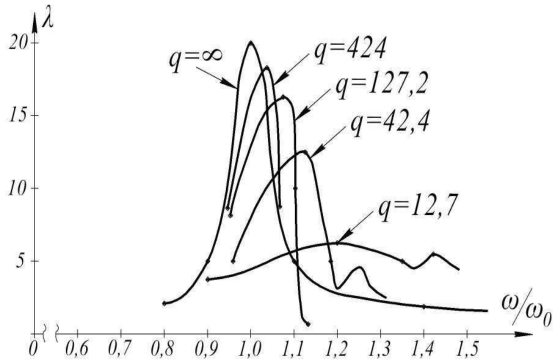

Рис. 2. Зависимость коэффициента усиления λ от отношения мгновенной частоты $\omega=2\cdot h\cdot t$ возмущающей силы к частоте собственных колебаний ω_0 при разных скоростях нарастания частоты возмущающей силы крановой системы

По горизонтали отложено отношение мгновенной частоты возмущающей силы $\omega = 2 \cdot h \cdot t$ к частоте собственных колебаний крановой системы ω_0, по вертикали – отношение амплитуды колебаний к равновесной амплитуде, то есть коэффициент усиления λ. Графики построены для разных скоростей нарастания частоты возмущающей силы, характеризуемых числом периодов собственных колебаний крановой системы q, прошедших от начала нагружения до момента достижения резонанса

$$q = \frac{\omega_0^2}{4 \cdot \pi \cdot h}. \qquad (23)$$

Характер кривых подтверждает, что чем с большей скоростью возрастает ω, тем меньше q, и наоборот.

При $q = \infty$ имеет место установившийся резонансный режим в крановой системе. Максимум амплитуды достигается при ω несколько большей, чем ω_0. Величина максимальной амплитуды тем меньше, чем меньше q, то есть чем больше скорость прохода через резонанс.

Согласно формулам работы [2] при не очень большом затухании мгновенное значение частоты возмущающей силы, при которой достигается максимум амплитуды колебаний, равно

$$\omega_1 = \omega_0 \times$$
$$\times \left[1 \pm \frac{1}{\left(1 + 0{,}14 \cdot \gamma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot q}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{3}{4 \cdot q}} \right], \qquad (24)$$

где γ – коэффициент демпфирования.

Максимальная амплитуда $A_{\max}$ равна

$$A_{\max} = A_0 \times$$
$$\times \sqrt{\left[\frac{f_1}{\sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot q} + \gamma^2}} \pm \frac{1}{2 \cdot \left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_0}\right)} \right]^2 + \frac{f_2^2}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot q} + \gamma^2}}, \qquad (25)$$

где $A_0 = \frac{F_0}{k}$; $k = m_2 \cdot \omega_0^2$; (A_0 – равновесная амплитуда колебаний); f_1 и f_2 – коэффициенты, зависящие от отношения $\frac{\gamma}{\sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot q} + \gamma^2}}$, значение которых может быть определено из табл. 1.

Таблица 1 Значения коэффициентов f_1 и f_2 (25) в зависимости от отношения $\frac{\gamma}{\sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot q} + \gamma^2}}$

$\frac{\gamma}{\sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot q} + \gamma^2}}$	f_1	f_2
0	1,45	0
0,1	1,33	0,10
0,2	1,23	0,22
0,3	1,13	0,30
0,4	1,05	0,40
0,5	0,95	0,50
0,6	0,87	0,58
0,7	0,77	0,65
0,8	0,65	0,75
0,9	0,45	0,87
1,0	0	1,00

В формулах (24) и (25) знак плюс ставится перед вторым членом правой части при возрастании частоты возмущающей крановую систему силы, знак минус – при убывании.

Рассмотрим далее принципиальные схемы уравновешивания вибраций крановых систем с использованием динамических гасителей колебаний.

Принципиальная схема успокоения горизонтальных колебаний крановой системы приведена на рис. 3.

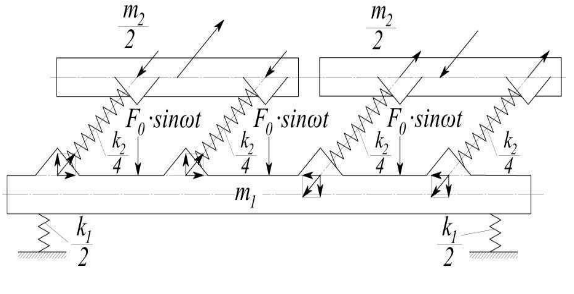

Рис. 3. Установка с успокоением горизонтальных колебаний грузоподъёмного крана

Динамическими гасителями колебаний грузоподъёмного крана являются две массы с упругими связями. При соблюдении условия (3) реакция динамических гасителей колебаний на раму крана будет равна и противоположно направлена возмущающей силе, создаваемой источником вибрации крановой системы. Однако вследствие того, что эти силы направлены не в одной, а в параллельных плоскостях, будут уравновешиваться лишь горизонтальные составляющие усилий и останется неуравновешенным момент от вертикальных составляющих этих усилий. Поэтому такая система уравновешивания устраняет лишь горизонтальные колебания (уравновешивающей) рамы крана. Вертикальные колебания изолируются с помощью амортизирующих упругих связей.

Полное устранение колебаний крановой системы с помощью динамических гасителей колебаний достигается при уравновешивании по принципиальной схеме, приведенной на рис. 4.

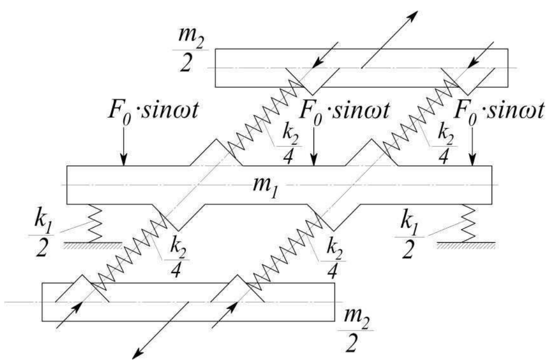

Рис. 4. Установка с полным успокоением колебаний грузоподъёмного крана

Поскольку в этом случае возмущающая сила проходит строго посередине между силами реакции, создаваемыми динамическими гасителями колебаний, и параллельно им направлена, достигается их полное уравновешивание.

Следует отметить, что применение динамических гасителей по схемам (рис. 3 и 4) всё же делает крановую систему (её основную платформу/несущую раму конструкции) более громоздкой и тяжёлой, зато позволяет устранить крайне нежелательные колебания крана в вертикальной и горизонтальной плоскостях, которые могут привести, в конечном итоге, к потере устойчивости несущей конструкции крана.

Выводы

1. Проведена динамическая оптимизация режимов пуска вибрационных систем уравновешивания грузоподъёмных кранов, использующих динамические гасители колебаний, при проходе (крановой конструкции) через резонанс.

2. Предложены принципиальные схемы, позволяющие полностью исключить колебания платформы крана в горизонтальном и вертикальном направлениях, а значит существенно повысить устойчивость крановой системы в целом.

3. Полученные в работе результаты могут в дальнейшем служить для уточнения и усовершенствования существующих инженерных методов расчёта динамических гасителей колебаний крановых систем как на стадии их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

Литература

1. Гончаревич И.Ф. Вибрационные машины в строительстве. Основы теории, проектирования и расчёта / И.Ф. Гончаревич, П.А. Сергеев. – М.: Государственное науч.-техн. изд-во машиностроит. л-ры, 1963. – 312 с.

2. Кац А.М. Вынужденные колебания при прохождении через резонанс / А.М. Кац // Инженерный сборник. – 1947. – Т. III, Вып. 2. – С. 18.

3. Горский Б.Е. Критерии динамического совершенствования механических систем / Б.Е. Горский, В.С. Ловейкин // Теория машин металлургического и горного оборудования. – Свердловск: УПИ. – 1989. – Вып. 13. – С. 98–102.

4. Ловейкін В.С. Критерії оцінки режимів руху механізмів і машин / В.С. Ловейкін // Збірник наукових праць НАУ. – Київ: НАУ, 1998. – Т. 4. – С. 8–12.

5. Ловейкін В.С. Оптимізація режимів руху машин і механізмів / В.С. Ловейкін // Машинознавство. – 1999. – № 7 (25). – С. 24–31.

Рецензент: О.В. Григоров, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 14 мая 2012 г.