Таким чином, представлена методика моделювання робочого циклу ДВЗ дозволяє зменшити необхідну кількість емпіричних даних та, водночас наблизити результати розрахунку до даних, що можливо отримати при експериментальних випробуваннях. Результати роботи можуть бути використані при теоретичних дослідженнях, проектуванні, підготовці до випробувань та у навчальному процесі для студенті зі спеціальності «Двигуни внутрішнього згорання».

Література

1. Слинько, Г.І. Моделювання робочого циклу ДВЗ в області режимів навантаження сертифікаційного їздового циклу NEDC [Електронний ресурс] / Г.І. Слинько, В.І. Бокарьов // Тиждень науки-2019. Транспортний факультет : щоріч. наук.-практ. конф., 15-19 квітня 2019 р. : тези доп. / Редкол.: В.В. Наумик (відпов. ред.) Електрон. дані. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2019. – С. 79–80.

2. Дьяченко, В.Г. Газообмен в двигателях внутреннего сгорания: Учебн.пособие [Текст] / В.Г. Дьяченко. – К.: УМК ВО, 1989. – 204 с.

3. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни «Теорія ДВЗ» для студентів спеціальності 7(8).05050304 «Двигуни внутрішнього згорання» всіх форм навчання [Текст] / Укл.: Г.І. Слинько, Я.О. Єгоров. □ Запоріжжя: ЗНТУ, 2015. – □ 50 с.

4. Єгоров, Я.О. Фізико-математична модель робочого циклу двигуна внутрішнього згоряння автотракторного типу: Навчальний посібник [Текст] / Я.О. Єгоров. – К.: УМК ВО, 1991. – 56 с.

5. Технический отчет №3617 О проведении испытаний моторного масла Лукойл "Люкс" 5W40 API SL/CF по оценке его качества и возможности применения в производстве по методике испытаний двигателя МеМЗ-307.1000420 "Евро-4" на безотказность в течении 300 часов. [Текст] / Утв. А.Г. Москаленко. – Мелитополь: ПП «МеМЗ» ПАО «ЗАЗ». – 2012. – 15 с.

Филипковский Сергей Владимирович, д.т.н., с.н.с., доцент, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, sfilipkovskij@gmail.com

МЕТОДА РАСЧЕТА СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРПУСА ТВЕРДОТОПЛИВНОЙ РАКЕТЫ

Проблема обеспечения устойчивости и прочности ракет является одной из важных научно-технических проблем ракетной техники. Известно, что на активном участке траектории полета в результате динамического взаимодействия упругой конструкции корпуса ракеты и работающего двигателя могут возникнуть колебания корпуса, способные нарушить нормальную работу приборов системы управления и привести к различным аварийным ситуациям.

Целью работы является исследование динамики ракеты в полете и обеспечение устойчивого полёта ракеты по траектории путём отстройки от резонансных колебаний и гашения изгибно-крутильных колебаний корпуса в полёте.

Ракета представляет собой полый стержень со ступенчато изменяющимся сечением. В полёте ракету следует рассматривать как свободное тело. Известно, что первой формой колебаний свободного стержня являются изгибные колебания в некоторой плоскости [1].

Уравнение поперечных колебаний стержня имеет вид [1]

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial \zeta^4}+\rho S\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0\ , \tag{2}$$

где E – модуль упругости материала, I – момент инерции сечения, ρ – плотность материала, S – площадь сечения, u – прогиб, ζ – координата сечения, t – время.

Большая часть ракеты представляет собой трубу, которая имеет постоянные изгибную жёсткость и распределённую массу. Потому в первом приближении ракету можно считать стержнем постоянного сечения. Частотное уравнение в этом случае имеет вид [1]

$$\cos kl\cdot \operatorname{ch} kl=0, \tag{3}$$

где $k^4=p^2/a^2$, $p=2\pi f$, $a^2=(EI)/(\rho S)$, f – частота.

Изгибные колебания стержня по первой форме происходят в одной плоскости, поэтому для расчётов принята конечноэлементная модель ракеты, в которой применены конечные элементы с двумя узлами и двумя степенями свободы в узле. Узловыми перемещениями являются прогибы и углы поворота сечений в координатной плоскости.

Элементы вектора узловых значений i-го узла, которые являются зависящими от времени обобщёнными координатами, запишем в следующем порядке:

$$u_{i,1}=u_{i,y},\ u_{i,2}=\theta_{i,z},$$

где θ – угол поворота сечения, y – поперечная координата в плоскости изгиба, z – третья координата.

В качестве интерполяционных функций прогибов и углов поворота сечений по длине элемента $N_{e,i}$ возьмём функции изогнутой оси балки при соответствующих перемещениях концевых сечений [2]

$$\begin{cases} N_{e,1}(\zeta)=1-3\dfrac{\zeta^2}{l^2}+2\dfrac{\zeta^3}{l^3}, \\ N_{e,2}(\zeta)=l\left(\dfrac{\zeta}{l}-2\dfrac{\zeta^2}{l^2}+\dfrac{\zeta^3}{l^3}\right), \\ N_{e,3}(\zeta)=3\dfrac{\zeta^2}{l^2}-2\dfrac{\zeta^3}{l^3}, \\ N_{e,4}(\zeta)=l\left(\dfrac{\zeta^3}{l^3}-\dfrac{\zeta^2}{l^2}\right), \end{cases} \tag{4}$$

где e – номер элемента, l – длина элемента, ζ – координата сечения в системе, связанной с элементом.

Тогда прогибы конечного элемента корпуса между узлами $i, i+1$ запишутся выражением

$$u_y = N_{e,1}u_{i,1} + N_{e,2}u_{i,2} + N_{e,3}u_{i+1,1} + N_{e,4}u_{i+1,2}\,. \tag{5}$$

Интегрируя дифференциальное уравнение колебаний балки (2) по длине элемента с подстановкой интерполяционных функций (4), и формулы (5) получаем выражения для матриц жёсткости $[K_e]$ и масс $[M_e]$ конечных элементов:

$$[K_e]=\frac{2EI}{l^3}\begin{bmatrix} 6 & 3l & -6 & 3l \\ 3l & 2l^2 & -3l & l^2 \\ -6 & -3l & 6 & -3l \\ 3l & l^2 & -3l & 2l^2 \end{bmatrix},$$

$$[M_e]=\frac{\rho Sl}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix},$$

где EI – изгибная жёсткость, ρS – распределённая масса конечного элемента.

Глобальные матрицы конечноэлементной модели строятся по правилам ассемблирования матриц элементов. Уравнение колебаний ракеты в матричном виде имеет вид

$$[M]\{\ddot{U}\}+[K]\{U\}=0\,, \tag{6}$$

где $\{U\}$ – вектор узловых значений.

Частоты собственных колебаний ракеты определяются решением проблемы собственных значений этого матричного уравнения. Для проведения расчётов составлена компьютерная программа на алгоритмическом языке FORTRAN.

Решением проблемы собственных значений для уравнения (6) получены частоты и формы собственных колебаний ракеты. Первая форма собственных колебаний ракеты показана на рис. 3.

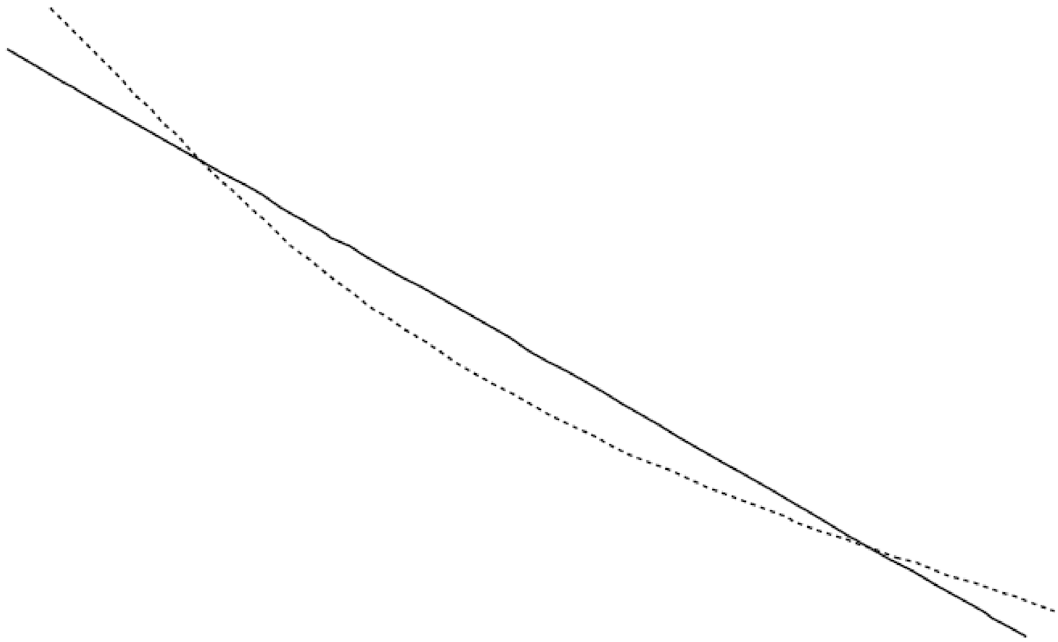

Рис. 1. Первая форма собственных колебаний ракеты

Сплошная линия на рис. 1 означает недеформированную продольную ось ракеты, пунктирная линия означает изогнутую ось ракеты при колебаниях по первой собственной форме. Частота при колебаниях по первой собственной форме – 20,205 Гц.

Расхождение результатов расчётов этими методиками составляет 3 %.

Литература

1. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле : М. : Машиностроение, 1985. 472 с.

2. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний : М. : Высшая шк., 1980. 408 с.