

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

**В.О. Богомолів, Д.М. Леонтєв**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ  
РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ КОЛІСНИХ ТА  
ГУСЕНИЧНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ**

*Навчальний посібник*

Харків  
ХНАДУ  
2025

УДК 629.3  
ББК 30  
Б 74

Рекомендовано вченою радою (дозвіл №70/24/6.6 «08» листопада 2024 року)  
як навчальний посібник для здобувачів закладів вищої освіти

Рецензенти:

**О.Ю. Ребров** – завідувач кафедри Автомобіле- і тракторобудування, д.т.н., професор,  
Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”

**М.Л. Шуляк** – завідувач кафедри агроінжинірингу, д.т.н., професор,  
Сумський національний аграрний університет

**Р.В. Зінько** – професор кафедри проектування машин та автомобільного  
інжинірингу, д.т.н., професор, Національного університету «Львівська політехніка»

**С.М. Шуклінов** – професор кафедри автомобілів ім. А.Б.Гредескула, д.т.н., професор,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Автори:

В.О. Богомолов, д.т.н., професор, Д.М. Леонт'єв, д.т.н., професор, ХНАДУ.

**В.О. Богомолов**

**Б 74** Математичне моделювання робочих процесів колісних та гусеничних  
транспортних засобів: навчальний посібник / В. О. Богомолов, Д. М. Леонт'єв  
– Харків : ФОП Бровін О.В., 2025. – 170 с.

ISBN 978-617-8238-74-2

У даному виданні описано математичне моделювання робочих процесів в  
механізмах, агрегатах і системах колісних та гусеничних транспортних засобів з  
метою навчання та самопідготовки здобувачів закладів освіти або наукових установ з  
напрямку «механічна інженерія» та «транспорт» в обсязі навчального плану.

Іл. 80. Табл. 5. Ліст. 30 Бібліогр. 10 назви

ISBN 978-617-8238-74-2

УДК 629.3  
ББК 30  
© В.О. Богомолов, Д.М. Леонт'єв, 2025  
© ХНАДУ, 2025

## Література

1. UN/ECE (2016) Regulation No 13 of the Economic Commission for Europe of the United Nations – Uniform provisions concerning the approval of vehicles of categories M, N and O with regard to braking: on condition 18.02.2016 – Official Journal of the European Union – UN/ECE.
2. Туренко А.М., Богомоллов В.О., Клименко В.І. та інші. (2003) Функціональний розрахунок гальмівної системи автомобіля з барабанными гальмами та регулятором гальмівних сил.
3. Жданюк В.К. (2017) Провести дослідження та розробити методичні рекомендації з визначення осьових навантажень багатовісних транспортних засобів з урахуванням сил тертя в площі контакту шини з дорожнім покриттям: Звіт про НДР (заключний) Харківський національний автомобільно-дорожній університет. Харків, № ДР 0116U005525.
4. Леонтьєв Д. М. (2011) *Системний підхід до створення автоматизованого гальмівного керування транспортних засобів категорій M<sub>3</sub> та N<sub>3</sub>*. (Автореферат дисертації, Харківський національний автомобільно-дорожній університет)
5. Shuklinov S. M., Klymenko V.I., Leontiev D. M., Aloksa M. M. (2023) Automobile. Theory and operational properties: study guide
6. Klymenko V., Voronkov O., Leontiev D., Yaryta O., Mykhalievych M., Ponikarovska S., Fandieieva A., Borzenko O. (2023) Construction and layout of automobiles and internal-combustion engines: study guide
7. Manfred Mitschke, Henning Wallentowitz (2014) *Dynamik der Kraftfahrzeuge*.
8. Massimo Guiggiani (2014) *The Science of Vehicles. Dynamics, Handling, Braking, and Ride of Road and Race Cars*.
9. Reza N. Jazar. (2017) *Vehicle Dynamics. Theory and Application. Third Edition*.
10. Леонтьєв Д. М. (2021) *Теоретичні основи гальмування багатовісних транспортних засобів з електропневматичною гальмовою системою* (Doctoral dissertation, Харківський національний автомобільно-дорожній університет)

# З М І С Т

<b>Тема 1.</b> Основні задачі та поняття курсу «Математичне моделювання робочих процесів колісних та гусеничних транспортних засобів». Основні можливості програмного продукту <i>MatLAB</i> .....	5
<b>Тема 2.</b> Аналітичні, чисельні та графічні методи рішення рівнянь. Робота з поліномами .....	23
<b>Тема 3.</b> Рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь .....	44
<b>Тема 4.</b> Чисельні та аналітичні методи рішення систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.....	71
<b>Тема 5.</b> Рішення систем нерівностей .....	96
<b>Тема 6.</b> Диференціальні рівняння та аналіз динамічних моделей механічних систем з використанням 2-го закону Ньютона, принципу Д'Аламбера та інших законів фізики. Динамічна модель пневмопривіду.....	115
<b>Тема 7.</b> Складання динамічних моделей з використанням рівнянь Лагранжа 2-го роду. Складання диференціальних рівнянь коливань з однією та двома ступенями вільності .....	133
<b>Тема 8.</b> Можливості пакету <i>Simulink</i> для чисельного аналізу динамічних моделей механічних систем. Чисельний аналіз механічних систем. Чисельний аналіз механічних коливальних систем .....	156