УДК 519.754.530.1

МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПРОФІЛІВ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ ШВИДКІСНИХ ДОРІГ З УРАХУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБМЕЖЕНЬ

Г.А. Плєхова, доцент, к.т.н., О.Г. Холєва, асистент, ХНАДУ

Анотація. *Представлено метод розв'язку задачі про побудову в неоднозв'язній багатокутній області найкоротшої рівної траси, складеної з дуг кіл, відрізків і клотоїд, що їх сполучають, що може бути застосовано для проектування швидкісних трас.*

Ключові слова: *неоднозв'язна область, швидкісні траси, клотоїда, криві складної конфігурації.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СКОРОСТНЫХ ТРАСС С УЧЕТОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОГРАНИЧЕНИЙ

А.А. Плехова, доцент, к.т.н., О.Г. Холева, ассистент, ХНАДУ

Аннотация. *Представлен метод решения задачи о построении в неодносвязной многоугольной области кратчайшей гладкой трассы, составленной из дуг окружностей, отрезков и сопрягающих их клотоид, что может быть применено для проектирования скоростных трасс.*

Ключевые слова: *неодносвязная область, скоростные трассы, клотоида, кривые сложной конфигурации.*

MODELING PROFILES OF GEOMETRIC IN THE DESIGN SPEED OF ROUTES SUBJECT TO TECHNOLOGICAL LIMITATIONS

A. Plehova, assistant professor, cand. eng. sc., O. Kholeva, assistant, KhNAHU

Abstract. *Presented a method of the decision of a problem about construction in not one-coherent polygonal area of the shortest smooth line made of arches of circles, pieces and interfacing them clothoids Are presented, that can be applied to high-speed lines.*

Key words: *мulticonnected area, high-speed lines, clothoid, curves of complex configuration.*

Вступ

На даний момент Міністерство транспорту України особливу увагу приділяє створенню швидкісних доріг першої категорії, які зв'яжуть Європу і Азію. Крім того, вони допоможуть збільшити вантажообіг всередині країни, що призведе до збільшення волового доходу України. Задача проектування швидкісних доріг мінімальної довжини з безпекою руху є актуальним завданням.

Аналіз публікацій

Проектуванню швидкісних доріг присвячено багато наукових праць вітчизняних і зарубіжних вчених. Плєхова Г.А. і Смєляков С.В. одними з останніх у своїх в роботах [1,2] розглядали питання проектування швидкісних трас мінімальної довжини і безпекою руху для водіїв. На відміну від моделей трас, запропонованих у наукових працях, де траси складаються з прямолінійних ділянок і зв'язуючих їх кривих типу парабол, у цій роботі в якості зв'язуючих кривих розглянуті криві типу клотоїд.

Мета і постановка задачі

Побудова кривих з обмеженням на кривизну, які застосовуються для проектування швидкісних трас.

Методика дослідження

Постановка базової задачі на класі SCK. Розглянемо клас ліній SCK, складених з відрізків (S_i), фрагментів клотоїд (K_i) і дуг кіл (C_i),

$$\begin{gathered} P = S_1 K_1 C_1 K_1^{/} S_2 K_2 C_2 R_2^{/} S_3 \ldots \\ \ldots K_n C_n K_n^{/} S_{n+1}, \quad n \geq 1 \end{gathered}, \tag{1}$$

які в загальних точках задовольняють умові трансверсальності. Радіуси цих кіл r і параметри α вважаємо фіксованими, причому фрагменти клотоїд K_i, $K_i^{/}$, що примикають до однієї дузі C_i конгруентні і розглядаються на інтервалі від точки з нульовою кривизною до точки з необхідним радіусом кривизни. Кут повороту клотоїди не перевищує $\pi/2$.

Нехай $P_{\tau,SCK}[A,B]$ - безліч ліній класу *SCK*, які лежать в класі еквівалентності шляхів [*l*], представленому ламаної мінімальної довжини *l*, а *L* (*p*) - довжина шляху *p*. Базова завдання *SCK*. Для даної ламаної *l = ABC* знайти

$$\begin{gathered} p = \arg\min L(p); \\ p \in P_{\tau,SCK}[A,B]. \end{gathered} \tag{2}$$

Наближений метод рішення базової задачі *SCK* в деяких випадках вимагає будувати чи модифікувати рішення, отримане на класі *SC* або *SCK*. З цією метою пропонується метод модифікації шляху клотоїдою, що допускає природну діалогову реалізацію, який дозволяє згладжувати клотоїдою будь-який необхідний фрагмент класу *SC*, де дуги кіл мають заданий радіус r.

Алгоритм розв'язання задачі *SC*.

1. Нехай α - деякий кут, що задає граничне умова завдання SC_α для точок A і C_1. Він визначає окружність O_1, положення якої задовольняє умовам зв'язку та оптимальності, а також пряму $E_1E_1^{/}$ (для будь-якої точки $E_1^{/}$ фрагмент $AD_1 \cup arcD_1E_1 \cup E_1E_1^{/}$ є оптимальним рішенням SC_α для A і $E_1^{/}$), виходячи з співвідношень

$$x_1 = \alpha + \arcsin\left(1 - \frac{a}{R}\sin\alpha\right), \tag{3}$$

$$arcC_1E_1 = \pi/2 + \alpha - x. \tag{4}$$

2. Знаючи точку E_1 та орієнтацію дотичній $E_1E_1^{/}$, визначену вектором, ортогональним до $\overline{O_1E_1}$, отримуємо коло O_2, що проходить через C_2 і що стосується $E_1E_1^{/}$, а по ній - докладно (1) - точку E_2 та відповідну дотичну $E_2E_2^{/}$, і т.д. до $E_2E_2^{/}$.

3. Отриману трасу позначимо p_α:

$$\begin{gathered} p_\alpha = AD_1 \cup arcD_1E_1 \cup E_1D_2 \cup \\ \cup arcD_2E_2 \cup \ldots \cup arcD_nE_n \cup E_nB_\alpha \end{gathered}, \tag{5}$$

де B_α - точка на $E_nE_n^{/}$, така, що $E_nB_\alpha = E_nB$ За побудови цього алгоритму отримуємо, що при $B_\alpha = B$ траса p_α доставляє рішення задачі *SC*.

При проектуванні інженерних мереж (водопроводу, теплотрас тощо) у неоднозв'язних областях виникають завдання пошуку ламаних мінімальної довжини та / або зламів, для вирішення яких не можуть бути застосовані традиційні методи варіаційного типу. Для вирішення базової задачі S_l побудови в неоднозв'язній багатокутної області F ламаної мінімальної довжини на безперервному сімействі шляхів $U = P_{s.\hat{o}}[A,B]$ запропоновано метод [3], який надає рішення виду

$$p = C_0, C_1, \ldots, C_n;\; C_0 = A, C_0 = B, \tag{6}$$

де C_i – вершини кордону F_r *F*. Однак, поряд з нею актуальні й такі стандартні завдання мінімізації числа зламів (тобто внутрішніх вершин C_i), де *l*(*p*) - довжина, *n*(*p*) - число зламів траси *p*: завдання S_n: *n*(*p*) > *min*, *p є U*; завдання $S_{n)l}$: *l*(*p*) > *min*, *p є* U_n ; U_n = *arg min n* (*p*), *p є U* ; завдання S_{n+l} : *f*(*p*) = *a* ×*l* (*p*) + *b*×*n* (*p*)> *min*, *p є U*.

Для вирішення цих завдань пропонується єдиний підхід, заснований на наведених нижче властивості ламаних класів S_n , $S_{n)l}$. Так, розглянемо деяку ламану $p \in U$ в поданні (1), $n > l$. Її фрагмент $AC_1C_2 ... C_k$ назвемо канонічним, якщо в вершинах $C_2 ... C_{k-l}$ знак кута повороту той же, що і в C_l , а в C_k - протилежний, або $C_k = B$. Нехай v (p) - число канонічних ламаних, що утворюють шлях, j - кут повороту ламаної на канонічній ділянці j, ($j = 1, 2, ..., m = v$ (p)), а [$ÄÖ$ / $ð$] - ціла частина цього повороту в одиницях $ð$.

Лема 1. Нехай p_l, p_n, p_{nl} - рішення стандартних завдань S_l , S_n , S_{nl} відповідно, і $k = v$ (p_l). Тоді має місце наступна оцінка

$$n(p_{nl}) = n(p_n) \geq v(p_l) - 1 + \sum_{i=1}^{k-l}\left(1 + [\Delta\Phi_i/\pi]\right) + [\Delta\Phi_k/\pi] \quad (7)$$

Завдання S_l . Дана траса p мінімального числа зламів, яка на ділянці A_oABB_o збігається з межею області F на відрізку $OO' \in AB$. Потрібно знайти таке положення прямий $A'B'$ (кут x відносно OO'), яка проходить через вершини O або O', щоб ламана $B_o B'A 'A_o$ знаходилась в області F і її довжина була мінімальною для всіх таких пар точок, що лежать на прямих A_oC, B_oC.

Вирішення цього завдання для точки O має наступний вигляд, де α, β, δ, γ - кути A_oAB, B_oBA, ACO, OCB, а C - точка перетину прямих A_oA, B_oB .

$$x = \alpha - arcsin\left[\sqrt{\frac{sin\delta}{sin\gamma}}\, sin(\beta + x)\right]. \quad (8)$$

Нехай p_l - рішення задачі S_l у вигляді (1). Розглянемо оптимізуючі деформації f_n і f_{nl}, шляху p_l , які реалізують симпліціальне поповнення та варіювання ламаних, які мінімізують відповідні функціонали. Нехай C_i , C_{i+1} - вершини деякої ламаної p, а Z - точка перетину прямих C_{i-l} C_i , C_{i+1} C_{i+2} , що лежить по той бік від прямої C_i C_{i+l} по відношенню до точки дотику з кордоном $L = Fr\ F$. Такий 2-симплекс $s_i = C_iZC_{i+l}$ назвемо симпліціальним поповненням шляху p, якщо він лежить в F; в цьому випадку замінюємо в p вершини C_i , C_{i+1} вершиною Z, а цю операцію назвемо *процедурою 1* (симпліціальної деформації ломаної). При цьому симплекс s_i назвемо фінальним, якщо його l-симплекси C_iZ , $C_{i+l}Z$ не належать іншим симпліціальним поповненням шляху p. Якщо ж симплекс s_i не лежить в F , вважаємо, що ламана p на цій ділянці не поповнюється, а проте, в цьому випадку не виключено, що вона може поповнюватися симплексом $s_i^* \in F$, який отримано деформацією симплекса s_i , яку назвемо *процедурою 2* (варіації 2-симплекса).

Алгоритм 1. Застосовуємо до шляху p_l процедуру 1 до отримання всіх можливих симпліціальних поповнень. Якщо залишилися 2-симплекси $K = \{s_i\}$, якими ламана p_l не поповнюється, застосовуємо до них процедуру 2 і виключаємо з K всі ті симплекси, що поповнили шлях p_l. Отриману ламану позначимо p_n'.

Алгоритм 2. Вирішуємо задачу S_l для всіх симпліціально не поповнених 1-симплексів ламаної p_l' з K . Отриманий шлях позначимо p_{nl}'.

Лема 2. Якщо симпліціальні поповнення ламаної p_l (крім, можливо, фінальних) лежать в F, то шлях p_n' (відповідно, p_{nl}') визначає рішення задачі $S_{n>l}$ для числа вершин $n(p_n')$ і задач S_n , $S_{n>l}$, якщо в (2) маємо рівність.

Застосування алгоритмів 1 і 2 дозволяє мінімізувати число зламів і довжину ламаної в $P_{S,\hat{o}}$ [A, B] , хоча і не гарантує досягнення мінімального числа зламів. Проте, практична цінність оптимального рішення може виявитися сумнівною, оскільки не виключає отримання ламаної з кутами повороту, близькими до $ð$, що абсолютно неприйнятно для більшості додатків. Розглянемо тепер задачу S_{n+l} Нехай $n_l = n$ (p_l'), $n_2 = n$ (p_{nl}'), $n_l > n_2+1$.

Алгоритм 3. Початкова установка: $m: = n_l$,$p_m' = p_l$.

1. Вважаємо $m: = m-l$ і застосовуємо алгоритм 2 до кожному 2 - симпліціальному поповненню шляху p_{m+1} '. Найкоротшу з отриманих ламаних позначимо p_m'.

2. Якщо $m = n_2 + 1$, переходимо до кроку 3, інакше - до кроку 1.

3. Обчислюємо $f_m = a \times l\ (p_m') + b \times n\ (p_m')$ при $m = n_2$, n_2+1, ..., n_l , і приймаємо шлях p_k ', на якому f (p) досягає мінімуму, за вирішення задачі S_{n+1} .

Висновки

Представлено метод розв'язку задачі про побудову в неоднозв'язній багатокутній області найкоротшої рівної траси, складеної з дуг кіл, відрізків і клотоїд, що може бути застосовано для проектування швидкісних трас.

Література

1. Плехова А.А. Метод оптимального решения базовой задачи о кратчайшем скруглении / А.А. Плехова // Информатика: сб. науч. тр. – К.: Наукова думка. – 1998. – Вып. 5. – С. 124–126.
2. Смеляков С.В. Математична модель деяких завдань оптимізації на шляхах/ С.В. Смеляков, Ю.М. Стоян / / Известия АН СРСР. Технічна кібернетика. – 1981. – С. 180 – 188.
3. Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев // – К.: Наукова думка. – 1986. – С. 268 –274.

Рецензент: В.М. Колодяжний, професор, д.ф.-м.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 7 жовтня 2013 р.