

ЩОДО МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ*М.Є. Кристопчук, к.т.н., доцент**Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне*

Сучасне суспільство має потребу в постійному збільшенні обсягу транспортного сполучення, підвищенні його надійності й безпеки. Це потребує збільшення витрат на поліпшення інфраструктури транспортної мережі, перетворення її в гнучку, керовану логістичну систему. За характеристикою дорожньо-транспортного комплексу, наша держава відстає від країн Євросоюзу, зокрема за такими показниками, як: щільність шляхів сполучення, кількість легкових автомобілів, що перебувають у приватній власності на 1000 чоловік населення, якість наявних шляхів сполучення тощо [1 - 4].

Існуючі проблеми, що стримують забезпечення зростаючого за обсягами і якістю попиту на транспортні послуги, визначають необхідність здійснення комплексу організаційно-правових, економічних і техніко-технологічних заходів, розрахованих як на близьку, так і на довгострокову перспективу, що забезпечать розвиток транспортного комплексу для сприяння розвитку продуктивних сил країни, мобільності населення [1 - 4]. Енергоентропійний метод у різних сферах з успіхом розробляли такі вчені, як Больцман Л., Бриллюен Л., Вінер Н. та інші, у задачах управління Абдєєв Р.Ф., Куликов А.В. Ентропійний підхід для вирішення транспортних проблем [5 - 7] був уперше застосований Вільсоном у 1967 р. і пізніше часто використовувався при вирішенні транспортних завдань (вибір місця призначення, виду транспорту, маршруту пересування).

Будь-яка складна система, в тому числі транспортна, протягом свого життєвого циклу зіштовхується з факторами, спрямованими на її руйнування. Ці фактори можуть бути як зовнішнього, так і внутрішнього походження. Для оцінки необхідної гнучкості складної системи при зміні її структури використовується поняття ентропії. У даному випадку можна трактувати це поняття, як міру впорядкування системи за ознаками відповідності її можливостей цілям, що поставлені перед нею в різні моменти часу її функціонування. Стан будь-якої системи визначається розподілом її елементів, що володіють якоюсь ознакою, мірою їхнього включення в групи. Для транспортної системи будемо вважати такими елементами транспортні потоки та пропускну здатність, при розгляді двох динамічних процесів - зростання інтенсивності транспортних потоків і пов'язаних дій з їх обробки.

Після встановлення величини транспортних потоків особливої ваги набуває оптимальне планування вулично-дорожньої мережі, покращення організації руху, оптимізація системи маршрутів громадського транспорту, що є основою побудови математичних моделей для визначення і прогнозування параметрів, таких як: інтенсивність руху на елементах мережі, середні швидкості руху, затримки та втрати часу тощо. Прогнозні моделі призначені для вирішення задач при відомих геометрії та характеристиках мережі, а також розміщення поточотвірних об'єктів. Необхідно дати прогноз завантаження транспортної мережі, що буде містити в собі деякі усереднені характеристики руху, такі як обсяг міжрайонних кореспонденцій, інтенсивність потоку, розподіл автомобілів і пасажирів за шляхами пересування та ін. Такі моделі дозволяють прогнозувати наслідки змін у транспортній мережі або в розміщенні об'єктів.

Завантаження транспортної мережі визначається кількістю транспортних засобів, які використовують для руху кожний елемент мережі. Моделювання завантаження полягає в розподілі міжрайонних кореспонденцій за конкретними шляхами, що з'єднують пари районів. Вихідними даними виступає набір матриць кореспонденцій, що відносяться до переміщень різних видів або різних класів користувачів. Метою моделювання є визначення для кожної пари районів набору шляхів, що використовуються для переміщень між цими районами, і коефіцієнтів розщеплення кореспонденцій між цими шляхами.

Існує два підходи до моделювання розподілу транспортних потоків [5 - 9]: нормативний і дескриптивний. У нормативних моделях розподіл транспортних потоків

здійснюється на основі оптимізації деякого глобального критерію, що характеризує ефективність роботи всієї мережі. Як правило, це виражена в тій або іншій формі мінімізація сумарних витрат. Такі моделі використовують при плануванні переміщень у тих випадках, коли планувальний орган має можливість директивного впливу на вибір маршруту. В основі описативного підходу лежить принцип, відповідно до якого кожен учасник прагне мінімізувати власні витрати. У результаті, задача прогнозування транспортних потоків може розглядатися як окремий випадок пошуку рівноваги за Нешем в грі n осіб. Формально поведінка описується у вигляді принципів Вардропа [5 - 7]: усі шляхи, які з'єднують райони p і q , що використовуються для руху представниками кореспонденції F_{pq} , мають однакову вартість; ціна будь-якого шляху між районами p і q , що не використовується для руху, перевищує ціну використовуваних шляхів.

Слід зазначити, що вибір шляху деякими користувачами збільшує завантаження елементів мережі, які входять у даний шлях. У результаті відбувається збільшення узагальненої ціни цих елементів, це, у свою чергу впливає на оцінку і вибір шляху іншими користувачами. Таким чином, вибір, здійснений одними учасниками руху, побічно впливає на вибір, виконаний іншими. Найбільш ефективною моделлю, що повною мірою враховує фактор взаємного впливу користувачів, є модель, заснована на пошуку рівноважного розподілу [5 - 9], один з варіантів якої має вигляд задачі, що розглядається для розподілу користувачів одного класу. Вводимо такі позначення: I – множина вузлів мережі; V – множина дуг мережі; V_i^+ – множина дуг, що входять у вузол $i \in I$; V_i^- – множина дуг, що виходять з вузла $i \in I$; P – множина джерел; Q – множина стоків; u_{ij} – сумарний потік по дузі $(i, j) \in V$, u_{ij}^{pq} – потік по дузі $(i, j) \in V$ представників кореспонденції pq ; $u_{(ij)1(ij)2}^{pq}$ – потік на повороті з дуги $(ij)1 \in V$ на дугу $(ij)2 \in V$ представників кореспонденції pq ; F_{pq} – величина кореспонденції pq . Сумарні потоки на дугах пов'язані з потоками представників окремих кореспонденцій:

$$u_{ij} = \sum_{p \in P, q \in Q} u_{ij}^{pq}, \quad (i, j) \in V. \quad (1)$$

Допустиме рішення виражає „закон збереження” користувачів у мережі:

$$\left. \begin{aligned} u_{(ij)1}^{pq} &= \sum_{(i,j)1 \in V_i^+} u_{(ij)1(ij)2}^{pq}, \quad (i, j)1 \in V_i^-; \\ u_{(ij)2}^{pq} &= \sum_{(i,j)2 \in V_i^-} u_{(ij)1(ij)2}^{pq}, \quad (i, j)2 \in V_i^+; \end{aligned} \right\} \forall i \in I, (p, q) \in (P \times Q). \quad (2)$$

Баланс за величинами кореспонденцій для джерел і стоків:

$$F_{pq} = \sum_{(p,j) \in V_p^+} u_{pj}^{pq} = \sum_{(i,q) \in V_q^-} u_{iq}^{pq}, \quad p \in P, q \in Q. \quad (3)$$

Цінова функція $c_{ij}(u)$ виражає вартість проходження сумарним потоком u дуги $(i, j) \in V$. За ціновою функцією будемо інтегральну цінову функцію:

$$C_{ij}(u) = \int_0^u c_{ij}(v) dv, \quad (i, j) \in V. \quad (4)$$

Таким чином, у прийнятих позначеннях модель рівноважного розподілу формулюється у вигляді задачі оптимізації:

$$f(u) = \min_u \sum_{(i,j) \in V} C_{ij}(u) \quad (5)$$

при системі лінійних обмежень (1) – (3).

Тоді при введеній системі позначень принципи Вардропа формулюються в наступній інтерпретації: розподіл потоку буде рівноважним тоді і тільки тоді, коли для будь-якої

кореспонденції $p \rightarrow q$, $p \in P$, $q \in Q$, і для будь-якого маршруту a з p в q буде виконуватися умова

$${}_a u^{pq*} \begin{cases} > 0, & \text{якщо } G_a({}_a u^{pq*}) = g_{pq}^*; \\ = 0, & \text{якщо } G_a({}_a u^{pq*}) \geq g_{pq}^*, \end{cases} \quad (6)$$

де $G_a({}_a u^{pq*}) = \sum_{(i,j) \in a} c_{ij}({}_a u^{pq*})$ - вартість проходження потоку ${}_a u^{pq*}$ маршруту a ;

g_{pq}^* - мінімальні затрати, що склалися в рівновазі, на перевезення за всіма маршрутами, що сполучають пару $p \rightarrow q$.

Дана умова формулюється у вигляді комплементарності наступного виду:

$${}_a u^{pq*} (G_a({}_a u^{pq*}) - g_{pq}^*) = 0. \quad (7)$$

Після перетворень маємо вираз

$$\sum_{a \in A_{pq}} G_a({}_a u^{pq*}) ({}_a u^{pq*} - {}_a u^{pq}) \leq 0, \quad \forall p \in P, q \in Q, \quad (8)$$

де A_{pq} - множина маршрутів між парою $p \rightarrow q$.

Вираз (8) є варіаційною нерівністю, можна показати [6 - 9], що вирішення системи таких нерівностей буде еквівалентно вирішенню задачі (5), за умови, що функція $c_{ij}(u)$ залежить виключно від потоку по дузі (i, j) . Таким чином, цю модель можна використовувати для розподілу потоків по мережі.

Аналіз теоретичних досліджень транспортних систем вказує на те, що проблема моделювання транспортних потоків та їх розподілу по мережі викликає значний інтерес у вітчизняних та зарубіжних вчених. Найбільш прийнятним для моделювання транспортних потоків та їх розподіл по мережі є гравітаційний підхід.

Література:

1. Кристопчук М. Є. Соціально-економічна ефективність пасажирської транспортної системи приміського сполучення : монографія / М. Є. Кристопчук. – Рівне : НУВГП, 2012. – 158 с.

2. Krystopchuk M., Pashkevych S., Khitrov I., Tkhoruk Y. Formation and Distribution Flows of External Transport in the City. In: Kabashkin I., Yatskiv I., Prentkovskis O. (eds) Reliability and Statistics in Transportation and Communication. RelStat 2019. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 117. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-44610-9_15.

3. Кристопчук М. Є. Вплив місць розташування об'єктів транспортної інфраструктури на просторовий розвиток міста / М.Є. Кристопчук // Вісник Національного університету «Львівська політехніка», Львів: зб. наук. пр. / Нац. ун-т «Львів. політехніка». – Львів : Вид-во Нац. ун-ту «Львів. політехніка», 2017. – Вип. 866, серія : Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – С. 166-171.

4. Krystopchuk M. Change of drivers functional condition while moving along highways of different technical categories //Transport Technologies. – 2020. – №. 1. – С. 22-32. <https://doi.org/10.23939/tt2020.01.022>

5. Вильсон А. Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем. Перев. с англ. – М.: Наука, 1978. – 248 с.

6. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков // Автоматика и телемеханика. – 2003. – №11. – С.3-46.

7. Бонсалл П.У., Мейсон А.К., Уилсон А.Г. Моделирование пассажиропотоков в транспортной системе (оценка вариантов развития транспортной системы и анализа чувствительности модели): Пер.англ. – М.: Транспорт, 1982. – 207 с.

8. Payne H.J. Models of Freeway Traffic and Control / Mathematical Models of Public Systems. Ed. Bekey G. A. V. 1 La Jolla, CA: Simulation Council, 1971. - P. 51-61.

9. Cremer M., Keller H. A New Class of Dynamic Methods for the Identification of Origin-Destination Flows // Transportation Research-B, 1987. Vol. 21(B). N2. P. 117 -132.