

4. William B. Ribbens. Understanding automotive electronics : an engineering perspective. Cambridge, MA : Butterworth-Heinemann, 2017. 712 p.
5. Bosch automotive electrics and automotive electronics. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2014. 530 p.
6. Бажинов О. В., Смирнов О. П., Серіков С. А. Гібридні автомобілі. Харків : ХНАДУ, 2008. 327 с.
7. Сажко В. А. Електрообладнання автомобілів і тракторів : підручник. К. : Каравела, 2008. 400 с.
8. Мазепа С. С., Куцик А. С. Електрообладнання автомобіля : навч. посібник. Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2004. 168 с.

*Науковий керівник: Дон Є.Ю., доцент кафедри автомобілів ім. А.Б. Гредескула, канд. техн. наук*

Письменний Михайло, ст. гр. АА-41-22  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

## **КОЛИВАННЯ ПІДРЕСОРЕНИХ ТА НЕПІДРЕСОРЕНИХ МАС ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ КАТЕГОРІЇ $N_2$ ПРИ НАЇЗДІ ЙОГО КОЛІС НА ОДИНИЧНУ ПЕРЕШКОДУ**

Теорія коливань є важливим розділом механіки, що має широке застосування в сучасному автомобілебудуванні. У процесі руху транспортного засобу по нерівностях дорожнього покриття виникають коливальні процеси, які суттєво впливають на комфорт, керованість, стійкість та довговічність автомобіля.

Особливе значення має дослідження коливань підресорених та непідресорених мас транспортного засобу. Підресорена маса включає кузов, кабіну та вантаж, тоді як непідресорена – елементи ходової частини, зокрема колеса, частину підвіски та мости. Взаємодія цих мас при русі автомобіля визначає характер коливань та ефективність роботи підвіски.

Розглядається транспортний засіб категорії  $N_2$ , тобто вантажний автомобіль повною масою від 3,5 до 12 тонн. Для таких транспортних засобів питання динамічної навантаженості та коливань є особливо актуальним, оскільки вони експлуатуються в умовах змінних дорожніх навантажень і перевозять значні маси вантажу.

Одним із характерних випадків збурення коливальної системи є наїзд колес на одиничну перешкоду, що моделює нерівності дорожнього покриття. Такий вплив дозволяє оцінити динамічну реакцію транспортного засобу, визначити параметри коливань та дослідити процеси їх загасання.

Аналіз коливань підресорених та непідресорених мас при наїзді на перешкоду дає змогу оптимізувати параметри підвіски, покращити плавність ходу автомобіля та підвищити безпеку його експлуатації. Метою даної роботи є дослідження коливань підресорених та непідресорених мас транспортного

засобу категорії  $N_2$  при наїзді коліс на одиничну перешкоду, а також аналіз впливу параметрів системи на її динамічні характеристики. теоретичні засади математичної моделі коливання підресорених та непідресорених мас автомобіля [1].

Розглянемо вантажний автомобіль, що належить до транспортних засобів категорії  $N_2$ , у вигляді розрахункової схеми, наведеної на рисунку 1 дана схема застосовується для дослідження вертикальних коливань транспортного засобу під час руху по нерівному дорожньому покриттю. автомобіль представлено у боковій проекції із умовним зображенням зосереджених мас, що значно спрощує подальший математичний опис динамічних процесів. Такий підхід дає можливість замінити реальну просторову конструкцію транспортного засобу еквівалентною механічною системою, яка складається з кількох мас, з'єднаних між собою пружними та демпфуючими елементами підвіски. Підресорені маси позначаються як  $M_1$  та  $M_2$  і відповідають передній та задній частині відповідно кузова автомобіля. Маса  $M_3$  пов'язує між собою  $M_1$  та  $M_2$ . Такий розподіл дає змогу врахувати нерівномірність розташування маси вздовж бази автомобіля та оцінити її вплив на характер коливальних процесів.

Пружні властивості підвіски характеризуються коефіцієнтами жорсткості  $c_1$  та  $c_2$  для передньої і задньої осей відповідно, а демпфуючі властивості – коефіцієнтами в'язкості амортизаторів  $k_1$  та  $k_2$ . Додатково враховуються параметри коліс:  $c_{sh1}$  та  $c_{sh2}$  – коефіцієнти жорсткості шин передньої і задньої осей, а  $k_{sh1}$  та  $k_{sh2}$  – коефіцієнти їх в'язкості.

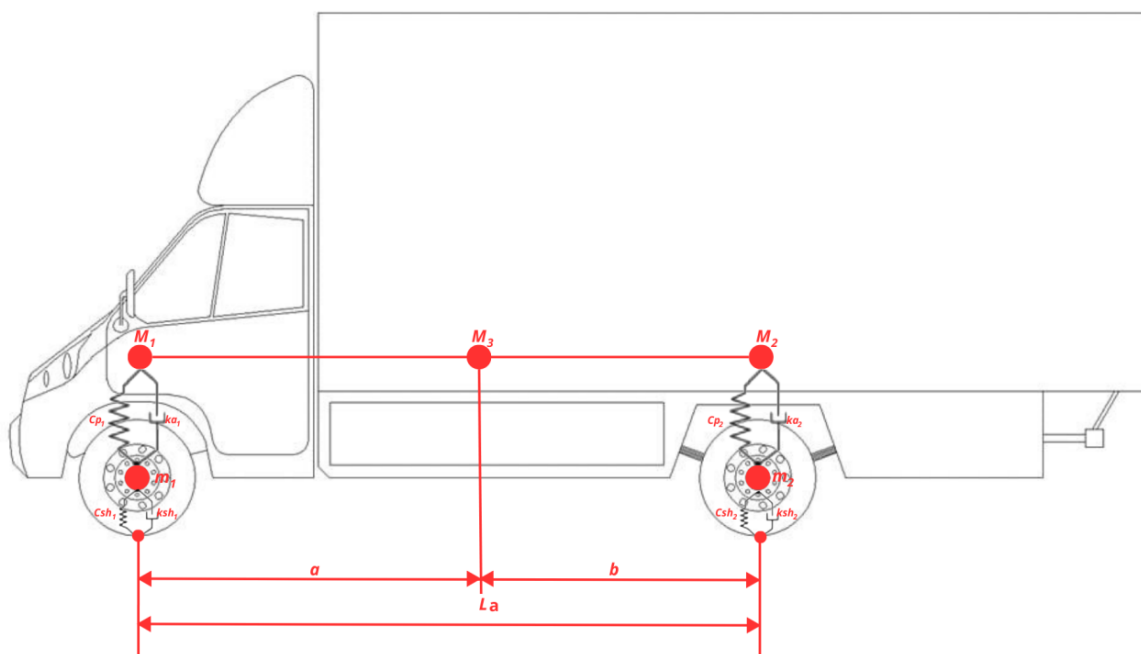


Рисунок 1 – Розрахункова модель транспортного засобу

Непідресорені маси  $m_1$  та  $m_2$  відповідають переднім і заднім колесам разом із елементами підвіски, що безпосередньо взаємодіють із дорожнім покриттям. Саме ці маси першими сприймають збурення під час наїзду колеса

на одиничну перешкоду та передають динамічні навантаження на підресорені частини автомобіля. Наведена розрахункова схема слугує наочною основою для складання диференціальних рівнянь руху та подальшого аналізу коливань підресорених і непідресорених мас

Для моделювання моделі дорожнього покриття використаємо програмний продукт *Matlab*. Процес дослідження динаміки автомобіля потребує створення математичного опису мікропрофілю дороги, який би адекватно відтворював реальні умови руху.

Основним завданням цього розділу є розробка алгоритму для формування одиничних нерівностей типу «бугор» та «яма». Для опису форми нерівності обрано поліноміальну апроксимацію другого ступеня, що дозволяє отримати плавну криву, яка залежить від геометричних параметрів (довжини  $L$  та висоти  $h$ ) і швидкості руху автомобіля  $v$ .

Математична модель базується на визначенні часових меж взаємодії колеса з нерівністю ( $t_1$  – початок,  $t_3$  – кінець). Для забезпечення реалістичності профілю вводиться логічне обмеження: за межами розрахункового інтервалу висота дорожнього покриття приймається рівною нулю, що формує стабільну пряму лінію дороги [2].

#### Лістинг 1 – Модель дорожньої нерівності

```
clear; %Очищення робочого простору Workspace
clc; %Очищення робочого простору Comand Window
t1 = 1.2; %Час початку нерівності, сек
La = 2.5; %Колісна база автомобіля, м
L = 1; %Довжина нерівності, м
v = 5/3.6; %Швидкість, з якою автомобіль долає нерівність, м/с
t3 = t1+(L/v); %Час закінчення нерівності, сек
t2 = (t1+t3)/2; %Час пікової висоти нерівності, сек
t0 = L/v; %час подолання нерівності
h1 = 0; %Висота нерівності в момент часу t1, м
h2 = 0.1; %Висота нерівності в момент часу t2, м
h3 = 0; %Висота нерівності в момент часу t3, м
t = [t1 t2 t3]; %Матричний запис часу подолання нерівності
h = [h1 h2 h3]; %Матричний запис висоти нерівності в кожний момент часу
h1 = [h1 -h2 h3]; %Матричний запис глибини нерівності в кожний момент часу
p = polyfit(t,h,2); %формування поліному другого ступеня для бугра
p1 = polyfit(t,h1,2);%формування поліному другого ступеня для ями
td = 0:0.05:4;
pp = polyval(p,td);
plot(td,pp);
axis([0 4 0 2]);
```

Програмна реалізація моделі у середовищі *Matlab* базується на аналітичному описі геометричного профілю нерівності. Розрахунок починається з повного очищення робочого простору та встановлення вхідних параметрів, що включають колісну базу автомобіля, довжину нерівності та швидкість руху. На основі цих даних визначаються ключові часові мітки: моменти в'їзду, проходження пікової точки та завершення подолання перешкоди.

Математичне моделювання профілю здійснюється шляхом формування матриць опорних точок часу та відповідних їм значень висоти для «бугра» або

глибини для «ями». За допомогою функції *polyfit()* будуються поліноми другого ступеня, які описують плавну криву нерівності. Фінальний етап передбачає розрахунок масиву значень профілю на заданому часовому інтервалі та його візуалізацію у вигляді графіка (рис. 1, рис. 2) з відповідним масштабуванням осей для наочного представлення геометрії дорожнього покриття.

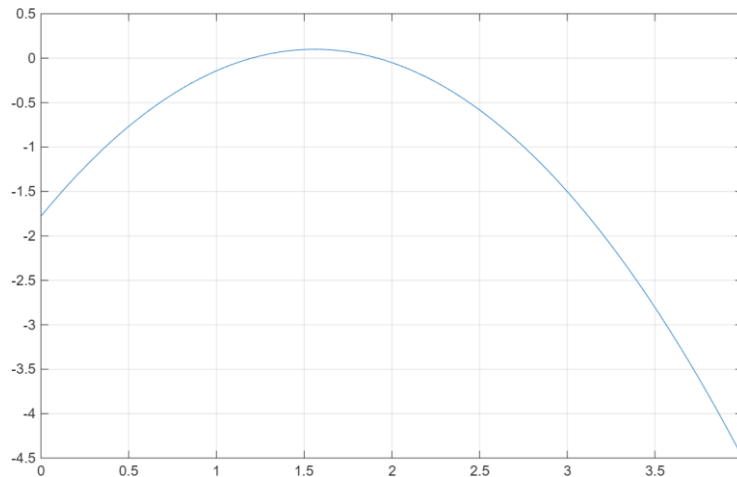


Рисунок 2 – Візуалізація моделі дорожнього покриття (бугра)

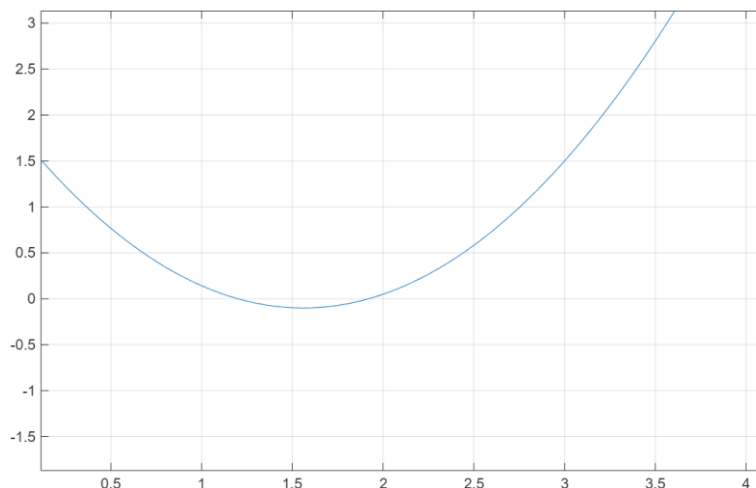


Рисунок 3 – Візуалізація моделі дорожнього покриття (ями)

Різниця між моделями досягається за рахунок заміни поліному  $p$  на  $p1$  у 19 строці коду. Необхідність корекції програмного коду зумовлена специфікою поліноміальної апроксимації другого ступеня. При використанні класичного полінома функція описує параболу, яка за межами розрахункових точок часу в'їзду та з'їзду з нерівності продовжує нескінченно зростати або спадати. Це створює суттєву похибку, оскільки в моделі з'являються неіснуючі відхилення висоти дорожнього покриття на ділянках рівної дороги.

Вдосконалений алгоритм передбачає введення оператора логічного обмеження значень функції відносно часового інтервалу проходження нерівності. Примусове занулення масиву значень висоти профілю поза межами розрахункового часу дозволяє сформуванню стабільну горизонтальну лінію, що відповідає реальному мікропрофілю полотна. Такий підхід забезпечує високу

точність моделювання геометричних параметрів «ями» та виключає некоректні коливання системи під час подальшого дослідження динамічних характеристик автомобіля. Додатково оптимізовано крок дискретизації та параметри візуалізації, що дає змогу отримати чітке графічне відображення переходу від стабільного стану дороги до зони збурення.

### Лістинг 2 – Модель дорожньої нерівності із обмеженням візуалізації

```
clear; % Очищення робочого простору Workspace
clc; % Очищення вікна команд Command Window
t1 = 1.2; % Час початку нерівності, сек
La = 2.5; % Колісна база автомобіля, м
L = 1; % Довжина нерівності, м
v = 5/3.6; % Швидкість, з якою автомобіль долає нерівність, м/с
t3 = t1+(L/v); % Час закінчення нерівності, сек
t2 = (t1+t3)/2; % Час пікової висоти нерівності, сек
t0 = L/v; % Час подолання нерівності
h1 = 0; % Висота нерівності в момент часу t1, м
h2 = 0.1; % Висота нерівності в момент часу t2, м
h3 = 0; % Висота нерівності в момент часу t3, м
t = [t1 t2 t3]; % Матричний запис часу подолання нерівності
h = [h1 h2 h3]; % Матричний запис висоти для бугра
h_inv = [h1 -h2 h3]; % Матричний запис глибини для ями
p = polyfit(t,h,2); % Формування поліному другого ступеня для бугра
p1 = polyfit(t,h_inv,2); % Формування поліному другого ступеня для ями
td = 0:0.01:4;
pp = polyval(p, td);
% ОБМЕЖЕННЯ: Зануляємо все, що поза межами часу t1 та t3
% Це створює пряму лінію дороги та не дає графіку йти вище/нижче нуля
pp(td < t1 | td > t3) = 0;
plot(td, pp, 'LineWidth', 1.5);
grid on; % Додавання сітки для зручності
axis([0 4 -0.2 0.2]);% Налаштування осей (щоб бачити яму та пряму дорогу)
```

Результатом вдосконалення є більш зручне представлення дорожнього покриття із нерівностями (рис. 4, рис. 5).

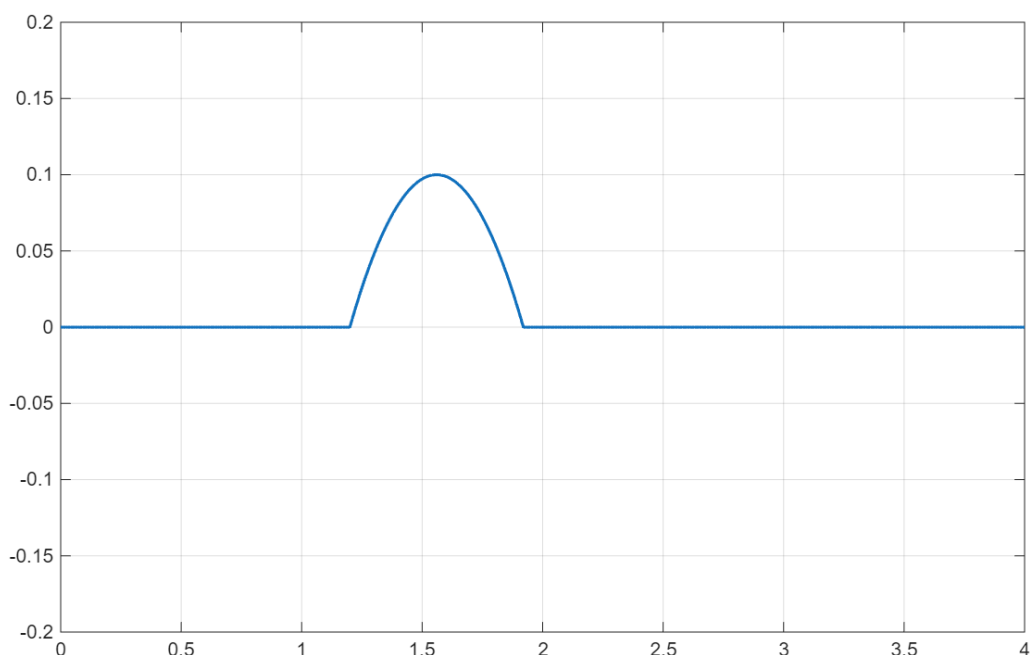


Рисунок 4 – Вдосконалена візуалізація моделі дорожнього покриття (бугра).

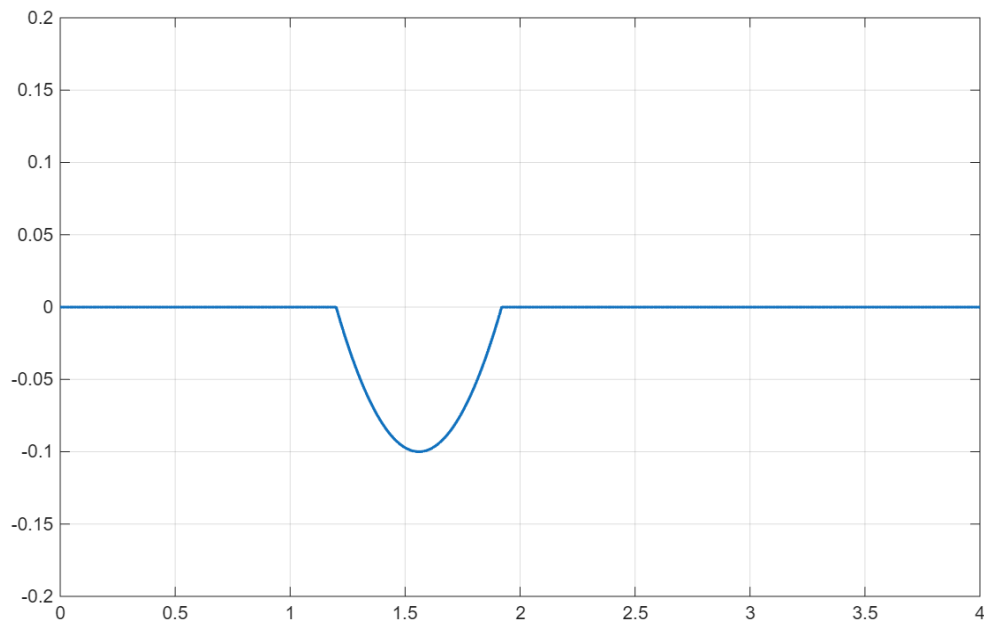


Рисунок 5 – Вдосконалена візуалізація моделі дорожнього покриття (ями).

Різниця між представленнями дорожнього покриття досягається за рахунок зміни поліному  $p$  на  $p1$  у 22 строці коду.

При побудові математичної моделі коливань вантажного автомобіля (зокрема, при дослідженні плавності ходу) приймають такі допущення:

- *Малість коливань*: коливання підресореної маси (рами, кабіни, кузова) та невідресорених мас (переднього та заднього мостів із колесами) вважаються малими. Це дозволяє лінеаризувати диференціальні рівняння руху.
- *Сталість характеристик*: жорсткість ресор (пружин) та коефіцієнти опору амортизаторів вважаються постійними (лінійними).
- *Контакт із дорогою*: колеса обкочуються по мікропрофілю дороги без відриву, зберігаючи точковий, але постійний контакт із її поверхнею.
- *Геометрія мас*: геометричні осі підресореної маси вантажного автомобіля збігаються з головними центральними осями її еліпсоїда інерції.
- *Напрям сил*: розглядаються переважно вертикальні сили, що діють на автомобіль, та поздовжні моменти, які викликають поздовжньо-кутові коливання (галопування).

Для вантажних автомобілів, при використанні трьохмасової коливальної моделі (підресорена маса та дві невідресорені маси мостів) [3], зазвичай приймають, що квадрат радіуса інерції автомобіля приблизно дорівнює добутку відстаней від центру мас до осей автомобіля:

$$\rho^2 \approx a \cdot b, \quad (1)$$

де  $a$  – відстань від центру мас до передньої осі, м;

$b$  – відстань від центру мас до задньої осі, м.

Параметри  $a$  та  $b$  визначаються за урахування розподілу навантаження на передню та задню вісі застосовуючи наступні формули:

$$a = G_2 \cdot LG = 1660 \cdot 9,81 \cdot 4,12765 \cdot 9,81 = 2,46 \quad (2)$$

$$b = G_1 \cdot LG = 1105 \cdot 9,81 \cdot 4,12765 \cdot 9,81 = 1,64 \quad (3)$$

Умовні маси  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  описують розподіл підресореної маси вантажного автомобіля  $M$ , див.рис. 1.1, і розраховуються за формулами:

$$M_1 = M \cdot \rho_2 a \cdot (a+b); \quad (4)$$

$$M_2 = M \cdot \rho_2 b \cdot (a+b); \quad (5)$$

$$M_3 = M \cdot (1 - \rho_2 a \cdot b). \quad (6)$$

Визначені вище приведені маси та геометричні параметри є основою для складання диференціальних рівнянь руху вантажного автомобіля. Використання тримасової моделі дозволяє врахувати взаємовплив коливань передньої та задньої частин рами, а також роботу підвіски та шин.

Система диференціальних рівнянь, що описує вертикальні переміщення кузова та мостів, має наступний вигляд:

- Рівняння для підресореної маси попереду та позаду автомобіля відповідно:

$$M_1 \ddot{z}_1 + 2ka_1 \dot{z}_1 + 2cp_1 z_1 + M_3 \ddot{z}_2 = 2ka_1 \zeta_1 + 2cp_1 \zeta_1, \quad (7)$$

$$M_2 \ddot{z}_2 + 2ka_2 \dot{z}_2 + 2cp_2 z_2 + M_3 \ddot{z}_1 = 2ka_2 \zeta_2 + 2cp_2 \zeta_2. \quad (8)$$

Рівняння для непідресореної маси попереду та позаду автомобіля відповідно:

$$m_1 \zeta_1 + 2(ka_1 + k_{ш1}) \zeta_1 + 2(cp_1 + c_{ш1}) \dot{\zeta}_1 - 2ka_1 z_1 - 2cp_1 z_1 = 2k_{ш1} q_1 + 2c_{ш1} \dot{q}_1, \quad (9)$$

$$m_2 \zeta_2 + 2(ka_2 + k_{ш2}) \zeta_2 + 2(cp_2 + c_{ш2}) \dot{\zeta}_2 - 2ka_2 z_2 - 2cp_2 z_2 = 2k_{ш2} q_2 + 2c_{ш2} \dot{q}_2. \quad (10)$$

У наведеній системі рівнянь прийняті наступні позначення:

- $z_1, z_2$  – переміщення підресореної маси (рами та кузова) вантажного автомобіля, м;

- $\dot{z}_1, \dot{z}_2$  – швидкість переміщення підресореної маси (рами та кузова) вантажного автомобіля, м/с;

- $\ddot{z}_1, \ddot{z}_2$  – прискорення переміщення підресореної маси (рами та кузова) вантажного автомобіля, м/с<sup>2</sup>;

- $\zeta_1, \zeta_2$  – переміщення колес вантажного автомобіля, м;

- $\dot{\zeta}_1, \dot{\zeta}_2$  – швидкість колес вантажного автомобіля, м/с;

- $\ddot{\zeta}_1, \ddot{\zeta}_2$  – прискорення колес вантажного автомобіля, м/с<sup>2</sup>;

- $q_1, q_2$  – переміщення колес відносно опорної поверхні, м;

- $\dot{q}_1, \dot{q}_2$  – швидкість переміщення мостів відносно опорної поверхні, м/с.

Реалізувати модель раціонально у програмному середовищі *Matlab Simulink*. У даному розділі відбуватиметься побудова імітаційної моделі руху транспортного засобу, яка дозволяє дослідити динамічну поведінку автомобіля під час руху по нерівній дорожній поверхні.

На основі розробленої у попередньому розділі теоретичної моделі буде сформовано структурну схему в середовищі *Simulink*, що відтворює взаємодію підресорених та непідресорених мас, а також роботу елементів підвіски (пружних і демпфуючих елементів).

Особливу увагу приділено моделюванню процесу наїзду колеса на дорожню нерівність, що задається у вигляді вхідного впливу. Це дає змогу оцінити реакцію системи у вигляді переміщень, швидкостей та прискорень окремих мас.

### Лістинг 3– Вихідні дані для розрахунків

```
clear; clc; % Очищення вікон Workspace та Command Window
M=2765; % Маса кузова автомобіля (без мостів та колес), кг
La=4.1; % Колісна база автомобіля, м
a=2.46; % Координата ц.т. відносно передньої вісі, м
b=La-a; % Координата ц.т. відносно задньої вісі, м
ro=sqrt(a*b); % Радіус інерції кузова автомобіля, м^2
M1=M*ro^2/(a*(a+b)); % Маса кузова, що давить на передню вісь авто., кг
M2=M*ro^2/(b*(a+b)); % Маса кузова, що давить на задню вісь авто., кг
M3=M*(1-ro^2/(a*b)); % Умована маса, що пов'язує масу M1 та M2, кг
ka1=4000; % Коефіцієнт в'язкості передніх амортизаторів, Нс/м
ka2=10000; % Коефіцієнт в'язкості заднього амортизатора, Нс/м
cp1=200000; % Коефіцієнт пружності передньої підвіски, Н/м
cp2=400000; % Коефіцієнт пружності задньої підвіски, Н/м
m1=325; % Непідресорена маса, що розташована спереду авто, кг
m2=325; % Непідресорена маса, що розташована позаду авто, кг
ksh1=1700; % Коефіцієнт в'язкості передніх шин, Нс/м
ksh2=1700; % Коефіцієнт в'язкості задніх шин, Нс/м
csh1=950000; % Коефіцієнт пружності передньої шини, Н/м
csh2=950000; % Коефіцієнт пружності задньої шини, Н/м
t1 = 1.2; %Час початку нерівності, сек
L = 1; %Довжина нерівності, м
v = 10/3.6; %Швидкість, з якою автомобіль долає нерівність, м/с
t3 = t1+(L/v); %Час закінчення нерівності, сек
t2 = (t1+t3)/2; %Час пікової висоти нерівності, сек
t0 = L/v; %час подолання нерівності
h1 = 0; %Висота нерівності в момент часу t1, м
h2 = 0.1; %Висота нерівності в момент часу t2, м
h3 = 0; %Висота нерівності в момент часу t3, м
t = [t1 t2 t3]; %Матричний запис часу подолання нерівності
h = [h1 h2 h3]; %Матричний запис висоти нерівності в кожний момент часу
p = polyfit(t,h,2); %формування поліному другого ступеня для бугра
p1 = polyfit(t,-h,2);%формування поліному другого ступеня для ями
s = 15; %відстань між бугром та ямою, м
t_pr = s/v; %різниця у часі між подоланням нерівностей
```

Даний код вводить у систему дані про вагу автомобіля, в даному випадку, кузова автомобіля, жорсткість та пружність його колес та підвіски, розподілення ваги та основні дані про нерівність. Також вводиться розглянута вище математична модель дорожнього покриття.

Після того, як дані заведені до системи, переходимо до пакету *Simulink*. У процесі реалізації математичної моделі в середовищі *Matlab Simulink* (рис. 4.1) було використано ряд стандартних функціональних блоків, кожен з яких виконує окрему математичну або логічну операцію.

Блок **Clock** використовується для формування поточного модельного часу. Його вихідний сигнал дозволяє задавати часові залежності та використовувати час як незалежну змінну в інших елементах моделі.

Блок **Polyval** призначений для обчислення значення поліноміальної функції. У даній моделі він може використовуватись для задання профілю дорожньої нерівності або апроксимації складних залежностей.

Блок **Saturation** обмежує значення сигналу в заданому діапазоні. Це дозволяє уникнути фізично нереалістичних значень, наприклад, надмірних переміщень або сил у підвісці.

Блок **Sum** виконує алгебраїчне додавання або віднімання вхідних сигналів. Використовується для складання сил, переміщень або інших величин відповідно до рівнянь руху системи.

Блок **Transport Delay** реалізує затримку сигналу на заданий проміжок часу. У моделі він дозволяє врахувати запізнювання реакції системи або різницю у часі впливу на передню та задню осі автомобіля.

Блок **Step** формує ступінчастий сигнал, який використовується для моделювання різких змін, наприклад, наїзду колеса на бардюр.

Блок **Derivative** обчислює похідну від вхідного сигналу за часом. Дає можливість отримати швидкість або прискорення на основі зміни переміщення.

Блок **Fcn** дозволяє задавати довільну математичну функцію у вигляді аналітичного виразу. Використовується для реалізації специфічних залежностей, що не покриваються стандартними блоками.

Блок **Mux** об'єднує декілька сигналів в один векторний сигнал. Це зручно для передачі декількох величин одночасно, наприклад, для подальшого відображення або обробки.

Блок **Integrator** виконує інтегрування сигналу за часом. У динамічних системах використовується для отримання швидкості з прискорення або переміщення зі швидкості.

Блок **Scope** призначений для візуалізації сигналів у вигляді графіків у процесі моделювання. Дозволяє аналізувати зміну параметрів системи в часі.

#### 4.2 Дослідження математичної моделі

Проведення досліджень із використанням математичного моделювання дозволяє отримати уявлення про динамічну поведінку автомобіля без необхідності проведення складних і ресурсомістких експериментальних випробувань. Рух вантажного автомобіля по нерівностях суттєво впливає на величину динамічних навантажень, які передаються на елементи підвіски, раму та вантаж. Підвищені навантаження можуть призводити до прискореного зносу конструктивних елементів, зниження надійності транспортного засобу, а також пошкодження перевезеного вантажу. Крім того, значні коливання можуть негативно впливати на стійкість та керованість автомобіля під час руху.

Проведення параметричних досліджень дозволяє встановити закономірності зміни динамічних характеристик автомобіля залежно від умов руху та основних параметрів моделі. Отримані результати можуть бути використані для оцінки навантаженості елементів конструкції та подальшого обґрунтування вибору раціональних параметрів підвіски вантажного

автомобіля в реальних умовах експлуатації. Збільшення маси транспортного засобу призводить до зростання інерційності системи, що частково згладжує коливання кузова, однак не усуває значних динамічних навантажень, особливо при подоланні різких нерівностей, таких як бордюри.

Таким чином, результати проведених досліджень підтверджують доцільність використання математичного моделювання для аналізу динаміки вантажних автомобілів та дозволяють зробити висновки щодо впливу основних параметрів на роботу підвіски. Отримані результати можуть бути використані для обґрунтування вибору раціональних характеристик підвіски з метою зниження динамічних навантажень та підвищення надійності транспортного засобу.

### Література

1. Богомолів В.А., Гурко А.Г., Клименко В.І., Туренко А.М. Основи прикладної теорії коливань: Учбовий посібник. – Харків: ХНАДУ, 2002. – 130 с.
2. Теорія цифрових автоматичних систем колісних та гусеничних Т11 транспортних засобів: навчальний посібник для студентів спеціальності «Галузеве машинобудування» / Є. Є. Александров, Т. Є. Александрова, І. В. Костяник, М. П. Холодов. – Харків : ХНАДУ, 2022. – 108 с.
3. Прикладна теорія коливань для студентів автомобільних спеціальностей вищів / Є.Є. Александров, В. О. Богомолів, В.І. Клименко, Д. М. Леонт'єв – Харків : ФОП Бровін О.В., 2025. – 162 с. ISBN 978-617-8238-75-9
4. Applied theory of vibrations for students of automotive specializations at higher education institutions : study guide / Ye. Ye. Aleksandrov, V. O. Bohomolov, V. I. Klimenko, D. M. Leontiev. – 2nd Edition. – Kharkiv : ФОП Бровін О. В., 2026. – 160 p.
5. Богомолів, В. О. Математичне моделювання робочих процесів колісних та гусеничних транспортних засобів : навч. посіб. / В. О. Богомолів, Д. М. Леонт'єв. – Харків : ФОП Бровін О. В., 2025. – 170 с.
6. Tovt, B., Leontiev, D., & Malyi, V. (2025). Formulation of the problem of topology optimization of automobile and agricultural machinery structures. *Автомобільний транспорт*, (56), 19-28.
7. Bogomolov V., Leontiev D. On the distribution of normal reactions between the axes of a balancing bogie during vehicle braking. *AIP Conf. Proc.* 16 July 2025; 3428 (1): 020003. <https://doi.org/10.1063/12.0038594>
8. Леонт'єв, Д. М. Щодо впливу розподілу вантажу на зміщення координат центру тяжіння в причепі з центральними осями / Д. М. Леонт'єв, Д. Б. Сінельнік // Підвищення якості продукції машинобудівних та ремонтних підприємств : зб. матеріалів IV Всеукр. наук.-практ. онлайн-семінару, 29 трав. 2025 р. / Харків. нац. автомоб.-дор. ун-т. – Харків, 2025. – С. 105–108.

*Науковий керівник: Шуклінов С.М., професор кафедри автомобілів ім. А.Б.Гредескула, докт. техн. наук*