

# **ОПТИМІЗАЦІЯ УПРАВЛІННЯ НА МІСЬКОМУ ПАСАЖИРСЬКОМУ ТРАНСПОРТІ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ЛІНІЙНОГО ТА ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

**Ст. викл. Козачок Л.М., ХНАДУ**

У пошуку нових ефективних методів та інструментів управління пасажирськими перевезеннями, які спрямовані на мінімізацію часу обслуговування та досягнення максимального показника задоволення потреб пасажирів у транспорті, роботу маршруту та вивчення пасажиропотоку на ньому корисно розглянути за допомогою методів нечіткої логіки, що забезпечують механізм роботи з неточними поняттями, вводять нечіткі множини, проводять з ними логічні дії та отримують кінцевий результат поставленої задачі. У даній роботі з використанням функцій приналежності нечітким множинам розроблено алгоритм пошуку розкладу роботи транспортних засобів на маршруті як послідовності інтервалів обслуговування, що відповідають у ході поставленої задачі нечіткій функції цілі – задоволення потреб населення у перевезеннях та нечітким обмеженням на використання транспортних засобів, які обслуговують маршрут міського пасажирського транспорту.

У ході розгляду різноманітних підходів до поліпшення роботи пасажирського транспорту у містах та методів, спрямованих на це, звернемо увагу на відповідні варіанти удосконалення управління перевезеннями пасажирів на маршрутах. У якості таких регуляторів можуть бути використані наступні показники: зменшення інтервалів між виходами на маршрут для виконання перевезень конкретними транспортними засобами, розробка розкладів, які враховують удосконалення якості роботи на маршруті, залучення інших видів транспортних засобів з певною пасажиромісткістю. Коректування та створення нових графіків роботи маршруту, нових розкладів обслуговування пасажирів транспортними засобами рухомого складу також мають спиратися на змінення інтервалів руху на маршруті, на змінення часу початку та закінчення роботи по перевезенню пасажирів [2]. Велике значення у цих розробках набуває урахування змін пасажиропотоку впродовж робочої доби на маршруті та дослідження побудованої за необхідними об'ємами перевезень епюри інтенсивності пасажиропотоку та кількості транспортних засобів, що працюють на маршруті [4].

Таким чином, побудова розкладів, що спираються на змінення часу роботи транспортних засобів на маршруті в залежності від кількості пасажирів, які використовують автобусний пасажирський транспорт в певні періоди часу та на певних ділянках є перспективним напрямком розвитку методів управління та врегулювання роботи маршрутів транспортних систем міст.

В багатьох наукових роботах також останнього часу надані розробки нових ефективних методів та інструментів управління пасажирськими перевезеннями, які спрямовані на мінімізацію часу обслуговування, досягнення максимального показника задоволення потреб пасажирів у транспорті на необхідних, економічно активних ділянках транспортної мережі міста та на мінімізацію затрат при використанні транспортних засобів на маршруті, тобто і на енергозбереження ресурсів економіки міст [1].

Вивчення пасажиропотоку корисно розглянути за допомогою методів нечіткої логіки, які гарантують високий рівень обробки вхідних даних та низьку затримку у часі обробки цих даних. Також нечітка логіка допомагає визначати значення достовірності практичних результатів. Нечітка логіка при вірно введених означеннях дає також проміжні оцінки критеріїв між абсолютно вірним значенням та абсолютно хибним значенням з урахуванням того, що при більших значеннях функції приналежності до певної множини вище достовірність критерію, що розглядається.

Процес застосування нечіткої логіки до вхідних значень являє собою скінчену кількість правил, які використовуються при отриманні вихідних значень, та відповідно при прийнятті рішень для удосконалення технічних процесів. Поняття нечіткої множини введено Zadeh у роботах 1965 р. [6], воно є поняттям множини з нечіткими границями. На заміну цільовій функції цілочислового програмування введена функція приналежності множині, значення якої змінюються у інтервалі від 0 до 1,  $\mu(x) \in [0; 1]$ , вказуючи на ступінь відповідності обраній множині. Введемо позначення  $X$  деякої множини значень, відносно яких обговорюється критерій  $A$ , тоді нечітка множина елементів  $X$  буде надана як набір впорядкованих пар  $\{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$ ,  $\mu_A(x)$  – ступінь, який вказує наскільки  $x$  належить нечіткій множині  $A$ .

Нечіткі множини та операції з ними будемо застосовувати для програмування та управління процесами на міському пасажирському транспорті. Нехай парк деякого транспортного підприємства складається з транспортних засобів рухомого складу у необмеженій кількості, спочатку зробимо таке припущення. Це транспортне підприємство обслуговує деякий маршрут пасажирських міських перевезень. Розглянемо можливі варіанти руху автобусів та посадки пасажирів у автобуси на зупинках.

Поняття часових станів, які створюють простір часових станів.

Як було описано у роботах Беллмана Р. Е., простір  $\Omega$  неперервного часу обслуговування перетворюється у дискретний скінчений простір станів  $\Omega$ , де  $|\Omega| < \infty$  з однаковими інтервалами часу у 1 хвилину

$$\forall \omega_i, \omega_{i+1} \in \Omega : \omega_{i+1} - \omega_i = 1 .$$

Поняття простору часових етапів (відрізків часу).

Простір часового етапу  $K$  ділиться на простір часового етапу  $Q$ , де  $N = |Q| < \infty$  з еквівалентними інтервалами  $s \in [5,30]$  в залежності від

обслуговування пасажирів. Часовий стан  $\omega$  відповідає часовому етапу  $q(\omega, s)$ , який визначається наступним чином:

$$q(\omega, s) = [\omega, s].$$

Розклад роботи автобусів на маршруті по обслуговуванню пасажирів.

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_N\}$  – розклад, який являє собою та надає проміжки часу обслуговування. Мається на увазі обслуговування пасажирів на маршруті певним автобусом при чому  $z_N$  є моментом часу відправлення на маршрут  $N$ -го автобусу, який відраховується від моменту часу виходу першого автобусу на маршрут. Також час початку та закінчення обслуговування пасажирів на маршруті  $z_1$  та  $z_N$  задані спочатку, де  $N$  – кількість автобусів, працюючих на маршруті.

Знаходження значень змінних, які будуть рішенням задачі.

$t \in T$  є значеннями, що належать скінченій множині усіх значень інтервалів часу та являють собою проміжки часу, що проходять між двома послідовними зупинками автобусу:

$$t_1 < t_2 < \dots < t_M, |T| = M, t_{i+1} - t_i = 1, \forall i = \overline{1, M-1}.$$

Множина зупинок на маршруті.

Припустимо, що кількість пасажирів, які обслуговуються за інтервали часу  $t_i, i = \overline{1, M}$ , розподілена рівномірно. Множину зупинок позначимо  $b_j \in \{b_1, b_2, \dots, b_J\}, j = \overline{1, J}$ .

Максимальна пасажиромісткість являє собою максимальну кількість пасажирів, яка перевозиться одним автобусом, та позначається  $p_i, i = \overline{1, N}$ . Також для розгляду завдань можна використовувати поняття бажаної пасажиромісткості, яке було введено Ceder A.

Тобто для вивчення роботи по обслуговуванню на маршруті системи міського пасажирського транспорту та постановці задачі оптимізації вводяться умови з системи обмежень у певному часовому стані  $\omega \in \Omega$  на певному часовому етапі  $q \in Q$  та у певному проміжку часу  $t \in T$ .

Опишемо пасажиропотік.

Швидкість потоку пасажирів (інтенсивність), прибуваючих на зупинку на етапі  $q \in Q$  позначимо  $v_i^q$ .

Множина пасажирів, що очікують автобусна зупинці  $i \in J$  має міцність (кількість пасажирів) буде записано  $v_i^q \cdot t$ , час очікування автобуса цими пасажирами буде  $\frac{v_i^q \cdot t^2}{2}$ .

Інтенсивність потоку пасажирів, що використовують автобус, сідають у автобус на зупинці  $i$ , виходять з автобусу на зупинці  $j$  на часовому етапі  $q \in Q$  позначимо  $\lambda_{ij}^q$ , а кількість таких пасажирів знаходиться як  $v_i^q \cdot t \cdot \lambda_{ij}^q$ .

Кількість пасажирів, що продовжують шлях поїздки у автобусі після  $j$ -ої зупинки позначимо  $K_j^{\omega,t}$  при цьому проміжок часу  $\omega$  буде різницею у часі між відправленням автобусу від зупинки  $j$  та останнім автобусом на маршруті у момент відправлення його від першої зупинки при розгляді певного часового стану  $\omega$

$$K_j^{\omega,t} = K_{j-1}^{\omega,t} + v_j^q \cdot t_\omega - \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot t_\omega \cdot \lambda_{ij}^q. \quad (1)$$

Визначимо використованість конкретної зупинки, її **значущість**, яка залежить від кількості пасажирів, що заходять у автобус та виходять із автобусу на зупинці  $j$  при розгляді етапу часу  $q$ :

$$b_j^q = \frac{v_j^q + \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot \lambda_{ij}^q}{\sum_{j=1}^J (v_j^q + \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot \lambda_{ij}^q)}, \quad (2)$$

де  $\sum_{j=1}^J b_j^q = 1$ .

Функцію приналежності до множини часових інтервалів, що відповідають нечіткій функції цілі, яка чисельно визначає ступінь задоволення потреб пасажирів, кількість яких  $K_j^{\omega,t}$  є кількістю пасажирів, що відправляються від зупинки  $j$ , буде позначено  $\mu_{g,P}(K_j^{\omega,t})$ , де  $P$  – максимальна місткість транспортного засобу.

Позначимо  $\mu_g^\omega(t)$  та  $\mu_c^\omega(t)$  функції приналежності, які використовуються для цільової функції та системи обмежень, аргументом цих функцій буде часовий інтервал  $t$ , який розглядається у часовому стані  $\omega$  транспортної системи. Приналежність часового інтервалу до необхідної множини часових інтервалів розглядається для кожної зупинки  $j = \overline{1, J-1}$  з урахуванням значущості цієї зупинки як ваги, що була задані вище рівністю (2).

Для цих функцій приналежності отримаємо наступні формули:

$$\mu_g^\omega(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{g,P}(K_j^{\omega,t}) \quad (3)$$

$$\mu_c^\omega(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{c,P}(K_j^{\omega,t}) \quad (4)$$

Далі запишемо функцію приналежності, яка вказує на ступінь відповідності часового інтервалу  $t$  обслуговування транспортним засобом пасажирів нечіткій цільовій функції та нечітким обмеженням, тобто функцію приналежності до множини часових інтервалів, що найбільш відповідають нечіткій цілі та нечітким обмеженням у певному часовому стані  $\omega$ . Ця формула буде мати наступний вигляд:

$$\mu_o^\omega(t) = \mu_g^\omega(t) \wedge \mu_c^\omega(t). \quad (5)$$

Для  $d \in (0; 1)$  введемо поняття  $d$ -рівня функції  $\mu_o^\omega(t)$ , який позначимо як множину  $U_d(\mu_o)$ , також позначимо  $n_o$  – кількість часових інтервалів, що будуть включені до оптимального розкладу  $Z^*$  роботи на маршруті та будуть оптимізувати цей розклад у часовому стані  $\omega$ . Множина  $O_d^\omega$  є підмножиною  $U_d(\mu_o)$ , що містить інтервали, які мають найвищий ступінь відповідності, відображений у функції приналежності, кількість елементів цієї множини буде  $n_o$ .

Таким чином

$$O_{d,n_o}^\omega(t) \subset U_d(\mu_o) = \overline{\{t | \mu_o^\omega(t) > d\}},$$

$$|\mu_{O_{d,n_o}^\omega}(t)| = |\mu_o| \leq n_o. \quad (6)$$

Для того, щоб оцінювати оптимальність розкладу руху  $Z$  транспортних засобів на маршруті необхідно обчислити величини, які є характеристиками цього розкладу, та за допомогою значень цих характеристик можна оптимізувати розклад руху. Спочатку запишемо формули для обчислення загального часу обслуговування пасажирів транспортними засобами на маршруті  $T_Z$ , загального часу руху пасажирів, що залежить від стану транспортної системи,  $T_\omega$ , загального часу очікування пасажирами транспортних засобів на маршруті  $T_w$ :

$$T_Z = \sum_{\omega=z_1}^{z_N} \sum_{j=1}^{J-1} \omega_j^q \quad (7)$$

$$T_\omega = \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \sum_{j=1}^{J-1} (K_j^{\omega,t} \cdot \omega_j^q) \quad (8)$$

$$T_w = \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \sum_{j=1}^{J-1} \frac{v_j^q \cdot t_\omega^2}{2} \quad (9)$$

Далі ми можемо вивести формулу для обчислення середнього ступеню задоволення потреб населення у автобусах, які виконують перевезення на маршруті впродовж робочої доби як середнього значення функції приналежності до множини часових інтервалів, що найбільш відповідають нечіткій цілі, тобто ступінь відповідності цільовій функції. Також буде записана формула для обчислення середнього значення ступеню використання транспортних засобів впродовж добової роботи на маршруті як середнє значення функції приналежності, що вказує на ступінь відповідності нечітким обмеженням:

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_g &= \frac{1}{N-1} \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \mu_g^\omega(t) , \\ \bar{\mu}_c &= \frac{1}{N-1} \sum_{\omega=z_2}^{z_N} \mu_c^\omega(t) . \end{aligned} \quad (10)$$

Нечіткі цілі постановки задачі повинні підпорядковуватися головному критерію розгляду і вирішення задачі побудови розкладу руху та оптимального управління на маршруті, цей критерій враховує вартість роботи розкладу, що складається з вартості часу роботи транспортних засобів по обслуговуванню пасажирів та вартості часу очікування пасажирами транспортних засобів на маршруті:

$$C = c_z \cdot T_z + c_w \cdot T_w ,$$

де  $c_z$  - затрати на одну годину обслуговування маршруту транспортним засобом,  $c_w$  - затрати пасажирів за одну годину очікування на зупинках.

Визначення оптимального інтервалу часу  $t_\omega$  для кожного часового стану  $\omega$ .

При вирішенні задачі можна будувати чітку математичну модель з чіткими обмеженнями на пропускну здатність автобусів при цьому оптимальний часовий інтервал визначається так, щоб отримати максимальне сукупне навантаження, яке наближається до бажаної зайнятості транспортних засобів та задоволення потреб населення у перевезеннях.

Якщо будувати нечітку модель для вирішення задачі, що поставлена, то оптимальні часові інтервали, що будуть входити до оптимального розкладу роботи на маршруті, визначаються як нечіткою цільовою функцією так і

нечіткими обмеженнями, згрупованими у систему, у певному часовому стані роботи на маршруті:

$$t_{\omega} = \begin{cases} \arg \max \mu_{\omega}^{\omega}(t) & \text{якщо } \mu_{\omega}^{\omega}(t) \leq d, \\ O_{d,n_{\omega}}^{\omega}(t) & \text{якщо } \mu_{\omega}^{\omega}(t) > d, \end{cases} \quad (11)$$

при  $t \in T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ .

Математична модель при цьому перетворює чітку цільову функцію у дві нечіткі функції приналежності – нечітку ціль задоволення пасажирів та нечітку обмеження використання пропускної спроможності транспортного засобу. Для певного часового інтервалу у певному стані часу кількість пасажирів у транспортному засобі на кожній зупинці  $b_j$  відрізняється. У наслідок цього  $\mu_g^{\omega}(t)$  та  $\mu_c^{\omega}(t)$  отримується агрегацією усіх  $\mu_g$  та  $\mu_c$  на зупинці  $j$  над усіма зупинками  $j = \{1, 2, \dots, J - 1\}$ , враховуючи ваги кожної зупинки  $b_j^q$  на етапі роботи транспортної системи  $q \in Q$ .

У рівнянні знаходження часових інтервалів оптимального розкладу робіт сказано, що при  $\mu_{\omega}^{\omega}(t) \leq d$  множина оптимальних часових інтервалів складається з одного елементу  $t_{\omega}$ , що максимізує  $\mu_{\omega}^{\omega}(t)$ , де  $d$  – певний рівень значень функції приналежності. Якщо  $\mu_{\omega}^{\omega}(t) > d$ , то множина часових інтервалів оптимального розкладу є множиною  $O_{d,n_{\omega}}^{\omega}(t)$ , що складається з інтервалів, які мають найвищий ступінь відповідності, відображений у функції приналежності, кількість елементів цієї множини буде  $n_{\omega}$ , елементи будуть розташовані у порядку не зростання їх величин. Рішенням поставленої задачі буде матриця  $O$  розміру  $p \times q$ , елементи якої будуть  $O(\omega, t_{\omega}) = \mu_{\omega}^{\omega}(t)\omega$ .

Простір прийняття рішень  $O$  є базою для формування розкладу  $Z$  як графіку часу обслуговування, при якому два послідовних відправлення автобусів по сполученню відповідають станам  $\omega, \omega + t_{\omega}$ , де  $t_{\omega}$  - часовий інтервал, що відповідає стану  $\omega$ .

Запишемо послідовні кроки пошуку простору рішень  $O(\omega, t_{\omega})$ :

- Спочатку усім елементам матриці  $O(\omega, t)$  присвоїмо нульові значення, також  $K_j^{\omega, t} = 0$ ;

- У циклі по  $\omega \in \Omega, t \in T, j = \overline{1, J - 1}$  будемо обчислювати кількість пасажирів, які продовжують переміщення у автобусі після  $j$ -ї зупинки за формулою, наведеною вище:

$$K_j^{\omega, t} = K_{j-1}^{\omega, t} + t_{\omega} (v_j^q - \sum_{i=1}^{j-1} v_i^q \cdot \lambda_{ij}^q), \text{ де } q = \left[ \frac{\omega}{\omega_0} \right].$$

- Знаходимо значення функцій приналежності у циклі по  $\omega \in \Omega, t \in T$ :

$$\mu_g^\omega(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{g,B}(K_j^{\omega,t}),$$

$$\mu_c^\omega(t) = \sum_{j=1}^{J-1} b_j^q \cdot \mu_{c,B}(K_j^{\omega,t}),$$

$$\mu_o^\omega(t) = \mu_g^\omega(t) \wedge \mu_c^\omega(t).$$

- У циклі по  $t \in T$  обчислюємо оптимальні часові інтервали, множину, що відповідає простору рішень у вигляді матриці  $O$

$$t_\omega = \arg \max \mu_o^\omega(t),$$

$$O(\omega, t_\omega) = \mu_o^\omega(t_\omega).$$

- Розташувати значення функції  $\mu_o^\omega(t)$  по спаданню значень елементів, результат записати у вектор- стовпчик

$$spuskO = descending(\mu_o^\omega(t)).$$

- У циклі по  $n = \overline{1, n_o}$  виконати наступні дії: якщо  $spuskO(n) \leq d$  тоді  $t_\omega = spuskO(n)$ ,  $O(\omega, t_\omega) = spuskO(n)$ .

У ході виконання наведеного вище алгоритму ми отримаємо розклад роботи транспортних засобів на маршруті у запису послідовності інтервалів обслуговування. Цей розклад буде наближений до оптимального розкладу роботи, що можна розглянути, враховуючи кількість рейсів автобусів  $N$ , час обслуговування маршруту транспортними засобами  $T_z$ , час знаходження пасажирів у дорозі на маршруті  $T_\omega$ , час очікування пасажирами транспортного засобу  $T_w$ , середню кількість пасажирів у автобусі  $P$ , середній ступінь задоволення потреб пасажирів  $\overline{\mu_g}$  та середнє значення ступеню використання транспортних засобів впродовж добової роботи на маршруті  $\overline{\mu_c}$ . Вартість роботи рухомого складу на маршруті, що розглядається, за побудованим розкладом обчислюється наступним чином:

$$C = c_z \cdot T_z + c_w \cdot T_w .$$

## Література

1. Левковець П.Р., Мороз М.М., Кобилецький Р.В. Удосконалення логістичного управління перевезень пасажирів. Вісник КДПУ імені Михайла Остроградського. 2007. Вип. 6 (47). С. 113-115.
2. Ceder A. Planning and Evaluation of Passenger Ferry Service in Hong Kong. Transportation. 2006. Vol. 33. P. 133–152.
3. Ceder A., Voß S., Daduna J. Efficient Timetabling and Vehicle Scheduling for Public Transport. Computer-Aided Scheduling of Public Transport. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. 2001. Vol. 505. P. 37-52.
4. Горбачов П.Ф., Любий Є.В. Моделювання попиту на перевезення населення малих міст маршрутним пасажирським транспортом: монографія. Харків: ХНАДУ, 2014. 257 с.
5. Alvarez A., Casado S., Gonzalez Velarde J., Pacheco J. A computational tool for optimizing the urban public transport. Journal of Computer System Sciences International. 2010. Vol. 49(2). P. 244-252.
6. Zadeh L.A. Fuzzy sets. Information and Control. 1965. Vol. 8(3). P. 338-353.