

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
АВТОМОБІЛЬНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АВТОМОБІЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт
з дисципліни "Моделювання електромеханічних систем"
Частина 1

Харків 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
АВТОМОБІЛЬНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АВТОМОБІЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт

з дисципліни "Моделювання електромеханічних систем"

Частина 1

для студентів всіх форм навчання

спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

Затверджено

методичною радою університету,

протокол № __ від _____2024 р.

Харків 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
АВТОМОБІЛЬНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АВТОМОБІЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

До друку та в світ дозволяю

Проректор з НІР

професор _____ А.Г. Батракова

“ ___ ” _____ 2024 року

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт

з дисципліни "Моделювання електромеханічних систем"

Частина 1

Всі цитати, цифровий,
фактичний матеріал
та бібліографічні
відомості перевірені,
написання одиниць
відповідає стандартам

Затверджено

методичною радою університету,

Протокол № __ від ____ 2024 р.

Укладачі:

О. П. Смирнов

А.О. Борисенко

Відповідальний за випуск

А. В. Гнатів

Харків 2024

Укладачі:

О.П. Смирнов

А.О. Борисенко

Кафедра Автомобільної електроніки

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Методичні вказівки до лабораторних робіт за дисципліною «Моделювання електромеханічних систем» складені для студентів спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка усіх форм навчання. Для проведення лабораторних робіт застосовуються методи комп'ютерного імітаційного моделювання за допомогою високорівневої мови технічних розрахунків Mathworks Matlab (ліцензія № 901531).

Мета лабораторних робіт – засвоєння теоретичного і практичного матеріалу з дисципліни «Моделювання електромеханічних систем», здобуття практичних навичок при роботі у пакеті прикладних програм Mathworks Matlab для вирішення задач технічних обчислень у електричних колах та електромеханічних системах.

У кожній лабораторній роботі формулюється мета, наводяться короткі теоретичні положення, послідовність виконання роботи, а також контрольні питання. Для виконання експериментальної частини роботи необхідно уважно вивчити методичні вказівки, знати мету дослідження та характер досліджуваних процесів, детально вивчити послідовність роботи, алгоритм та команди програми.

До наступної лабораторної роботи студент повинен представити повністю оформлений звіт за попередню лабораторну роботу.

Звіт повинен вміщувати:

- найменування та мету роботи;
- схему електричного кола або електромеханічної системи;
- коротке описання роботи та формули, що необхідні для розрахунку;
- отримані в результаті моделювання результати дослідження, наприклад, графіки перехідних процесів при різних параметрах.

Студенти приступають безпосередньо до моделювання електромеханічних процесів після того, як викладач шляхом опитування перевірить їх готовність до виконання лабораторної роботи. Для захисту лабораторної роботи необхідно відповісти на контрольні питання, які наведені наприкінці кожної лабораторної роботи, та на питання викладача за тематикою відповідної лабораторної роботи.

Лабораторна робота №1

РОЗРАХУНОК ПРОСТИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Мета роботи: навчитися застосовувати Mathworks MatLab для розрахунку простих кіл постійного струму.

Завдання:

1. визначити, які резистори та ділянки кола (рис.1, а) включені послідовно і паралельно при замкнутому і розімкнутому станах ключа K .

2. розрахувати розподіл струмів і напруг в колі, що перебуває під дією джерела ЕРС $e=10\text{В}$, при розімкнутому і замкнутому станах ключа K , приймаючи опір елементів $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_7, R_8$ і R_9 рівними $R=10\text{ Ом}$, а $R_6=0$.

3. визначити струм в гілці з джерелом ЕРС при обох станах ключа, струм через замкнутий ключ і напруга на розімкнутому ключі u_K . В обох режимах визначити потужності, що виділяються в окремих резисторах, і сумарну потужність, що віддається джерелом.

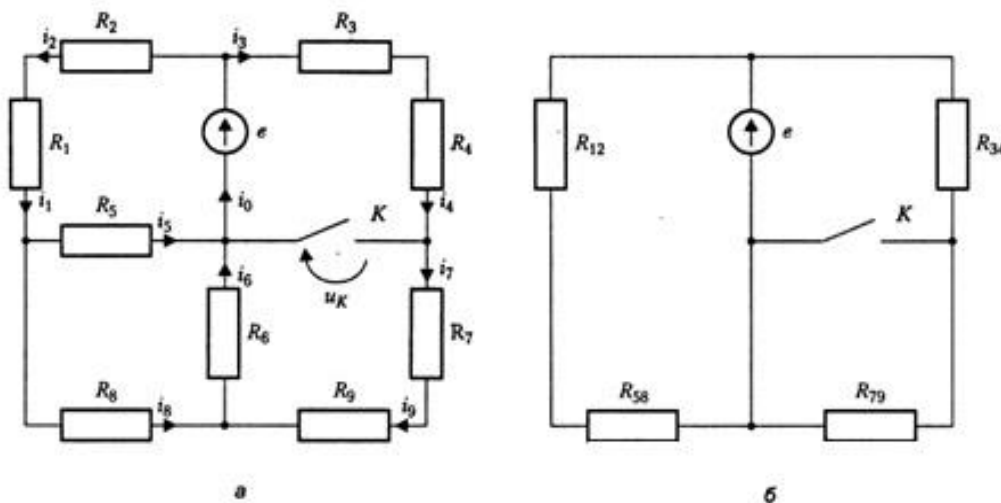


Рисунок 1 – Схема електрична

Теоретичні відомості

Пари резисторів R_1R_2, R_3R_4 і R_7R_9 включені послідовно незалежно від стану ключа. Тому для спрощення замінимо кожен з них

опорами, рівними сумі $R_{12} = R_1 + R_2 = 20 \text{ Ом}$ і такими ж опорами R_{34} і R_{79} . При $R_6 = 0$ резистори R_5 і R_8 включені паралельно, і їх можна замінити опором, рівним $R_{58} = R_5 \cdot R_8 / (R_5 + R_8) = 5 \text{ Ом}$. Після вказаних перетворень прийдемо до схеми, зображеної на (рис. 1, б). Подальші спрощення зводяться до наступного. Опір R_{58} включено послідовно з R_{12} , і тому все це з'єднання можна замінити одним опором $R_{1258} = R_{12} + R_{58} = 25 \text{ Ом}$. Це опір підключено до затискачів джерела ЕРС e , і тому, незалежно від стану ключа, в ньому протікає струм $i_1 = i_2 = e / R_{1258} = 0,4 \text{ А}$. Струм в паралельних опорах R_5 і R_8 внаслідок їх рівності також однакові і рівні половині їх загального струму $i_5 = i_8 = i_1 / 2 = 0,2 \text{ А}$.

При розімкнутому ключі резистори R_{34} і R_{79} включені послідовно, і їх загальний опір дорівнює $R_{3479} = R_{34} + R_{79} = 40 \text{ Ом}$. Так як $R_6 = 0$, то R_{3479} підключено до затискачів джерела ЕРС e , і в усіх чотирьох опорах протікає загальний струм $i_3 = i_4 = i_7 = i_9 = e / R_{3479} = 0,25 \text{ А}$. Струм i_6 в гілці з нульовим опором визначимо за допомогою першого закону Кірхгофа як суму $i_6 = i_8 + i_9 = 0,45 \text{ А}$, а струм, що протікає через джерело ЕРС - як $i_0 = i_5 + i_6 = 0,65 \text{ А}$. Напруга на затискачах розімкнутого ключа u_k дорівнює падінню напруги на паралельному йому опорі R_{79} : $u_k = i_9 R_{79} = 5 \text{ В}$. При замкнутому ключі K струморозподіл в гілках 1, 2, 5 і 8 залишається незмінним, проте гілки 7 і 9 закорочені ключем і гілкою 6 з нульовим опором, тому струми в цих гілках не протікають: $i_3 = i_8 = 0$. Опір R_{34} тепер підключено безпосередньо до затискачів джерела ЕРС e . Тому $i_3 = i_4 = e / R_{34} = 0,5 \text{ А}$. Такий же струм протікає через замкнутий ключ: $i_k = 0,5 \text{ А}$. В гілці 6 з нульовим опором тепер протікає струм $i_6 = i_8 = 0,2 \text{ А}$, а струм, що протікає через джерело ЕРС, визначиться як сума трьох струмів $i_0 = i_5 + i_6 + i_k = 0,9 \text{ А}$, що перевищує значення струму джерела при розімкнутому ключі. Цей результат має загальний характер: закорочення якої-небудь ділянки резистивного кола не може привести до збільшення її вхідного опору. Якщо через закорочену гілку протікає не нульовий струм, то вхідний опір кола обов'язково зменшується, і вхідний струм зро-

стає. Наслідком цього є збільшення потужності, споживаної колом, до значення $p_s = e \cdot i_0 = 9$ Вт.

Обчислення в завданні елементарні й можуть бути виконані навіть без калькулятора. Для розрахунку потужності, що виділяється в окремих резисторах кола, скористаємося засобами MATLAB - зрозуміло, не через складність обчислень, а щоб продемонструвати особливості, пов'язані з векторним поданням напруг, струмів і опорів гілок кола.

Порядок виконання роботи

Спочатку сформуємо вектори опорів гілок і їх струмів, знайдених в ході розрахунку. Вектор R з однаковими елементами створимо за допомогою функції ones.

Елементи вектора струмів I введемо безпосередньо:

```
? R=10*[ones(1,5) 0 ones(1,3)]
```

```
R=
```

```
10_10_10_10_10_0_10_10_10
```

```
? I=[0.4_0.4_0.25_0.25_0.2_0.45_0.25_0.2_0.25];
```

Зверніть увагу, що для струму ми використовуємо позначення I, а не i , яке зарезервоване за уявною одиницею. Далі знайдемо вектор напруг на резисторах, поелементно перемножуючи вектори R і I. Нагадаємо, що символи поелементних мультиплікативних операцій позначаються в MATLAB крапкою:

```
? u=R.*I
```

```
u=
```

```
4.0000_4.0000_2.5000_2.5000_2.0000_0_2.5000_2.0000_2.5000
```

Виділювані в резисторах потужності визначимо за допомогою поелементного множення векторів струму і напруги:

```
? p=u.*I
```

```
p=1.6000_1.6000_0.6250_0.6250_0.4000_0_0.6250_0.4000_0.6250
```

Той же результат дало б застосування формули $p=i^2R$ якому відповідає вираз MATLAB $p=I.^2.*R$. Сумарну потужність, споживану усіма резисторами, можна знайти двома способами. По-перше, можна обчислити добуток тих же векторів u і I в матричному сенсі, коли вектор-рядок напруги множиться на вектор-стовпець струмів:

```
? ps=u*I'
```

```
ps=
```

```
6.5000
```

По-друге, можна просто визначити суму потужностей p :

```
? sum(p)
```

```
ans=
```

```
6.5000
```

Зрозуміло, обидва значення співпали; вони рівні потужності, віддається джерелом: $p_s = e \cdot i_0 = 6,5 \text{ Вт}$.

Контрольні запитання

1. Які методи можна застосовувати для розрахунку струмів і напруг в простих колах постійного струму в MatLab?
2. За якою формулою визначається еквівалентний опір для послідовно включених резисторів? За якою формулою визначається еквівалентний опір для паралельно включених резисторів?
3. Дати визначення і написати формули 1-го і 2-го законів Кірхгофа.
4. Як визначити сумарну потужність споживану усіма резисторами? Що таке баланс потужностей?

Лабораторна робота №2 РОЗРАХУНОК КІЛ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

Мета: придбати навички в розрахунку кіл синусоїдального струму за допомогою Mathworks MatLab.

Завдання: розрахувати комплексним методом розподіл струмів і напруг в колі (рис. 1, а), на вхід якої подано синусоїдальну напругу з діючим значенням $U_0=10$ В і круговою частотою ω . Значення активного і реактивних опорів елементів на цій частоті дорівнюють $R=\omega L=1/(\omega C)=10$ Ом.

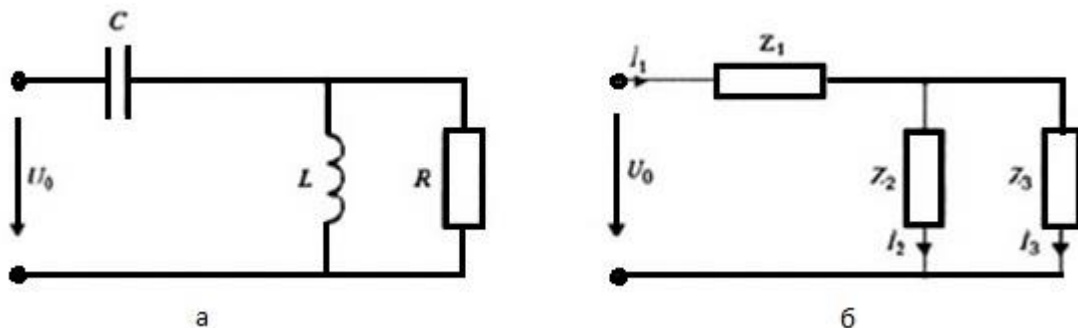


Рисунок 1 – Схема електрична

Порядок виконання роботи

Беручи початкову фазу вхідного напруги $\Psi_{U_0}=0$, отримаємо $\bar{U}_0 = 0$ В. Відповідно до викладеним в, комплексні опори окремих елементів кола рівні:

$$Z_1 = \frac{1}{(j\omega C)} = \frac{10}{j} = -10j; \quad (1)$$

$$Z_2 = j\omega L = 10j; \quad (2)$$

$$Z_3 = R = 10 \quad (3)$$

Розрахунок кола комплексним методом виконаємо засобами MATLAB. Спочатку сформуємо вектор комплексних опорів кола Z і задамо вхідну напругу \bar{U}_0 :

$$? Z = [-10j \ -10j \ 10]; U_0 = 10;$$

Далі розрахуємо вхідний опір кола, зображеної на (рис. 1,б), використовуючи правила, що й для розрахунку аналогічної за структури резистивного кола. Так як Z_2 і Z_3 з'єднані паралельно, то для вхідного опору кола маємо

$$? Z_0 = Z(1) + Z(2) * Z(3) / (Z(2) + Z(3))$$

$$Z_0 =$$

$$5.0000 - 5.0000i$$

Цей вираз показує, що на даній частоті розглянуте коло еквівалентно послідовно включеним резистору з опором $R = 5$ Ом і реактивному опору $X = -5$ Ом. Відзначимо, що речова частина R еквівалентного комплексного опору пасивного кола не може бути негативною. Його мнима частина - еквівалентна реактивному опору X - що може мати будь-який знак в залежності від того, вплив яких реактивних елементів (індуктивних або ємкісних) виявляється на даній частоті переважаючим. Можливий також випадок, коли $X = 0$, так, що індуктивні і ємкісні опори компенсують один одного. Однак для пасивного кола, що містить лише R - і L -елементи, $X > 0$, і навпаки, для RC -кола $X < 0$.

Далі визначимо значення комплексного струму I_1 :

$$? I_1 = U_0 / Z_0$$

$$I_1 =$$

$$1.0000 + 1.0000i$$

Падіння напруги на ємкості знайдемо, використовуючи закон Ома в комплексній формі:

$$? U_1 = I_1 * Z(1)$$

$$U_1 = 10.0000 - 10.0000i$$

Комплексне падіння напруги на ділянці з паралельним з'єднанням Z_1 і Z_3 знаходимо за допомогою рівняння другого закону Кірхгофа:

$$? U_{23} = U_0 - U_1$$

$$U_{23} =$$

$$0 + 10.0000i$$

Зверніть увагу на те, що використане рівність $\bar{U}_{23} = \bar{U}_0 + \bar{U}_1$ справедливо лише для комплексних напруг. Для діючих значень така рівність не має місця, тому що вхідні в нього напруги не збігаються по фазі.

По знайденій напрузі U_{23} визначимо струми в паралельних гілках:

$$? I_2 = U_{23} / Z(2)$$

$$I_2 =$$

$$1$$

$$? I_3 = U_{23} / Z(3)$$

$$I_3 =$$

$$0 + 1.0000i$$

Оскільки в останніх двох операціях беруть участь елементи одного масиву Z , то їх можна об'єднати в одну векторну операцію:

$$? I_{23} = U_{23} ./ Z(2 : 3)$$

$$I_{23} =$$

$$1.0000_0 + 1.0000i$$

Правильність отриманих результатів можна перевірити, переконавшись у виконанні першого закону Кірхгофа для знайдених струмів:

$$I_1 = I_2 + I_3. \quad (4)$$

Сформуємо з отриманих струмів і напруг вектори:

? $U=[U1_U23_U23]$, $I=[I1_I2_I3]$ % (или $I=[I1_I23]$)

U=

10.0000 -10.0000i 0 +10.0000i 0 +10.0000i

I=

1.0000 +1.0000i 1.0000 0 +1.0000i

Отримані комплексні значення струмів і напруг дозволяють побудувати векторну діаграму кола (рис.2). Зображення векторів, що представляють синусоїдальні функції часу, отримуємо, будуючи на комплексній площині знайдені комплексні значення струмів і напруг. Це побудова в системі MATLAB здійснимо за допомогою функції compass:

? compass([U0_U]); hold on; compass(5*I)

Безпосередній результат виконання даного рядка наведено на (рис. 2, а). При побудові модуля векторів струму збільшено в п'ятеро. В завданні прийнято нормування зображуваних величин призводить до наочного результату. Більш загальним прийомом вирівнювання довжини векторів є зображення обох сімейств векторів напруги і струму в відносних одиницях. Можливо, наприклад, розділити кожне з сімейств на довжину його максимального вектора. Ці довжини розраховуються як $U_m = \max(\text{abs}([U0_U]))$ і $I_m = \max(\text{abs}([I]))$.

Для додання діаграм більшої наочності видалимо з неї засобами редагування графічного вікна зайві елементи і нанесемо літерні позначення векторів за допомогою функції gtext. Відредагована діаграма зображена на (рис. 2, б).

Побудована діаграма підтверджує виконання всіх співвідношень, що випливають із законів Ома і Кірхгофа, що визначають взаємну орієнтацію окремих векторів. З неї можливо також знайти діючі значення струмів і напруг як модулі відповідних їм комплексних чисел. Діючі значення всіх знайдених струмів і напруг у розглянутому колі рівні:

$$I_1 = \sqrt{2} \approx 1,4\text{A}; I_2 = 1\text{A}; I_3 = 1\text{A}; U_1 = 10\sqrt{2} \approx 14\text{V}; U_{23} = 10\text{V}$$

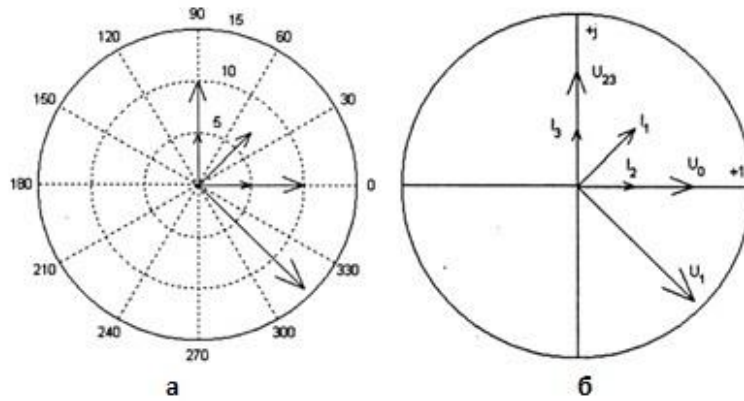


Рисунок 2 – Векторна діаграма

За отриманими результатами можна також розрахувати комплексні потужності окремих гілок $S = U \cdot I^*$:

? $S = U \cdot \text{conj}(I)$

$S =$

$0 - 20.0000i_0 + 10.0000i_{10.0000}$

Нарешті, отримаємо сумарну комплексну потужність, споживану колом в цілому:

? $S_s = U \cdot I'$

$S_s =$

$10.0000 - 10.0000i$

Нагадаємо, що при транспонуванні й масиву за допомогою операції Z' комплексні числа Z стають сполученими, транспонування без сполучення відбувається при використанні операції Z' .

Контрольні питання

1. Що таке синусоїдальний струм?
2. Який використовується закон для знаходження падіння напруги на ємності?
3. За допомогою якої функції будується діаграма струмів і напруг?
4. Як розраховується комплексна потужність окремих гілок?

Лабораторна робота №3 РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Мета: придбати навички у розрахунку розгалужених кіл постійного струму засобами Mathworks MatLab.

Завдання: знайти всі струми і напругу в колі методом вузлових потенціалів і контурних струмів.

Дано: $J=2\text{ А}$, $E_1=100\text{ В}$, $E_2=20\text{ В}$, $R_1=4\text{ Ом}$, $R_2=40\text{ Ом}$, $R_3=16\text{ Ом}$, $R_4=80\text{ Ом}$, $R_5=20\text{ Ом}$, $R_6=8\text{ Ом}$.

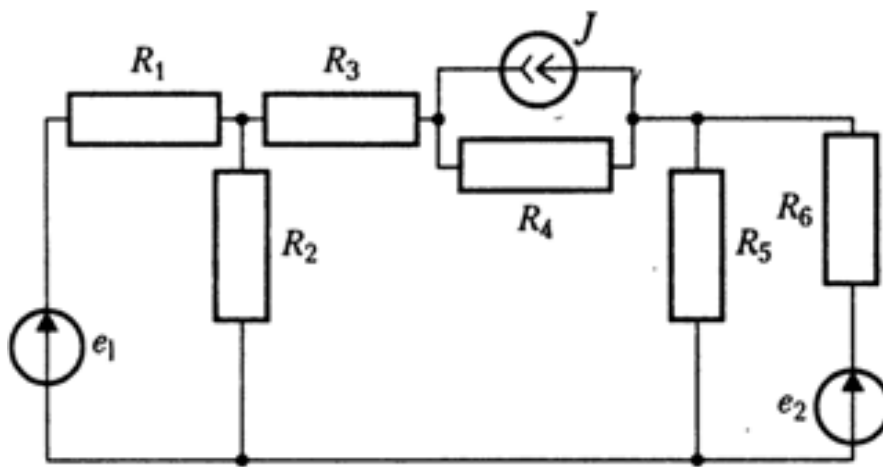


Рисунок 1 – Схема електрична

Порядок виконання роботи

При вирішенні методом вузлових напруг приймемо за опорний - «0» - один з вузлів і пронумеруємо всі інші вузли відповідно до (рис. 2). Шуканими є вузлові напруги u_{10} , u_{20} , u_{30} щодо опорного вузла.

Система вузлових рівнянь має наступний загальний вигляд:

$$G_{11}u_{10} + G_{12}u_{20} + G_{13}u_{30} = J_{1y}$$

$$G_{21}u_{10} + G_{22}u_{20} + G_{23}u_{30} = J_{2y}$$

$$G_{31}u_{10} + G_{32}u_{20} + G_{33}u_{30} = J_{3y}$$

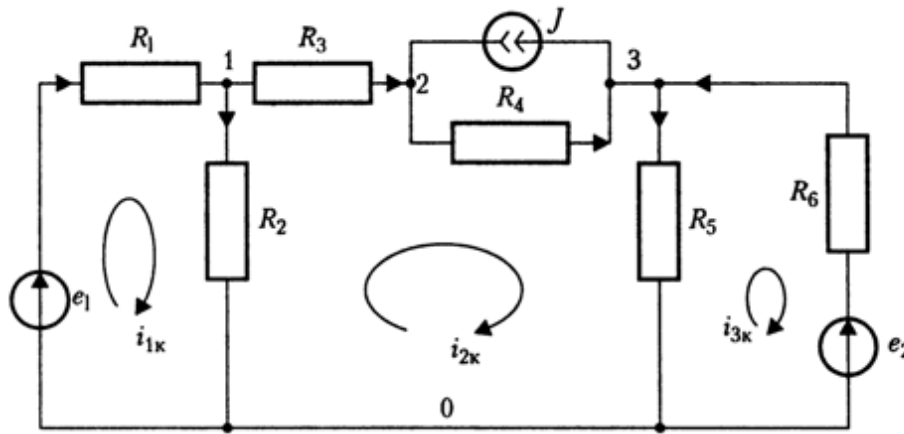


Рисунок 2 – Схема електрична

Для розрахунку спочатку введемо вихідні дані: опори кіл R , вектори ЕРС джерел E і джерела струму J :

$$? R=[4_40_16_80_20_8]; E=[100_20]; J=2;$$

При великому обсязі даних, що вводяться їх доцільно виводити на екран для контролю правильності введення, завершуючи запроваджені оператори комами. Далі знаходимо провідність гілок:

$$? G=1./R$$

$$G=$$

$$0.2500_0.0250_0.0625_0.0125_0.0500_0.1250$$

Власні провідності вузлів G_{kk} – діагональні елементи матриці вузлової провідності, що визначаються як суми провідності всіх гілок, підключених до вузлу k :

$$? G11=G(1)+G(2)+G(3), G22=G(3)+G(4), G33=G(4)+G(5)+G(6)$$

$$G11=$$

$$0.3375$$

$$G22=$$

$$0.0750$$

$$G33=$$

$$0.1875$$

Загальні провідності вузлів G_{kn} дорівнюють узятим зі зворотним знаком сумах провідності гілок, що з'єднують ці вузли:

$$? G_{12} = -G(3); G_{13} = 0; G_{23} = -G(4);$$

Знайдені значення використовуємо для формування симетричної матриці вузлових провідності кола:

$$? GG=[G_{11} \ G_{12} \ G_{13}; G_{12} \ G_{22} \ G_{23}; G_{13} \ G_{23} \ G_{33}]$$

GG=

$$\begin{matrix} 0.3375 & -0.0625 & 0 \\ -0.0625 & 0.0750 & -0.0125 \\ 0 & -0.0125 & 0.1875 \end{matrix}$$

Зрозуміло, подібний безпосередній шлях формування матриці вузлової провідності виправданий лише при розрахунку порівняно нескладного кола з малим числом вузлів і гілок. У складніших задачах формування здійснюється на основі поелементного вкладу, під яким мається на увазі таке. Кожна гілка з провідністю, з'єднує вузли з ненульовими індексами p і q вносить вклад в матрицю вузлової провідності в чотирьох позиціях: двічі зі знаком «плюс» у виразах власної провідності вузлів G_{pp} і G_{qq} і двічі зі знаком «мінус» у виразах загальної провідності G_{pq} G_{qp} . Провідність гілок, що з'єднують деякий вузол з опорним, враховуються в матриці тільки один раз у вираженні власної провідності даного вузла. Тому матрицю вузлової провідності можна сформувані шляхом перебору всіх гілок з провідності, в процесі якого за вказаними правилами враховується вклад кожної гілки.

Матрицю вузлової провідності можна також знайти як потрібне матрична похідна матриці з'єднань A , діагональної матриці провідності гілок $\text{diag}(G)$ і транспонованою матриці A' . Сформуємо матрицю з'єднань розглянуте у колі з урахуванням напрямків струмів в гілках, прийнятих на (рис. 2):

? A=[-1_1_1_0_0_0; 0_0_-1_1_0_0; 0_0_0_-1_1_-1]

A=

-1_1_1_0_0_0

0_0_-1_1_0_0

0_0_0_-1_1_-1

? GG=A*diag(G)*A'

Однак цей шлях не має переваг перед складанням матриці вузлової провідності, використаємо вище, так як в обох випадках інформація про спосіб з'єднання гілок була отримана шляхом безпосереднього розгляду схеми кола. Його застосування особливо невідповідно для розрахунку складного кола з великою кількістю гілок і вузлів, коли матриці A і $\text{diag}(G)$ - розріджені, і традиційні способи їх зберігання і обробки неефективні. Зауважимо однак, що в MATLAB є спеціальні засоби для створення, зберігання і обробки розріджених матриць.

Далі формуємо вектор вузлових струмів, що представляє праві частини вузлових рівнянь. Вузловий струм J_{ky} дорівнює алгебраїчній сумі джерел струму, що діють в гілках, підключених до k -му вузлу. Джерела ЕРС e , включені послідовно з провідністю G , враховуються добуток eG . При цьому джерела, спрямовані до даного вузла, враховуються зі знаком «плюс», а протилежно спрямовані - зі знаком «мінус»:

? J1=E(1)*G(1); J2=J; J3=-J+E(2)*G(6);

? JJ=[J1_J2_J3]

JJ=

25.0000_2.0000_0.5000

Тепер можна вирішити складену систему вузлових рівнянь, використовуючи оператор лівого ділення \. При виконанні цієї операції праві частини системи, сформовані вище у вигляді вектора-рядка, повинні бути транспоновані - представлені вектором-стовпцем:

$$? U_0 = GG \setminus JJ'$$

$$U_0 =$$

$$93.7870$$

$$106.4497$$

$$9.7633$$

Далі висловимо напруги на резистивних елементах кола через знайдені вузлові напруги. Їх напрямки відповідають напрямкам струмів в гілках, зазначеним на схемі (рис. 2). Сформуємо вектор UU напружень на резистивних елементах кола, використовуючи другий закон Кірхгофа:

$$? UU = [(E(1) - U_0(1)) _ U_0(1) _ (U_0(1) - U_0(2)) _ (U_0(2) - U_0(3)) _ U_0(3) _ (E(2) - U_0(3))]$$

$$UU =$$

$$6.2130 _ 93.7870 _ -12.6627 _ 96.6864 _ 9.7633 _ 10.2367$$

Вектор струмів Π визначимо шляхом поелементного ділення вектора напружень UU на вектор опорів гілок R :

$$? \Pi = UU ./ R$$

$$\Pi =$$

$$1.5533 _ 2.3447 _ -0.7914 _ 1.2086 _ 0.4882 _ 1.2796$$

Правильність рішення проконтролюємо, перевіряючи виконання першого закону Кірхгофа в вузлах 1, 2 і 3:

$$? \Pi(1) - \Pi(2) - \Pi(3)$$

$$\text{ans} =$$

$$2.2204e-015$$

$$? \Pi(3) + J - \Pi(4)$$

$$\text{ans} =$$

$$0$$

$$? J - \Pi(4) + \Pi(5) - \Pi(6)$$

$$\text{ans} =$$

$$4.4409e-016$$

Потужності, споживані окремими резистивними елементами, визначимо як добуток їх струмів і напруг:

$$? PP=UU.*I$$

$$PP=$$

$$9.6504_219.9000_10.0215_116.8532_4.7661_13.0987$$

Сумарну потужність PS, споживану усіма елементами, можна знайти або за допомогою функції підсумовування $PS = \text{sum}(PP)$, або як добуток вектора-рядка напруг UU на вектор-стовпець струмів I:

$$? PS=UU*I'$$

$$PS=$$

$$374.2899$$

Завершимо розрахунок обчисленням потужностей, що віддаються кожним із джерел, і їх суми:

$$? P1=E(1)*I(1),P6=E(2)*I(6),PJ=J*UU(4)$$

$$P1=$$

$$155.3254$$

$$P6=$$

$$25.5917$$

$$PJ=$$

$$193.3728$$

$$? P1+P6+PJ$$

$$\text{ans=}$$

$$374.2899$$

Таким чином, сумарна потужність, що віддається джерелами, дорівнює сумі потужностей, споживаних окремими резисторами. Можливості пакета символічних обчислень дозволяють також вирішувати системи рівнянь, в яких деякі параметри кола виражені алгебраїчно. Це дозволяє досліджувати залежність струмів і напруг від алгебраїчно заданих параметрів. Отримаємо таке рішення розглянутої задачі (рис. 1) при алгебраїчному завданні опору R_6 . Опи-

шемо вузлові напруги u_{10} , u_{20} і u_{30} символами x y z . Рішення починається з оголошення символічних параметрів і введення символічних виразів розв'язуваних рівнянь. При складанні символічних вузлових рівнянь eq1, eq2 і eq3 скористаємося отриманими раніше чисельними значеннями елементів матриці вузлових опорів і вузлових струмів. Перші два рівняння eq1 і eq2 залишаються незмінними, однак в рівнянні eq3 провідність G_{33} тепер виражається в символічній формі $G_{33}=G_4+G_5+1/R_6=1/R_6+1/16$, а відповідний йому вузловий струм $J_{3y} = e_6 / R_6 = 20 / R_6$ є:

```
? syms x y z R6 real
? eq1=27/80*x-1/16*y-25;
? eq2=-1/16*x+3/40*y-1/80*z-2;
? eq3=-1/80*y+(1/R6+1/16)*z+2-20/R6;
```

Символьне уявлення вузлових напруг одержимо, вирішуючи систему рівнянь:

```
? [x_y_z]=solve(eq1,eq2,eq3)
x=
600*(51*R6+860)/(329*R6*5480)
y=
40*(841*R6+1460)/(329*R6+5480)
z=
-200*(19*R6-548)/(329*R6+5480)
```

Отримаємо далі символічне вираз для струму i_6 і спростимо його:

```
? I6=(20-z)/R6
I6=
(20+200*(19*R6-548)/(329*R6+5480))/R6
? simplify(I6)
ans=
10380/(329*R6+5480)
```

Традиційна математична запис знайдених рішень має вигляд:

$$u_{10} = \frac{93R_6 + 1568}{R_6 + 16.66}, \quad u_{10} = \frac{102.25R_6 + 1807}{R_6 + 16.66},$$

$$u_{30} = \frac{333 - 11.55R_6}{R_6 + 16.66}, \quad i_6 = \frac{31.55}{R_6 + 16.66}.$$

Вони дозволяють простежити залежності напруг і струму від величини опору R_6 . Видно, що напруга u_{10} дуже слабо залежить від величини цього опору: при збільшенні R_6 від нуля до нескінченності u_{10} зростає з $1508/16,66=90,54$ В до 93 В. У той же час, зміни u_{30} більш значні-це напруга падає від $333 / 16,66 = 20$ В до -11,55 В. З виразу для u_{30} слід також, що при $R_6 = 333 / 11,55 = 28,8$ Ом воно дорівнює нулю. При цьому струм i_5 звертається в нуль, а струм, що протікає в R_6 , створює на ньому падіння напруги, рівне ЕРС тобто $e_2 = 20$ В. З аналізу отриманих виразів можна також зробити висновки, що рівності, $u_{10} = u_{20}$ і $u_{20} = u_{30}$ при виконанні яких могли б звернутися в нуль струми, що протікають між відповідними вузлами, при позитивних значеннях R_6 , тобто в пасивному колі, не можуть бути реалізовані.

Результат, отриманий для струму i_6 , висловлює параметри еквівалентного джерела, яким можна замінити всю іншу частину кола по відношенню до затискачів опору R_6 ЕРС цього джерела дорівнює $e_0 = 31,55$ В, а внутрішній опір становить $R_0 = 16,66$ Ом. Рішення завдання методом контурних струмів проводиться аналогічно. Система контурних рівнянь має загальний вигляд:

$$R_{11}i_{1к} + R_{12}i_{2к} + R_{13}i_{3к} = e_{1к}$$

$$R_{21}i_{1к} + R_{22}i_{2к} + R_{23}i_{3к} = e_{2к}$$

$$R_{31}i_{1к} + R_{32}i_{2к} + R_{33}i_{3к} = e_{3к}$$

При прийнятому на (рис.2) напрямку обходу контурів 1,2,3 елементи матриці контурних опорів знаходяться наступним чином. Власні опору контурів - діагональні елементи матриці контурних

опорів з однаковими індексами R_k - визначаються як суми опорів, що входять в k – й контур:

$$? R_{11} = R(1) + R(2); R_{22} = R(2) + R(3) + R(4) + R(5); R_{33} = R(5) + R(6);$$

Загальний опір контурів - елементи матриці контурних опорів з незбіжними індексами R_{kn} - знаходяться як суму опорів всіх гілок, загальних для контурів k і n . Ця сума має знак «плюс», якщо контурні струми в обох гілках спрямовані однаково, і знак «мінус» - при їх протилежних напрямках. В результаті отримаємо

$$? R_{12} = -R(2); R_{23} = -R(5); R_{13} = 0;$$

Контурні ЕРС представляють алгебраїчну суму ЕРС усіх джерел, що входять в k -й контур, в якій позитивними вважаються ЕРС, орієнтовані так само, як і контурний струм. З урахуванням перетворення джерела струму J з паралельно включеним опором R_4 в еквівалентний джерело ЕРС JR_4 елементи вектора контурних ЕРС рівні

$$? EE_1 = E(1); EE_2 = -J \cdot R(4); EE_3 = -E(2);$$

Сформуємо і виведемо для контролю матрицю контурних опорів:

$$? RR = [R_{11} \ R_{12} \ R_{13}; R_{12} \ R_{22} \ R_{23}; R_{13} \ R_{23} \ R_{33}]$$

$$RR =$$

$$\begin{matrix} 44_ & -40_ & 0 \\ -40_ & 156_ & -20 \\ 0_ & -20_ & 28 \end{matrix}$$

і вектор-рядок контурних ЕРС:

$$? EE = [EE_1 \ EE_2 \ EE_3]$$

$$E =$$

$$100_ \ -160_ \ -20$$

Вирішуючи контурні рівняння, визначимо контурні струми:

? $I_k = RR \setminus EE'$

$I_k =$

1.5533

-0.7914

-1.2796

Зберігаючи зазначені стрілками на (рис.2) напрямки струмів в гілках кола, висловимо їх через контурні струми:

? $\Pi_k = [I_k(1) - (I_k(1) - I_k(2)) - I_k(2) - (I_k(2) + J) - (I_k(2) - I_k(3)) - I_k(3)]$

$\Pi_k =$

1.5533_2.3447_-0.7914_1.2086_0.4882_1.2796

Правильність рішення перевіримо, обчислюючи різницю струмів, знайдених з вузлових та контурних рівнянь

? $\Pi - \Pi_k$

ans =

1.0e-014*

0.2220_0_0_0_0_-0.0444

Це доводить правильність рішення.

Контрольні питання

1. У чому полягає метод вузлових напруг?
2. У чому полягає метод контурних струмів?
3. Як розраховуються загальний опір в контурів?
4. Що представляють собою контурні ЕРС? Провідність?

Лабораторна робота №4 РОЗРАХУНОК РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Мета: придбати навички в розрахунку розгалужених кіл постійного струму засобами Mathworks MatLab .

Завдання: розрахувати розподіл напруг і струмів у колі з керованими джерелами (рис.1).

Дано : $e_1=1\text{В}$, $R_1=2\text{кОм}$, $R_2=10\text{кОм}$, $R_3=0.5\text{кОм}$, $R_4=20\text{кОм}$,
 $R_5=5\text{кОм}$, $R_6=20\text{кОм}$, $R_7=10\text{кОм}$, $\beta=50$, $\mu=10^{-3}$.

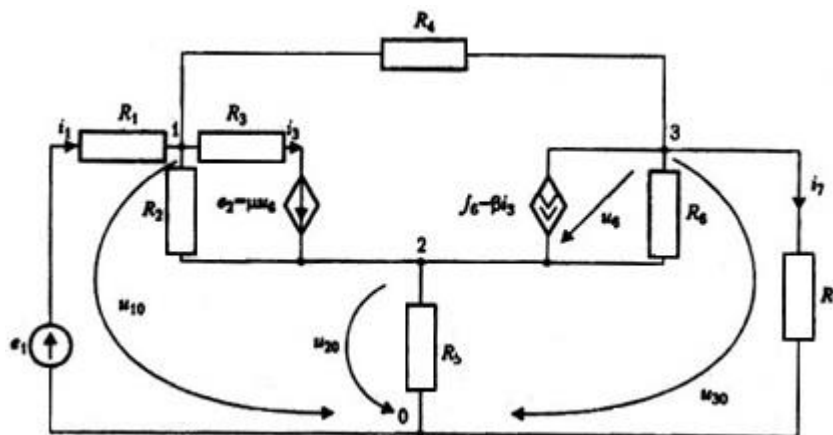


Рисунок 1- Схема електрична

Порядок виконання роботи

Система трьох вузлових рівнянь має такий же загальний вигляд, як і в попередній задачі. Знайдемо провідності гілок, рівні зворотним величинам їх опорів ($G_k = 1/R_k$):

? $R=[2\ 10\ .5\ 20\ 5\ 20\ 10]$; $G=1./R$;

Для спрощення подання чисел всі опори кола записані в кілоомах. Тому провідності у всіх наступних обчисленнях виражаються в мілісіменсах, а струми, одержувані при їх множенні на напруги в вольтах, будуть виражені в міліампер. Використовуємо значення провідності гілок для визначення власних провідностей вузлів:

? $G_{11}=G(1)+G(2)+G(3)+G(4)$, $G_{22}=G(2)+G(3)+G(5)+G(6)$, $G_{33}=G(4)+G(6)+G(7)$

$G_{11} =$

2.6500

$G_{22} =$

2.3500

$G_{33} =$

0.2000

і їх загальної провідності:

? $G_{12} = -(G(2)+G(3))$, $G_{13} = -G(4)$, $G_{23} = -G(6)$

$G_{12} =$

-2.1000

$G_{13} =$

-0.0500

$G_{23} =$

-0.0500

При визначенні вузлових струмів - правих частин системи вузлових рівнянь-спочатку будемо вважати всі джерела незалежними:

$$J_{1y} = e_1 G_1 - e_3 G_3 = e_1 G_1 - \mu u_6 G_3,$$

$$J_{2y} = e_3 G_3 + J_6 = \mu u_6 G_3 + \beta i_3,$$

$$J_{3y} = -J_6 = -\beta i_3.$$

Записані співвідношення містять невідомий керуючий струм i_3 і напруга u_6 , які необхідно виразити через вузлові напруги. Використовуючи рівняння Кірхгофа для контурів, що з'єднують вузли $0 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 0$ і $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 0$, знайдемо:

$$u_6 = u_{30} - u_{20},$$

$$R_3 i_3 + u_{20} - u_{10} = e_3 = \mu u_6.$$

Розраховуючи останнє рівняння щодо i_3 з використанням отриманого u_6 , маємо

$$i_3 = G_3 (u_{10} - u_{20} + \mu (u_{30} - u_{20})) = 2u_{10} - 2.002u_{10} + 2 \cdot 10^{-3} u_{30}.$$

Враховуючи подання керуючих величин через вузлові напруги і підставляючи числові значення параметрів, запишемо для вузлових струмів:

$$J_{1y} = 0.5 - 2 \cdot 10^{-3}(u_{30} - u_{20}),$$

$$J_{2y} = 2 \cdot 10^{-3}(u_{30} - u_{20}) + 50 \cdot (2u_{10} - 2.002u_{20} + 2 \cdot 10^{-3}u_{30}),$$

$$J_{3y} = -50 \cdot (2u_{10} - 2.002u_{20} + 2 \cdot 10^{-3}u_{30}).$$

Підставивши ці співвідношення в систему, переносячи в ліві частини і групуючи члени, що містять невідомі вузлові рівняння, наведемо її до наступного вигляду:

$$2.56u_{10} - 2.102u_{20} - 0.048u_{30} = 0.5,$$

$$-102.1u_{10} + 102.452u_{20} - 0.152u_{30} = 0$$

$$99.95u_{10} - 100.15u_{20} + 0.3u_{30} = 0.$$

Вирішення цієї системи дає:

$$u_{10} = 0.8280V; u_{20} = 0.8240V; u_{30} = -0.7879V.$$

По вузлових напруженням, позначеним вектором U_0 , і ЕРС незалежного джерела e_1 знайдемо за допомогою другого закону Кірхгофа напруги на резисторах. Результат представимо у вигляді вектора UU :

$$? U_0 = [0.8280 \ 0.8240 \ -0.7879];$$

$$? e_1 = 1;$$

$$? UU = [(e_1 - U_0(1)) \ (U_0(1) - U_0(2)) \ (U_0(1) - U_0(2) + 2e^{-3} \cdot (U_0(3) - U_0(2))) \ (U_0(1) - U_0(3)) \ U_0(2) \ (U_0(3) - U_0(2)) \ U_0(3)];$$

Вектор струмів Π отримаємо шляхом поелементного ділення вектора UU на вектор опорів резистивних гілок R :

$$? \Pi = UU / R$$

$$\Pi =$$

$$0.0860 \ 4.0138e-004 \ 0.0016 \ 0.0808 \ 0.1648 \ -0.0806 \ -0.0788$$

Неважко встановити, що ці результати не цілком точно задовольняють рівнянням першого закону Кірхгофа. Так, для першого вузла маємо:

$$? \Pi(2) + \Pi(3) + \Pi(4) + \Pi(1)$$

$$\text{ans} =$$

$$-3.2239e-003$$

Таким чином, невязка рівняння по модулю майже в десять разів перевершує струм i_2 . Це є наслідком неточності рішення погано обумовленої системи вузлових рівнянь, в якій друге і третє рівняння дуже близькі один до одного.

При вирішенні задачі методом контурних струмів використовуємо спочатку спосіб, заснований на перетворенні джерела струму J_6 з паралельним резистором R_6 в еквівалентний джерело ЕРС $e_6 = J_6 R_6$ з послідовним включенням того ж резистора. В реформованій схемі в якості незалежних контурів виберемо елементарні комірки (рис. 2) з циркулюючими в них контурними струмами $i_{1к}, i_{2к}, i_{3к}, i_{4к}$.

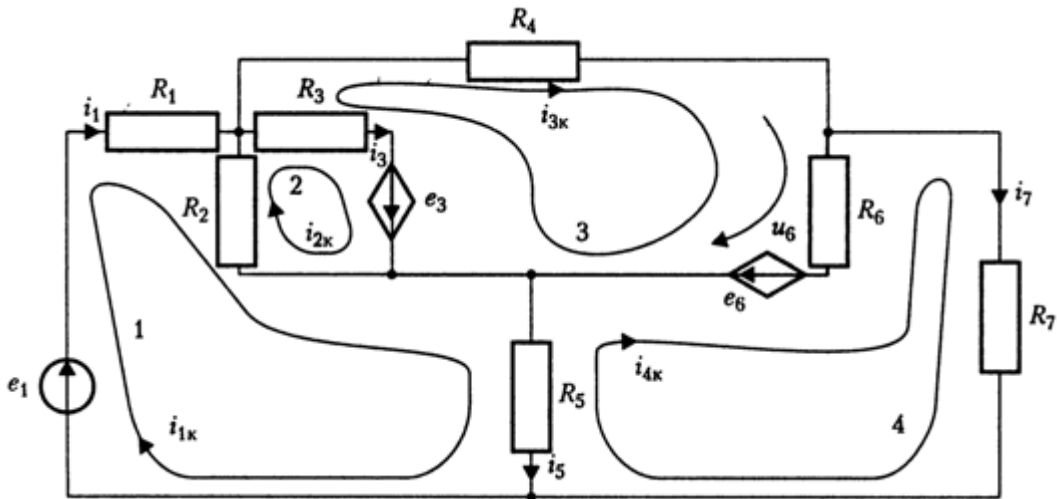


Рисунок 2 – Схема електрична

В цьому випадку система контурних рівнянь має загальний вигляд:

$$\begin{aligned} R_{11}i_{1к} + R_{12}i_{2к} + R_{13}i_{3к} + R_{14}i_{4к} &= e_{1к}, \\ R_{21}i_{1к} + R_{22}i_{2к} + R_{23}i_{3к} + R_{24}i_{4к} &= e_{2к}, \\ R_{31}i_{1к} + R_{32}i_{2к} + R_{33}i_{3к} + R_{34}i_{4к} &= e_{3к}, \\ R_{41}i_{1к} + R_{42}i_{2к} + R_{43}i_{3к} + R_{44}i_{4к} &= e_{4к}. \end{aligned}$$

Власні опору контурів визначаються як суми опорів, що входять в окремі контури:

? $R_{11}=R(1)+R(2)+R(5), R_{22}=R(2)+R(3), R_{33}=R(3)+R(4)+R(6), R_{44}=R(5)+R(6)+R(7)$

$R_{11} =$

17

$R_{22} =$

1.0500e+001

$R_{33} =$

4.0500e+001

$R_{44} =$

35

Загальні опору контурів k і n беруться зі знаком, який враховує напрямок обох струмів. В результаті отримаємо

? $R_{12}=-R(2), R_{13}=0, R_{14}=-R(5), R_{23}=-R(3), R_{24}=0, R_{34}=-R(6)$

$R_{12} =$

-10

$R_{13} =$

0

$R_{14} =$

-5

$R_{23} =$

-0.5000

$R_{24} =$

0

$R_{34} =$

-20

При записи правих частин системи - контурних ЕРС e_{kk} спочатку будемо вважати всі джерела незалежними:

$$e_{1k} = e_1 = 1$$

$$e_{2k} = e_3 - \mu u_6 = 10^{-3} u_6,$$

$$e_{3k} = -e_3 + e_6 = -10^{-3} u_6 + 10^3 i_3,$$

$$e_{4k} = -e_6 = -10^3 i_3.$$

В результаті підстановки знайдених величин система контурних рівнянь прийме наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
17i_{1к} - 10i_{2к} - 5i_{4к} &= 1, \\
-10i_{1к} + 10,5i_{2к} - 0,5i_{3к} &= 10^{-3}u_6, \\
-0,5i_{2к} + 40,5i_{3к} - 20i_{4к} &= -10^{-3}u_6 + 10^3i_3, \\
-5i_{1к} - 20i_{3к} + 35i_{4к} &= -10^3i_3.
\end{aligned}$$

Висловимо керуючий струм i_3 і напругу u_6 через контурні струми, представляючи струми в гілках як алгебраїчну суму контурних струмів, що протікають по цих гілках:

$$\begin{aligned}
i_3 &= i_{2к} - i_{3к}; \\
i_7 &= i_{4к}; \\
i_5 &= i_{1к} - i_{4к}.
\end{aligned}$$

Складемо рівняння другого закону Кірхгофа для контуру, що складається з гілок з індексами 6, 7 і 5:

$$u_6 = R_7i_7 - R_5i_5.$$

Звідси для u_6 отримуємо наступне:

$$u_6 = 5i_{4к} - 5i_{1к}.$$

Підставивши співвідношення для i_3 і u_6 в систему контурних рівнянь і згрупувавши члени, остаточно отримаємо в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} 17 & -10 & 0 & -5 \\ -9,995 & 10,5 & -0,5 & -0,015 \\ -0,005 & 10,5 & 1040,5 & 20,015 \\ -5 & 1000 & -1020 & 35 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1к} \\ i_{2к} \\ i_{3к} \\ i_{4к} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Рішення системи дає наступні значення контурних токів :

ik=
0.0859
0.0855
0.0807
-0.0789

За цими значення визначимо струми у всіх гілках кола:

? ii=[ik(1)_ik(1)-ik(2)_ik(2)-ik(3)_ik(3)_ik(1)-ik(4)_ik(3)-ik(4)-50*(ik(2)-ik(3))
ik(4)]

ii=
0.0859_0.0004_0.0048_0.0807_0.1648_-0.0806_-0.0789

Значення більшості струмів з високою точністю збігаються з отриманими раніше при аналізі методом вузлових напруг. Єдиним істотно відмінним є струм i_3 , величина якого втричі перевищує отримане раніше значення 0,0016. Це пов'язано з його малою величиною і похибкою рішення системи вузлових рівнянь. Шляхом безпосередньої перевірки легко переконатися, що нове значення струму i_3 задовольняє рівнянням першого закону Кірхгофа для вузлів, до яких приєднана гілка 3. Крім того, як впливає з аналізу власних чисел матриць вузлової провідності і контурних опорів, в даному прикладі система контурних рівнянь має кращу ступінь обумовленості: у неї відношення модулів максимального і мінімального власних чисел становить 160. у матриці же вузлової провідності відповідний показник дорівнює 700. Отже, рішення методом контурних струмів в даній задачі має меншу похибкою, пов'язаної з помилками округлення.

Інший метод складання контурних рівнянь полягає у включенні гілок, що містять джерела струму, у відокремлені контури, в кожному з яких циркулює тільки один контурний струм. Для таких контурів рівняння не складаються, оскільки відповідний контурний струм дорівнює струму джерела.

Стосовно до розглянутої задачі (рис. 2) поряд з введеними вище контурами 1, 2, 3 і 4 введемо додатково контур 5, замикається через джерело струму J_6 і резистор R_6 ; напрям обходу контура співпадає

з напрямком струму джерела. В результаті приходимо до системи чотирьох контурних рівнянь, що включає п'ять контурних струмів:

$$R_{11}i_{1к} + R_{12}i_{2к} + R_{13}i_{3к} + R_{14}i_{4к} + R_{15}i_{5к} = e_{1к},$$

$$R_{21}i_{1к} + R_{22}i_{2к} + R_{23}i_{3к} + R_{24}i_{4к} + R_{25}i_{5к} = e_{2к},$$

$$R_{31}i_{1к} + R_{32}i_{2к} + R_{33}i_{3к} + R_{34}i_{4к} + R_{35}i_{5к} = e_{3к},$$

$$R_{41}i_{1к} + R_{42}i_{2к} + R_{43}i_{3к} + R_{44}i_{4к} + R_{45}i_{5к} = e_{4к}.$$

Загальні опору п'ятого контуру з рештою контурами рівні: $R_{15}=0, R_{25}=0, R_{35}=-R_6, R_{45}=R_6$, а решта членів системи збігаються із записаними раніше, оскільки вибір контурів 1, 2, 3 і 4 не змінився.

Використовуючи уявлення струму $i_{5к} = J_6 = \beta(i_{2к} - i_{3к})$ підставимо його в систему. Після угруповання членів вона приймає вид, тотожний одержаному при використанні першого способу.

Контрольні питання

1. В чому полягає вирішення задачі методом контурних струмів?
2. Як визначаються власні та загальні опори контурів?

Лабораторна робота №5

РОЗРАХУНОК МЕТОДОМ ВУЗЛОВИХ НАПРУГ РОЗПОДІЛУ СТРУМІВ В КОЛІ

Мета: придбати навички у розрахунку методом вузлових напруг розподіл струмів в колі засобами Mathworks MatLab

Завдання: розрахувати методом вузлових напруг розподіл струмів в колі.

Дано: $R_1 = \omega L_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = \omega L_2 = \omega L_4 = 10 \text{ Ом}$, $1/(\omega C_2) = 20 \text{ Ом}$;
 $E_1 = 10 \text{ В}$, $J_0 = 1 \text{ А}$.

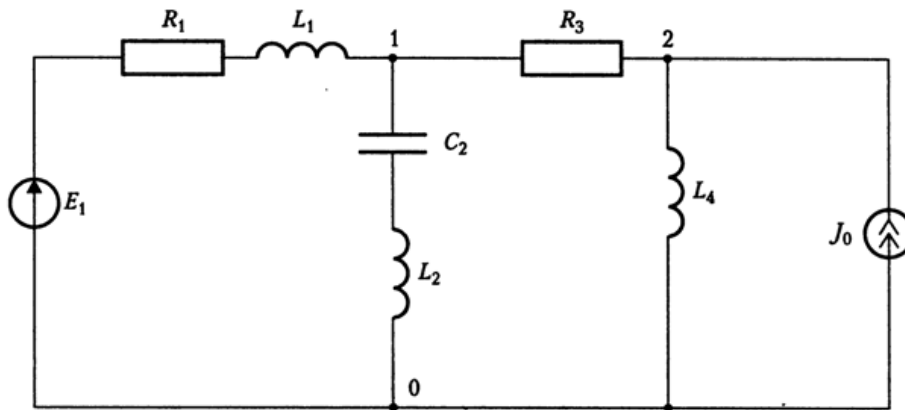


Рисунок 1- Схема електрична

Порядок виконання роботи

Запишемо комплексні опори гілок кола у вигляді вектора Z і введемо параметри джерел:

$$Z = [5 + 5j \quad 10j \quad -20j \quad 10 \quad 10j]; E = 10; J = 1;$$

Далі визначимо провідності гілок:

$$Y = 1./Z$$

$$Y =$$

$$0.1000 - 0.1000i \quad 0 + 0.1000i \quad 0.1000 \quad 0 - 0.1000i$$

При вирішенні цього завдання використовуємо інший шлях формування матриці вузлової провідності YU . Введемо її спочатку у

вигляді порожнього масиву, а потім призначимо значення його еле-
ментам:

$$? \text{ YY}=[];$$

$$? \text{ YY}(1.1)=\text{Y}(1)+\text{Y}(2)+\text{Y}(3); \text{ YY}(1.2)=-\text{Y}(3); \text{ YY}(2.1)=-\text{Y}(3); \text{ YY}(2.2)=\text{Y}(3)+\text{Y}(4)$$

$$\text{ YY} =$$

$$0.2000_{-}0.1000$$

$$-0.1000_{-}0.1000-0.1000i$$

Сформуємо вектор правих частин системи вузлових рівнянь:

$$? \text{ Ju}=[\text{E}*\text{Y}(1) \text{ J}];$$

Тепер можна вирішити систему:

$$? \text{ U0}=\text{YY}\backslash\text{Ju}'$$

$$\text{ U0} =$$

$$6.0000+12.0000i$$

$$2.0000+14.0000i$$

Сформуємо за результатами рішення вектор комплексних на-
пруг гілок:

$$? \text{ UU}=[(\text{U0}(1)-\text{E}) \text{ U0}(1) (\text{U0}(1)-\text{U0}(2)) \text{ U0}(2)]$$

$$\text{ UU} =$$

$$-4.0000+12.0000i_{-}6.0000+12.0000i_{-}4.0000-2.0000i_{-}2.0000+14.0000i$$

Вектор струмів знайдемо, множачи напруги на провідності гі-
лок:

$$? \text{ II}=\text{UU}.*\text{Y}$$

$$\text{ II} =$$

$$0.8000+1.6000i_{-}1.2000+0.6000i_{-}0.4000-0.2000i_{-}1.4000-0.2000i$$

Неважко переконатися, що отриманий результат задовольняє
першому закону Кірхгофа.

Завершимо розрахунок визначенням діючих значень струмів і напруг:

? $\text{abs}(II) \cdot \text{abs}(UU)$

ans=

1.7889_1.3416_0.4472_1.4142

ans=

12.6491_13.4164_4.4721_14.1421

Контрольні питання

1. На чому заснований метод вузлових потенціалів?
2. Коли рекомендується користуватися методом вузлових потенціалів?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шинкаренко, В. Ф. Моделювання електромеханічних систем: підручник для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / В. Ф. Шинкаренко, А. А. Шиманська, В. В. Котлярова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 253 с.
2. Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навчальний посібник / О. І. Толочко. – Київ, НТУУ «КПІ», 2016. – 150 с..
3. Modeling and Electrothermal Simulation of SiC Power Devices Using Silvaco ATLAS TCAD by Bejoy N Pushpakaran & Stephen B Bayne (Texas Tech University, USA), 2019, 464pp.
4. Dynamic systems : modeling, simulation, and control [Kluever, Craig A.](https://nu.insigniaails.com/library/ItemDetail?l=All&i=96847&ti=2&subid=0) Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc, 2020. <https://nu.insigniaails.com/library/ItemDetail?l=All&i=96847&ti=2&subid=0>
5. Моделювання регульованого електропривода: Підручник. Голодний І.М., Червінський Л.С., Жильцов А.В., Санченко О.В. Романенко О.І. К.: Аграр Медіа Груп, 2019. – 266 с.
6. Математичне моделювання систем і процесів: навч. посіб. – Павленко П. М., Філоненко С. Ф., Чередніков О. М., Трейтяк В. В.К. : НАУ, 2017. – 392 с.
7. Eshkabilov, S.L. (2020). Electromechanical and Mechanical Systems. In: Practical MATLAB Modeling with Simulink. Apress, Berkeley, CA. https://doi.org/10.1007/978-1-4842-5799-9_10
8. Calculation and graphic work of the «Modeling of electromechanical systems» discipline [Electronic resource]: Tutorial for students studying for Specialty 141 «Electricity, electrical engineering and electromechanics», educational program «Electric Machines and Apparatus» / Igor Sikorsky KPI; compilers: Vasyl Shynkarenko, Anna Shymanska, Victoria Kotliarova . – Electronic text data (1 file: 899 kB). – Kyiv: Igor Sikorsky KPI, 2021. – 41 p

Інформаційні ресурси

1. Електронний курс (1 частина) з дисципліни «Моделювання електромеханічних систем» на освітній платформі ХНАДУ; уклад.: О. П. Смирнов. Посилання <https://dl2022.khadi-kh.com/course/view.php?id=1289>
2. Електронний курс (2 частина) з дисципліни «Моделювання електромеханічних систем» на освітній платформі ХНАДУ; уклад.: О. П. Смирнов. Посилання <https://dl2022.khadi-kh.com/course/view.php?id=2312>
3. Методичні вказівки до курсової роботи з дисципліни "Моделювання електромеханічних систем" : для студ. всіх форм навчання спец. 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" [Електронний ресурс] / М-во освіти і науки України, ХНАДУ ; уклад.: О. П. Смирнов, А. О. Борисенко ; відп. за вип. О. В. Бажинов. - Харків : ХНАДУ, 2024. - 37 с. По-

силання

ftp://194.44.189.147/libfulltxt/UCHLIB/ER/2020/MV_KR_Modeliuvannia_2020.pdf

4. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни "Моделювання електромеханічних систем" : для студ. всіх форм навчання спец. 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" [Електронний ресурс] / М-во освіти і науки України, ХНАДУ ; уклад.: О. П. Смирнов, А. О. Борисенко ; відп. за вип. О. В. Бажинов. - Харків : ХНАДУ, 2020. - 36 с. Ч. 1. Посилання

ftp://194.44.189.147/libfulltxt/UCHLIB/ER/2020/MV_LAB_Modeliuvannia_1_2020.pdf

5. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни "Моделювання електромеханічних систем" : для студ. всіх форм навчання спец. 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" [Електронний ресурс] / М-во освіти і науки України, ХНАДУ ; уклад.: О. П. Смирнов, А. О. Борисенко ; відп. за вип. О. В. Бажинов. - Харків : ХНАДУ, 2020. - 36 с. Ч. 2. Посилання

ftp://194.44.189.147/libfulltxt/UCHLIB/ER/2020/MV_LAB_Modeliuvannia_2_2020.pdf