

УДК 621.318

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИОННОЙ ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ С МАССИВНЫМ ЭКРАНОМ

Д.А. Пискун, студент, ХНАДУ

*Аннотация.* Рассмотрены процессы в цилиндрической индукционной индукторной системе с массивным вспомогательным немагнитным экраном и тонкостенной ферромагнитной листовой заготовкой и получены расчётные соотношения для индуцированных токов и напряжённости возбуждаемых полей.

*Ключевые слова:* индукционная индукторная система, немагнитный экран, индуктор, ферромагнитная заготовка.

## ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ІНДУКЦІЙНІЙ ІНДУКТОРНІЙ СИСТЕМІ З МАСИВНИМ ЕКРАНОМ

Д.О. Піскун, студент, ХНАДУ

*Анотація.* Розглянуто процеси в циліндричній індукційній індукторній системі з масивним допоміжним екраном і тонкостінною ферромагнітною листовою заготовкою та отримано розрахункові співвідношення для індукованих струмів і напруженості збуджуваних полів.

*Ключові слова:* індукційна індукторна система, немагнітний екран, індуктор, ферромагнітна заготовка.

## ELECTROMAGNETIC FIELDS IN CYLINDRICAL INDUCTION INDUCTOR SYSTEM WITH MASSIVE SHIELD

D. Piskun, student, KhNAHU

*Abstract.* The processes in a cylindrical induction inductor system with a massive additional non-magnetic shield and a thin ferromagnetic sheet blank are considered and the formula for induced currents and the strength of excited fields have been obtained.

*Key words:* induction inductor system, non-magnetic shield, inductor, ferromagnetic sheet blank.

### Введение

Практическое использование энергии импульсных электромагнитных полей открывает исключительные перспективы для создания прогрессивных технологий по обработке материалов любой физической природы. Здесь возможно комплексное объединение всех атрибутов, которые определяют прогрессивность технических решений разных производственных задач, а именно, экологическая чистота, высокая производительность, экономия материальных и энергетических ресурсов.

Отличительной особенностью полевых методов действия является отсутствие непосредственного контакта с материалом, который обрабатывается. В этом нет необходимости, поскольку трансформация энергии поля в механическую работу происходит собственно в материале заготовки, которая обрабатывается.

### Анализ публикаций

Работа [1] посвящена изложению возможных аспектов практического использования магнитно-импульсных методов в автомобильной

промышленности. Реальным примером проиллюстрирована производственная операция по сборке узлов кузовных рам автомобилей. Описаны существующие магнитно-импульсные системы, предназначенные для реставрации механических повреждений в корпусах самолётов. Освещён впервые обнаруженный эффект изменения направления электродинамического силового воздействия на тонкостенные металлы при вариации рабочих частот действующих полей. Экспериментально показана реальная возможность его использования для устранения вмятин в кузовных элементах автомобилей и самолётов.

Сформулированы очевидные преимущества систем, принцип действия которых основан на обнаруженном эффекте, по сравнению с существующими мировыми аналогами.

В статье [2] выполнен анализ электродинамических процессов в цилиндрической индукционной индукторной системе, по результатам которого были построены графики изменения плотности индуцированного тока и распределенных сил притяжения, действующих на обрабатываемую заготовку и экран для различной геометрии индукторной системы.

### Цель и постановка задачи

Цель работы заключается в получении расчётных соотношений для индуцированных токов и напряжённости возбуждаемых полей в цилиндрической индукционной индукторной системе с массивным вспомогательным немагнитным экраном и тонкостенной ферромагнитной листовой заготовкой.

### Расчёт электромагнитных полей

Расчётная модель, принятая для анализа электромагнитных процессов, показана на рис. 1 ( $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$  направляющие орты цилиндрической системы координат).

В дальнейшем будем использовать следующие допущения:

– массивный экран выполнен из немагнитного металла (его магнитная проницаемость равна  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума), металл листовой заготовки – ферромагнетик с абсолютной магнитной проницаемостью –  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ , где  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость;

– цилиндрический виток индуктора – 1 с внутренним радиусом –  $R_1$ , внешним –  $R_2$  и высотой –  $d_i$ , изолирован и располагается в пазу на граничной поверхности экрана – 2 со стороны тонкостенной листовой заготовки толщиной  $d$ . Собственно металл витка не оказывает никакого влияния на протекающие электромагнитные процессы.

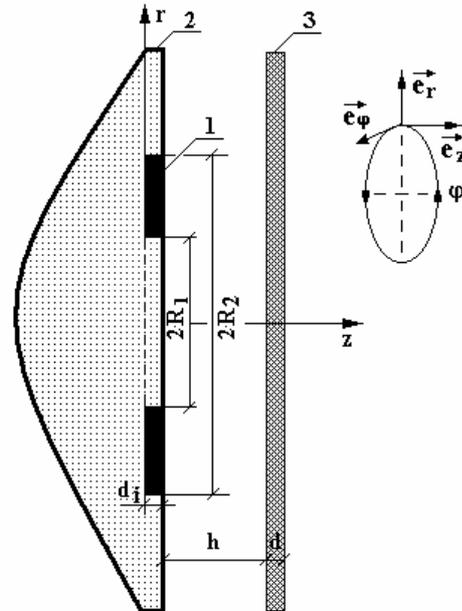


Рис. 1. Расчётная модель

Начнём с уравнений Максвелла для возбуждаемых составляющих вектора электромагнитного поля ( $E_\varphi \neq 0, H_r, z \neq 0$ ), преобразованных по Лапласу с учётом нулевых начальных условий:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_r(p, r, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(p, r, z)}{\partial r} = j_\varphi(p, r, z); & (1) \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) = -\mu \cdot p \cdot H_z(p, r, z); & (2) \\ \frac{\partial E_\varphi(p, r, z)}{\partial z} = \mu \cdot p \cdot H_r(p, r, z); & (3) \end{cases}$$

где  $p$  – параметр преобразования Лапласа;

$$\begin{aligned} E_\varphi(p, r, z) &= L\{E_\varphi(t, r, z)\}; \\ H_{r,z}(p, r, z) &= L\{H_{r,z}(t, r, z)\}; \\ j_\varphi(p, r, z) &= L\{j_\varphi(t, r, z)\}. \end{aligned}$$

В общем случае плотность тока в правой части уравнения (1.1) записывается в виде

$$j_{\phi}(p, r, z) = (p \cdot \varepsilon_0 + \gamma) \times E_{\phi}(p, r, z) + j_{\phi i}(p, r, z), \quad (4)$$

где  $j_{\phi i}(t, r, z)$  – плотность стороннего тока в индукторе,

$$j_{\phi i}(p, r, z) = j(p) \cdot f(r) \cdot \eta(z + d_i),$$

$$j(p) = \frac{I(p)}{(R_2 - R_1) \cdot d_1};$$

$f(r)$  – функция радиального распределения тока в витке индуктора;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума.

При решении поставленной задачи в принятой модели расчёта следует выделить области с однородными электрофизическими характеристиками:

а) проводящее полупространство массивного экрана с индуктором,  $z \in (-\infty, 0]$  – область (1);

б) пространство между экраном и листовой заготовкой,  $z \in [0, h]$  – область (2);

в) область листовой заготовки,  $z \in [h, (h + d)]$  – область (3);

г) свободное полупространство с внешней стороны металлических листов,  $z \in [(h + d), \infty)$  – область (4).

Из дифференциальных уравнений (1)-(3) с учётом выражения (4) в рамках принятых допущений получим уравнения для азимутальной компоненты напряжённости электрического поля  $E_{\phi}(p, r, z)$  в выделенных областях. Условию ограниченности радиального распределения  $E_{\phi}(p, r, z)$  из полученных уравнений при  $r = 0$  и  $r = \infty$  удовлетворяет интегральное преобразование Фурье-Бесселя:

$$E_{\phi}(p, r, z) = \int_0^{\infty} E_{\phi}(p, \lambda, z) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (5)$$

где  $J_1(\lambda \cdot r)$  – функция Бесселя первого порядка;  $\lambda$  – параметр преобразования.

Ввиду громоздкости математических преобразований, опустим их и ограничимся краткими комментариями алгоритма вычисления.

В соответствии с зависимостью (5), приводим полученные уравнения к обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям второго порядка с постоянными коэффициентами. Общие интегралы полученных уравнений в выделенных областях дают выражения для напряженностей электрического поля.

Уравнение Максвелла (3) позволяет получить соответствующие формулы для тангенциальной компоненты напряжённости магнитного поля в выделенных областях принятой расчётной модели.

Из условия непрерывности касательных компонент напряжённости электромагнитного поля на границах выделенных областей можно получить систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных произвольных постоянных интегрирования в выражениях для  $E_{\phi}(p, \lambda, z)$  и  $H_r(p, \lambda, z)$ . Из полученной системы находим значения  $A_{1,2}(p, \lambda)$  и  $C(p, \lambda)$ .

Подставив полученные коэффициенты в соответствующие выражения и выполнив обратные интегральные преобразования, получим, что (при этом  $d_i \rightarrow 0$ ):

а) в металлическом экране:

$$E_{\phi}^{(1)}(p, \lambda, z) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{dj}{dt} \cdot \int_0^{\infty} f(\lambda) \times \left[ \frac{e^{-2\lambda h} \cdot (1 - \mu_{r2}^2) \cdot (1 - e^{-2\lambda d})}{(\mu_{r2} + 1)^2 - e^{-2\lambda d} \cdot (1 - \mu_{r2})^2} - 1 \right] \times e^{\lambda z} \cdot J_1(\lambda r) d\lambda \quad (6)$$

б) в листовой заготовке:

$$E_{\phi}^{(3)}(p, \lambda, z) = -2\mu \cdot \frac{dj}{dt} \cdot \int_0^{\infty} f(\lambda) \times \frac{\mu_{r2} \cdot e^{-\lambda(d+h)}}{(1 + \mu_{r2})^2 - e^{-2\lambda d} (1 - \mu_{r2})^2} \times \{ \cosh \lambda(z - (d + h)) - \mu_{r2} \cdot \sinh \lambda(z - (d + h)) \} \times J_1(\lambda r) d\lambda \quad (7)$$

Далее определим плотность тока в индукторе как произведение напряжённости электрического поля и электропроводности металла:

$$j_{\phi} = \gamma \cdot E_{\phi}. \quad (8)$$

Интегрируя полученное выражение (6) по переменной  $z \in (-\infty, 0]$ ,  $J_{\phi}^{(1)}(\phi, r) = \int_{-\infty}^0 j_{\phi}^{(1)}(\phi, r, z) \times dz$ , находим линейную плотность тока, индуцированного в металле массивного экрана:

$$J_{\phi}^{(1)}(\phi, r) = \frac{j_m}{2} \cdot \frac{dj(\phi)}{d\phi} \cdot \frac{\omega\tau}{d^2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda)}{\lambda} \times \left( \frac{e^{-2\lambda h} \cdot (1 - \mu_{r2}^2) \cdot (1 - e^{-2\lambda d})}{(1 + \mu_{r2})^2 - e^{-2\lambda d} \cdot (1 - \mu_{r2})^2} - 1 \right) \cdot J_1(\lambda r) d\lambda \quad (9)$$

Соответственно выполнив интегрирование выражения (8) с учетом (7) по переменной  $z \in [h, (h+d)]$ ,  $J_{\phi}^{(3)}(\phi, r) = \int_{-\infty}^0 j_{\phi}^{(3)}(\phi, r, z) \times dz$ , находим линейную плотность тока, индуцированного в металле заготовки:

$$J_{\phi}^{(3)}(\phi, r) = 2j_m \cdot \frac{dj(\phi)}{d\phi} \cdot \frac{\omega\tau}{d^2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda)}{\lambda} \times \frac{\mu_{r2} \cdot e^{-\lambda(d+h)}}{(1 + \mu_{r2})^2 - e^{-2\lambda d} (1 - \mu_{r2})^2} \times \{ \mu_{r2} + \sinh(-\lambda d) - \mu_{r2} \cdot \cosh(-\lambda d) \} \times J_1(\lambda r) \cdot d\lambda \quad (10)$$

Выражение для радиальной компоненты напряженности магнитного поля в металле листовой заготовки имеет вид:

$$H_r^{(3)}(\phi, r, z) = -2 \cdot j_m \cdot j(\phi) \cdot \int_0^{\infty} \lambda \cdot f(\lambda) \times \frac{\mu_{r2} \cdot e^{-\lambda(d+h)}}{(1 + \mu_{r2})^2 - e^{-2\lambda d} (1 - \mu_{r2})^2} \times \{ \sinh \lambda(z - (d+h)) - \mu_{r2} \cdot \cosh \lambda(z - (d+h)) \} \times J_1(\lambda r) d\lambda \quad (11)$$

Напряженности z-компоненты магнитного поля в области находятся с помощью (2) и (7):

$$H_z^{(3)}(\phi, r, z) = -2 \cdot j_m \cdot j(\phi) \cdot \int_0^{\infty} \lambda \cdot f(\lambda) \times \frac{\mu_{r2} \cdot e^{-\lambda(d+h)}}{(1 + \mu_{r2})^2 - e^{-2\lambda d} (1 - \mu_{r2})^2} \cdot \{ \cosh \lambda \times (z - (d+h)) - \mu_{r2} \cdot \sinh \lambda(z - (d+h)) \} \times J_0(\lambda r) d\lambda \quad (12)$$

## Выводы

1. Рассмотрены электромагнитные процессы в цилиндрической индукционной индукторной системе с массивным немагнитным экраном и ферромагнитной тонкостенной листовой заготовкой.

2. Получены аналитические выражения для основных характеристик процессов в низкочастотном режиме возбуждаемых полей.

## Литература

1. Бажинов А.В. Использование энергии импульсных магнитных полей в автомобильной промышленности / А.В. Бажинов, Ю.В. Батыгин, Е.А. Чаплыгин // Автомобильный транспорт : сб. науч. тр. – Харьков : ХНАДУ. – 2005. – Вып. 16. – С. 349–353.
2. Батыгин Ю.В. Электродинамические процессы в цилиндрической индукционной индукторной системе для магнитно-импульсного притяжения листовых заготовок / Ю.В. Батыгин, А.Ю. Бондаренко, Е.А. Чаплыгин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. – №11 (47). – С. 109–117.
3. Мэтьюз Дж. Математические методы физики / Дж. Мэтьюз, Р. Уокер. – М. : Атомиздат, 1972. – 399 с.

Рецензент: А.В. Бажинов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 22 ноября 2010 г.