МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять з дисципліни «Технологічні вимірювання та прилади»
для студентів галузі знань 15 «Автоматизація та приладобудування»
спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр»

Затверджено методичною радою механічного факультету, протокол № 1 від 06 «вересня» 2019 р.

Харків
ХНАДУ
2019

Укладачі: Пащенко Р.Е., Букрєєва О.С.

Кафедра метрології та безпеки життєдіяльності

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Навчальним планом та програмою підготовки магістрів спеціальності: 151 “Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології” очної форми навчання в 9-му семестрі передбачено вивчення дисципліни “Технологічні вимірювання та прилади”. Програмою дисципліни для закріплення та поглиблення базових знань з основ теорії технологічних вимірювань та принципів роботи засобів технологічних вимірювань у складі систем автоматизованого управління технологічними процесами передбачено виконання курсової роботи. Після виконання курсової роботи проводиться її захист.

Метою виконання курсової роботи є набуття певних вмінь та навичок у статистичній обробці результатів вимірювань, що отримуються за допомогою систем автоматизованого управління технологічними процесами.

У запропонованих методичних вказівках до курсової спочатку у загальному вигляді формулюється завдання до курсової роботи, надалі даються методичні рекомендації щодо її виконання, а у додатку А наведені варіанти завдань до курсової роботи.

Для успішного виконання роботи студенту спочатку необхідно детально ознайомитись з теоретичним матеріалом, який необхідний для проведення розрахунків, а потім згідно вибраного варіанту провести статистичну обробку результатів вимірювань.

На виконання курсової роботи передбачено 40 годин навчального часу, з них 16 годин індивідуальна робота під керівництвом викладача та 24 години самостійна робота студента. При необхідності студенти можуть отримати додаткові групові та індивідуальні консультації.

Пояснювальна записка до роботи виконується на аркушах паперу формату А4 об’ємом 20-25 сторінок і містить усі обґрунтування, пояснення, малюнки, розрахункові формули, таблиці і графіки. Записка брошурується разом з завданням на курсову роботу (згідно з варіантом) та титульним аркушем. Зразок завдання на курсову роботу наведено у додатку Б, а титульного аркушу – у додатку В.

При оформленні записки необхідно:

використовувати наскрізну нумерацію всіх сторінок, формул, рисунків, графіків і таблиць (наприклад, формула (1); рис. 2; таблиця 3), при необхідності надається посилання на джерело, перелік яких повинен бути наведений в кінці пояснювальної записки;

зробити розшифровку всіх позначень у формулах;

подати графіки та таблиці за результатами розрахунків;

підписати пояснювальну записку.

Записка повинна бути підписана у керівника не пізніше, ніж за два дні до захисту.

Курсова робота захищається перед комісією та оцінюється за національною шкалою, з визначенням кількості балів за 100 бальною шкалою, а також оцінкою ECTS. Оцінки та бали заносяться до залікової книжки.

Під час захисту оцінці підлягають:

зміст та технічна спрямованість роботи;

оформлення, графічні і креслярські роботи;

самостійність, ініціативність і оригінальність рішень;

зміст доповіді і відповіді на питання;

рівень методичних навичок при доповіді і відповідях.

В доповіді на 8-10 хв. рекомендується відобразити такі питання:

назву, мету та завдання роботи;

суть методів які використовувалися під час виконання завдання;

основні результати розрахунків;

висновки про ступінь виконання завдання.

Для більш підготовлених студентів може бути запропонована альтернативна творча тема курсової роботи, яка пов'язана з порівняльним аналізом сучасних засобів вимірювання різноманітних фізичних величин (наприклад, температури, тиску, витрат речовин, рівня та ін.) і використанням цих засобів у систем автоматизованого управління. Вибір теми та визначення змісту і структури курсової роботи здійснюється разом з керівником. Приклади тем творчих курсових робіт наведені у додатку З.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Виконання курсової роботи починається з з'ясування завдання і складання календарного плану роботи, в якому відображається зміст основних етапів виконання завдання. Контрольні строки виконання завдання визначаються у відповідності з датами занять у розкладі. Повністю закінчена робота повинна бути готова на останньому занятті. Цей етап виконується разом з керівником. Зразок календарного плану приведено у додатку Г. Він затверджується керівником на першому занятті. Завдання на курсову роботу і план її виконання є основою роботи студента під час виконання курсової роботи.

Курсова робота з дисципліні "Технологічні вимірювання та прилади" складається з таких розділів:

ВСТУП

1. МЕТОДИКА ТА ПЛАН СТАТИСТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ (розглянути мету і задачі дослідження, а також методику дослідження за даними індивідуального варіанту).
2. ЗБІР І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ПЕРВИННИХ ДАНИХ (сформувати вихідну вибірку, згрупувати дані з використанням рівних та нерівних інтервалів відповідно до методичних вказівок до курсової роботи).
3. СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ (провести розрахунок описової статистики і перевірити однорідність вибіркової сукупності відповідно до методичних вказівок до курсової роботи).

ВИСНОВОК

ВСТУП

Розглядаються області застосування технологічних вимірювань з багаторазовими спостереженнями. Можливість використання таких вимірювань ґрунтується на незмінності вимірюваних параметрів середовищ на деякому відрізку часу, достатньому для виконання декількох спостережень. Під час проведення наукових досліджень та у виробничій практиці широко застосовується обробка результатів вимірювань. Така обробка може виконуватися для аналізу технологічних процесів, встановлення технологічних допусків, для визначення статистичних характеристик партій деталей, які виробляються на підприємстві, тобто при статистичному контролі і регулюванні якості продукції, тощо. При цьому результати вимірювань є випадковими величинами. У зв'язку з цим, для обробки результатів вимірювань, як і інших випадкових величин, використовують методи теорії ймовірностей і математичної статистики.

1. МЕТОДИКА ТА ПЛАН СТАТИСТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Проведення вимірювального експерименту повинно бути засновано на застосуванні відомої (типової) або спеціально розробленої для нього метрологами-професіоналами методики проведення вимірювань.

Методика виконання вимірювань – це сукупність методу, засобів, процедур і умов підготовки та проведення вимірювань (компоненти вимірювань), а також правил обробки результатів вимірювань. По суті методика виконання вимірювань є технологією цього вимірювання.

Методики виконання вимірювань регламентуються: державними, галузевими стандартами і стандартами підприємств; атестатами методик виконання вимірювань; відповідними розділами стандартів технологічних процесів, методів випробувань і контролю продукції, методів і способів перевірки засобів вимірювань.

Згідно з відповідною методикою виконання вимірювань був проведений вимірювальний експеримент за результатами якого отримані чисельні значення показників Y_1 та Y_2. Мета статистичного дослідження, що проводиться в курсовій роботі, є аналіз статистичних характеристик розподілу значень отриманих показників.

Для аналізу необхідно:

отримати дві випадкові вибірки показників (по 25 значень) з генеральних сукупностей, наведених у додатку А;

побудувати для кожного показника гістограму та кумулятивну криву;

розрахувати для кожного показника описову статистику і перевірити вибірки на присутність аномальних спостережень (при необхідності виключити відповідні значення з подальшого дослідження);

перевірити достатність обсягу вибірки для отримання достовірних результатів;

визначити закони розподілу кожного показника.

У першому розділі також наводиться коротка характеристика основних методів дослідження – групування даних та розрахунку описової статистики.

2. ЗБІР І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ПЕРВИННИХ ДАНИХ

Для формування репрезентативної вибірки необхідний механізм випадкового добору об'єктів з генеральної сукупності. У курсовій роботі для цього механізму служить номер студента по журналу.

Відбір вихідних даних проводиться таким чином: за номером по журналу встановлюється перші значення показників Y_1 та Y_2, які наведені у таблиці додатку А, наступні значення вибираються з періодичністю 5 значень показників, тобто формуються дві механічні вибірки. Наприклад, якщо номер студента за списком 2, то перші значення показників будуть відповідати даним, що знаходяться у чарунці з номером 2 ($Y_1 = 8{,}52$ та $Y_2 = 5{,}62$), а наступні – з номером 7 (Y_1 = 9,17 та Y_2 = 1,02), треті значення – з номером 12 (Y_1 = 6,98 та Y_2 = 8,83), і т.д. Значення показників отримані с точністю до другого знаку після коми.

Значення вибірок заносяться до таблиці вихідних даних. Для прикладу розглянемо номер студента по журналу 25, і значення першої вибірки Y_1 для цього варіанту наведені у табл. 1.

Таблиця 1 – Вихідні дані для статистичного дослідження

№ з/п	Порядковий номер спостереження	Значення показників	
	i	Y_1	Y_2
1	25	9,40	
2	30	11,21	
3	35	9,26	
4	40	8,36	
5	45	10,05	
6	50	9,50	
7	55	12,35	
8	60	11,88	
9	65	10,16	
10	70	8,79	
11	75	11,47	
12	80	11,09	
13	85	11,26	
14	90	11,72	
15	95	13,20	
16	100	10,27	
17	105	7,10	
18	110	11,44	
19	115	11,21	
20	120	5,98	
21	125	10,35	
22	130	11,47	
23	135	11,43	
24	140	13,18	
25	145	11,11	
Сума значень		263,24	
Середнє		10,53	

Групування вихідних даних проводиться з метою аналізу структури і закономірностей розподілу досліджуваних показників. У курсовій роботі групування виконують для кожного досліджуваного показника Y, але різними способами.

У статистичних дослідженнях використовують групування з використанням рівних і нерівних за величиною інтервалів. У курсовій роботі необхідно вибрати найкращий спосіб групування за величинами кожного досліджуваного показника *Y*.

2.1 Групування з використанням рівних інтервалів

Групування з рівними інтервалами доцільні у тих випадках, коли варіація виявляється у порівняно вузьких інтервалах і розподіл одиниць сукупності за даною ознакою є практично рівномірним. Оптимальну кількість груп з рівними інтервалами визначають за формулою Стерджесса

$$R = 1 + 3{,}322 \cdot \lg n\,,$$

де n – кількість спостережень (обсяг вибірки);

$\lg n$ – десятковий логарифм числа n.

Для приклада, що розглядається, кількість груп (інтервалів) дорівнює

$$R = 1 + 3{,}322 \cdot \lg 25 = 1 + 3{,}322 \cdot 1{,}398 = 1 + 4{,}644156 = 5{,}644156\ .$$

Отримане значення *R*, як правило, округлюють до цілого у більший бік ($R = 6$). Потім розраховується ширина інтервалу групування h

$$h = \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{R}\,,$$

де $Y_{\max}$ та $Y_{\min}$– максимальне та мінімальне значення показника у вибірці, відповідно.

Для приклада, що розглядається,

$$h = \frac{13{,}2 - 5{,}98}{6} = \frac{7{,}22}{6} \approx 1{,}21.$$

Значення h також округлюють, як правило, у більший бік ($h = 1{,}21$). Після цього встановлюють межі інтервалів групування:

нижня межа першого інтервалу групування – $a_1 = Y_{\min}$;

верхня межа першого інтервалу групування – $b_1 = a_1 + h$.

Межі наступних інтервалів встановлюють за правилом: нижня межа чергового інтервалу береться рівною верхній межі попереднього інтервалу, а верхня межа – дорівнює нижній плюс ширина інтервалу групування. В результаті весь діапазон значень показників розбивається на *R* рівних за величиною інтервалів.

Одночасно з встановленням меж інтервалів групування задають умови віднесення спостережень до відповідного інтервалу. Їх задають у вигляді подвійної нерівності

$$a_r \le Y < b_r,\ r = 1, 2, 3, ..., R.$$

Відповідно до цієї умови до інтервалу з номером r відносять ті значення досліджуваних вимірювань, які більше або рівні нижній межі і менше верхньої межі.

Далі необхідно розподілити одиниці вибіркової сукупності за інтервалами у залежності від величини результативної ознаки. За результатами розподілу рекомендується розрахувати частоту і кумулятивну частоту, а також частку і кумулятивну чаcку.

Частота f_r визначає скільки разів досліджувані вимірювання попадають у заданий r-ий інтервал.

Кумулятивна частота S_{fr} – це частота попадання досліджуваних вимірювань у заданий інтервал разом з всіма попередніми частотами. Кумулятивна частота визначається як сума поточної частоти на k-му інтервалі та всіх попередніх частот.

Частка або відносна частка визначається як відношення частоти попадання досліджуваних вимірювань у r-ий інтервал до суми всіх частот. Сума всіх часток дорівнює одиниці.

Кумулятивна частка S_{wr} визначається як сума поточної частки на r-му інтервалі та всіх попередніх часток.

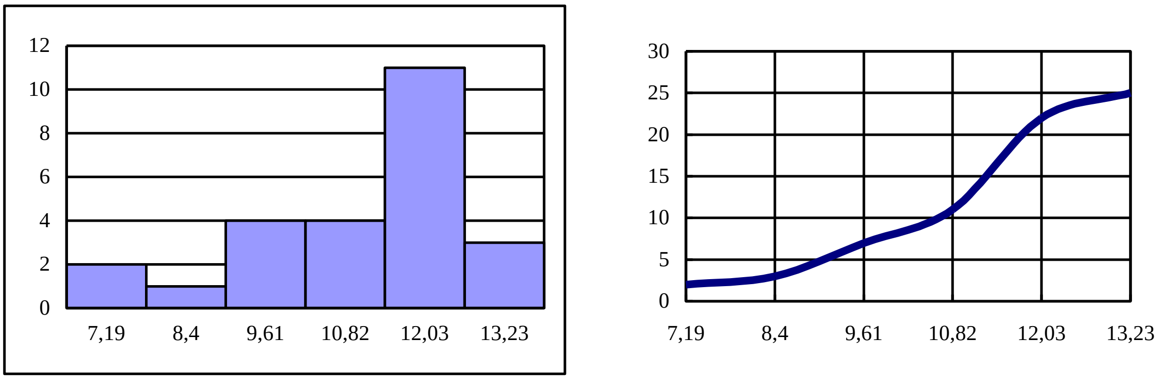
Результати доцільно занести до таблиці (для прикладу, що розглядається, – табл. 2).

Таблиця 2 – Групування показника Y_1

Номер інтервалу, r	Межі інтервалів		Частота, f_r	Кумулятивна частота, S_{fr}	Частка, $w_r=f_r / n$	Кумулятивна частка, S_{wr}
1	5,98	7,19	2	2	0,08	0,08
2	7,19	8,4	1	3	0,04	0,12
3	8,4	9,61	4	7	0,16	0,28
4	9,61	10,82	4	11	0,16	0,44
5	10,82	12,03	11	22	0,44	0,88
R = 6	12,03	13,23	3	25	0,12	1,00
Разом			25		1,000	

Після групування даних за інтервалами будується гістограма розподілу і кумулятивна крива. При побудові гістограми (для прикладу, що розглядається, – рис. 1, а) по осі абсцис відкладають значення результатів вимірювань, по осі ординат – частоти f_r появи результатів вимірювань у кожному r-му інтервалі (по осі ординат можна відкладати частку w_r (відносну частоту)).

При побудові кумулятивної кривої (для прикладу, що розглядається, – рис. 1, б) по осі абсцис відкладають значення результатів вимірювань, по осі ординат – кумулятивні частоти S_{fr} появи результатів вимірювань у кожному k-му інтервалі (по осі ординат можна відкладати кумулятивну частку S_{wr}).



а б

Рисунок 1 – Гістограма розподілу Y (а) та кумулятивна крива (б)

2.2 Групування з використанням нерівновеликих інтервалів

Групування з нерівновеликими інтервалами застосовуються для опису статистичних даних розподілу, що мають явну асиметрію частот і часток. Ширину і межі цих інтервалів встановлюють на основі логічного аналізу попередніх відомостей про якісні і кількісні характеристики досліджуваного явища.

У курсовій роботі в якості одного з можливих рішень задачі групування по Y рекомендується використовувати досить просту формалізовану процедуру поділу на групи.

Процедура виділення груп об'єктів з нерівними інтервалами досліджуваної ознаки наступна. Необхідно провести ранжирування значення показника. Для прикладу, що розглядається, – 5,98 7,10 8,36 8,79 9,26 9,40 9,50 10,05 10,16 10,27 10,35 11,09 11,11 11,21 11,21 11,26 11,43 11,44 11,47 11,47 11,72 11,88 12,35 13,18 13,20.

Далі весь інтервал його можливих значень [F_{min}; F_{max}] розділити на два інтервали, відокремлюваних одне від одного середнім значенням ознаки $Y_{ср}$ (для прикладу, що розглядається, – 10,53).

На першому інтервалі [Y_{min}; $Y_{ср}$] будуть розташовані варіанти досліджуваного показника менше середнього значення $Y_{ср}$ (для прикладу, що розглядається, – [5,98; 10,35] – 11 значень), на другому [$Y_{ср}$; Y_{max}] – більше, ніж середнє значення $Y_{ср}$ (для прикладу, що розглядається, – [11,09; 13,29] – 14 значень).

У випадку не симетричного розподілу точка, що відповідає середньому значенню ознаки $Y_{ср}$, не поділятиме інтервал [Y_{min}; Y_{max}] на рівні частини, а буде зміщена до якого-небудь з кінців інтервалу.

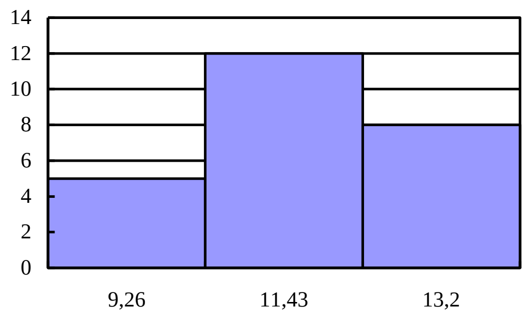
Вибираємо з двох інтервалів, розділених значенням середньої величини, інтервал найменшої довжини, для чого порівнюємо за модулем величини [Y_{min} – $Y_{ср}$] і [$Y_{ср}$ – Y_{max}]. Довжину найменшого з двох порівнюваних інтервалів (для прикладу, що розглядається, – 11 значень) поділяємо навпіл і отримане значення ΔY (для прикладу, що розглядається, – 6 значення 9,40) додаємо до середнього $Y_{ср}$ і віднімаємо від нього. Одержуємо координати двох точок $[Y_{ср} – \Delta Y]$ і $[Y_{ср} + \Delta Y]$ (для прикладу, що розглядається, – [9,26] і [11,43]), які відзначаємо на числовій осі варіаційного ряду вліво і вправо від середнього значення. В результаті числова вісь, що відповідає ранжируваному варіаційному ряду досліджуваної ознаки, розділяється на три інтервали $[Y_{min}; Y_{ср} – \Delta Y]$, $[Y_{ср} – \Delta Y; Y_{ср} + \Delta Y]$ і $[Y + \Delta Y; Y_{max}]$ (для прикладу, що розглядається, – [5,98; 9,26], [9,26; 11,43] і [11,43; 13,20]), довжини яких можуть бути інтерпретовані як величини, що відмежовують дрібні, середні і великі одиниці сукупності.

Після встановлення меж інтервалів занесемо у таблицю частот і часток, побудуємо гістограму розподілу Y_1 та кумулятивну криву.

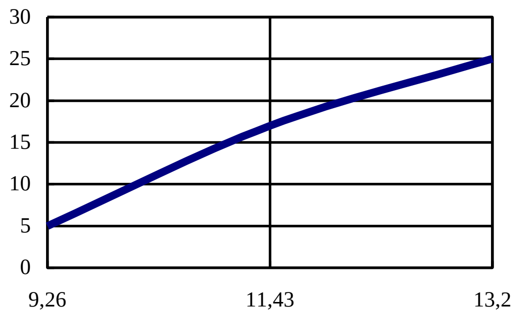
Таблиця 3 – Групування показника Y_1

Номер інтервалу, r	Межі інтервалів		Частота, f_r	Кумулятивна частота, S_{fr}	Частка, $w_r=f_r / n$	Кумулятивна частка, S_{wr}
1	5,98	9,26	5	5	0,2	0,2
2	9,26	11,43	12	17	0,48	0,68
3	11,43	13,20	8	25	0,32	1
Разом			25		1	

Після групування даних за інтервалами будується гістограма розподілу (рис. 2, а) та кумулятивна крива (рис. 2, б).



а



б

Рисунок 2 – Гістограма розподілу (а) та кумулятивна крива (б) з нерівновеликими інтервалами

Аналізуються результати групувань з використанням рівновеликих і нерівновеликих інтервалів і робиться попередній висновок щодо закономірності розподілу за величиною досліджуваного признаку Y.

3. СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

Наступним етапом аналізу сукупності спостережень є розрахунок узагальнюючих характеристик (описової статистики) досліджуваних показників. Цей розрахунок можна виконати за незгрупованими або згрупованими даними (на підставі частотної таблиці). Більш точними є результати, отримані з використанням незгрупованих даних.

3.1 Розрахунок узагальнюючих характеристик і перевірка однорідності вибіркової сукупності

У курсовій роботі розрахунок зазначених показників описової статистики доцільно виконати для кожного показника. Через обмеженість числа результатів вимірювань при обробці замість математичного очікування і дисперсії одержують наближені до них відповідно емпіричне середнє Y і емпіричну дисперсію σ^2, які характеризують середній результат вимірювань і ступінь розкиду результатів. Також можна розрахувати середнє квадратичне відхилення σ_Y та коефіцієнт варіації V.

Для розрахунку рекомендуються використовувати наступні формули:

для середнього $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$;

для дисперсії $\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2$;

для середнє квадратичного відхилення $\sigma_Y = \sqrt{\sigma^2}$;

для коефіцієнта варіації $V = \frac{\sigma_Y}{\bar{Y}} \cdot 100\%$,

де i – номер спостереження, $i = 1, 2, ..., n$.

Розрахунок виконується на підставі вихідних даних, наведених у табл. 1. Результати розрахунків представимо в окремій таблиці.

Таблиця 4 – Показники описової статистики

Назва показника	Значення показників	
	Y_1	Y_2
Середнє	10,53	
Дисперсія	2,83	
Середнє квадратичне відхилення	1,68	
Варіація, %	16	

Проведений аналіз результатів дає можливість зробити висновки, що показник Y_1 має не значну варіацію, тобто є однорідним. Чим менше значення коефіцієнта варіації, тим більш однорідні об'єкти досліджуваної сукупності і надійніше рішення, прийняті з використанням описової статистики.

Сукупність вважається однорідною, якщо $V < 33\%$. Неоднорідні сукупності характеризуються великими значеннями коефіцієнтів варіації, що може бути наслідком присутності у вибірках аномальних спостережень. Значення змінних, що різко виділяються, прийнято вважати аномальними. Показання з такими значеннями змінних необхідно виключити з вибірки, оскільки, як правило, вони мають іншу структуру або/і зовнішні умови існування (відмінні від інших об'єктів, що потрапили у вибірку) і спотворюють висновки про досліджуване явище. Далі, при необхідності, ці показання вивчають окремо.

У курсовій роботі перевірка значень показань на присутність аномальних спостережень може бути виконана з використанням правила "трьох сигм", відповідно до якого значення змінної вважається аномальним, якщо воно виходить за межі припустимого інтервалу

$$\bar{Y} - 3\sigma_Y \leq Y \leq \bar{Y} + 3\sigma_Y .$$

Для досягнення однорідності треба поступово одне за одним виключати значення з сукупності до тих пір, поки коефіцієнти варіації за змінними Y_1 та Y_2 не будуть задовольняти умові однорідності сукупності ($V < 33\%$) при виконанні правила "трьох сигм".

Розрахуємо інтервали за правилом "трьох сигм" і занесемо їх у табл. 5.

Таблиця 5 – Інтервали за правилом "трьох сигм"

Границі інтервалів	Значення границь для змінних	
	Y_1	Y_2
$\bar{Y} - 3\sigma_Y$	5,49	
$\bar{Y} + 3\sigma_Y$	15,57	

За допомогою цих даних здійснюється перевірка всіх значень змінних, чи попадають вони у заданий інтервал і потрібно чи ні їх виключати з аналізу. Для прикладу, що розглядається, аномальних спостережень не виявлено.

3.2 Поширення вибіркових результатів на генеральну сукупність. Оцінка достатності обсягу вибірки

Кінцевою метою вибіркового спостереження є характеристика генеральної сукупності. Враховуючи, що на основі вибіркового обстеження не можна точно оцінити досліджуваний параметр генеральної сукупності, потрібно знайти межі, у яких він знаходиться. Для цього необхідно з імовірністю 0,95 визначити граничну помилку Δ_Y вибіркової середньої результативного показника і довірчі межі середнього $\bar{\bar{Y}}$ всіх значень генеральної сукупності

$$\Delta_Y = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

$$\overline{Y} - \Delta_Y \le \overline{\overline{Y}} \le \overline{Y} + \Delta_Y,$$

де t – коефіцієнт довіри, що відповідає рівню довірчої ймовірності 0,95 (t = 1,96);

n – обсяг вибірки;

N – обсяг генеральної сукупності;

$\overline{\overline{Y}}$ – генеральна середня.

За даними формулами знаходяться гранична помилка Δ_Y та довірчі межі $\overline{\overline{Y}}$ генеральної сукупності. Для прикладу, що розглядається,

$$\Delta_Y = 1{,}86 \cdot \sqrt{\frac{1{,}68^2}{25}\left(1 - \frac{25}{150}\right)} = 1{,}86 \cdot \sqrt{\frac{2{,}82}{25} 0{,}83} = 1{,}86 \cdot \sqrt{0{,}11 \cdot 0{,}83} \approx 0{,}56,$$

$$9{,}97 \le \overline{\overline{Y}} \le 11{,}09.$$

Обсяг вибірки повинен бути достатнім для одержання достовірних висновків про досліджуване явище. У зв'язку з цим у курсовій роботі варто визначити, яким повинен бути обсяг вибірки для проведення дослідження. З цією метою доцільно розрахувати мінімальний обсяг вибірки, необхідний для оцінки генеральної середньої результативного показника з відносною помилкою $П_d$ = 5% на рівні довірчої ймовірності 0,95. Розрахунок мінімального обсягу вибірки виконують за формулою без повторної власне випадкової вибірки

$$n = \frac{t^2 \sigma_Y^2 N}{\Delta_{Пd}^2 N + t^2 \sigma_Y^2},$$

де $\Delta_{Пd} = \frac{\overline{Y} П_d}{100}$ – припустима гранична абсолютна величина помилки оцінки генеральної середньої. Для прикладу, що розглядається, $\Delta_{Пd} = \frac{10{,}53 \cdot 5}{100} \approx 0{,}53$.

Для прикладу, що розглядається, мінімальний обсяг вибірки дорівнює

$$n = \frac{1{,}86^2 \cdot 2{,}82 \cdot 150}{0{,}53^2 \cdot 150 + 1{,}86^2 \cdot 2{,}82} = \frac{1463{,}41}{42{,}14 + 9{,}76} = 28{,}20 \approx 28.$$

В результаті розрахунків виявляється, що фактичний обсяг вибірки більше або менше мінімального обсягу. У цьому випадку слід знайти фактичну величину помилки оцінки генеральної середньої $\Delta_{факт}$. Для її визначення перетворимо формулу, за якою проводився розрахунок мінімального обсягу вибірки,

$$\Delta_{факт} = \sqrt{\frac{\frac{t^2\sigma_Y^2 N}{n} - t^2\sigma_Y^2}{N}}.$$

Після підставки фактичного значення обсягу вибірки *n*, дисперсії ознаки σ_Y^2, коефіцієнта довіри *t* знаходиться відповідне значення помилки оцінки генеральної середньої $\Delta_{факт}$. Для прикладу, що розглядається,

$$\Delta_{факт} = \sqrt{\frac{\frac{1{,}86^2 \cdot 2{,}82 \cdot 150}{25} - 1{,}86^2 \cdot 2{,}82}{150}} = \sqrt{\frac{58{,}54 - 9{,}76}{150}} = \sqrt{0{,}33} \approx 0{,}58.$$

3.3 Аналіз закономірностей розподілу досліджуваних показників

З метою найбільш повного опису поводження досліджуваних показників в дослідженнях часто потрібно визначити закон їх розподілу. Для опису поведінки випадкових величин використовуються різні закони розподілу. У курсовій роботі необхідно перевірити чи є нормальним закон розподілу досліджуваних показників.

Для перевірки гіпотези про нормальність розподілу показника необхідно:

1) за даними вибірки побудувати гістограму і кумулятивну криву розподілу емпіричних значень показника *Y* (будується при виконанні завдання підрозділу 2.1);

2) визначити графічним або аналітичним способами моду (*Mo*) і медіану (*Me*). За співвідношенням *Mo, Me* і $\bar{Y}$, а також за допомогою коефіцієнта асиметрії Пірсона (K_a) та ексцесу (*Ex*) описати форму розподілу емпіричних значень;

3) розрахувати теоретичні частоти, припускаючи, що має місце нормальний закон розподілу, і побудувати теоретичну криву розподілу;

4) в одних координатних осях побудувати емпіричну і теоретичну криві розподілу досліджуваного показника *Y*;

5) за критерієм хі-квадрат на рівні довірчої імовірності 0,95 перевірити гіпотезу про близькість емпіричного і теоретичного розподілів.

Для розрахунку **моди** спочатку за найбільшою частотою (див. табл. 2 або табл. 3) визначають модальний інтервал, тобто інтервал, що містить моду (для прикладу, що розглядається, згідно табл. 2 модальний інтервал – 5), а потім приблизно розраховують її за формулою

$$Mo = a_{Mo} + (b_{Mo} - a_{Mo})\frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$$

де a_{Mo}, b_{Mo} – нижня та верхня межа модального інтервалу;

f_{Mo-1}, f_{Mo+1} – частоти відповідно в попередньому і наступному за модальним інтервалах.

Для прикладу, що розглядається,

$$Mo = 10{,}82 + (12{,}03 - 10{,}82)\frac{11 - 4}{(11-4)+(11-3)} = 12{,}03\frac{7}{15} \approx 5{,}61.$$

Графічно моду визначають за гістограмою (рис. 3). Для цього обирають найвищий прямокутник, який і є модальним. Далі праву верхню вершину прямокутника, що передує модальному (частота f_{Mo-1}), з'єднують із правою верхньою вершиною модального прямокутника (частота f_{Mo}), а ліву верхню вершину цього прямокутника – з лівою верхньою вершиною прямокутника, що йде за модальним (частота f_{Mo+1}). З точки перетину опускають перпендикуляр на горизонтальну вісь. Основа перпендикуляра покаже значення моди *Mo*. Точність визначення залежить від масштабу графіка. Як видно з рис. 3, для прикладу, що розглядається, визначення моди за гістограмою дає результат близько 11,30.

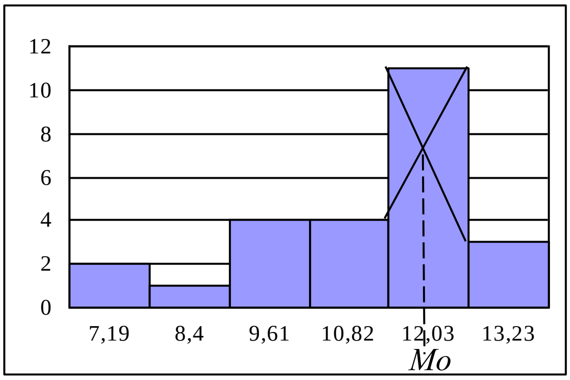


Рисунок 3 – Визначення моди за гістограмою розподілу

При обчисленні **медіани** спочатку знаходять інтервал, що містить медіану, для чого використовують накопичені частоти або частки. Медіанним є інтервал, накопичена частота якого дорівнює чи перевищує половину всього обсягу сукупності. Потім значення медіани розраховується за формулою

$$Me = a_{Me} + \left(b_{Me} - a_{Me}\right)\frac{0{,}5\left(\sum f_k - S_{fMe-1}\right)}{f_{Me}},$$

де a_{Me}, b_{Me} – нижня та верхня межа медіанного інтервалу;
$S_{fMe\text{-}1}$ – накопичена частота інтервалу, передуючого медіанному;
f_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Для прикладу, що розглядається,

$$Mo = 10{,}82 + \left(12{,}03 - 10{,}82\right)\frac{0{,}5\left(25-11\right)}{11} = 12{,}03\frac{7}{11} \approx 7{,}66.$$

Графічно медіана визначається за кумулятивною кривою (рис. 4). Для цього останню ординату кумулятивної кривої, що дорівнює сумі всіх частот або часток, ділять навпіл. З отриманої точки проводять перпендикуляр до перетину з кумулятивною кривою. Абсциса точки перетину і дає значення медіани. Як видно з рис. 4, для прикладу, що розглядається, визначення медіан за кумулятивною кривою дає результат близько 10,90.

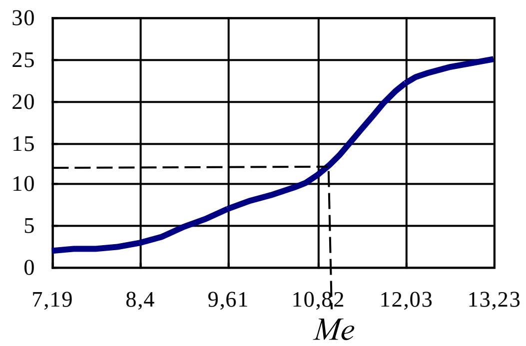


Рисунок 4 – Визначення медіан за кумулятивною кривою

Необхідно відзначити, що для прикладу, що розглядається, точність визначення моди та медіани графічним методом дуже низька, що залежить від великого масштабу графіка. Тому для аналізу будемо використовувати значення моди та медіани отримані аналітично.

Співвідношення моди, медіани і середньої арифметичної використовують для розпізнавання симетричності вихідної вибірки. Необхідною, але недостатньою умовою симетричності є рівність трьох характеристик: $\bar{Y} = Me = Mo$. У рядах із правосторонньою асиметрією $\bar{Y} > Me > Mo$, з лівосторонньою асиметрією $\bar{Y} < Me < Mo$.

Для прикладу, що розглядається, 10,53 > 10,90 > 11,30, тобто $\bar{Y} > Me > Mo$ – спостерігається правостороння асиметрія вибірки.

У якості показників формоутворення застосовуються коефіцієнт асиметрії Пірсона та ексцес.

Коефіцієнт асиметрії Пірсона розраховується за формулою

$$K_a = \frac{\overline{Y} - Mo}{\sigma_Y}.$$

Якщо $K_a > 0$, то скошеність правостороння, якщо $K_a < 0$ – лівостороння; якщо $K_a = 0$, то розподіл симетричний.

Для прикладу, що розглядається,

$$K_a = \frac{10{,}53 - 11{,}30}{1{,}68} = -0{,}46.$$

Тобто спостерігається лівостороння скошеність розподілу.

Ексцес розраховується за формулою

$$Ex = \frac{\sum\left(Y_i - \overline{Y}\right)^4}{n \cdot \sigma_Y^4} - 3.$$

Якщо $Ex = 0$, то розподіл близький до нормального, якщо $Ex > 0$ – розподіл з гострою вершиною, $Ex < 0$ – розподіл з низькою вершиною.

Для прикладу, що розглядається, $Ex = 1{,}03$, розраховано у програмі Excel, тобто спостерігається розподіл з гострою вершиною.

За отриманими даними робиться висновок про асиметрією, скошеність та вершину розподілу даних.

Розрахунок теоретичних частот виконується за методом оцінки імовірності того, що нормоване відхилення від середньої не вийде за межі $\pm z$ з використанням функції щільності нормального розподілу $\Phi(z)$. Розрахунки теоретичних частот і перевірку гіпотези про близькість емпіричного і теоретичного розподілів рекомендується виконувати за допомогою таблиць, які наведені у додатках Д і Є.

Порядок розрахунку теоретичних частот кривої нормального розподілу:

1) визначають середини інтервалів $\frac{Y_{r\max} - Y_{r\min}}{2}$;

2) визначають $z_{r\min} = \frac{Y_{r\min} - \overline{Y}}{\sigma_Y}$ та $z_{r\max} = \frac{Y_{r\max} - \overline{Y}}{\sigma_Y}$;

3) за таблицею розподілу функції $\Phi(z)$ (додаток Д) визначають її значення $\Phi\left(z_{r\min}\right)$ та $\Phi\left(z_{r\max}\right)$;

4) знаходять нормовану ймовірність $P_r = \Phi\left(z_{r\max}\right) - \Phi\left(z_{r\min}\right)$;

5) обчислюють теоретичні частоти за формулою: nP_r;

6) розраховують $nP_r - f_r$ та $\frac{(nP_r - f_r)^2}{nP_r}$.

Сума теоретичних та емпіричних частот повинна бути рівною, але може не збігатися через округлення в розрахунках.

Для перевірки гіпотези про близькість емпіричного та теоретичного розподілів розраховують критерій згоди Пірсона

$$\chi^2_{емп} = \sum_{r=1}^{R} \frac{(nP_r - f_r)^2}{nP_r},$$

і порівнюють його з табличним значенням $\chi^2_{таб}$, яке визначають для рівня значущості α = 0,05 і числа ступенів свободи $k = r - 3$ з таблиці у додатку Є.

Таблиця 6 – Розрахунок теоретичних частот кривої нормального розподілу

r	1	2	3	4	5	6
$Y_{\min}$	5,98	8,36	8,79	10,05	11,09	12,35
$Y_{\max}$	7,10	8,36	9,50	10,35	11,88	13,20
$\frac{Y_{r\max} - Y_{r\min}}{2}$	1,12	0	0,71	0,3	0,79	0,85
f_r	2	1	4	4	11	3
f_r / n	0,08	0,04	0,16	0,16	0,44	0,12
$z_{r\min} = \frac{Y_{r\min} - \bar{Y}}{\sigma_Y}$	-2,70	-1,29	-1,04	-0,29	0,33	1,08
$z_{r\max} = \frac{Y_{r\max} - \bar{Y}}{\sigma_Y}$	-2,04	-1,29	-0,61	-0,11	0,80	1,59
$\Phi(z_{r\min})$	-0,4965	-0,4015	-0,3508	-0,1141	0,1293	0,3599
$\Phi(z_{r\max})$	-0,4793	-0,4015	-0,2291	-0,0438	0,2881	0,4441
$P_r = \Phi(z_{r\max}) - \Phi(z_{r\min})$	0,0172	0	0,1217	0,0703	0,1588	0,0842
nP_r	0,43	0	3,0425	1,7575	3,97	2,105
$nP_r - f_r$	-1,57	-1	-0,9575	-2,2425	-7,03	-0,895
$\frac{(nP_r - f_r)^2}{nP_r}$	5,73	0	0,3	2,86	12,45	0,38

З табл. 6 визначаємо чисельне значення $\chi^2_{емп}$ = 21,72, а з таблиці (додаток Є) $\chi^2_{таб}$= 7,8 для k = 6 – 3 = 3 і α = 0,05

Отже $\chi^2_{емп}$ > $\chi^2_{таб}$, тобто 21,72 > 7,8. На підставі отриманих даних можна зробити висновок, що гіпотеза про близькість емпіричного і теоретичного розподілів не приймається, тобто в основі емпіричного розподілу не лежить закон нормального розподілу.

У ВИСНОВКАХ на основі отриманих результатів викладаються відомості про ступінь виконання завдання на курсову роботу та особливості її виконання.

Література

1. Головко Д.Б., Рего К.Г., Скрипник Ю.О. Основи метрології та вимірювань. – К.: Либідь, 2001. – 408 с.
2. Фарзане Н.Г., Илясов Л.В., Азим-заде А.Ю. Технологические измерения и приборы. – М.: Высш. шк., 1989. – 456 с.
3. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики: Практикум. – К.: Знання, 1997. – 325 с.
4. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 416 с.
5. Статистика: Підручник / А.В. Головач, А.М. Єріна, О.В. Козирєв та ін. – К.: Вища школа, 1993. – 623 с.

Додаток А

Генеральні сукупності досліджуваних показників Y_1 та Y_2

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Y_1	11,2	8,52	11,07	10,82	8,21	9,22	9,17	9,04	12,64	14,88
Y_2	4,15	5,62	6,37	6,55	3,43	1,83	1,02	5,26	9,81	6,88
i	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
Y_1	9,41	6,98	10,11	13,16	12,99	11,89	8,35	9,59	10,75	7,97
Y_2	7,34	8,83	3,75	1,47	6,49	2,52	4,79	5,46	4,77	8,15
i	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
Y_1	8,06	10,89	10,46	12,24	9,40	13,32	14,29	13,15	10,31	11,21
Y_2	9,81	7,82	2,01	4,56	7,64	9,38	8,36	9,01	6,18	1,03
i	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
Y_1	7,76	11,71	12,41	10,47	9,26	10,96	10,27	11,3	8,13	8,36
Y_2	2,79	9,05	3,76	1,34	1,41	6,34	2,81	3,15	2,85	6,18
i	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
Y_1	10,90	9,73	10,13	11,97	10,05	9,51	9,01	9,38	10,75	9,50
Y_2	6,54	7,13	5,64	6,86	6,82	9,87	9,03	2,90	2,76	7,57
i	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
Y_1	6,55	7,85	7,08	8,19	12,35	14,31	11,02	12,86	11,90	11,88
Y_2	3,19	2,16	4,41	8,77	4,01	7,79	6,97	9,20	3,74	1,32
i	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
Y_1	10,22	8,42	9,42	11,97	10,16	14,85	9,56	13,12	12,41	8,79
Y_2	6,86	3,33	9,48	3,48	9,14	3,51	4,76	6,25	7,66	6,45
i	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
Y_1	10,13	11,54	11,12	7,87	11,47	11,79	9,24	12,39	12,15	11,09
Y_2	6,43	5,79	4,33	3,81	6,84	1,55	3,84	3,67	9,63	2,42
i	**81**	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
Y_1	12,29	10,74	11,63	10,70	11,26	10,37	7,21	11,15	8,00	11,72
Y_2	5,51	6,74	3,20	4,07	9,28	2,96	8,10	5,35	3,58	4,41
i	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**
Y_1	9,50	8,05	8,69	8,47	13,20	9,35	9,63	9,43	8,66	10,27
Y_2	6,31	1,05	6,31	9,19	5,86	9,74	9,38	2,14	3,61	1,95
i	**101**	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**	**110**
Y_1	6,86	10,29	11,61	7,42	7,10	8,12	7,32	9,04	9,18	11,44
Y_2	6,28	4,16	9,69	3,59	6,93	5,86	4,39	5,79	3,40	4,35
i	**111**	**112**	**113**	**114**	**115**	**116**	**117**	**118**	**119**	**120**
Y_1	11,04	11,07	9,90	10,65	11,21	9,52	7,57	8,50	8,91	5,98
Y_2	9,06	9,93	6,77	6,07	6,76	1,25	1,59	7,16	2,20	8,68
i	**121**	**122**	**123**	**124**	**125**	**126**	**127**	**128**	**129**	**130**
Y_1	6,97	11,06	10,66	9,58	10,35	9,44	7,79	10,96	14,70	11,47
Y_2	1,39	3,51	1,78	8,30	6,51	5,91	5,25	8,11	2,84	4,42
i	**131**	**132**	**133**	**134**	**135**	**136**	**137**	**138**	**139**	**140**
Y_1	7,94	12,91	7,48	11,32	11,43	5,44	9,85	10,83	9,35	13,18
Y_2	5,70	8,49	9,70	1,40	8,57	4,97	9,42	3,37	3,29	6,85
i	**141**	**142**	**143**	**144**	**145**	**146**	**147**	**148**	**149**	**150**
Y_1	12,85	13,28	9,27	6,34	11,11	12,07	10,39	9,97	9,02	6,86
Y_2	9,87	1,05	6,18	4,16	9,52	7,80	9,37	9,46	8,27	5,80

Додаток Б

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Факультет механічний

Кафедра Метрології та безпеки життєдіяльності

Спеціальність " Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології "

ЗАТВЕРДЖУЮ
Зав. кафедрою МБЖД

проф. О.В.Полярус
"_____" _________ 20_ р.

ЗАВДАННЯ
НА КУРСОВУ РОБОТУ СТУДЕНТОВІ

____
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: "Статистична обробка результатів вимірювань"
2. Термін здачі студентом закінченого проекту (роботи) " " грудня 20 р.
3. Вхідні дані до роботи:

1) Результати вимірювального експерименту – чисельні значення показників Y_1 та Y_2.

2) Формули для розрахунку описової статистики.

3) Методики аналізу закономірностей розподілів випадкових величин.

4) Таблиці значень функції $\Phi(x)$.

5) Таблиця критичних точки розподілу χ^2.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити):
    1) Вступ.
    2) Методика та план статистичного дослідження. Мета і задачі дослідження.
    3) Збір і систематизація первинних даних. Сформувати вихідну вибірку, згрупувати дані з використанням рівних та нерівних інтервалів.
    4) Статистична обробка результатів вимірювань. Розрахунок описової статистики і перевірка на однорідність вибіркової сукупності.
    5) Висновок
    6) Перелік посилань
5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень):
    1) Гістограми розподілів показників Y_1 та Y_2.
    2) Кумулятивні криві показників Y_1 та Y_2.
6. Дата видачі завдання " " вересня 20 р.

Керівник __________
(підпис)

Завдання прийняв до виконання _____________
(підпис)

Додаток В

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний автомобільно-дорожній університет
Механічний факультет
кафедра Метрології та БЖД

Курсова робота
з навчальної дисципліні
“Технологічні вимірювання та прилади”
(назва дисципліни)

на тему: “Статистична обробка результатів вимірювань”

Виконав: студент (ка) ___ курсу групи №______
напряму підготовки (спеціальності)
151 " Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології "________________
(шифр і назва напряму підготовки (спеціальності))

____
(прізвище й ініціали студента)

Керівник: ______________________________________
(посада, науковий ступінь, прізвище й ініціали)

Національна шкала: __________
Кількість балів: _____
Оцінка: ECTS _____

Члени комісії: __________ ______________
(підпис) (прізвище й ініціали)

__________ ______________
(підпис) (прізвище й ініціали)

__________ ______________
(підпис) (прізвище й ініціали)

Харків – 20__

Додаток Г

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

Пор. №	Найменування етапів дипломного проекту (роботи)	Термін виконання етапів проекту(роботи)	Примітка
1	Вивчення літератури	30.09.20__	
2	Розробка методики та плану статистичного дослідження	15.10.20__	
3	Формування вихідної вибірки та групування даних з використанням рівних та нерівних інтервалів	01.11.20__	
4	Розрахунок описової статистики і перевірка однорідності вибіркової сукупності	15.11.20__	
5	Аналіз закономірностей розподілу досліджуваних показників	01.12.20__	
6	Формулювання висновків	10.12.20__	
7	Оформлення пояснювальної записки	15.12.20__	
8	Створення презентації на Power Point	25.12.20__	
9	Подання роботи керівнику	29.12.20__	
10	Захист роботи	31.12.20__	

Студент гр. _МА-5_ ___________________
(підпис)

Керівник роботи ______________________
(підпис)

Додаток Д

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2}\, dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

Додаток Є

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Додаток З

Приклади тем творчих курсових робіт

1. Порівняльний аналіз сучасних засобів вимірювання температури, що застосовуються у системах автоматизованого управління.
2. Порівняльний аналіз сучасних засобів вимірювання тиску, що застосовуються у системах автоматизованого управління.
3. Порівняльний аналіз сучасних засобів вимірювання витрат речовин, що застосовуються у системах автоматизованого управління.
4. Порівняльний аналіз сучасних засобів вимірювання рівня речовин, що застосовуються у системах автоматизованого управління.

Структура курсової роботи може бути наступною.

1. Характеристика фізичної величини, що підлягає вимірюванню.
2. Порівняльний аналіз сучасних засобів вимірювання фізичної величини (3 – 5 засобів).
3. Використання засобів вимірювання фізичної величини у системі автоматизованого управління.