

ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ НА РОБОТУ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНОЇ МЕТАЛЕВОЇ ФЕРМИ

*Гура Вікторія ДМ-31-20, Гетало Дмитро ДМ-31-20,
Воробйов Євген, ДМ-26т1-21
Науковий керівник: к.т.н., проф. каф. МКБМ Кіслов О.Г.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет*

Для несучих конструкцій інженерних споруд на автомобільних дорогах широко застосовуються статично невизначені системи, які як правило, економічніші та надійніші за подібні статично визначені.

У сучасному мостобудуванні прольотні будови перекривають два або більше прольотів без шарнірів і розрізів, тому вони називаються нерозрізними і статично невизначеними. Якщо нерозрізні балочні системи мають решітчасту структуру то вони називаються нерозрізними балочними фермами. Нерозрізними фермами з паралельними поясами можуть перекриватися прольоти 80-150 м.

Відомо, що у фермах, які застосовуються на практиці, стержні з'єднуються у жорстких вузлах. Однак для спрощення розрахунку ферм приймаються з'єднання стержнів у шарнірних вузлах.

У статично невизначених фермах, які працюють при змінюванні температури відбуваються не тільки переміщення, а й виникають внутрішні зусилля. Нехтувати цими зусиллями не можна, оскільки вони можуть бути достатньо небезпечними. Тому спочатку виконується окремо розрахунок на дію зовнішнього навантаження, а потім на дію температури. Далі враховуються результати обох розрахунків.

Розрахунок статично невизначеної ферми на дію зовнішнього навантаження.

Розрахункова схема досліджуваної ферми наведена на рис. 1, а, ферма має один зайвий зв'язок. Ознака статичної невизначеності – зовнішня. За основну невідому приймається зайвий зв'язок з землею. Основна і еквівалентна система показана на рис.1, б, в.

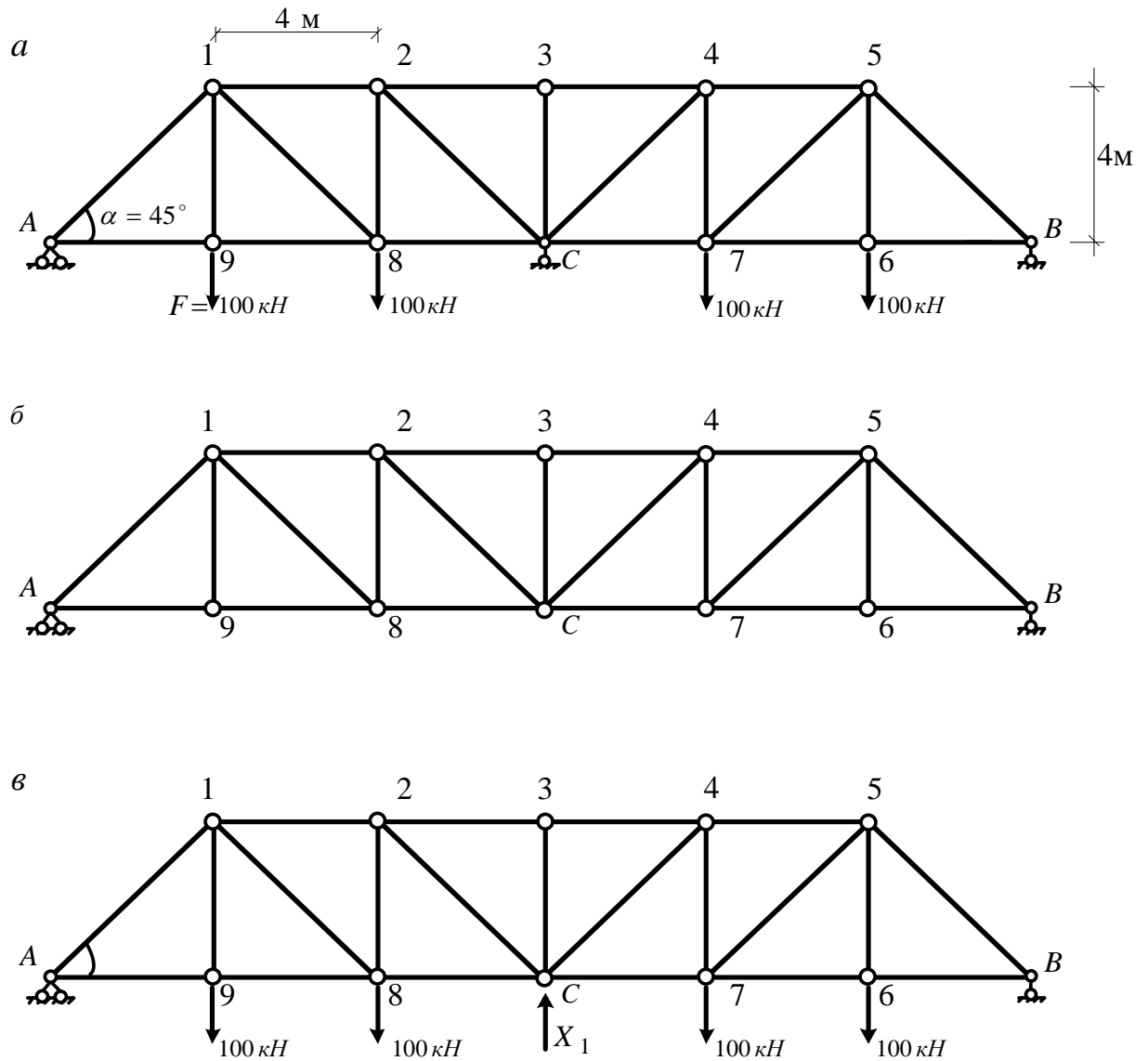


Рисунок 1 – Задана ферма (а), основна система (б), еквівалентна система (в)

Однак для виконання розрахунку на зовнішнє навантаження слід мати площі поперечних перерізів всіх стержнів заданої ферми, тобто необхідно виконати підбір перерізів стержнів. Для початкового призначення розмірів перерізів використовують наближене, орієнтоване визначення зусиль. Для цього ми замінили задану ферму на статично визначену з ознакою – внутрішня. За основну невідому приймаємо зусилля в одному із стержнів заданої ферми, наприклад – зусилля N_{2-3} (рис.2).

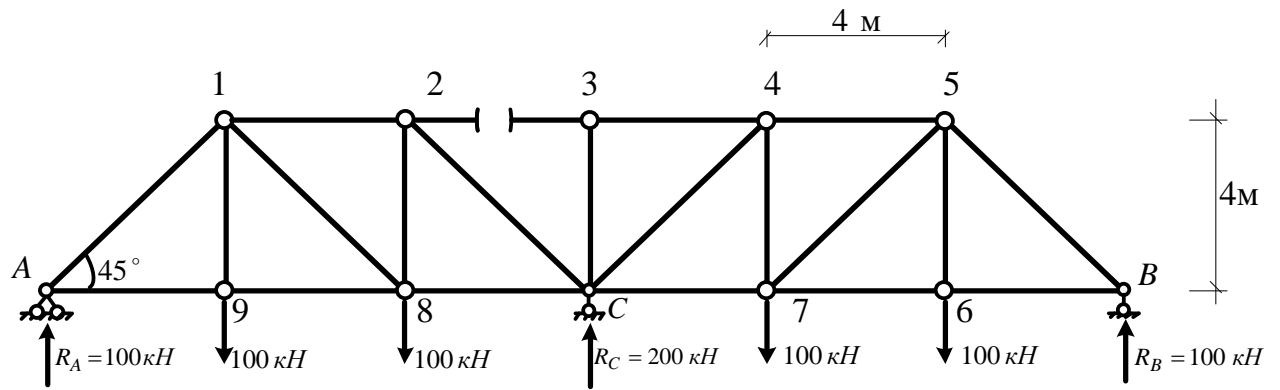


Рисунок 2 – Статично визначена ферма

Для визначення внутрішніх зусиль в стержнях статично визначеної ферми використовуються два методи: метод вирізування вузлів та метод перерізів (метод моментної точки).

Переріз стержнів ферми має вигляд двох рівнобічних кутиків.

Для розтягнутих стержнів потрібна площа визначається із умов міцності

$$\frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (1)$$

Для стиснутих стержнів поперечний переріз визначається із умов стійкості методом послідовних наближень

$$\frac{N}{A} \leq \varphi[\sigma] \quad (2)$$

Результати обчислень наведені у табл.1.

Позначимо площі всіх стержнів так:

$$A_i = \kappa A, \quad (3)$$

де A – одна з площин перерізу, яка приймається за основну;

κ – відношення площин інших перерізів до основної.

Запишемо канонічне рівняння методу сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0. \quad (4)$$

Для визначення переміщень δ_{11} і Δ_{1F} використовуються формули

$$\delta_{11} = \sum_{i=1}^C \frac{\bar{N}_{1i}^2 \cdot \ell_i}{EA_i}; \quad \Delta_{1F} = \sum_{i=1}^C \frac{N_{1F}^o \cdot \bar{N}_{1i} \cdot \ell_i}{EA_i}, \quad (5)$$

де \bar{N}_{1i} – одиничні зусилля в i -му стержні в основній системі від $X_1 = 1$;

N_{1F}^o – зусилля в i -му стержні в основній системі від зовнішнього навантаження;

ℓ_i – довжина i -го стержня;

EA_i – жорсткість i -го стержня.

З рівняння (4) з урахуванням (5) знаходимо

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = -\frac{\sum_{i=1}^C \frac{N_{Fi}^o \cdot \bar{N}_{1i} \cdot \ell_i}{EA_i}}{\sum_{i=1}^C \frac{\bar{N}_{1i}^2 \cdot \ell_i}{EA_i}}. \quad (6)$$

Визначивши зайве невідоме X_1 за (6) знаходимо зусилля в кожному i -му стержні ферми за формулою

$$N_i = \bar{N}_{1i} \cdot X_1 + N_{Fi}^o. \quad (7)$$

Зусилля у стержнях, що визначені підлягають перевірці (остання графа табл. 1).

Наступним кроком нашого дослідження є розрахунок заданої статично невизначеної ферми на задані температурні впливи.

Температурний режим в Україні встановлено: від -35° до $+35^\circ$.

Коливання температури, тобто амплітуда добового коливання температури в розрахунку приймається:

зима: від -10° до -35° , тобто різниця температур -25° ;

літом: від $+20^\circ$ до $+60^\circ$, різниця температур $+40^\circ$.

Літом сонячні промені протягом доби нагрівають елементи конструкції, особливо опівдні, коли сонце знаходиться в zenіті, тобто стержні ферми нагріваються найдужче.

Таблиця 1 – Внутрішні зусилля у стержнях статично невизначеної ферми від дії зовнішнього навантаження і перевірка правильності визначення зусиль

Елемент ферми	№ стержня	Довжина стержня, $\ell_i, м$	$N_F^1, кН$	Орієнтовна площа перерізу, $A_i, м^2$	$A_i = \kappa A$	$\bar{N}_{li}, м$	$N_{Fi}^o, кН$	$\frac{\delta_{11} = \bar{N}_{li}^2 \cdot \ell_i}{EA_i}$	$\frac{\Delta_{F_i} = N_{Fi} \cdot \bar{N}_{li} \cdot \ell_i}{EA_i}$	$\frac{N_{Fi} = \bar{N}_{li} X_1 + N_{Fi}^o}{кН}$	перевірка $\frac{N_{Fi} \cdot \bar{N}_{li} \cdot \ell_i}{EA_i}$
Верхній пояс	1-2	4	-100	$38,48 \cdot 10^{-4}$	3A	1	-300	1,33	-400	-123	-162
	2-3	4	0	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	1,5	-300	9	-1800	-34	-67
	3-4	4	0	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	1,5	-300	1,33	-1800	-34	-67
	4-5	4	-100	$38,48 \cdot 10^{-4}$	3A	1	-300	9	-400	-123	-162
Нижній пояс	A-9	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-0,5	200	1	-400	111	-223
	8-9	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-0,5	200	1	-400	111	-223
	6-8	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-1	200	4	-800	23	-91
	7-C	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-1	200	4	-800	23	-91
	6-7	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-0,5	200	1	-400	111	-223
	B-6	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-0,5	200	1	-400	111	-223
Стояки	1-9	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	0	100	0	0	100	0
	2-8	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	0,5	0	1,25	0	89	367
	3-C	4	0	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	0	0	0	0	0	0
	4-7	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	0,5	0	1,25	0	89	367
	5-6	4	100	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	0	100	0	0	100	0
Розкоси	A-1	5,66	-141	$46,48 \cdot 10^{-4}$	3,8A	0,707	-288	0,744	-307	-163	-174
	1-8	5,66	0	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-0,707	142	2,83	-568	17	-87
	2-C	5,66	-141	$46,48 \cdot 10^{-4}$	3,8A	-0,707	0	0,744	0	-125	660
	4-C	5,66	-141	$46,48 \cdot 10^{-4}$	3,8A	-0,707	0	0,744	0	-125	660
	5-7	5,66	0	$12,4 \cdot 10^{-4}$	A	-0,707	142	2,83	-568	17	-87
	5-B	5,66	-141	$46,48 \cdot 10^{-4}$	A	-0,707	-288	0,744	-307	-163	-174

$$\sum_{i=1}^C = \frac{43,8}{EA} \quad \sum_{i=1}^C = -\frac{7800}{EA} \quad \sum_{i=1}^C = 0$$

$$X_1 = \frac{7800}{43,8} = 178 \text{ кН}$$

Розрахунок статично невизначеної ферми на дію температури проводиться саме так, як на дію зовнішнього навантаження.

Температурна умова для стержнів заданої ферми однакові. При цьому всі стержні змінюють свою довжину, тобто або подовжуються, або укорочуються.

Канонічні рівняння приймають вигляд:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1t} = 0, \quad (8)$$

де Δ_{1t} – переміщення у напрямку $X_1 = 1$ від змінювання температури.

Вільний член канонічного рівняння визначається як температурне переміщення в статично визначеній системі за залежністю:

$$\Delta_{1t} = \alpha t \sum_{i=1}^C N_{1t}^o \cdot \ell_i, \quad (9)$$

де α – коефіцієнт лінійного теплового розширення (для сталі $\alpha = 13 \cdot 10^{-6}$);

t – зміна температури стержня у порівнянні з початкової.

Тоді невідома X_1 знаходиться за формулою:

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1t}}{\delta_{11}} = -\frac{E\alpha t \sum_{i=1}^C N_{1t}^o \cdot \ell_i}{\sum_{i=1}^C \frac{N_{1t}^2 \cdot \ell_i}{A_i}}. \quad (10)$$

Зусилля в кожному стержні статично невизначеної ферми визначається за формулою:

$$N_t = N_{1t} \cdot X_1. \quad (11)$$

Обчислення внутрішніх зусиль в кожному стержні при змінненні температури наведено у табл. 2.

Аналіз впливу температурного режиму металевої статично невизначеної ферми наведено у табл. 3.

Таблиця 2 – Внутрішні зусилля у стержнях статично невизначеної ферми від змінення температури

Елемент ферми	№ стержня	Довжина стержня, м	\bar{N}_{li} , м	N_{Fi} , кН	Температурний режим					
					Літо ($t = +40^\circ C$)			Зима ($t = -25^\circ C$)		
					$\Delta_{lt} = \bar{N}_{li} \cdot \ell_i \cdot \alpha t E$	$N_{ii} = \bar{N}_{li} \cdot X_1$	$N_{Fi} + N_{ii}$, кН	$\Delta_{lt} = \bar{N}_{li} \cdot \ell_i \cdot \alpha t$	$N_{ii} = \bar{N}_{li} \cdot X_1$	$N_{Fi} + N_{ii}$, кН
Верхній пояс	1-2	4	1	-123	4	-12,5	-135,5	4	8	-115
	2-3	4	1,5	-34	6	-19	-53	6	12	-22
	3-4	4	1,5	-34	6	-19	-53	6	12	-22
	4-5	4	1	-123	4	-12,5	-135,5	4	8	-115
Нижній пояс	A-9	4	-0,5	111	-2	6,3	117,3	-2	-4	107
	8-9	4	-0,5	111	-2	6,3	117,3	-2	-4	107
	6-8	4	-1	23	-2	12,5	35,5	-2	-8	15
	7-C	4	-1	23	-2	12,5	35,5	-2	-8	15
	6-7	4	-0,5	111	-2	6,3	117,3	-2	-4	107
	B-6	4	-0,5	111	-2	6,3	117,3	-2	-4	107
Стояки	1-9	4	0	100	0	0	100	0	0	100
	2-8	4	0,5	89	2	-6,3	82,7	2	4	93
	3-6	4	0	0	0	0	0	0	0	0
	4-7	4	0,5	89	2	6,3	82,7	2	4	93
	5-6	4	0	100	0	0	100	0	0	100
Розкоси	A-1	5,66	0,707	-163	4	-9	-172	4	5,5	-159
	1-8	5,66	-0,707	17	-4	9	26	-4	-5,5	13
	2-6	5,66	-0,707	-125	-4	9	-116	-4	-5,5	-129
	4-6	5,66	-0,707	-125	-4	9	-116	-4	-5,5	-129
	5-7	5,66	-0,707	17	-4	9	26	-4	-5,5	13
	5-B	5,66	0,707	-163	4	-9	-172	4	5,5	-159

$$\sum_{i=1}^C = 4\alpha t = 0,00208$$

$$X_1 = -\frac{0,00208EA}{43,8} = -24,8 \text{ кН}$$

$$\sum_{i=1}^C = (-4)\alpha t = -0,0013$$

$$X_1 = -\frac{(-0,0013)EA}{43,8} = -7,36 \text{ кН}$$

Таблиця 3 – Порівняння внутрішніх зусиль в стержнях досліджуваної ферми від дії зовнішнього навантаження і змінення температури.

Елементи ферми Стержні	Внутрішні зусилля в стержнях, кН		
	від зовнішнього навантаження	від температурного режиму літом + зовнішнє навантаження	від температурного режиму зимою + зовнішнє навантаження
верхній пояс 1-2, 4-5	-123	-135,5	-115
нижній пояс А-9, 8-9	111	117,3	107
стояки 1-9, 5-6	100	100	100
розкоси А-1, 5-13	-163	-172	-159

Висновки:

- У стержнях статично невизначеної металеві ферми, в яких виникають найбільші значенні внутрішніх зусиль, змінюють ці зусилля при роботі ферми під час дії зовнішнього навантаження, а також змінення температури: у стержнях 1-2, 4-5 (верхній пояс) – літом збільшуються на 7%, зимою зменшуються на 7%; у стержнях А-9, 8-9 (нижній пояс) – літом збільшуються на 5,6%, зимою зменшуються на 3,7%; у стержнях 1-9, 5-6 (стояки) – внутрішні зусилля не змінюються; у стержнях А-1, 5-13 (розкоси) – літом збільшуються на 5,5%, зимою зменшуються на 2,5%.
- Однак, як показала перевірка, підібраних перерізів стержнів ферми достатньо, щоб забезпечити необхідну міцність для стержнів, що розтягуються, а також стійкість для стержнів, що стискаються.

Перелік посилань

- Чихладзе Е.Д. Будівельна механіка: Підручник / Е.Д. Чихладзе .- Х.; УкрДАЗТ, 2002. -305 с.
- Опір матеріалів : Підручник / за ред. Писаренко Г.С..- К.: Вища шк., 1993.- 605 с.