

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ПРЯМОЗУБИХ ТА КОСОЗУБИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ПЛАНЕТАРНИХ РЕДУКТОРІВ

Воропай Олексій Валерійович, докт. техн. наук, професор кафедри ДМ та ТММ, Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
e-mail: voropay.alexey@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3396-8803

Шарাপата Андрій Сергійович, канд. техн. наук, доцент кафедри ДМ та ТММ,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
e-mail: phd.sharapata@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0823-9262

Єгоров Павло Анатолійович, канд. техн. наук, доцент кафедри ДМ та ТММ,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
e-mail: phd.egpavel@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6616-9966

Богдан Дмитро Іванович, канд. техн. наук, доцент кафедри ДМ та ТММ,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
e-mail: phd.bogdan@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5345-694X

Карпенко Володимир Олександрович, докт. техн. наук, професор кафедри ДМ та ТММ, Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
e-mail: karpenko4dm@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7376-7585

Зубчасті передачі є найпоширенішим видом механічних передач. Це в свою чергу зумовлює їх значну різноманітність. При цьому варто враховувати, що, незважаючи на високу надійність зубчастих передач, трапляються випадки виходу таких передач з ладу, і згадана різноманітність негативно позначається на успішності відновлення їх працездатності. Оптимальним рішенням при ремонті зубчастих механізмів є використання оригінальних комплектуючих, але не рідкісні випадки, коли запасні частини відсутні у продажу або терміни їх постачання значні. У такому разі відновлення зубчастих передач може бути здійснене з використанням доступних технологій локального виробництва. При одиничному та дрібносерійному виробництві циліндричних зубчастих коліс можуть застосовуватись класичні методи. В той же час для одиничного виробництва можуть застосовуватись сучасні методи швидкого прототипування, серед яких обробка на верстатах з ЧПК [1] та адитивні технології [2-5]. Варто відзначити, що вибір конкретної технології у великій мірі буде залежати від вимог до міцності зубців (обумовлюватиме вибір матеріалу) та необхідної точності. В будь-якому випадку виготовленню зубчастого колеса при відновленні працездатності зубчастої передачі передуює ідентифікація параметрів пошкодженого.

Недостатня точність ідентифікації та подальшого виготовлення зубчастих коліс можуть призвести до значного зниження площі контакту сполучених поверхонь і, як наслідок, зростання виникаючих напружень і передчасного виходу з ладу передач. Для вирішення проблеми визначення параметрів зубчастих передач існує значна кількість методів, більшість із яких потребують використання специфічного обладнання. Серед таких методів оптичні, що

базуються на машинному зорі з використанням цифрових камер [6], лазерів [7], проекційного муара [8], та контактні, що потребують наявності роботизованих маніпуляторів зі спеціальними шупами [9] або дороговартісних контрольно-вимірювальних машин [10]. Всі згадані методи мають обмежене використання при ідентифікації параметрів пошкоджених коліс, оскільки в такому випадку створюється цифрова модель певним чином зміненої геометрії зубців (часткове руйнування, деформування, знос) і тому потребує подальшого додаткового аналізу.

В поточному дослідженні пропонується розв'язання проблеми ідентифікації параметрів прямозубого та косозубого зачеплень зубчастих коліс, що входять до складу планетарних редукторів, з використанням аналітичних залежностей, що застосовуються при конструюванні таких передач. Дослідження можливості застосування такого підходу здійснюється на прикладі реального механізму (рис. 1).

Ідентифікацію параметрів зубчастих вінців (рис. 2) пропонується проводити виходячи з умови, що на зубчасті колеса поширюються стандарти ISO 53, ISO 54.

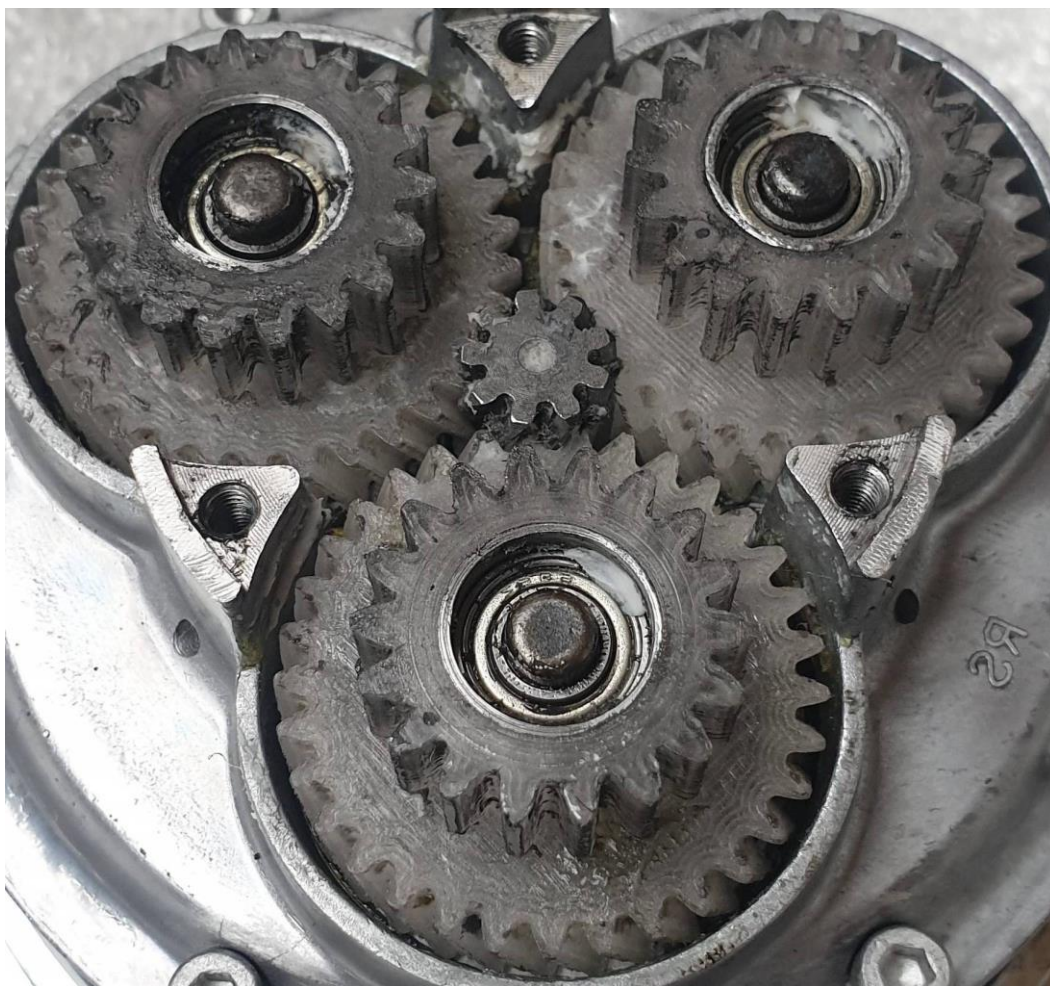


Рисунок 1 – Фотографія зубчастої передачі із двохвінцевими сателітами

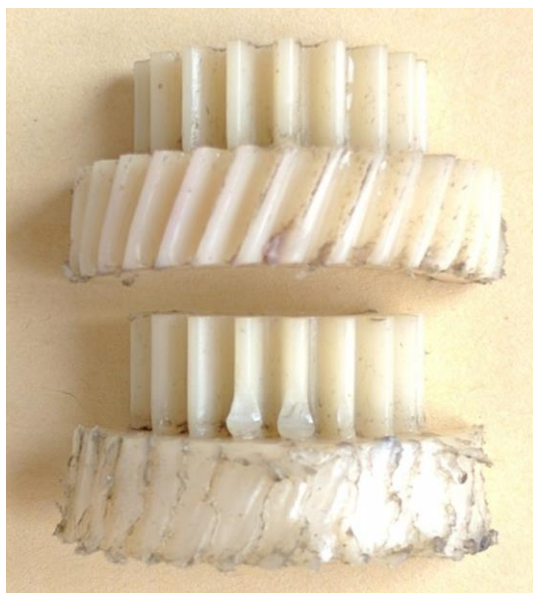


Рисунок 2 – Фотографія пошкодженого зубчастого колеса (сателіта)

Розв’язання поставленої задачі здійснено на основі вимірів діаметрів вершин та западин зубців прямозубого та косозубого зачеплень і їх ширини за допомогою штангенциркуля. Кут нахилу зубців косозубого вінця визначено за відбитком зубців при прокочуванні колеса по паперу, подальшому скануванню відбитка і опрацюванню в середовищі CAD. Варто відзначити, що знайдений таким чином кут нахилу зубців на діаметрі вершин β_a дещо відрізняється від кута β на ділильному колі, який може бути знайдений за залежністю

$$\beta = \arcsin\left(\operatorname{tg} \beta_a \cdot \frac{m \cdot z}{d_a}\right). \quad (1)$$

В даному випадку механізм не є планетарним механізмом в класичному розумінні, оскільки осі «сателітів» є нерухомими. Зображений на рис. 1 механізм (на рисунку прямозубе зубчасте колесо з внутрішніми зубцями не показано) є окремим випадком планетарного редуктора, в якому водило є нерухомим, тому умови, які повинні виконуватись для планетарних редукторів, справедливі і в даному випадку, а саме: умова співосності, сусідства, складання. Таким чином міжосьова відстань косозубого зовнішнього зачеплення та прямозубого внутрішнього співпадають.

Ідентифікацію параметрів двовінцевого сателіта пропонується розпочинати з прямозубого зачеплення, як більш простого. Пошук параметрів може бути здійснений за діаметром вершин або довжиною загальної нормалі [11]. При цьому за допомогою другого методу можлива ідентифікація коліс нарізаних із зсувом ріжучого інструменту, а також у випадках значного пошкодження вінців.

Пошук модуля прямозубого зубчастого зачеплення пропонується здійснити за вимірною величиною діаметра вершин на основі залежності

$$d_{ai} = \frac{m \cdot z_i}{\cos\beta} + 2m \cdot (h_a^* + x_i - \Delta y), \quad (2)$$

вважаючи передачу «простою» ($x_i = 0$, $\Delta y = 0$, $h_a^* = 1$).

Отримане значення модуля склало 1,25 мм, що відповідає стандартному за ISO 54. Перевірка отриманого результату та прийнятих припущень здійснена на основі порівняння вимірної міжосьової відстані та розрахованої за величиною модуля та кількістю зубців. Розбіжність результатів не перевищила 0,25%.

З достатньою точністю модуль косозубого зачеплення може бути знайдений за залежністю (2) за припущення про відсутність корекції профілю. З іншого боку модуль можна знайти при спільному розгляді (2) та виразу для діаметру западин

$$d_{fi} = \frac{m \cdot z_i}{\cos\beta} - 2m \cdot (h_a^* + c^* - x_i), \quad (3)$$

де $c^* = 0,25$ – коефіцієнт радіального зазору.

Вважаючи передачу «простою», отримаємо залежність

$$m = \frac{d_a - d_f}{4,5}, \quad (4)$$

до якої не входить значення кута нахилу β .

Оскільки значення нормального модуля є стандартизованим, то з використанням виразів (2) або (3) можна уточнити значення кута β . В той же час варто звернути увагу на те, що кількість зубців спряженого зубчастого колеса (рис. 1) становить 9, відповідно еквівалентне число зубців є меншим за 17, і такі зубчасті колеса слід виготовляти зі зміщенням ріжучого інструменту. Однак в даному механізмі можливе використання шестерні з підрізом, оскільки механічні властивості матеріалу шестерні (метал) значно перевершують властивості матеріалу зубчастого колеса (полімер). Зазначене підтверджує правомірність припущення про відсутність корекції профілю досліджуваного «сателіту». Перевірку правильності визначення параметрів косозубого вінця можливо здійснити шляхом порівняння розрахованих значень міжосьової відстані передач.

За ідентифікованими параметрами було створено модель двовінцевого сателіта, відтворено за допомогою 3D друку за технологією FDM та встановлено у відновлюваний механізм (рис. 2).

Висновки

Ідентифікація параметрів зубчастої передачі може бути здійснена на основі залежностей, що використовуються при проектуванні зубчастих передач, за вихідними даними, отриманими поширеними вимірювальними засобами. Успішність ідентифікації зубчастого колеса в даному випадку

обумовлена відповідністю передачі загальноприйнятим стандартам, відсутністю корекції профілів та наявністю додаткової інформації про механізм. Аналіз виразів (2) та (3) свідчить про багатоваріантність розв'язків у випадку наявності корекції, тому в окремих випадках за неможливості точної ідентифікації параметрів, доцільно замінювати пару зубчастих коліс із збереженням міжосьової відстані, передатного відношення та з урахуванням діючих навантажень.

Література

1. Precision CNC Machining for High-Performance Gears: Theory and Technology / S. Wang, G. Li, C. Ma. Amsterdam: Elsevier, 2024. 392 p. ISBN 978-0-443-16056-1. <https://doi.org/10.1016/C2022-0-02151-6>
2. Gibson I, Rosen DW, Stucker B. Additive Manufacturing Technologies : 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing / by Ian Gibson, David Rosen, Brent Stucker. 2nd ed. 2015. Springer New York; 2015. doi:10.1007/978-1-4939-2113-3
3. Chil-Chyuan Kuo, Ding-Yang Li, Armaan Farooqui, Song- Hua Huang. Development of a cost-effective technology for fabricating high-performance plastic gears. *Wear*, Volumes 576–577, 2025, 206135, ISSN 0043-1648, <https://doi.org/10.1016/j.wear.2025.206135>
4. Sobolak, M. (2025). 3D-printed ABS M30 prototype gears with improved durability. *Polimery*, 70(7-8), 468–474. <https://doi.org/10.14314/polimery.2025.7.4>
5. Voropay, A., Yehorov, P., Gnatenko, G., Povalaiiev, S., Sharapata, A.: Optimization of Models of Machine Parts for 3D Printing, *Int. J. of 3D Printing Tech. Dig. Ind.*, 6(3), 511-520 (2022).
6. Wang, Wencheng & Guan, Fengnian & Ma, Shiyong & Li, Jian. (2015). Measurement System of Gear Parameters Based on Machine Vision. *Measurement and Control*. 48. 242-248. 10.1177/0020294015595997
7. Song, Li-mei & Qin, Ming-cui & Li, Zong-yan & Yang, Yan-gang & Li, Da-peng. (2014). A non-contact gear measurement method based on laser vision. *Optoelectronics Letters*. 10. 237-240. 10.1007/s11801-014-4047-1
8. Chen, Y.-C., & Chen, J.-Y. (2019). Optical Inspection System for Gear Tooth Surfaces Using a Projection Moiré Method. *Sensors*, 19(6), 1450. <https://doi.org/10.3390/s19061450>
9. Shahid, Shadman & Siddique, Shah Md. Ahasan & Bhuiyan, Md. (2024). Automatic Contact-Based 3D Scanning Using Articulated Robotic Arm. 10.48550/arXiv.2411.07047. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2411.07047>
10. Da Peng Li "Application of Coordinate Measuring Machine in Reverse Engineering" in *Advanced Materials Research* 301-303, 269-274 (2011). <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.301-303.269>
11. Voropay A., Yehorov P., Koriak O., Sharapata A., Gnatenko G. Restoring the Functionality of Gears Using Rapid Prototyping. (2025) *Lecture Notes in Networks and Systems*, 1315 LNNS, pp. 173 - 183. DOI: 10.1007/978-3-031-85751-5_13 ISSN: 23673370, ISBN: 978-303185750-8