

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА РОТОРА С КОНСОЛЬНО ЗАКРЕПЛЁННЫМ ДИСКОМ НА РАДИАЛЬНО-УПОРНЫХ ШАРИКОПОДШИПНИКАХ

Анализ нелинейной динамики машин позволяет предсказать опасные колебания на режимах, безопасных с точки зрения линейной модели системы, и за счёт уточнения расчётов снизить их материалоемкость и сроки проектирования. Роторы на опорах с нелинейными характеристиками находятся практически во всех транспортных средствах. Нелинейность шарикоподшипников вызвана зазорами между шариками и канавками качения, и нелинейной зависимостью контактных сил от деформаций. В нелинейной постановке колебания роторов на шарикоподшипниках с зазорами исследованы в статьях [1, 2, 3]. Закрывание зазоров в шарикоподшипниках вызывает ударные нагрузки и повышенные вибрации. Чтобы их снизить применяют радиально-упорные подшипники предварительным осевым натягом. Нелинейная динамика таких роторов исследована в работах [4, 5].

Для аппроксимации оси деформированного вала трудно применить гармонические функции, потому используем метод конечных элементов (МКЭ). Расчётная модель ротора представлена на рис. 1. Конечные элементы аппроксимируют участки вала постоянного сечения. Диски и опоры помещены в узлах. Номера узловых сечений обозначены на рис. 1 цифрами 1–5. Силы и моменты сил инерции диска, а также контактные силы, возникающие в подшипниках, рассматриваем как граничные условия в соответствующих узлах.

Свободные колебания вала постоянного сечения описываются следующими уравнениями [6]:

$$EI \frac{\partial^4 u_x}{\partial \zeta^4} + \rho F \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = 0, \quad EI \frac{\partial^4 u_y}{\partial \zeta^4} + \rho F \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

где I и F – диаметральный момент инерции и площадь сечения вала; E и ρ – модуль упругости и плотность материала вала.

Координатные оси направлены, как показано на рис. 1. Обобщённые координаты, которыми являются элементы вектора узловых значений i -го узла, располагаем в следующем порядке: $u_{i,1} = u_{i,x}$, $u_{i,2} = \theta_{i,y}$, $u_{i,3} = u_{i,y}$, $u_{i,4} = \theta_{i,x}$, $u_{i,5} = u_{i,z}$. Интерполяционными полиномами конечного элемента являются функции изогнутой оси балки при единичных перемещениях узловых сечений [7].

Уравнения колебаний вала получены методом Галёркина при одновременной аппроксимации уравнений и граничных условий [8]. Анализ свободных колебаний даёт представление о резонансных частотах и характере скелетных кривых системы. Применение для этого метода нелинейных нор-

мальных форм (ННФ) позволяют свести анализ системы с конечным числом степенями свободы к анализу осциллятора с одной степенью свободы [9, 10].

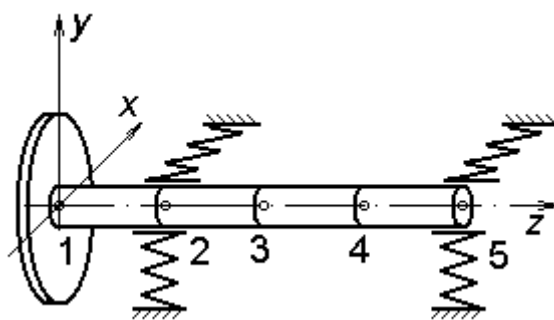


Рис. 1. Конечные элементы ротора и узлы на концах элементов (1–5)

Параметры ротора следующие: $L = 0,34$ м – длина вала; $l = 0,06$ м – длина консольного конца; $d_1 = 0,025$ м – диаметр консольного конца вала; $d_2 = 0,025$ м – диаметр вала между опорами; $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\rho = 0,3$; $m = 5,0$ кг, $I_x = 0,1$ кг·м², $I_z = 0,2$ кг·м²; частота вращения ротора – $f_\Omega = \Omega / 2\pi = 50$ Гц. Стандартные радиально-упорные подшипники имеют следующие параметры: $\alpha = 15^\circ$ – угол контакта; $R_2 = 27,525$ мм – радиус внешней канавки качения; $R_1 = 16,000$ мм – радиус внутренней канавки качения; $R_K = 5,930$ мм – радиус поперечного сечения канавок качения; $d_B = 11,510$ мм – диаметр шарика; $N_B = 7$ – количество шариков; $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па; $\mu = 0,3$.

На рис. 2 представлены скелетные кривые ротора. Система имеет мягкие характеристики. Кривые 1 и 2 соответствуют колебаниям по основной форме. При большей частоте изогнутая ось вала вращается в сторону вращения самого вала, а при меньшей частоте в противоположную сторону. Кривые 3 и 4 соответствуют аналогичным колебаниям по второй форме.

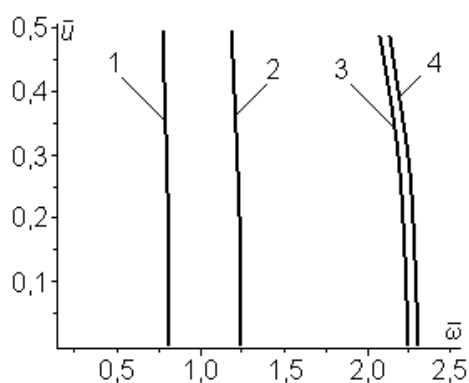


Рис. 2. Скелетные кривые ротора

Частоты поперечных колебаний линеаризованной системы равны 70,54 Гц, 110,63 Гц, 196,22 Гц и 202,11 Гц. Частота продольных колебаний линеаризованной системы равна 101,70 Гц. Исследованы нелинейные колебания ротора на радиально-упорных шарикоподшипниках с предварительным

осевым натягом. Диск закреплён на консольном конце. Получены скелетные кривые и нелинейные нормальные формы по Шоу и Пьеру. Система имеет мягкую характеристику. Резонансные колебания могут иметь место во всём диапазоне ниже основной резонансной частоты.

Литература

1. Villa C. Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system / C. Villa, J.-J. Sinou, F. Thouverez // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2008. – V. 13(4). – P. 804–821.
2. Yadav H.K. Study of Effect of Unbalanced Forces for High Speed Rotor / H.K. Yadav, S.H. Upadhyay, S.P. Harsha // *Procedia Engineering*. – 2013. – V. 64. – P. 593–602.
3. Babu C.K. Nonlinear vibration analysis of an elastic rotor supported on angular contact ball bearings considering six degrees of freedom and waviness on balls and races / C.K. Babu, N. Tandon, R. K. Pandey // *Journal of Vibration and Acoustics*. – 2014. – V. 136(4). – P. 044503-1-5.
4. Panda K.C. Optimum support characteristics for rotor–shaft system with preloaded rolling element bearings / K.C. Panda, J.K. Dutt // *Journal of Sound and Vibration*. – 2003. – V. 260(4). – P. 731–755.
5. Bai C., Zhang H., Xu Q. Effects of axial preload of ball bearing on the nonlinear dynamic characteristics of a rotor-bearing system // *Nonlinear Dynamics*. – 2008. – V. 53. – P. 173–190.
6. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов / Ф.М. Диментберг – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 248 с.
7. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
8. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган – М.: Мир, 1986. – 320 с.
9. Филипковский С.В. Свободные нелинейные колебания многодисковых роторов на шарикоподшипниках / С.В. Филипковский, К.В. Аврамов // *Проблемы прочности*. – 2013. – № 3. – С. 86–96.
10. Shaw S.W., Normal modes of vibration for non-linear continuous systems / S.W. Shaw, C. Pierre // *Journal of Sound and Vibration*. 1994. – V. 169(3). – P. 319–347.