

УДК 621.015

МОДЕЛІ КОЛИВАНЬ КУЗОВА АВТОМОБІЛЯ У ПРОЦЕСІ ГАЛЬМУВАННЯ**В.О. Богомолов, професор, д.т.н., В.О. Гелло, аспірант, ХНАДУ**

***Анотація.** Запропоновано моделі коливань чотириколісної машини під дією моментів гальмових сил. Моделі дозволяють визначити вертикальні та кутові переміщення невіднесеної маси в одній та двох площинах. На основі розроблених моделей виконано розрахунки у середовищі MATLAB/SIMULINK.*

***Ключові слова:** модель, коливання, гальмові сили, комп'ютерне моделювання.*

МОДЕЛИ КОЛЕБАНИЙ КУЗОВА АВТОМОБИЛЯ В ПРОЦЕССЕ ТОРМОЖЕНИЯ**В.А. Богомолов, профессор, д.т.н., В.А. Гелло, аспирант, ХНАДУ**

***Аннотация.** Предложены модели колебаний четырехколесной машины под действием моментов тормозных сил. Модели позволяют определить вертикальные и угловые перемещения неподдрессированной массы в одной и двух плоскостях. На основе разработанных моделей выполнены расчеты в среде MATLAB/SIMULINK.*

***Ключевые слова:** модель, колебания, тормозные силы, компьютерное моделирование.*

MODELS OF VEHICLE BODY OSCILLATIONS DURING BRAKING**V. Bogomolov, Professor, Doctor of Technical Science, V. Gello, post-graduate, KhNAHU**

***Abstract.** In the article the models considering the vehicle body oscillations under the impact of braking force torques for a four-wheel vehicle are proposed. The models can determine the vertical and rotational movements of the vehicle body in one or two planes. The simulation of the developed models in MATLAB/SIMULINK is performed.*

***Key words:** model, oscillations, braking forces, simulation.*

Вступ

Виникнення коливальних процесів, викликаних нерівномірною дією гальмових сил на колеса автомобіля, є достатньо цікавою проблемою. Якщо розглядати причини та наслідки таких процесів, то з теорії робочих процесів автомобіля стає зрозумілим, що відносно великі значення амплітуди та частоти коливань можуть вказувати на недосконалість конструкції або зношеність вузлів підвіски та гальмової системи. На автомобілях із пневматичною гальмовою системою, обладнаних регуляторами гальмових сил, такі коливання ще можуть вказувати на не-

стабільність роботи регулятора гальмових сил. У статті розглядається саме така модель, що дозволяє аналізувати коливання кузова автомобіля під дією гальмових сил.

Аналіз публікацій

Існує багато моделей коливань кузова автомобіля, що дозволяють дослідити реакцію підвіски на дорожні нерівності. Такі моделі розглянуто у [1–3]. У [1] розглянуто основні умови виникнення коливань та запропоновано одномасову модель оцінки вільних коливань автомобіля. У [2] розглянуто метод Лагранжа та наведено приклад його використан-

ня для аналізу коливань спрощеної однамислової коливальної системи. У [3] проведено ґрунтовний аналіз поведінки автомобіля у повороті та наведено рекомендації щодо створення просторових динамічних моделей автомобіля.

Мета та постановка задачі

Метою дослідження є визначення характеру коливань кузова автомобіля під дією моментів гальмових сил та встановлення основних факторів, що сприяють виникненню таких коливань. Виникнення коливань є одночасно наслідком та причиною перехідних процесів у підвісці та гальмовому керуванні автомобіля; при цьому властивість гасити такі перехідні процеси є одним із проявів стабільності гальмового керування.

Об'єктом дослідження є автомобіль, що складається з кузова, підвіски та коліс, при цьому до коліс прикладені гальмові сили.

Моделювання коливальної системи

Розглянемо двоосний чотириколісний автомобіль як коливальну систему, що складається з підресореної маси (кузова автомобіля), непідресореної маси, пружин та демпферів.

Введемо наступні позначення (як показано на рис. 1).

Нехай $Z = Z(t)$, $\phi = \phi(t)$, $\beta = \beta(t)$ – відповідно вертикальне переміщення центру мас, поздовжнє кутове переміщення підресореної маси відносно центру мас та поперечне кутове переміщення підресореної маси відносно центру мас; m, I_x, I_y – відповідно підресорена маса та моменти інерції підресореної маси у поздовжньому та поперечному напрямку; k_1, k_3, n_1, n_3 – коефіцієнти жорсткості та демпфірування передніх коліс; k_2, k_4, n_2, n_4 – коефіцієнти жорсткості та демпфірування задніх коліс; a, b – відповідно відстані від передньої та задньої осі до центру мас автомобіля; c, d – відповідно відстані від центрів правих та лівих коліс до центру мас; h – висота центру мас відносно шляху; T_1, T_2, T_3, T_4 – гальмові сили, прикладені до коліс відповідно передньої та задньої осі; M_x, M_y – відповідно поздовжній та поперечний крутні моменти гальмових сил.

Величини a, b та c, d є динамічними параметрами, що характеризують розподіл ваги між осями. З конструктивних міркувань бажано, щоб автомобіль зберігав рівне положення за будь-якого рівня завантаженості, тому на величини коефіцієнтів жорсткості по бортах автомобіля накладаються обмеження (2) та (3) [1].

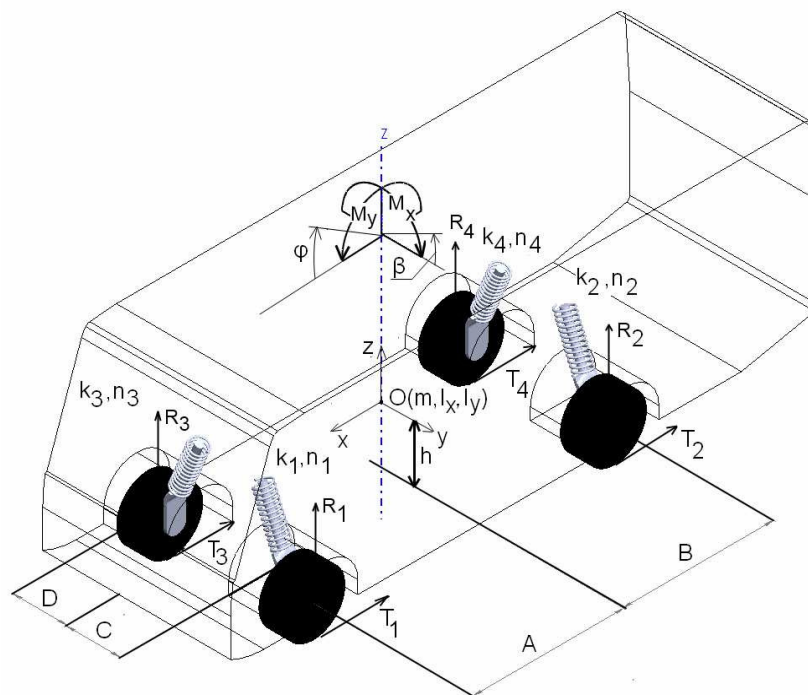


Рис. 1. Модель коливальної системи

Припустімо, що величини коефіцієнтів $k_i, n_i, i=1,4$ по колесах підпорядковуються наступним обмеженням

$$\frac{k_1}{k_3} = \frac{k_2}{k_4} = \frac{b}{a}, \quad (1)$$

$$k_1 = k_3, \quad (2)$$

$$k_2 = k_4,$$

$$c = d, \quad (3)$$

а вертикальні переміщення кожного з коліс автомобіля пов'язані з узагальненими координатами наступними співвідношеннями

$$Z_1 = Z + a\phi + c\beta,$$

$$Z_2 = Z + a\phi - d\beta,$$

$$Z_3 = Z - b\phi + c\beta, \quad (4)$$

$$Z_4 = Z - b\phi - d\beta.$$

При цьому умова (1) виконується для порожнього автомобіля, а умова (2) визначає рівність жорсткості лівого та правого бортів.

Побудуємо систему рівнянь Лагранжа для розглянутої коливальної системи. Відомо, що рівняння Лагранжа для консервативної механічної системи має вигляд

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q} - \frac{\partial \Phi}{\partial q}, \quad (5)$$

Тут Π – повна потенційна енергія коливальної системи; T – її повна кінетична енергія; Φ – повна енергія, що розсіюється в демпферах; q, ϕ – узагальнене переміщення та його перша похідна.

Для розглянутої коливальної системи узагальненими переміщеннями є Z, ϕ, β . Тому система складається з трьох рівнянь відносно цих переміщень, а для побудови цих рівнянь необхідно визначити енергії Π, T, Φ та їх часткові похідні по Z, ϕ, β . Таким чином формулюються ліві частини рівнянь системи (5).

Оскільки гальмові сили T_1, T_2, T_3, T_4 спрямовані у площині, паралельній напрямку руху автомобіля, то вертикальна збурююча сила, що впливає на переміщення кузова Z , відсутня. Тому права частина першого рівняння (8) дорівнює нулю.

Для визначення поздовжнього крутного моменту M_y припустімо, що напрямом відліку для нього є напрям руху автомобіля. Тоді крутний момент M_y дорівнюватиме сумарному моменту сил F_i на плечі h

$$M_y = \sum_{i=1}^4 T_i h. \quad (6)$$

Для визначення поперечного крутного моменту M_x припустімо, що момент виникає у повороті за рахунок дії бокових проекцій гальмових сил на передніх колесах, тоді для кутів повороту передніх коліс α_1, α_2 і некерованих задніх коліс момент дорівнюватиме

$$M_x = (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_2) h. \quad (7)$$

Маємо остаточний вираз

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial Z} + \frac{\partial \Pi}{\partial Z} + \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} - \\ - (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) h = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \beta} + \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} - \\ - (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_2) h = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Вираз для повної потенційної енергії коливальних системи Π матиме вигляд

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} [k_1 + k_2 + k_3 + k_4] Z^2 + \\ & + \frac{1}{2} [k_1 a^2 + k_2 a^2 + k_3 b^2 + k_4 b^2] \phi^2 + \\ & + \frac{1}{2} [k_1 c^2 + k_2 d^2 + k_3 c^2 + k_4 d^2] \beta^2 + \\ & + Z\phi [a(k_1 + k_2) - b(k_3 + k_4)] + \\ & + Z\beta [c(k_1 + k_3) - d(k_2 + k_4)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Повна кінетична енергія коливальних системи T складається з поступального переміщення піддресореної маси Z та її кутових переміщень у двох площинах з кутами ϕ, β . Тому маємо

$$T = \frac{1}{2} m \dot{Z}^2 + \frac{1}{2} I_y \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} I_x \dot{\beta}^2. \quad (10)$$

Аналогічно виразимо повну енергію дисипації Φ

$$\begin{aligned} \Phi = & n_1 \left(\dot{Z} + a \dot{\phi} + c \dot{\beta} \right)^2 / 2 + \\ & + n_2 \left(\dot{Z} + a \dot{\phi} - d \dot{\beta} \right)^2 / 2 + \\ & + n_3 \left(\dot{Z} - b \dot{\phi} + c \dot{\beta} \right)^2 / 2 + \\ & + n_4 \left(\dot{Z} - b \dot{\phi} - d \dot{\beta} \right)^2 / 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Підставивши похідні від (9–11) у (8), отримаємо шукану систему рівнянь (12–14)

$$\begin{aligned} m \ddot{Z} + (n_1 + n_2 + n_3 + n_4) \ddot{Z} + \\ + (n_1 a + n_2 a - n_3 b - n_4 b) \ddot{\phi} + \\ + (n_1 c - n_2 d + n_3 c - n_4 d) \ddot{\beta} + \\ + (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) Z + \\ + [a(k_1 + k_2) - b(k_3 + k_4)] \phi + \\ + [c(k_1 + k_3) - d(k_2 + k_4)] \beta = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\phi} + (n_1 a^2 + n_2 a^2 + n_3 b^2 + n_4 b^2) \ddot{\phi} + \\ + (n_1 a + n_2 a - n_3 b - n_4 b) \ddot{Z} + \\ + (n_1 a c - n_2 a d - n_3 b c + n_4 b d) \ddot{\beta} + \\ + (k_1 a^2 + k_2 a^2 + k_3 b^2 + k_4 b^2) \phi + \\ + [a(k_1 + k_2) - b(k_3 + k_4)] Z - \\ - (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) h = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} I_x \ddot{\beta} + (n_1 c^2 + n_2 d^2 + n_3 c^2 + n_4 d^2) \ddot{\beta} + \\ + (n_1 c - n_2 d + n_3 c - n_4 d) \ddot{Z} + \\ + (n_1 a c - n_2 a d - n_3 b c + n_4 b d) \ddot{\phi} + \\ + (k_1 c^2 + k_2 d^2 + k_3 c^2 + k_4 d^2) \beta + \\ + [c(k_1 + k_3) - d(k_2 + k_4)] Z - \\ - (T_1 \sin \alpha_1 + T_3 \sin \alpha_2) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Під час прямолінійного руху автомобіля передні колеса направлені уздовж вектора швидкості автомобіля, тому бокова проекція гальмових сил із передніх коліс дорівнює нулю. У цьому випадку $M_y = 0$ і коливання у поперечній площині не виникають. Для

спрощення розрахунків у цьому випадку можна використовувати спрощену модель коливань, що оперує тільки двома переміщеннями.

Розглянемо коливання в одній площині, що описується тільки параметрами (Z, ϕ) . Тоді система рівнянь Лагранжа матиме наступний вигляд

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial Z} + \frac{\partial \Pi}{\partial Z} + \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} - \\ - (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) h = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Оскільки для спрощеної моделі можна прийняти, що і передні, і задні колеса жорстко з'єднані мостами, то у виразах для потенційної енергії кінетичної енергії ті енергії дисипації доцільно використовувати приведені до мостів значення жорсткості та в'язкості. Ці значення дорівнюють сумарній жорсткості та в'язкості усіх коліс одного моста (у випадку чотириколісного автомобіля – по два на міст). Відповідно вирази матимуть наступний вигляд

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) Z^2 + \\ & + \frac{1}{2} [(k_1 + k_3) a^2 + (k_2 + k_4) b^2] \phi^2 + \\ & + [(k_1 + k_3) a - (k_2 + k_4) b] (Z + f) \phi, \end{aligned} \quad (16)$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{Z}^2 + \frac{1}{2} I_x \dot{\phi}^2, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Phi = & 0,5 (n_1 + n_3) (\dot{Z} + a \dot{\phi})^2 + \\ & + 0,5 (n_2 + n_4) (\dot{Z} - b \dot{\phi})^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Взявши часткові похідні від (16–18) та підставивши їх у (15), отримаємо спрощену систему рівнянь відносно двох головних координат Z та ϕ без урахування поперекових переміщень кузова β , але з урахуванням впливу статичного прогину кузова f на вертикальні та поздовжні кутові коливання:

$$\begin{cases}
 m\ddot{Z} + (n_1 + n_2 + n_3 + n_4)\dot{Z} + \\
 + (k_1 + k_2 + k_3 + k_4)Z + \\
 + [(n_1 + n_3)a - (n_2 + n_4)b]\dot{\phi} + \\
 + [(k_1 + k_3)a - (k_2 + k_4)b]\phi = 0, \\
 I\ddot{\phi} + [(n_1 + n_3)a^2 + (n_2 + n_4)b^2]\dot{\phi} + \\
 + [(k_1 + k_3)a^2 + (k_2 + k_4)b^2]\phi + \\
 + [(n_1 + n_3)a - (n_2 + n_4)b]\dot{Z} + \\
 + [(k_1 + k_3)a - (k_2 + k_4)b]Z + \\
 + [(k_1 + k_3)a - (k_2 + k_4)b]f - \\
 - (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)h = 0.
 \end{cases} \quad (19)$$

На основі спрощеної моделі у середовищі MATLAB / SIMULINK було розроблено імітаційну модель та проведено розрахунки для вантажного автомобіля КАЗ-4540.

Імітаційна модель та чисельний розв'язок

Розроблена модель складається з блоків введення початкових даних, підсистем розв'язку рівнянь та блоків виводу. Розв'язок рівнянь виконується за допомогою подвійного чисельного інтегрування інтегратором ode45. Блоки введення даних реалізовані у вигляді констант, значення яких можна ввести перед стартом розрахунку. Блоками виведення є стандартний осцилограф (Scope) та вивід у простір моделі (ScopeData).

Розглянемо чисельний розрахунок для автомобіля КАЗ-4540. Згідно з [4] беремо дані для розрахунків

— для завантаженого автомобіля

$$\begin{aligned}
 a &= 1.80(m), \\
 b &= 1.80(m), \\
 h &= 1.44(m), \\
 m &= 12000(kg), \\
 f_{cm} &= 0.09(m), \\
 v &= 1.5(Hz);
 \end{aligned}$$

— для порожнього автомобіля

$$\begin{aligned}
 a &= 1.168(m), \\
 b &= 2.432(m), \\
 h &= 1.1(m), \\
 m &= 6500(kg), \\
 f_{cm} &= 0.09(m), \\
 v &= 1.5(Hz).
 \end{aligned}$$

Прийmemo, що співвідношення виконується для порожнього автомобіля, а також прийmemo масу мостів рівною 600 кг (передній міст) та 700 кг (задній міст). Тоді для порожнього автомобіля підресорена маса буде дорівнювати 4000 кг, звідки

$$\begin{aligned}
 k_3 &= k_4 = 70729H / m, \\
 k_1 &= k_2 = 147271H / m.
 \end{aligned}$$

Екранну форму з моделлю у середовищі SIMULINK наведено на рис. 2.

Екранні форми з отриманими графіками коливань передньої та задньої частин автомобіля, а також коливання центру мас наведено на рис. 3.

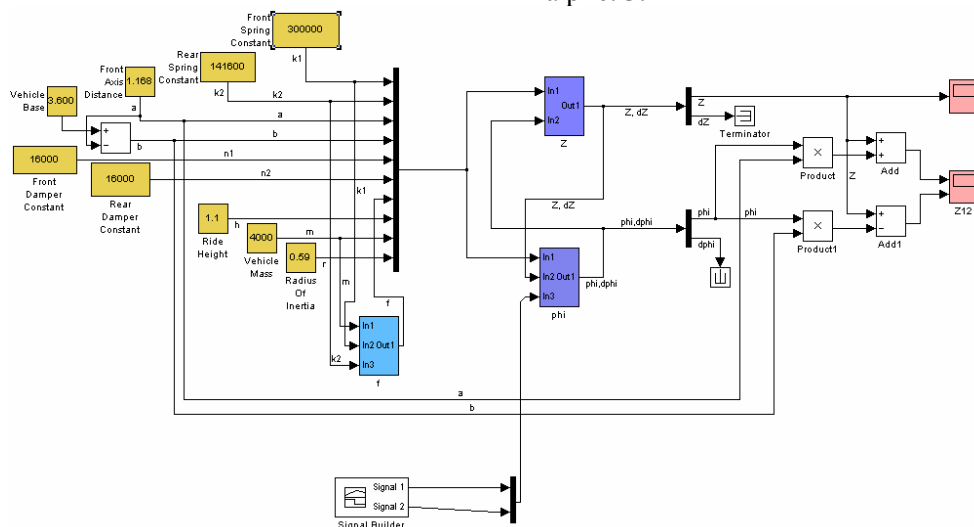


Рис. 2. Модель у середовищі SIMULINK

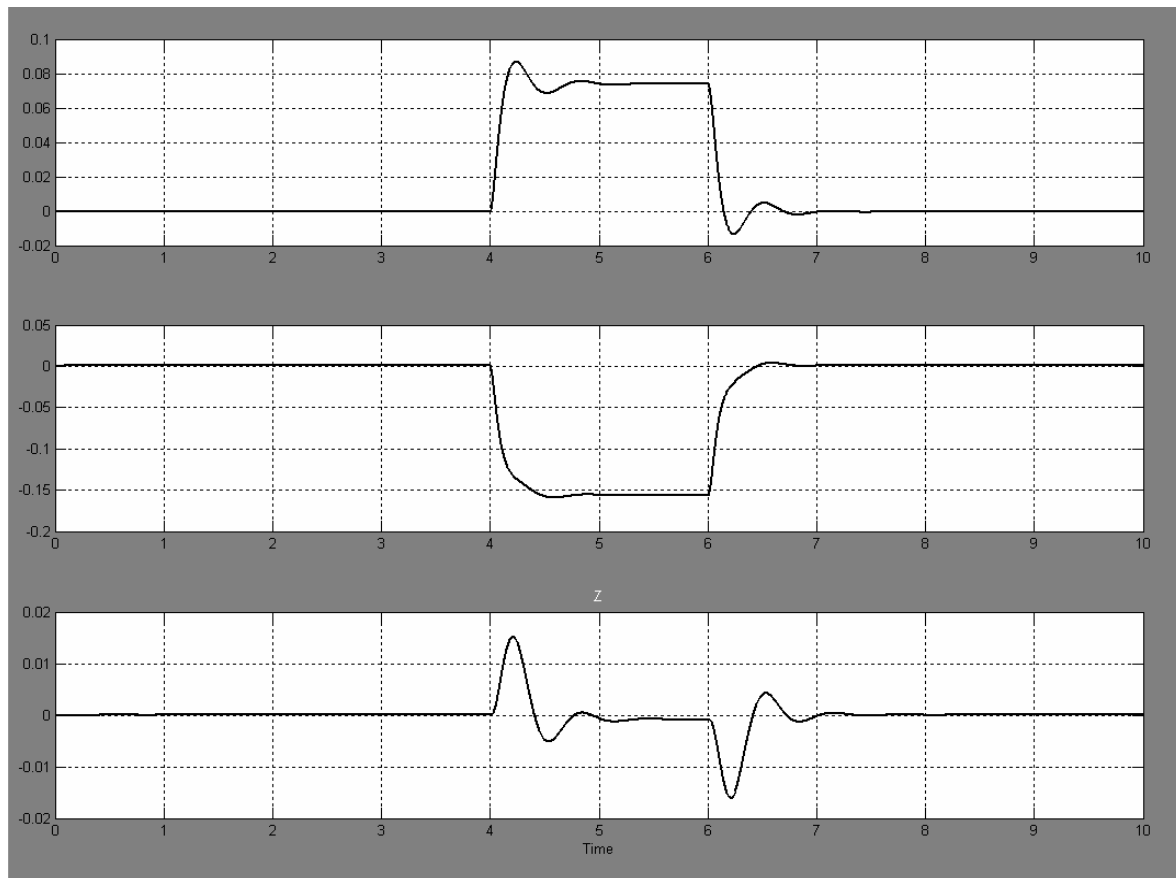


Рис. 3. Графіки коливань

З останнього рисунка видно, що під час гальмування виникають коливальні процеси, пов'язані з характером взаємодії двох систем «пружина-демпфер», і характер цих процесів (амплітуда та частота коливань) залежить від співвідношень між вихідними значеннями коефіцієнтів жорсткості та демпфірування. На рисунку видно, що розраховані значення амплітуди коливань 10–12 мм для передньої осі та 15–18 мм для задньої з частотою 1,50 Гц, що є допустимим для даного вантажного автомобіля.

Висновки

У статті розглянуто моделі коливань кузова автомобіля під дією моментів, що виникають під час гальмування. Описано запропоновану модель коливань у двох площинах та спрощену модель коливань в одній площині. Для побудови моделей використовується метод рівнянь Лагранжа для консервативних механічних систем, а для комп'ютерного моделювання процесу гальмування – середовище SIMULINK.

Література

1. Литвинов А.С. Автомобиль. Теория эксплуатационных свойств / А.С. Литвинов. – М.: Машиностроение, 1989. – 400 с.
2. Основы прикладной теории колебаний: учеб. пособие / А.Н. Туренко, В.И. Клименко, В.А. Богомолов и др. – Харьков: ХНАДУ, 2002. – 130 с.
3. Thomas Gillespie. Fundamentals of Vehicle Dynamics / T. Gillespie. – Michigan: SAE Press, 1997. – 640 p.
4. Грузовик КАЗ-4540. – Режим доступа : [www/URL:http://www.gruz-inform.interdalnoboy.com/description/kaz-4540-bortovoy-4x2.html](http://www.gruz-inform.interdalnoboy.com/description/kaz-4540-bortovoy-4x2.html) – 05.05.2011 р. – Загл. з екрану.

Рецензент: В.П. Волков, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 17 червня 2011 р.