

МОДЕЛЬ ТЕРТЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ СУХОГО ФРИКЦІЙНОГО ЗЧЕПЛЕННЯ

Михалевич М. Г.¹

¹Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. В роботі проаналізовано існуючі математичні моделі, що використовуються для відтворення сили тертя. Наведені типові проблеми існуючих математичних моделей. Система рівнянь, що пропонується має одну змінну стану – швидкість ковзання. В роботі наведено результати класичного тесту «на сповзання» для моделей тертя, що відомі та тієї, що пропонується для моделювання зчеплення та апаратів керування ним. Наприкінці роботи дано порівняння моделювання роботи зчеплення з використанням простої моделі та удосконаленої. Зроблені висновки дають якісну та кількісну оцінку запропонованої математичної моделі тертя та вказують на майбутні шляхи її вдосконалення та сфери використання.

Ключові слова: модель тертя, ефект Штрібека, модель зчеплення, ефект сповзання.

Вступ

Вимоги до якості та точності відтворення робочих процесів, що відбуваються в елементах автомобіля постійно підвищуються. Це особливо актуально під час моделювання робочих процесів із виключною роллю тертя. Тертя, як елемент дисипації енергії в системі може бути відтворено багатьма способами в залежності від необхідних умов завдання. Робота систем керування таких складових як зчеплення, гальмова система, пневматичних та електропневматичних апаратів гальмової системи та виконавчих пневматичних циліндрів та клапанів базується на законах Ньютона та газової динаміки. В той самий час, якісне відтворення фізичних властивостей сил тертя є безумовно визначальним при моделюванні, коли мова йде не тільки про якісне відтворення робочого процесу, а й про кількісну оцінку вихідних параметрів компоненту, що досліджується. При стаціонарному процесі тертя описується доволі простими математичними залежностями. Але в багатьох моделях, де є необхідність якісного відтворення робочого процесу, тертя суттєво не стаціонарне, такі моделі мають значно складніші системи рівнянь як для запису так і для розрахунків з багатьма змінними стану. Таким чином вдосконалення математичної моделі тертя є актуальним завданням під час дослідження апаратів та систем з ключовою роллю тертя. Саме до таких складових автомобіля відноситься зчеплення. Тому дана робота направлена на вдосконалення математичної моделі тертя саме для зчеплення та його елементів керування.

Аналіз публікацій

Класична модель тертя між фрикційними накладками та ведучими дисками зчеплення описана у [1] передбачає дві фази моделювання ковзання та замкнений стан. У фазі ковзання сила тертя моделюється у вигляді Кулонівського тертя із використанням функції $y = \text{sign}(x)$ та має вигляд рівнянь (1) та (2).

$$T_{fd} = \text{com} \cdot T_{fd \max} ; \quad (1)$$

$$T_{fs} = \text{com} \cdot T_{fs \max} , \quad (2)$$

де T_{fd} та T_{fs} – крутний момент тертя у динамічному та статичному стані відносного проковзування відповідно, Н·м;

com – командний сигнал на керування зчепленням, який визначає долю максимального крутного моменту, що задіяний в конкретний проміжок часу.

Намагання відтворити автоматичний перехід між замкненим станом та станом ковзання має цілком логічний запис (3), але під час моделювання відтворюється некоректно, бо за відсутності відносної швидкості ковзання сила тертя не ж постійно.

$$T_c = \begin{cases} T_{fd} \cdot \text{sign}(\omega_r) & \xrightarrow{\text{якщо}} \omega_r \neq 0 \\ T_{app} & \xrightarrow{\text{якщо}} \omega_r = 0 \end{cases} , \quad (3)$$

де T_{app} – момент який виникає на фрикційних накладках після замикання зчеплення, Н·м.

Рівняння (1)-(3) мають ряд суттєвих недоліків, які не тільки не відтворюють реальність процесу тертя а й можуть провокувати ривки під час зміну станів зчеплення. До таких недоліків відносяться різкий перехід між динамічним та статичним станом у моменті тертя, незалежність моменту тертя від відносної кутової швидкості ковзання та точка невизначеного стану під час $\omega_r = 0$. виправити ці недоліки можливо застосувавши моделі в'язкого тертя. Найбільш вдала з них відтворюється загальновідомою функцією (4). Завдяки такому підходу функція тертя не містить розривів:

$$T_c = T_{fd} \cdot \tanh\left(2 \cdot \frac{\omega_r}{\omega_0}\right), \quad (4)$$

де ω_0 – значення кутової швидкості яке обмежує зону в'язкого тертя.

Значення отримані за формулою (4) відповідають деяким експериментальним дослідженням тертя між дисками зчеплення [2]. Класичний вигляд залежності сили тертя від швидкості відносного руху двох контактуючих поверхонь забезпечується рівнянням (5), що здатне відтворити не тільки в'язкий характер нарощування сили тертя, а й ефект Штрібека (Stribeck effect) [1, 3], як класичний ефект сухого тертя.

$$T_f = \text{sign}(\omega_r) \cdot T_{fd} + \text{sign}(\omega_r) \cdot (T_{fs} - T_{fd}) \cdot e^{-\left(\frac{|\omega_r|}{\omega_s}\right)^2}. \quad (5)$$

Всі перераховані моделі ні як не враховують деформацію контактуючих поверхонь і зміну сили у контактній парі при цьому, а так під час фази моделювання коли відносна швидкість дорівнює нулю маємо або невизначеність або момент (силу) тертя рівну нулю. Для зчеплення цей ефект настає коли відбувається зміна напрямку дії крутного моменту під час переходу на гальмування двигуном. Із зазначеними проблемами стикалися достатньо давно тому, на сьогодні, з'явилися декілька моделей тертя які покликані вирішити їх. До них відносяться моделі тертя Карноппа (Karnopp model) [4], модель ЛуГре (LuGre Lund-Grenoble) [5], та еластопластична модель [6]. Всі перелічені моделі мають складний опис та багато змінних стану. Остання, на відміну від моделі ЛуГре, не

має ефекту сповзання під дією гармонічної сили, що менша за статичну силу тертя. Натомість еласто-пластична модель найбільш складна за описом поміж існуючих моделей тертя.

Мета та постановка задачі

Модель тертя, у контакті між ведучими та веденими дисками зчеплення, є базовим елементом моделі зчеплення. Враховуючи проблемність простих моделей [7] та складність більш сучасних [8] метою роботи є вдосконалення математичної моделі тертя [7, 9] шляхом доопрацювання формули яка описує ефект Штрібека [7, 10, 11] та виключення ефекту «сповзання» [12].

Модель тертя

Систему рівнянь за якою визначається момент тертя між дисками зчеплення запишемо у вигляді системи рівнянь (6) [13]. Базове, перше, рівняння цієї системи структурно складається з двох доданків. Другий доданок схожий на рівняння, що відтворюють ефект Штрібека в багатьох моделях, таких як LuGre або еласто-пластичної моделях [6, 12], пропорційна відноській швидкості ковзання контр тіл та відповідає за відтворення сили тертя в режимі ковзання. Перший доданок забезпечує зміну сили тертя в режимі пружних деформацій, в якому сила тертя пропорційна відносному зсуву контр тіл пари тертя, рис. 1, рис. 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_c(\omega_r) = T_c^{stat} \cdot \tanh\left(\frac{\int \omega_r dt}{\phi_0} + k_\omega \cdot \frac{\omega_r}{\omega_s}\right) - \\ - \text{sign}\left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right) \cdot (T_c^{stat} - T_c^{din}) \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{|\omega_r|}{\omega_s}\right)^2}\right), \quad (6) \\ T_c^{din} = k_{din} \cdot T_c^{stat} \\ \int \omega_r dt = \phi_0 \cdot \text{sign}\left(\int \omega_r dt\right) \xrightarrow{\text{якщо}} \omega_r = 0 \\ T_c^{stat} = F_n \cdot \mu \cdot R_{cp} \cdot i \end{array} \right.$$

де T_c^{stat} – момент тертя зчеплення у разі відсутності відносного проковзування його дисків, Н·м;

T_c^{din} – момент тертя зчеплення у разі наявності відносного проковзування його дисків, Н·м;

k_ω – коефіцієнт впливу внутрішнього тертя;

k_{din} – коефіцієнт зниження моменту зчеплення в динаміці;

ϕ_0 – відносний кут повороту дисків зчеплення в межах якого спостерігається пружна деформація контактних пар, рад;

ω_s – відносна кутова швидкість дисків зчеплення яка розмежує статичний та динамічний режим тертя, c^{-1} ;

μ – коефіцієнт тертя;

R_{cp} – середній радіус тертя веденого диску зчеплення, м;

i – кількість поверхонь тертя.

В початковий момент інтегрування початкові значення параметрів таких як ω_r та $\int \omega_r dt$ дорівнюють нулю.

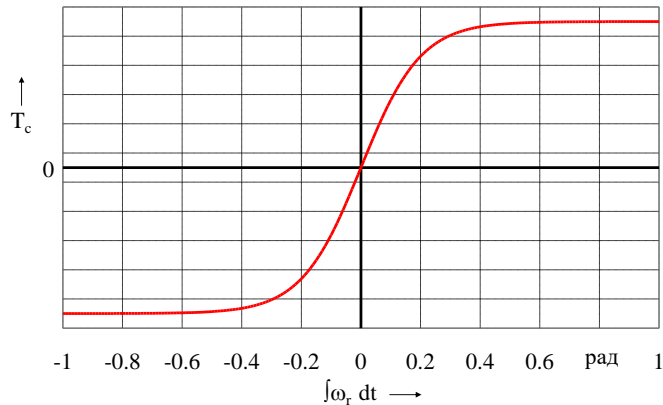


Рис. 1. Характер зміни моменту тертя моделі (6) за умови $\omega_r < \omega_s$

Під час одноразового циклу рушання з місця зміна температури не так сильно впливає на робочій процес бо зазвичай диски зчеплення

проектуються таким чином щоб температура деталей, за один цикл рушання, не зростала більш ніж на 10 - 20 °C [6].

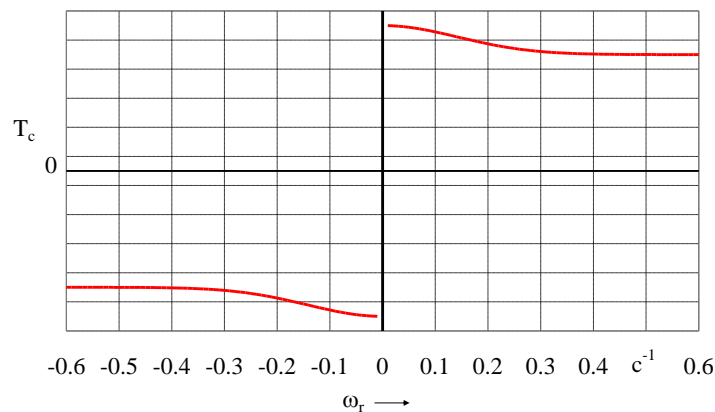


Рис. 2. Характер зміни моменту тертя моделі (6) за умови $\omega_r \geq \omega_s$

Натомість модель (6) має можливість врахування впливу температури на коефіцієнт тертя. Для цього T_c^{stat} необхідно представити у якості функції від температури дисків ϑ . $T_c^{stat} = f(\vartheta)$ [14]. Крім того слід додати рівняння зміни температури фрикційних накладок та ведучих дисків зчеплення [15]. Таким чином особливістю запропонованої моделі є спроможність забезпечувати пружну дефор-

мацію на початку нарощування моменту тертя, наявність ефекту Штрібека при збільшенні відносної кутової швидкості дисків зчеплення [6] та повернення до пружного стану при зниженні швидкості проковзування за рахунок обнуління інтегратора. Крім того така модель має дуже простий вигляд на відміну від відомих моделей Карноппа, LuGre, еласто-пластичної [12, 6]. В якості верифікації моделі (6) проведемо тест на «сповзання»

який наводиться в [6, 12]. Суть тесту полягає у тому, що до тіла, яке знаходиться в стані спокою прикладається змінна сила (рис. 3). На першому етапі сила, що прикладається, перевищує силу тертя спокою F_s . Це повинно привести до зміщення контртіл одне відносно одного відповідно до закону Ньютона. Потім діюча сила зменшується та приймає вигляд синусоїди. На цьому етапі значного зміщення контртіл не відбувається оскільки максимальна сила тертя спокою, яка утримує їх від переходу до фази ковзання більша за силу збурення. Після двадцятої секунди сила збурення відсутня і контртіла залишаються у тому стані в якому вони залишилися після переміщення у першій фазі сили збурення.

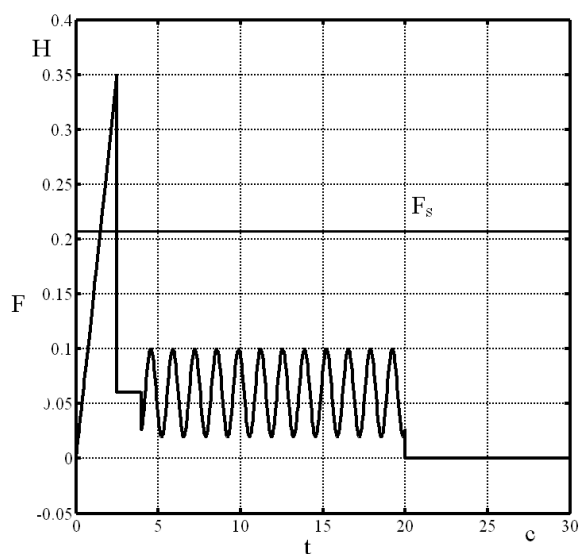
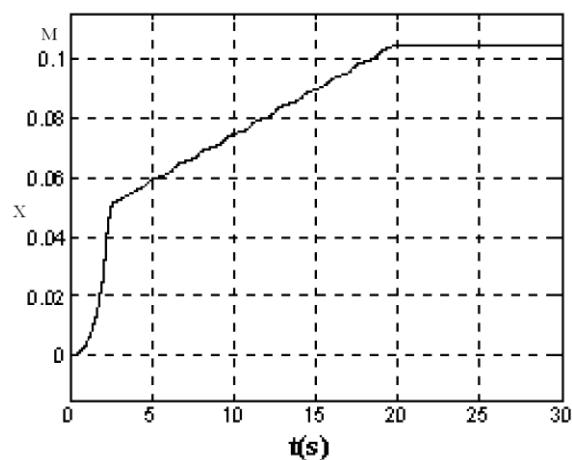


Рис. 3. Сила що збурює тіло під час проведення тесту на «сповзання» [12]

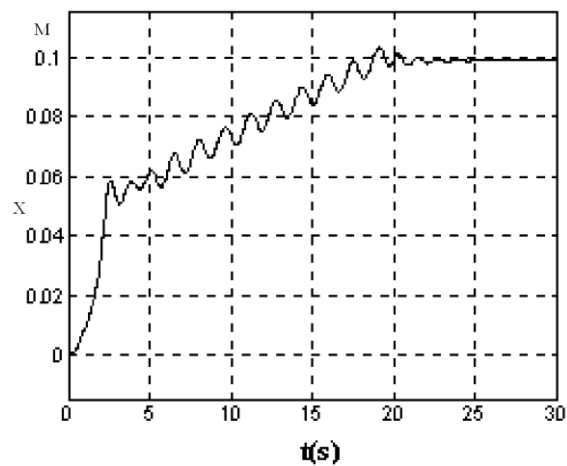
У [12, 16] наводяться результати реакції на збурення трьох моделей тертя. Реакція статичної моделі наводиться на рис. 4,а. Реакція моделі LuGre наводиться на рисунку 4,б. Реакція еласто-пластичної моделі наводиться на рис. 3,в.

Як видно, статична модель та модель LuGre демонструють «сповзання» під дією сили коливального характеру, що менша за силу статичного тертя на відміну від еласто-пластичної моделі. Модель Лойвен [17] так само як і еласто-пластична модель не демонструє сповзання під час тесту та більш точно відображає гістерезисну залежність, але має складний опис та передбачає велику кількість змінних внутрішнього стану в той час як модель LuGre та еласто-пластична модель мають лише одну змінну стану [13].

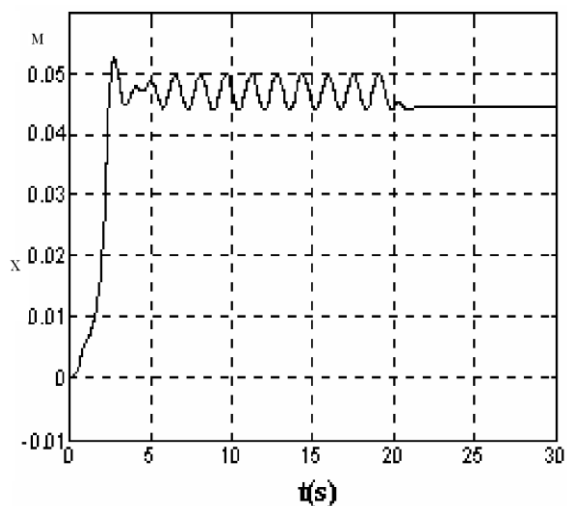
Модель (6) так само як і Лойвен та еласто-пластична моделі під час тесту на «сповзання» демонструє відсутність сповзання під дією гармонічної сили, що менша за максимальну силу тертя у фазі спокою (рис. 5).



а



б



в

Рис. 4. Реакція на збурення моделей тертя при проходженні тесту на «сповзання» [12]: а – реакція моделі LuGre; б – реакція статичної моделі; в – реакція еласто-пластичної моделі

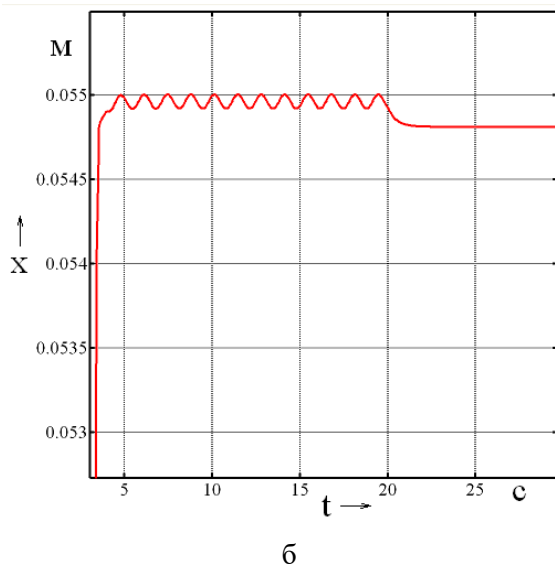
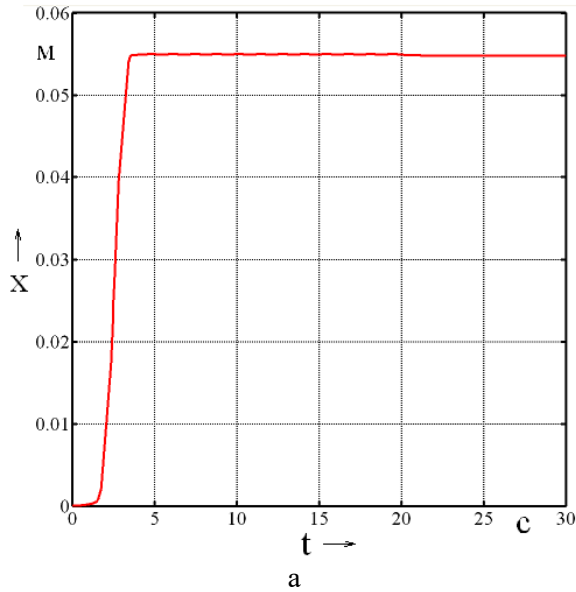


Рис. 5. Реакція на збурення моделі (6): а – реакція моделі (6); б – збільшена ділянка коливань в зоні пружної деформації

Для спрощення порівняння з існуючими моделями тестування проводилось в лінійній постановці. Тобто при поступальному руху контактуючих тіл. Продемонструємо додаткові властивості моделі (6). Під дією циклічного навантаження можна спостерігати гістерезис та ефект Штрібека (рис. 6 та 7).

Як видно, модель демонструє гістерезисні втрати як у режимі пружних деформацій так і в режимі ковзання. В режимі ковзання слід відмітити вихід на сталий режим за декілька циклів, що відповідає дійсності та є адекватною поведінкою моделі.

Відмінністю моделі (6) є суттєво спрощена математична структура та наявність лише однієї змінної. Реалізація моделі тертя (6) у

середовищі Simulink® зображена на рис. 8. Перевантаження інтегратора, що забезпечує визначення кута повороту для першого доданку основного виразу моделі (6) забезпечується відповідним портом інтегратора.

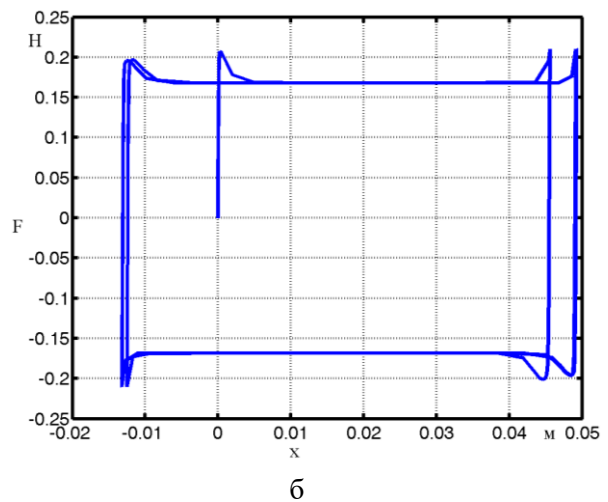
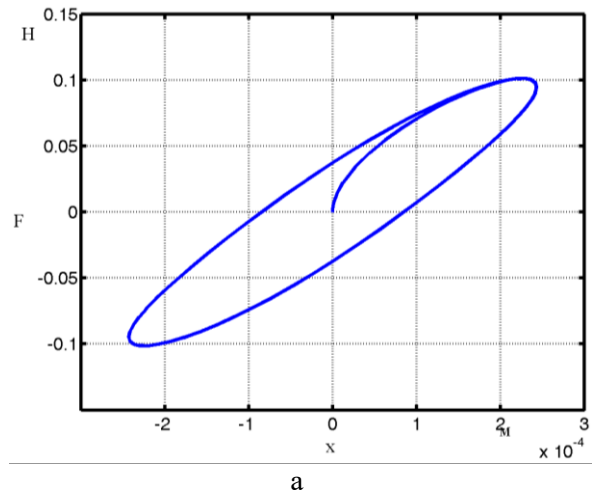


Рис. 6. Гістерезис моделі (6) при циклічному збуренні у функції переміщення: а – фаза пружних деформацій; б – фаза ковзання

Завдяки блоку «Hit Crossing» формується функція, що приймає значення одиниці у випадку коли відносна швидкість ω_r змінює знак або дорівнює нулю у всіх інших випадках функція приймає значення нуль.

Завдяки режиму «rising» параметру «External reset» інтегратора перевантаження інтегратора відбувається при переході прямокутної функції тільки з нуля на одиницю. Таким чином, разом із сформованою прямокутною функцією перевантаження інтегратора ($\int \omega_r dt = \phi_0$) під час зниження керуючого сигналу відповідає умові $\omega_r = 0$.

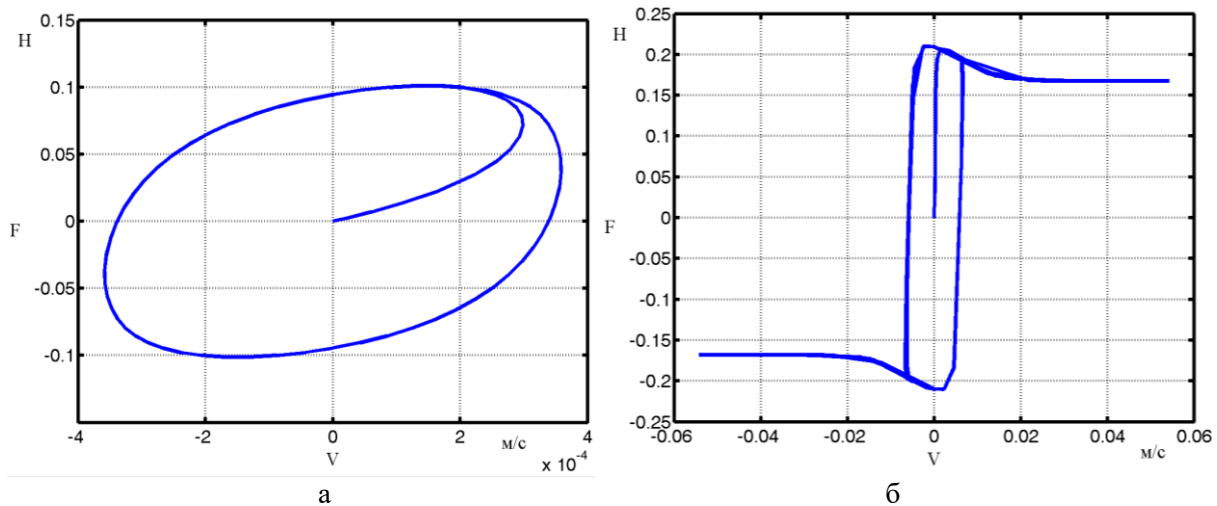


Рис. 7. Гістерезис моделі (6) при циклічному збудженні у функції швидкості:
а – фаза пружних деформацій; б – фаза ковзання

При порівнянні двох способів моделювання, у контексті більш глобальної моделі, при використанні моделі (3) обчислення зупиняється при переході від режиму ковзання до режиму передачі крутного моменту без ковзання дисків зчеплення (рис. 9). Для вирішення цієї проблеми на практиці використовують різні системи рівнянь на різних режимах моделювання забезпечуючи своєчасний перехід між ними та передачу початкових даних.

Зупинка моделювання відбувається за рахунок нескінченного коливального процесу який можна виявити представивши данні моделювання в залежності від номеру пари даних масив (рис. 9).

Раптова поява максимальної сили тертя не відповідає рівновазі рівняння Ньютона та спричиняє коливальний перехід між двома станами. Натомість використання моделі (6) звільняє від необхідності вирішувати окремі математичні моделі для моделювання відповідних режимів (рис. 10).

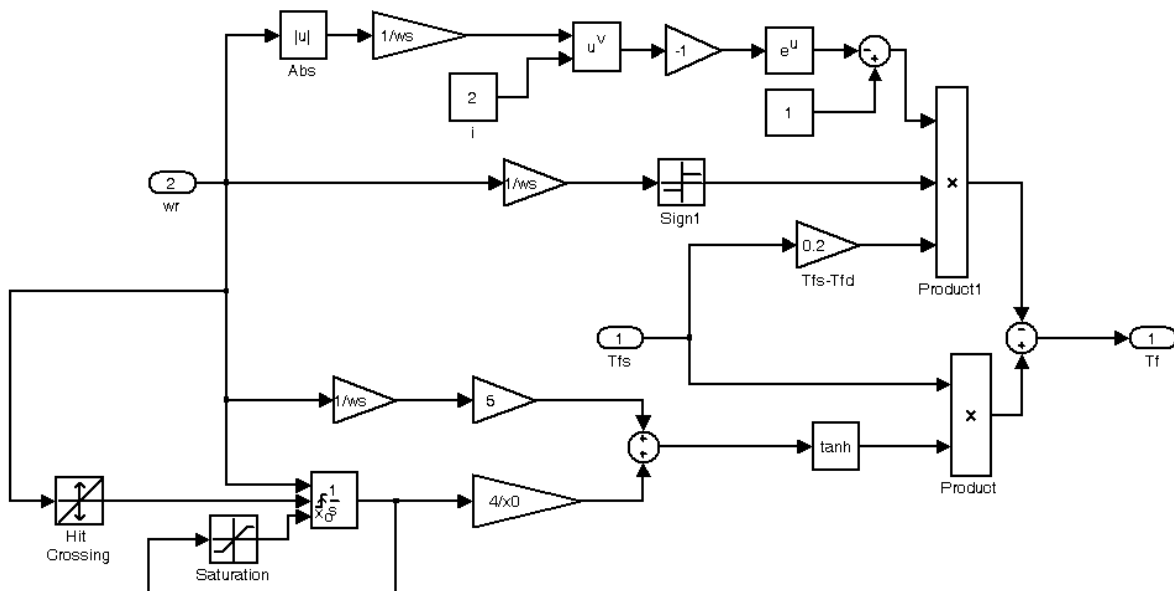


Рис. 8. Реалізація моделі тертя (6) у середовищі Simulink®

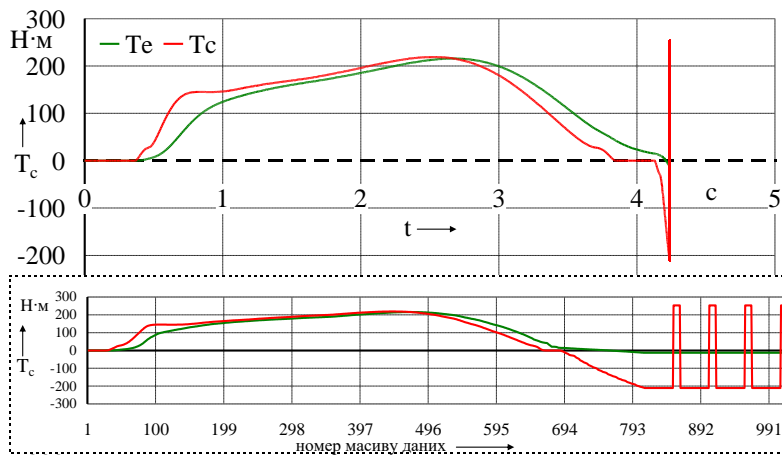


Рис. 9. Відображення процесу моделювання із використанням моделі (3) та (5)

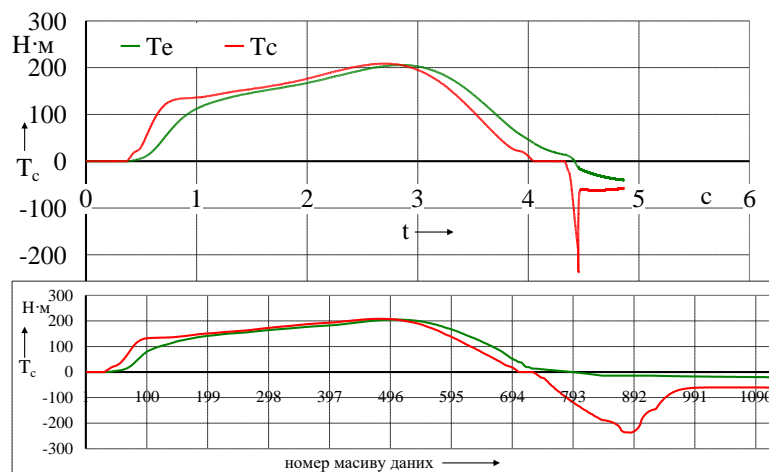


Рис. 10. Відображення процесу моделювання із використанням моделі (6)

Таким чином представлення процесу моделювання, за моделлю (6) у вигляді масиву даних (рис.10) дає змогу спостерігати плавну зміну моменту тертя. У часовому відтворенні робочого процесу можемо спостерігати швидку зміну сили тертя.

Висновки

Наведена в роботі модель дозволяє з мінімальними затратами часу на проектування моделі, відтворювати робочий процес із визначною роллю тертя більш якісно. Насамперед забезпечує модель єдиною системою рівнянь відображаючи робочий процес істотно.

У перспективі, функціонал наведеної математичної моделі може бути розширений шляхом доопрацювання в частині впливу температури навколишнього середовища та контактуючих поверхонь контр тіл.

Література

1. Bataus M., Maciac A., Oprean M., Vasiliu N. Automotive clutch models for real time simulation. THE PUBLISHING HOUSE OF THE ROMANIAN ACADEMY PROCEEDIN

GS OF THE ROMANIAN ACADEMY. Series A. Volume 12. Number 2/2011. p. 109–116.

2. Senatore A., Ruggiero A., Pisaturo M. Models for pressure control of automated dry clutches: temperature influence on frictional and elastic behaviour. ACTA TECHNICA CORVINIENSIS. Bulletin of Engineering, Tome VI, 2013. FASCICULE 4. p. 55 – 58.
3. Andersson S., Soderberg A., Bjorklund S., Friction models for sliding dry, boundary and mixed lubricated contacts. Tribology International. 40. 2007. p. 580–587.
4. Karnopp D., Computer simulation of stick/slip friction in mechanical dynamic systems. Trans. ASME. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control. 107. March 1985. p. 100-103
5. Canudas-De-Wit C. Comments on «A New Model for Control of Systems with Friction. IEEE Transactions on Automatic Control. 1998. V.43. №.8. p. 1189 – 1190.
6. Dupont P., Hayward V., Armstrong B., Altpefer F. Single state elasto-plastic friction models. IEEE transactions on automatic control. Vol. 47. No. 5, May 2002. p. 787 – 792.
7. Kern R. H., Gao C.-T., Nitsche R. Reibkraftkompensation mittels Fuzzy-Logik Automatisierungstechnischepraxis. 1995. V.37. p. 50.

8. Хлебалин Н. А., Костиков А. Ю. Моделирование трения и компенсация его негативного влияния в процедуре автоматизированной настройки регулирующего устройства технологической машины. Тр. междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'2003. Москва. ИПУ РАН, 2003. С. 1821–1849. (CD ISBN 5-201-14948-0)
9. Armstrong B. Challenges to Systematically Engineered Friction Compensation. Proc. of IFAC Workshop on Motion Control. Munich. 1995. p. 21–30.
10. Крагельский И. В., Гитис Н. В. Фрикционные автоколебания. Москва. Наука. 1987. 183 с.
11. Техническая кибернетика. Под ред. В.В. Солодовникова. кн. 3. Москва. Машиностроение. 1967. 770 с.
12. Хлебалин Н. А., Костиков А. Ю., Библиотека моделей трения в Simulink (опыт создания и использования). Труды II научной конференции «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB». Секция 5. Моделирование в Simulink. 2000 С. 1611 – 1633.
13. Михалевич М. Г. Зчеплення автотранспортних засобів. Математичне моделювання та автоматизація: монографія. Харків. ХНАДУ. 2020. 178 с.
14. Захарик Ю.М. Комплексный закон управления сцеплением. Автомобильная промышленность. 2004. №9 с. 23-25.
15. Myklebust A. Dry Clutch Modeling, Estimation, and Control. Doctoral Dissertation. №. 1612. Linköping. Sweden 2014. 180 p.
16. Ritter C. S., Valdiero A. C., Andrighetto P. L., Zago F., Endler L.. Nonlinear characteristics systematic study in pneumatic actuators. ABCM Symposium Series in Mechatronics. Vol. 4. p. 818 – 826.
17. Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C.G., Prajogo T. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. IEEE Transactions on Automatic Control. V.45. N.4. April 2000. p. 675–686.
18. Хлебалин Н. А., Костиков А. Ю. Моделирование трения и компенсация его негативного влияния в процедуре автоматизированной настройки регулирующего устройства технологической машины. Тр. междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'2003. Москва. ИПУ РАН, 2003. С. 1821–1849. (CD ISBN 5-201-14948-0)
19. Dupont P., Hayward V., Armstrong B., Altpeter F. (2002). Single state elasto-plastic friction models. IEEE transactions on automatic control, 47. 5. 787 – 792.
20. Kern R. H., Gao C.-T., Nitsche R. (1995). Reibkraftkompensation mittels Fuzzy-Logik Automatisierungstechnischepraxis. 37. 50.
21. Hlebalin N. A., Kostikov A. YU. (2003). Modelirovanie treniya i kompensaciya ego negativnogo vliyaniya v procedure avtomatizirovannoy nastrojki reguliruyushchego ustrojstva tekhnologicheskoy mashiny. [Modeling of friction and compensation of its negative influence in the procedure of automated adjustment of the control device of a technological machine.] Tr. mezhdunarod. konf. «Identifikaciya sistem i zadachi upravleniya» SICPRO'2003. Moskva. IPU RAN, 1821–1849. (ISBN 5-201-14948-0) [in Russian]
22. Armstrong B. (1995). Challenges to Systematically Engineered Friction Compensation. Proc. of IFAC Workshop on Motion Control. Munich. 21–30.
23. Kragel'skij I. V., Gitis N. V. (1987). Frikcionnye avtokolebaniya. [Frictional self-oscillations] Moskva. Nauka. [in Russian]
24. Solodovnikov V.V. (1967). Tekhnicheskaya kibernetika. [Technical cybernetics] kn. 3. Moskva. Mashinostroenie. [in Russian]
25. Hlebalin N. A., Kostikov A. YU., (2000). Biblioteka modelej treniya v Simulink (opyt sozdaniya i ispol'zovaniya). [Library of friction models in Simulink (experience of creation and use)]. Trudy II nauchnoj konferencii «Proektirovanie inzhenernykh i nauchnykh prilozhenij v srede MATLAB». Se-kciya 5. Modelirovanie v Simulink. 1611 – 1633. [in Russian]
26. Mykhalevych M.H. (2020) Zchepлення автотранспортних засобів. Математичне моделювання та автоматизація [Clutch of vehicles. Mathematical modeling and automation monohrafiia]. Kharkiv. KhNADU. [in Ukraine]
27. Zakharik YU.M. (2004). Kompleksnyj zakon upravleniya scephleniem. [Complex clutch control principle]. Avtomobil'naya promyshlennost'. 9. 23-25. [in Russian]
28. Myklebust A. (2014). Dry Clutch Modeling, Estimation, and Control. Doctoral Dissertation. №. 1612. Linköping. Sweden.

References

1. Bataus M., Maciac A., Oprean M., Vasiliu N. Automotive clutch models for real time simulation. (2011). THE PUBLISHING HOUSE OF THE ROMANIAN ACADEMY PROCEEDINGS OF THE ROMANIAN ACADEMY. Series A. 12 (2). 109–116.
2. Senatore A., Ruggiero A., Pisaturo M. (2013). Models for pressure control of automated dry clutches: temperature influence on frictional and elastic behaviour. ACTA TECHNICA CORVINIENSIS – Bulletin of Engineering, Tome VI, FASCICULE. 4. 55 – 58.
3. Andersson S., Soderberg A., Bjorklund S., (2007). Friction models for sliding dry, boundary

16. Ritter C. S., Valdiro A. C., Andrighetto P. L., Zago F., Endler L. Nonlinear characteristics systematic study in pneumatic actuators. ABCM Symposium Series in Mechatronics. 4. 818 – 826.
17. Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C.G., Prajogo T. (2000). An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. IEEE Transactions on Automatic Control. 45. 4. 675–686.

Михалевич Микола Григорович¹, к.т.н., доц. каф. автомобілів ім. А.Б. Гредескула, mkolyag@gmail.com, тел. +38 050-343-18-27.

¹Харківський національний автомобільно-дорожній університет, 61002, Україна, м. Харків, вул. Ярослава Мудрого, 25.

Модель трения для моделирования рабочего процесса сухого фрикционного сцепления

Аннотация. В работе проанализированы существующие модели трения. Отмечается их значительная сложность и присутствие, в некоторых эффекта «сползания». Предложена усовершенствованная модель трения с одной переменной состояния воспроизводящая эффект Штрибека, гистерезис и не демонстрирующая «сползание» на классическом тесте. Приведены результаты моделирования как в типовых режимах работы модели отдельно, так и в составе комплексной модели сцепления.

Ключевые слова: модель трения, эффект Штрибека, модель сцепления, эффект сползания.

Михалевич Николай Григорьевич¹, к.т.н., доц. каф. автомобилей им. А.Б. Гредескула, mkolyag@gmail.com, тел. +38 050-343-18-27.

¹Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, 61002, Украина, м. Харьков, ул. Ярослава Мудрого, 25.

The model of friction for dry clutch working process simulation

Abstract. Problem. Existing models used to reproduce the friction force during mathematical modeling are analyzed in the paper. The urgency of improving such models is shown. Typical problems of existing mathematical models are given. The analysis revealed that most of the models that combine the description of the mode of elastic deformations during the sticking of contact bodies together and the sliding mode with reproduction of the Stribeck effect and

hysteresis have many state variables and a significant number of equations and conditions of application of variables. **Goal.** The goal is to improve complex modern models of friction in terms of reducing state variables and eliminating the drifting effect. **Methodology.** Methods of research and analysis of information, analytical methods of solving differential equations were used. During the formation of the equations of the mathematical model, the methods of divergence, transformation, convergence and harmonization were used. **Results.** The paper presents a mathematical model of friction and the logic of its construction. The results of the classic “drift” test for the known friction models and the one proposed for modeling the clutch and its control devices are given in the work. The block diagram of the friction model in Simulink and the simulation results in test modes are also presented to illustrate the reproduction of the model of the Stribek effect and hysteresis in the mode of elastic deformations without sliding of bodies and in the mode of sliding of counter bodies. The principle of combining two modes of modeling laid down in a mathematical model is graphically illustrated. **Originality.** The proposed system of equations has one state variable - the sliding speed. Additional parameters required to ensure the mode of elastic deformation are determined based on the sliding speed. **Practical value.** At the end of the work, a comparison of the simulation of the clutch operation using a simple model and an advanced one is given. Emphasis is placed on the possibility of using a single system of equations to simulate the operation of the clutch in the mode of slipping and moving the car and in the mode of further movement without slipping the clutch discs. The reason for stopping the calculation by the solver when using the model of friction with breakpoints is qualitatively shown. The conclusions made give a qualitative and quantitative estimation of the proposed mathematical model of friction and indicate the future steps of its improvement and use.

Key words: mathematical model of friction, Stribeck effect, mathematical model of clutch, effect of slipping.

Mykhalevych Mykola¹, Ph.D., Assoc. Prof., automobiles Department named A.B. Gredeskul, mkolyag@gmail.com, tel. +38 050-343-18-27.

¹Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslava Mudrogo str., Kharkiv, 61002, Ukraine.