# АНАЛІЗ РОБОТИ БАЛКИ ПРИ ПРОСТОРОВОМУ ЗГИНІ

*Гура В.С., Гетало Д.І. ДМ-21-20*
*Сергєєва О.Ю. ДМ-16т1-21*
*Науковий керівник: к.т.н., проф. Кіслов О.Г.*
*Харківський національний автомобільно-дорожній університет*

Деякі будівельні конструкції працюють в складних умовах, коли під дією зовнішнього навантаження у цих конструкціях одночасно виникають два або три види простих деформацій (розтяг-стиск, згин, кручення), що називається складним опором.

На практиці частіше доводиться мати справу з різними комбінаціями видів простих деформацій, одна з них - просторовий згин, тобто два плоских згину. Просторовий згин спричинюється силами, які розташовані в різних площинах що проходять крізь вісь балки.

Розглянемо роботу балки при просторовому згині (рис.1 ), коли під дією навантаження вона відчуває згин у двох площинах, причому зігнута вісь її буде просторовою кривою, тому що відношення двох згинальних моментів $\frac{M_y}{M_z}$ змінюється за довжиною балки.

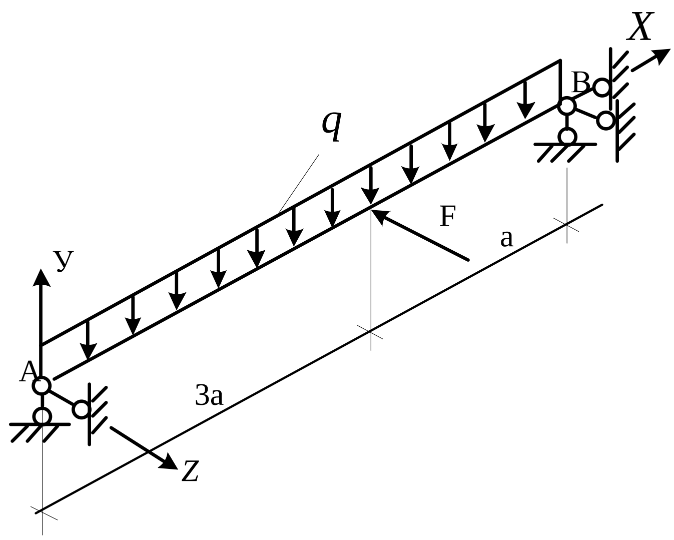


Рис. 1 Розрахунок схеми балки

Балка має прямокутний поперечний переріз, довжину її приймаємо $\ell = 4a$.

Балка спирається на дві опори А і В, причому опора В шарнірно нерухома в трьох напрямках, а опора А може переміщуватися тільки уздовж осі $X$ балки.

До балки прикладене навантаження: у вертикальній площині $YOX$ рівномірне розподілене інтенсивністю $q$ і в горизонтальній площині $ZOX$ - зосереджена сила $F = 2qa$, яка прикладена на відстані $a$ від опори В.

При вивченні роботи балки спробуємо знайти небезпечний переріз балки і визначимо найбільше нормальне напруження $\frac{h}{в} = к$.

Відомо, що максимальні напруження в балці при просторовому згині визначаються за формулою

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y}$$

В нашому випадку виразимо геометричні характеристики поперечного перерізу - осьові моменти опору, якщо приймати $h = кв$ :

$$W_z = \frac{вh^2}{6} = к^2 \frac{в^3}{6}; \; W_y = \frac{вh^2}{6} = к^2 \frac{в^3}{6}.$$

Тоді $\sigma_{\max} = \frac{6}{к^2 в^3}(M_z + кM_y)$

Оскільки нам треба знайти небезпечний переріз балки, необхідно побудувати окремо епюри $M_z$ і $M_y$ при дії навантаження відповідно в площинах $YOX$ і $ZOX$. Розрахункові схеми балки в обох випадках показані на рис. 2.

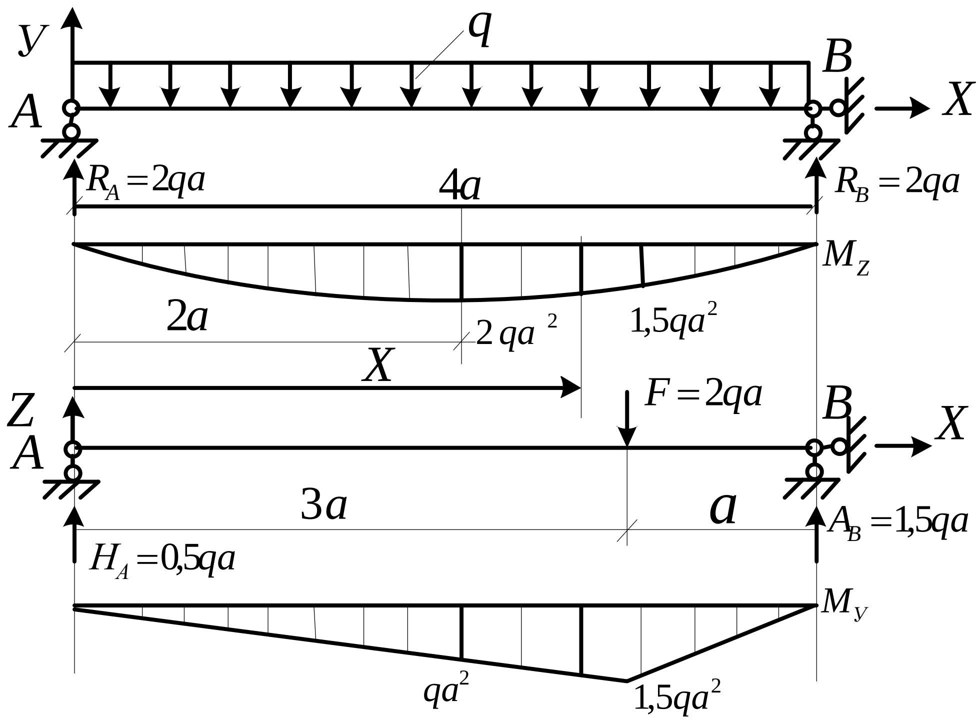


Рис. 2  Розрахункові схеми і епюри згинальних моментів

Опорні реакції в окремих випадках.

При дії $q$ $\quad R_A = R_B\,\dfrac{q4a}{2} = 2qa;$

При дії $F$ $\quad H_A = \dfrac{F\cdot a}{4a} = \dfrac{2qa^2}{4a} = 0{,}5qa;$

$$H_B = 1{,}5qa.$$

Побудовані епюри показані на рис.2.

Аналіз епюр показує, що абсциса небезпечного перерізу знаходиться між значеннями: $X_1 = 2a$ і $X_2 = 3a$, тобто $2a \le X \le 3a$

Визначимо згинальні моменти $M_z$ і $M_y$ у залежності від абсциси $X$

$$M_Z = R_{AX} - \frac{qX^2}{2} = 2qaX - \frac{qX^2}{2},$$

$$M_У = H_A \cdot X = 0{,}5qaX.$$

Для знаходження положення небезпечного перерізу, де будуть одночасно виникати великі значення згинальних моментів $M_z$ і $M_y$ та найбільші напруження треба першу похідну напруження прирівняти до нуля

$$\frac{d\sigma}{dX} = \frac{\sigma}{\kappa^2 в^2}(\frac{dM_Z}{dX} + \kappa\frac{dM_У}{dX}) = 0$$

Оскільки $\frac{\sigma}{\kappa^2 в^3} \neq 0$, то $\frac{dM_Z}{dX} + \kappa\frac{dM_У}{dX}) = 0$

Підставимо формули $M_z$ і $M_y$ та одержимо значення абсциси небезпечного перерізу $X = 2a + \frac{\kappa a}{2}$.

Добуте значення абсциси показує що положення небезпечного перерізу залежить не тільки від характеристики прикладеного навантаження але і від співвідношення сторін прямокутного перерізу. А також переріз взагалі не буде збігатися з перерізом, у якому результуючий момент $M = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}$ досягає максимуму.

Проаналізуємо змінення коефіцієнта співвідношення :

При $\kappa = 1$, коли абсциса небезпечного перерізу знаходиться на відстані $X = 2{,}5a$ виникає напруження $\sigma_{\max} = \frac{24qa^2}{в^3}$.

При $\kappa = 1{,}5$ - абсциса $X = 2{,}75a$, напруження буде $\sigma_{\max} = \frac{12{,}08qa^2}{в^3}$;

При $X = 2$ - абсциса $X = 3a$ напруження $\sigma_{\max} = \frac{6{,}75qa^2}{в^3}$.

**Висновок.** Для балки, що ми досліджували, найбільш раціональним є прямокутний переріз з коефіцієнтом співвідношення $\kappa = 2$.

## Література:


1. Чихладзе Е.Д. Опір матеріалів: Навчальний посібник/ Е.Д. Чихладзе.-Харків, УкрДАЗТ.-362 с.
2. Іщенко І.М. Розрахунково-проєктувальні роботи з опору матеріалів (Розділ “ Статично невизначені системи”).- Навчальний посібник/ І.М. Іщенко, О.Г. Кіслов, С.А. Біндюг, І.М. Лисяков .- Харків: ХНАДУ, 2004.-180 с.
3. Чихладзе Е.Д. Лабораторний практикум з опору матеріалів і будівельної механіки.- Навчальний посібник / Е.Д. Чихладзе, О.Г. Кіслов, Ю.П. Кітов: ХНАДУ, 2008.-236 с.