

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРПУСА ТВЕРДОТОПЛИВНОЙ РАКЕТЫ

Объект исследования представляет собой летательный аппарат (ЛА) с твердотопливным двигателем, запускаемый с автомобильной пусковой установки. Направляющие пусковой установки не обеспечивают выход ракеты на заданную траекторию. Поэтому сразу после отрыва от направляющих начинается корректировка направления полёта с помощью рулевых двигателей.

Целью работы является исследование динамики ЛА в полете и обеспечение устойчивого и управляемого полёта ЛА по траектории.

ЛА представляет собой полый стержень со ступенчато изменяющимся сечением. В полёте ЛА следует рассматривать как свободное тело. Погонная масса на большей части длины корпуса без топливного заряда равна 35 кг/м. В отсеке полезного груза она равна 147 кг/м, а в отсеке системы управления – 64 кг/м. Длина корпуса равна 7,665 м.

ЛА имеет газодинамическую систему управления полётом с помощью рулей и газоструйную с помощью рулевых двигателей. Рулевые двигатели представляют собой малогабаритные одноразовые твердотопливные двигатели, которые расположены в пять рядов по периметру корпуса ЛА на расстоянии 0,58 м от носа.

Импульс силы тяги рулевого двигателя составляет 200 Н·с, его продолжительность равна 1 с [1]. Форма импульса близка к полуволне синусоиды и его можно описать формулой

$$F(t) = F_1 \sin \omega t, \quad (1)$$

где  $F_1 = 1256,6$  Н,

$\omega = 12,56$  рад/с.

Динамическая задача вынужденных колебаний в МКЭ описывается матричным уравнением [2]

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F(t)\}. \quad (2)$$

Искомые перемещения представим в виде линейной комбинации собственных форм колебаний

$$\{U\} = [\{U_0\}_1 \quad \{U_0\}_2 \quad \dots \quad \{U_0\}_J] \{Z(t)\} = [\Delta_0] \{Z(t)\}, \quad (3)$$

где  $\{U_0\}_j$  – собственные векторы,

$\{Z(t)\}$  – функции времени при собственных векторах,

$[\Delta_0]$  – матрица собственных векторов,

$J$  – количество степеней свободы.

Собственные векторы находим путём решения обобщённой проблемы собственных значений

$$([K] - p^2[M])\{U_0\} = 0, \quad (4)$$

где  $p$  – собственные круговые частоты системы. Для этого используем имеющиеся стандартные программы.

Подставив (3) в (2), умножив результат на  $[\Delta_0]^T$  и используя свойство ортогональности собственных форм, из системы (2) получаем совокупность обыкновенных дифференциальных уравнений

$$p_j^2 Z_j + \ddot{Z}_j = \{U_0\}_j^T \{F(t)\}, \quad (5)$$

при этом векторы  $\{U_0\}_j$  должны быть нормированы следующим образом:

$$\{U_0\}_j^T [M] \{U_0\}_j = 1.$$

Каждое из уравнений (5) решают отдельно при нулевых начальных условиях и получают

$$Z_j = \frac{1}{p_j} \int_0^t \{U_0\}_j^T \{F(\tau)\} \sin p_j(t - \tau) d\tau, \quad (6)$$

где  $\tau$  – переменная интегрирования по времени. Подставляя (1) в (6) получаем выражение для функций времени, которое можно проинтегрировать точно

$$Z_j(t) = \sum_{i=1}^J \frac{U_{0ij}}{p_j} F_j \sum_{n=0}^N \int \sin n\omega\tau \sin p_j(t - \tau) d\tau, \quad (7)$$

где  $U_{0ij}$  –  $i$ -я строка  $j$ -го собственного вектора системы,

$F_j$  –  $j$ -я строка вектора  $\{F_1\}$ .

Интегралы, входящие в (7) легко вычисляются. При  $t \leq \tau_1$  если  $n\omega \neq p$ , то

$$\int_0^t \sin n\omega\tau \sin p(t - \tau) d\tau = \frac{p \sin n\omega t - n\omega \sin pt}{p^2 - (n\omega)^2},$$

если  $n\omega = p$ , то

$$\int_0^t \sin n\omega\tau \sin p(t - \tau) d\tau = \frac{\sin pt}{2p} - \frac{t}{2} \cos pt.$$

При  $t \geq \tau_1$  если  $n\omega \neq p$ , то

$$\int_0^t \sin n\omega\tau \sin p(t - \tau) d\tau = \frac{n\omega \sin pt - p \sin n\omega\tau_1 \cos p(t - \tau_1) - n\omega \cos n\omega\tau_1 \sin p(t - \tau_1)}{(n\omega)^2 - p^2}$$

если  $n\omega = p$ , то

$$\int_0^t \sin n\omega\tau \sin p(t - \tau) d\tau = \frac{\sin p(2\tau_1 - t) + \sin pt}{4p} - \frac{\tau_1}{2} \cos pt,$$

где  $\tau_1$  – продолжительность импульса.

Зная собственные векторы и функции времени, по формуле (3) получим узловые перемещения.

## Литература

1. Колесников К. С. Динамика ракет. М. : Машиностроение, 2003. 520 с.
2. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле : М. : Машиностроение, 1985. 472 с.

Волков Володимир Петрович, д.т.н., професор, Харківський національний автомобільно-дорожній університет  
Волкова Тетяна Вікторівна, к.т.н., доцент, Харківський національний автомобільно-дорожній університет

### СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ ТЕХНІЧНОЇ ЕКСПЛУАТАЦІЇ АВТОМОБІЛІВ

Автомобільний транспорт (АТ) є найважливішим сектором української економіки, який обслуговує практично всі галузі господарювання та верстви населення, сприяє зростанню мобільності та якості населення.

В даний час автомобільний парк України нараховує понад 10 млн. одиниць автомобілів, структура яких виглядає наступним чином [1]: вантажних автомобілів - 15,5%, автобусів - 2,6%, легкових автомобілів - 81,9%.

Основними системними проблемами АТ на сучасному етапі є [1, 2]:

- втрата адміністративних важелів управління АТ як повністю приватизованого;
- зниження обсягів транспортної роботи;
- збитковість діяльності пасажирського транспорту на автобусних маршрутах загального користування;
- масове старіння рухомого складу та невідпрацьованість механізмів його заміни;
- невідповідність структури вантажного і пасажирського парку попиту на його послуги;
- незадовільний рівень безпеки автомобільних перевезень і значне екологічне навантаження на навколишнє середовище.

Технічна експлуатація автомобілів (ТЕА), як підсистема АТ знаходиться разом з автомобільною промисловістю на самому початку транспортного конвеєра, забезпечуючи АТ технічно справним рухомим складом (РС) потрібних техніко-експлуатаційних властивостей.

Від функціонування ТЕА в значній мірі залежить ефективність роботи АТ в цілому. Так якщо сфера виробництва забезпечує транспортний процес автомобілями потрібного типу і якості, то ТЕА перетворює фізичну можливість, закладену в автомобіль проектувальниками, конструкторами, технологами і виробниками, в фактичну, забезпечуючи справність і працездатність автомобілів в процесі, наприклад, комерційного використання.