УДК 539.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ОДНОВИТКОВЫХ ИНДУКТОРНЫХ СИСТЕМ

Д.В. Васюков, аспирант, В.Л. Хавин, профессор, к.т.н., НТУ «ХПИ»

Аннотация. *Рассмотрена одновитковая индукторная система для операции магнитно-импульсной обработки тонкостенных металлических заготовок. С использованием метода конечных элементов получены основные характеристики динамического электромагнитного поля. Определены качественные и количественные характеристики, позволяющие рассчитывать силовое взаимодействие поля индуктора с полем заготовки. Проведено сравнение результатов расчета с аналитическими и экспериментальными результатами других авторов.*

Ключевые слова: *моделирование, магнитно-импульсная обработка металлов, метод конечных элементов.*

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ОДНОВИТКОВИХ ІНДУКТОРНИХ СИСТЕМ

Д.В. Васюков, аспірант, В.Л. Хавін, професор, к.т.н., НТУ «ХПІ»

Анотація. *Розглянуто одновиткову індукторну систему для операції магнітно-імпульсної обробки тонкостінних металевих заготовок. З використанням методу кінцевих елементів отримано основні характеристики динамічного електромагнітного поля. Визначені якісні й кількісні характеристики, що дозволяють розраховувати силову взаємодію поля індуктора з полем заготовки. Проведено порівняння результатів розрахунку з аналітичними й експериментальними результатами інших авторів.*

Ключові слова: *моделювання, магнітно-імпульсна обробка металів, метод кінцевих елементів.*

MODELLING OF TRANSIENT ELECTROMAGNETIC FIELD FOR SINGLE-TURN INDUCTOR SYSTEMS

D. Vasiukov, post-graduate student, V. Khavin, professor, cand. eng. sc., NTU “KhPI”

Abstract. *The single-turn inductor system for magneto-pulse forming operation of thin metal blank is considered. The basic characteristic of the dynamic electromagnetic field with the application of the finite element method is obtained. The qualitative and quantitative inductor characteristics that allow to calculate the power interaction between the inductor field and the metal blank field are determined. The numerical results are compared with analytical and experimental ones of other authors.*

Key words: *simulation, magnetic-impulse metal working, finite element method.*

Введение

Магнитно-импульсная обработка – это бесконтактный процесс формообразования заготовки. Деформация заготовки вызвана взаимодействием импульсного магнитного поля индуктора с вихревыми токами, наведенными в заготовке. Такой вид обработки заготовок является современным и перспективным в промышленности (машиностроении и авиастроении). Для анализа эффективности реализации технологических операций и меха-

нической прочности индукторной системы необходимо выполнить математическое моделирование физических процессов, протекающих во время работы. Что позволит определить характеристики электромагнитного поля, оценить силовое взаимодействие на составные элементы системы, а также оценить динамическую прочность и долговечность индукторной системы. А также определить качественное распределение силовых усилий на все элементы индукторной системы.

Анализ публикаций

В научной литературе рассмотрены различные методы решения задач электродинамики, которые можно классифицировать как аналитические, асимптотические и численные [1]. При аналитическом методе решения задач электродинамики для индукторных систем принимается ряд существенных упрощений [2]. Эти упрощения связаны с представлением характера распределения поля в элементах установки и их геометрией. Для повышения точности расчетов и преодоления трудностей, описанных выше, применяются численные методы решения, например, метод конечных элементов [3].

Актуальность настоящей работы заключается в том, что в рассмотренных выше подходах к моделированию электродинамического поля вводится ряд допущений, например, осесимметричная постановка, линейность физических характеристик материалов, не учитывается влияние отдельных элементов индукторной системы на характер распределения поля и т.д. [4]. Данные допущения существенно уменьшают точность расчета количественных характеристик поля. Применение же универсального численного подхода обеспечивает необходимую точность моделирования для произвольных индукторных систем, имеющих структурно связанную геометрию и нелинейные характеристики материалов, технологические особенности – экраны, матрицы, изоляционные прокладки, концентраторы поля. Применение численных методов расчета позволит с высокой степенью точности получить распределенные электромагнитные усилия, действующие как на заготовку, так и на индуктор, позволяет учесть структурную связанность различных физических процессов и элементов и, в конечном счете, обеспечить оптимизацию элементов и индукторной системы в целом по критериям эффективности и долговечности.

Цель и постановка задачи

Цель работы – численное моделирование электромагнитного поля для индукторной системы магнитно-импульсной обработки металлов с целью получения достоверной картины распределения электродинамических усилий.

Объектом исследования является плоская индукторная система, представленная на рис. 1.

При моделировании электромагнитного поля принимались следующие гипотезы: не учитывается ток смешения, т.е. $\partial D / \partial t = 0$, не учитывается скорость движения индуктора и заготовки [4]. Материалы рассматриваются без учета эффектов намагниченности и поляризации, отсутствуют свободные заряды $q = 0$. В этом случае уравнения Максвелла и физические соотношения, описывающие электромагнитное поле, формулируются в виде [5]

$$\nabla \times H = J\,,\ \ \nabla \cdot B = 0\,, \tag{1}$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}\,, \tag{2}$$

$$B = \mu H\,,\ \ J = \sigma E\,, \tag{3}$$

где H, E – магнитная и электрическая напряженности; B – магнитная индуктивность; J – вектор плотности тока; μ – магнитная проницаемость среды; σ – электрическая проводимость среды.

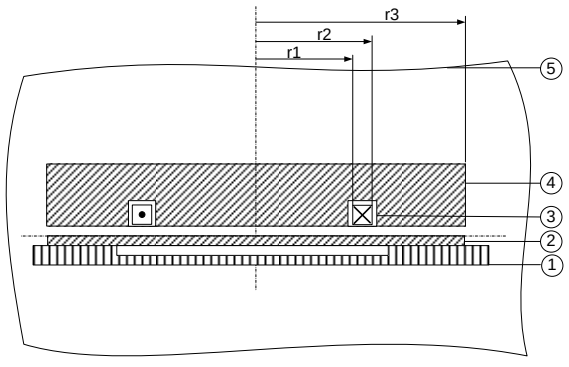

Рис. 1. Элементы индукторной системы: 1 – матрица; 2 – заготовка; 3 – индуктор; 4 – экран; 5 – воздух

Для структурно связанной системы должен быть выполнен ряд условий на поверхностях раздела сред [5]: непрерывность тангенциальной компоненты E_τ; H_τ разрывна, величина скачка пропорциональна плотности поверхностных токов; B_n непрерывна.

При численных расчетах в нестационарных задачах электромагнетизма весь набор переменных представляется векторным магнитным потенциалом A и электрическим скалярным потенциалом V [6]

$$\frac{1}{\mu}\nabla\times A = H\,,\quad -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla V = E\,. \qquad (4)$$

Применив операцию ротации к выражению (4) и учитывая (1), можно показать, что

$$\nabla\times\left(\frac{1}{\mu}\nabla\times A\right) = J\,, \qquad (5)$$

$$J = \sigma E = -\sigma\nabla V - \sigma\frac{\partial A}{\partial t}\,. \qquad (6)$$

Выражение (4) удовлетворяет последнему выражению из (1) и выражению (2). Для разрешения первого уравнения из выражения (1) подставим (6) в выражение (5) с учетом физических соотношений (3). Для проводника необходимо наложить дополнительное условие: равенство нулю дивергенции суммарной плотности тока. С учетом выше сказанного запишем [6]

$$\nabla\times\frac{1}{\mu}\nabla\times A + \sigma\frac{\partial A}{\partial t} + \sigma\nabla V = 0\,, \qquad (7)$$

$$\nabla\cdot\left(\sigma\frac{\partial A}{\partial t} - \sigma\nabla V\right) = 0\,, \qquad (8)$$

$$\nabla\times\frac{1}{\mu}\nabla\times A = J_s\,, \qquad (9)$$

где J_s – источники тока.

Уравнения (7) и (8) справедливы для индуктора, (9) – для экрана, заготовки и воздуха. Уравнения (7) – (9) необходимо дополнить граничными условиями

$$n\cdot\nabla V = V_0\,,\ (\text{на }\Gamma);\quad V = V_c\,(\text{на }\Gamma_c); \quad (10)$$

$$n\times\nabla\times A = A_0\,,\ (\text{на }\Gamma);\quad n\times A = A_c\,(\text{на }\Gamma); \quad (11)$$

где n – нормаль к границе области; Γ – внешняя граница области; Γ_c – часть границы индуктора. При решении задачи принимались однородные граничные условия, т.е. равенство нулю касательной составляющей индукции на внешней границе модели. Для решения уравнения вида (5), с учетом линейных свойств материала, принимаем функционал вида [6]

$$\int_\Omega \frac{1}{\mu}\nabla\times A\nabla\times\hat{A}\,d\Omega + \int_\Omega \sigma\hat{A}\frac{\partial A}{\partial t}\,d\Omega = -\int_S \sigma\hat{A}\nabla V\,dS, \qquad (12)$$

$$\int_S \nabla V\nabla\hat{V}\,dS = 0, \qquad (13)$$

где $\hat{A},\hat{V}$ – пробные функции. В области Ω – начальные условия $A(0) = 0$.

Применение МКЭ

Для решения поставленной задачи применяется метод конечных элементов – универсальный метод, обладающий большой геометрической гибкостью и применяемый к широкому классу уравнений в частных производных. Позволяет достаточно точно описать сложные криволинейные границы. В основе этого метода постулируется вариационный экстремальный принцип, справедливый для всей области. Решение приближенно минимизирует функционал (12).

Для индукторной системы (рис. 1) использовали материалы: индуктор – медь, экран и заготовка – нержавеющая сталь. Принимались следующие значения относительной магнитной проницаемости и удельного сопротивления для меди: $\mu_c = 1$, $\gamma_c = 0{,}17\cdot10^{-7}$, Ом·м; для нержавеющей стали: $\mu_{ss} = 1$, $\gamma_c = 0{,}4\cdot10^{-7}$, Ом·м. Для элементов матрицы и изоляционной прокладки: $\mu_p = 1$. Для сравнения с экспериментальными и аналитически полученными данными принимались следующие геометрические размеры установки: r_1 = 57 мм, r_2 = 64 мм, r_3 = 80 мм. Расстояние между индуктором и заготовкой 1 мм, толщина заготовки и индуктора 1 мм. Закон изменения плотности тока в индукторе принимался в виде экспоненциально затухающей синусоиды, т.е.

$I(t) = I_m e^{-\delta_0 \phi} \sin(\phi)$, где I_m – амплитуда плотности тока; δ_0 – относительный декремент затухания; $\phi = \omega t = 2\pi\nu t$ фаза; ω – круговая частота возбуждающего тока; t – время; ν – частота. Параметры принимали следующие значения: I_m=60 кА, ν=1,33 кГц, δ_0=0,3.

На основании уравнений ансамбля в МКЭ формируется уравнение всей конструкции в матричном виде

$$\begin{bmatrix} C^{AA} & C^{AV} \\ C^{AV} & C^{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{V} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^{AA} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ V \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi_i \\ I \end{Bmatrix}, \quad (14)$$

где C^{AA}, C^{AV} и C^{VV} – матрицы магнитного, магнитно-электрического и электрического «демпфирования» соответственно; $\dot{A}$, $\dot{V}$ – скорости изменения векторного магнитного и электрического скалярного потенциала; A, V – степени свободы в узлах – потенциалы; K^{AA} – матрица коэффициентов векторного магнитного потенциала; ψ_i – вектор узловых нагрузок зависящих от плотности тока; I – приложенные значения разности потенциалов.

Результаты расчетов

Для анализа адекватности математической модели были проведены расчеты в двух постановках: осесимметричной и объемной. Для сравнения с экспериментальными и аналитически полученными данными [7] была рассчитана модель одновитковой индукторной системы в осесимметричной постановке. Расчет в объемной для учета реальной геометрии индукторной системы, что позволит рассчитывать системы любой формы.

Полученные результаты решения задачи в осесимметричной постановке представлены на рис. 2, 3. На рис. 2 показано распределение касательной составляющей напряженности магнитного поля по радиальной координате на поверхности заготовки ближайшей к индуктору. Качественное рассмотрение касательной составляющей позволяет точно оценить усилия, которые будут действовать на заготовку. Равнодействующая этих сил направлена так, что заготовка будет отталкиваться от индуктора.

На рис. 3 показана нормальная составляющая напряженности магнитного поля на поверхности заготовки.

Полученные данные приведены в относительных координатах. Эти результаты показывают качественное совпадение с экспериментальными данными и аналитическими расчетами.

На рис. 4 представлено распределение напряженности магнитного поля на поверхностях заготовки, ближней к индуктору, полученное при решении задачи в объемной постановке.

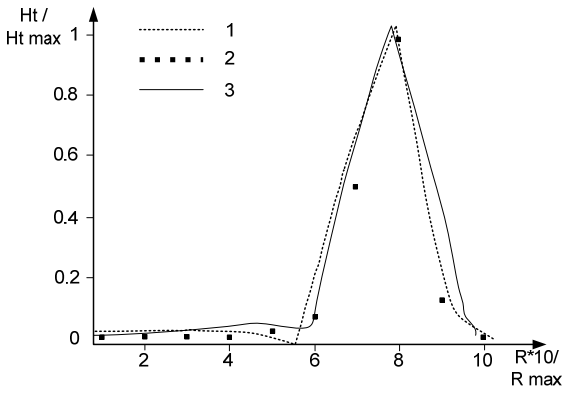

Рис. 2. Касательная составляющая магнитной напряженности на поверхности заготовки: 1 – численное решение, 2 – эксперимент, 3 – аналитические результаты

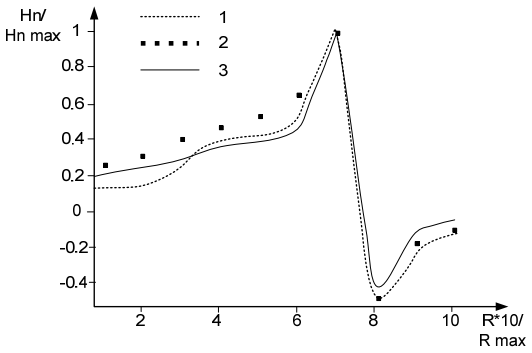

Рис. 3. Нормальная составляющая магнитной напряженности на поверхности заготовки: 1 – численное решение, 2 – эксперимент, 3 – аналитические результаты

Сходимость результатов показывает адекватность математической и конечно-элементной модели, что позволяет выполнить расчет индукторной системы в объемной постановке.

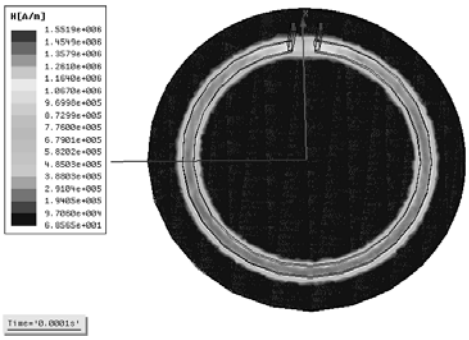

Рис. 4. Напряженность магнитного поля на поверхности заготовки (t = 0,0001 с)

Выводы

Проведено численное моделирование электромагнитного поля для одновитковой индукторной системы магнитно-импульсной обработки металлов с учетом всех компонентов системы в осесимметричной и трехмерной постановке. Моделирование выполнялось с использованием МКЭ. Полученные результаты сопоставлены с аналитическим решением и экспериментальными данными. Дальнейшее усовершенствование модели должно развиваться в направлении учета нелинейных эффектов, учитывающих связанность физических процессов, протекающих в индукторных системах.

Литература

1. K. F. Warnick Computational Electrodynamics, Department of Electrical and Computer Engineering. – Brigham Young University, 2005. – 435 p.
2. Батыгин Ю.В. Особенности токов индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах // Электротехника и электромеханика. – Харьков: Изд-во НТУ «ХПИ». – 2005. – №3. – С. 69–73.
3. Ph. Conraux 3D Finite Element Modeling of Electromagnetic Forming Processes // ICHSF 2006, Dortmund, Germany. – 2006. – P. 73–83.
4. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. – Том 1. – 2-е изд. / Под общей ред. Батыгина Ю.В. – Харьков: Изд-во «МОСТ – Торнадо». 2003. – 288 с.
5. Можен М. Механика электромагнитных сплошных сред / Пер. с англ. – М., 1991. – 560 с.
6. M. Stiemer. Fast Algorithms for the Simulation of Electromagnetic Metal Forming / M. Stiemer, J. Unger, H. Blum, B. Svendsen // ICHSF 2008, Dortmund, Germany, 2008. – P. 129–140.
7. Туренко А.М., Батыгин Ю.В, Гнатов А.В. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями. – Том 3: Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий / Под общ. ред. Батыгина Ю.В. – Харьков: ХНАДУ, 2009. – 251с.

Рецензент: Ю.В. Батыгин, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 20 августа 2009 г.