УДК 621.436-55

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ СИЛОВОЙ УСТАНОВКОЙ ГИБРИДНОГО АВТОМОБИЛЯ

С.А. Сериков, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Аннотация. *Рассматривается задача оптимизации управления силовой установкой гибридного автомобиля, минимизирующего векторный критерий качества при наличии ограничений на параметры состояния и вектор управления. Приведена формальная постановка оптимизационной задачи.*

Ключевые слова: *гибридный автомобиль, гибридная силовая установка, оптимальное управление, векторный критерий качества.*

БАГАТОКРИТЕРІЙНА ЗАДАЧА УПРАВЛІННЯ СИЛОВОЮ УСТАНОВКОЮ ГІБРИДНОГО АВТОМОБІЛЯ

С.А. Сєріков, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Анотація. *Розглядається задача оптимізації управління силовою установкою гібридного автомобіля, що мінімізує векторний критерій якості за наявності обмежень на параметри стану і вектор управління. Приведено формальну постановку оптимізаційної задачі.*

Ключові слова: *гібридний автомобіль, гібридна силова установка, оптимальне управління, векторний критерій якості.*

MULTICRITERION OPTIMIZATION PROBLEM OF HYBRID VEHICLE POWER UNIT CONTROL

S. Serikov, Associate Professor, Candidate of Technical Science, KhNAHU

Abstract. *The problem of hybrid vehicle power unit control optimization that minimizes vector quality criterion under constraints on conditional parameters as well as the control vector is considered. The formal statement of the optimization problem is suggested.*

Key words: *hybrid vehicle, hybrid power unit, optimum control, vector quality criterion.*

Введение

Экономичность и экологическая безопасность гибридного автомобиля в значительной степени определяется качеством управления его силовой установкой и степенью соответствия выбранной стратегии управления текущему тягово-скоростному режиму. Данное обстоятельство диктует необходимость придания системе автоматического управления гибридной силовой установкой (САУ ГСУ) адаптивных свойств, т.е. способности выбора стратегии управления агрегатами ГСУ, которая минимизирует выбранный функционал на текущем ездовом цикле при заданных ограничениях.

Анализ публикаций

В настоящее время существует достаточно большое количество работ отечественных и зарубежных исследователей, посвященных оптимизации управления силовой установкой гибридных автомобилей [1–3]. Вместе с тем ряд особенностей процесса управления ГСУ остаются неисследованными. Так, при формальной постановке оптимизационных задач не уделяется достаточно внимания их многокритериальности и тем особенностям, которые порождает данное обстоятельство. При этом остаётся незадействованным богатый арсенал средств теории векторной оптимизации [4–7].

Цель и постановка задачи

Целью данной работы является исследование особенностей задачи синтеза оптимального управления силовой установкой гибридного автомобиля при использовании векторного функционала оптимальности. При этом предложена методика формирования компонентов векторного функционала, а также рассмотрены некоторые способы получения единственного решения оптимизационной задачи из множества парето-оптимальных решений.

Гибридный автомобиль как объект управления по скорости

Пусть автомобиль с ГСУ как управляемая система может быть идеализирован настолько, что в каждый фиксированный момент времени наблюдения $t = t'$ на интервале $T = \left\{ t \middle| t_s \le t \le t_f \right\}$, $t' \in T$ его свойства могут быть описаны двумя действительными числами: $\omega(t')$ – текущая угловая скорость вращения ведущих колёс; $\theta_{TAB}(t')$ – состояние накопителя энергии (степень заряженности тяговой аккумуляторной батареи). Будем рассматривать данные величины как компоненты вектора состояния системы $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t) = \left[\omega(t), \theta_{TAB}(t)\right]^T$ в момент времени t'. Множество всех возможных состояний в различные моменты времени $t \in T$ образуют двухмерное пространство состояний $\mathbf{X}$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{X} \subset \mathbb{R}^2_+,\ \forall\, t \in T,\ \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 \le \omega \le \omega_{\max} \\ 0 \le \theta_{TAB} \le 1 \end{bmatrix},$$

где $\omega_{\max}$ – максимальная угловая скорость вращения ведущих колёс.

На множестве $\mathbf{X}$ можно выделить подмножество эксплуатационных состояний

$$\mathbf{X}_{ex} = \begin{bmatrix} 0 \le \omega \le \omega_{ex.\max} \\ \theta_{ex.\min} \le \theta_{TAB} \le \theta_{ex.\max} \end{bmatrix} \subset \mathbf{X}.$$

Выход состояния системы за пределы $\mathbf{X}_{ex}$ не желателен, хотя и не ведёт к аварийной ситуации.

Будем рассматривать автомобиль с ГСУ как многомерный нелинейный стационарный объект вида

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \xi) \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{cases},$$

где $\mathbf{u} = \left[\beta_D, \beta_M, \beta_T, \gamma\right]^T$ – вектор управления; β_D – сигнал управления мощностью ДВС. $\beta_D = -1$ соответствует отключенному состоянию ДВС; β_M – сигнал управления вспомогательной силовой установкой (электромагнитным моментом вентильного электродвигателя); β_T – сигнал управления системой гидравлического торможения; γ – передаточное отношение трансмиссии автомобиля. При использовании пятиступенчатой коробки передач γ может принимать одно из пяти фиксированных значений. Полагаем, что управляющие воздействия должны быть ограничены, т.е. $\mathbf{u} \in \mathbf{U} \subset \mathbb{R}^4\ \forall\, t \in T$,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \beta_D = -1, \quad 0 \le \beta_D \le 1 \\ -1 \le \beta_M \le 1 \\ 0 \le \beta_T \le 1 \\ \gamma \in \{\gamma_i\},\ i = \overline{1,5} \end{bmatrix}.$$

Вектор управления может быть задан как программное управление

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t) = \left[\beta_D(t), \beta_M(t), \beta_T(t), \gamma(t)\right]^T$$

либо в виде координатного управления

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \left[\beta_D(\mathbf{x}), \beta_M(\mathbf{x}), \beta_T(\mathbf{x}), \gamma(\mathbf{x})\right]^T;$$

ξ – вектор возмущающих воздействий

$$\xi = \xi(t) = \left[\alpha(t), \vartheta_0(t)\right] \subset \mathbb{R}^2,\ \forall\, t \in T;$$

α – уклон дороги; ϑ_0 – скорость встречного ветра; $\mathbf{y}$ – вектор выхода

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}(t) = \left[V(t), G_T(t), E_T(t)\right]^T \subset \mathbb{R}^3, \forall\, t \in T;$$

V – скорость автомобиля; G_T – часовой расход топлива ДВС; $E_T = f_T(C_{\mathrm{NOx}}, C_{\mathrm{CO}}, C_{\mathrm{HC}})$ – степень токсичности отработавших газов ДВС; C_{NOx}, C_{CO}, C_{HC} – часовая эмиссия оксидов азота, оксида углерода и углеводородов соответственно; $f(\bullet)$ и $h(\bullet)$ – известные непрерывные или кусочно-непрерывные вектор-функции векторных аргументов, определенные на соответствующих множествах.

Кроме условий принадлежности состояния автомобиля с ГСУ и управляющих воздействий к множествам возможных состояний $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$, $\forall\, t \in T$ и допустимых управлений $\mathbf{u} \in \mathbf{U}$, $\forall\, t \in T$, на рассматриваемую динамическую систему наложены ограничения в виде неголономной связи $f_c(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0$, обусловленные динамическими свойствами собственно автомобиля, ГСУ и аппаратуры управления. Данные ограничения определяются кинематической схемой ГСУ и трансмиссии автомобиля

$$J_K \cdot \frac{d\omega}{dt} - M_{VR} + M_{SP} + M_{FR} = 0,$$

где $J_K = J_K(\gamma)$ – суммарный момент инерции; $M_{VR} = M_{VR}(\omega, \mathrm{u})$ – момент сил вращения, развиваемый ГСУ; $M_{SP} = M_{SP}(\omega, \alpha)$ – момент сил сопротивления движению автомобиля; M_{FR} – момент сопротивления, обусловленный силами трения в элементах трансмиссии. В последнем выражении момент инерции и все моменты сил приведены к оси вращения ведущих колёс.

Методология выбора минимизируемого функционала

Основной функцией САУ ГСУ является выполнение задачи слежения, т.е. поддержание с минимальной ошибкой заданной скорости автомобиля $V_{zd}(t)$ при наличии возмущений $\xi(t)$, $t \in T$. Кроме этого процесс управления должен удовлетворять ряду дополнительных условий: минимизации расхода топлива, уровня токсичности отработавших газов, отклонения степени заряженности ТАБ от оптимальной. Каждое из этих условий может выражаться в виде соответствующего критерия оптимальности – требования обеспечения экстремума некоторого функционала $\mathrm{J}_X \in \mathbb{R}^1_+$, зависящего от вида функций $V_{zd}(t)$, $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ и $\xi(t)$, которые являются аргументами данного функционала. Критерии оптимальности должны быть согласованы между собой и с принятыми ограничениями для исключения тривиальных или вырожденных решений оптимизационной задачи, достаточно точно описывать цель оптимизации [8], а также должны быть независимы и монотонны по предпочтению, т.е. улучшению качества управления должно соответствовать уменьшение значения соответствующего критерия [6].

Для формальной постановки задачи оптимизации управления ГСУ определим многокритериальный (векторный) функционал качества $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, T) = \left[\mathrm{J}_V, \mathrm{J}_\theta, \mathrm{J}_G, \mathrm{J}_E\right]^T$, $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^4_+$. Данный векторный функционал должен отражать величину потерь различных ресурсов при управлении автомобилем на ездовом цикле, определяемом заданной функцией изменения скорости $V_{zd}(t)$, $t \in T$. Отдельные компоненты векторного функционала представляют собой критерии оптимальности по каждому из условий, которым должен удовлетворять процесс управления:

1. Критерий точности управления по скорости

$$\mathbf{J}_1 = \mathrm{J}_V(V, T) = K_{NV} \int_{t_s}^{t_f} \begin{pmatrix} \left(V_{zd}(t) - V(t)\right)^2 + \\ +S_V^2\left(V(t)\right) \end{pmatrix} dt,$$

где S_V – функция штрафа за выход из области эксплуатационных режимов $\mathbf{X}_{ex}$

$$S_V\left(V(t)\right) = \begin{cases} 0, & V(t) \le V_{ex.\max}, \\ V(t) - V_{ex.\max}, & V(t) > V_{ex.\max}; \end{cases}$$

$V_{ex.\max}$ – максимальная эксплуатационная скорость, $V_{ex.\max} = r_k \omega_{ex.\max}$; r_k – радиус качения ведущих колёс;

2. Критерий использования тяговой аккумуляторной батареи (ТАБ)

$$\mathbf{J}_2 = \mathrm{J}_\theta\left(\theta_{TAB}, T\right) = K_{N\theta} \int_{t_s}^{t_f} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{TAB.0}(t) - \\ -\theta_{TAB}(t) \end{pmatrix}^2 + \\ + S_\theta^2\left(\theta_{TAB}(t)\right) \end{pmatrix} dt,$$

где $\theta_{TAB.0}$ – оптимальная степень заряженности ТАБ. Для NiMH аккумуляторов $\theta_{TAB.0} = 0{,}6$; S_θ – функция штрафа за выход из области эксплуатационных режимов $\mathbf{X}_{ex}$: $S_\theta(\theta_{TAB}(t)) = 0$, при $\theta_{ex.\min} \le \theta_{TAB}(t) \le \theta_{ex.\max}$; $S_\theta(\theta_{TAB}(t)) = \left|\theta_{ex.\min} - \theta_{TAB}(t)\right|$, при условии $\theta_{ex.\min} > \theta_{TAB}(t) > \theta_{ex.\max}$. Для NiMH аккумуляторов $\theta_{ex.\min} = 0{,}4$; $\theta_{ex.\max} = 0{,}8$;

3. Критерий экономичности ДВС

$$\mathbf{J}_3 = \mathrm{J}_G\left(G_T, T\right) = K_{NG} \int_{t_s}^{t_f} G_T^2\left(t\right) dt \ ;$$

4. Критерий степени токсичности отработавших газов ДВС

$$\mathbf{J}_4 = \mathrm{J}_E\left(E_T, T\right) = K_{NE} \int_{t_s}^{t_f} E_T\left(t\right) dt \ ,$$

где

$$\begin{aligned} E_T\left(t\right) &= K_{ENOx} C_{NOx}^2\left(t\right) + \\ &+ K_{ECO} C_{CO}^2\left(t\right) + K_{EHC} C_{HC}^2\left(t\right) \end{aligned} ;$$

K_{ENOx}, K_{ECO}, K_{EHC} – коэффициенты токсичности соответствующих компонентов отработавших газов. Данные коэффициенты должны определяться с учётом влияния компонентов на здоровье человека и окружающую среду, а также их удельного содержания в отработавших газах. При этом должно выполняться соотношение

$$K_{ENOx} + K_{ECO} + K_{EHC} = 1 \ ;$$

K_{NV}, $K_{N\theta}$, K_{NG}, K_{NE} – коэффициенты, обеспечивающие приведение компонентов векторного функционала качества к безразмерным величинам и нормирование.

В силу того, что отдельные компоненты векторного функционала имеют разный физический смысл и диапазоны изменения, их нормирование может быть выполнено согласно выражению [6]

$$\mathbf{J}_i = \left(\tilde{\mathbf{J}}_i - \mathbf{J}_{i\min}\right)\left(\mathbf{J}_{iO} - \mathbf{J}_{i\min}\right)^{-1}, \ \ i = \overline{1, 4} \ ,$$

где $\tilde{\mathbf{J}}_i$ – значение i-го критерия до нормирования; $\mathbf{J}_{i\min}$ – минимально-возможное значение i-го критерия, полученное в результате решения однокритериальной задачи оптимизации без учёта остальных критериев; $\mathbf{J}_{iO}$ – среднее значение i-го критерия при управлении, близком к оптимальному на заданном ездовом цикле. Для случая, когда $\mathbf{J}_{i\min} = 0$, можно ввести нормирующие коэффициенты $\mathbf{K}_{Ni} = \mathbf{J}_{iO}^{-1}$ для каждого из критериев $\mathbf{K}_N = \left[K_{NV}, K_{N\theta}, K_{NG}, K_{NE}\right]^T$.

При вычислении критериев оптимальности в некоторых случаях интегрирование может осуществляться не на всём интервале наблюдения T, а в скользящем окне шириной ΔT $\left[t, \ t + \Delta T\right]$.

Учитывая, что $\mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, в дальнейшем можно считать $\mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, T) = \mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, T)$. Решение многокритериальной задачи оптимизации управления приводит к формированию множества $\mathbf{U}^p$ неулучшаемых по Парето (парето-оптимальных) управлений [4, 5]

$$\mathbf{u}^{*p} \in \mathbf{U}^p \subset \mathbf{U} \ ,$$

$$\mathbf{U}^p = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}^{*p} \in \mathbf{U} \middle| \nexists \, \mathbf{u} \in \mathbf{U} : \\ :\mathbf{J}_i\left(\mathbf{x}, \mathbf{u}, T\right) \le \mathbf{J}_i\left(\mathbf{x}, \mathbf{u}^{*p}, T\right), \\ i = \overline{1, 4}; \mathbf{u} \ne \mathbf{u}^{*p} \end{array} \right\}$$

где $\mathbf{J}_i$ – i-й компонент векторного функционала. Управления, принадлежащие множеству $\mathbf{U}^p$, не могут быть улучшены одновременно по всем критериям, т.е. они являются несравнимыми по векторному функционалу, поскольку требования различных критериев противоречивы. Вследствие этого возникает проблема выбора единственного управления из множества Парето на основе некоторой схемы компромисса при достижении отдельными критериями условных минимумов. Существует достаточно много подходов к решению данной проблемы, которые строго определяют свойства оптимального решения и то, в каком смысле оптимальное решение превосходит все остальные допустимые решения [6, 7].

Одним из подходов к обеспечению единственности решения задачи векторной оптимизации является использование принципа гарантированного результата (минимакса), согласно которому оптимальным считается управление $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}$, доставляющее наилучшее значение наихудшему критерию:

$$\mathbf{u}^*\left(t\right) = \arg\min_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \max_{i = \overline{1, 4}} \mathbf{J}_i\left(\mathbf{x}, \mathbf{u}, T\right), \quad \forall \, t \in T \ .$$

На различных участках ездового цикла приоритеты отдельных критериев, составляющих векторный функционал, могут изменяться. Для учёта различной степени важности критериев может быть введён вектор

$$\mathbf{K}_P = \left[K_{PV}, K_{P\theta}, K_{PG}, K_{PE}\right]^T,$$

$$\sum_i \mathbf{K}_{Pi} = 1, \quad \mathbf{K}_{Pi} > 0, \quad i = \overline{1,4}.$$

Выбор компонентов вектора $\mathbf{K}_P$ является нетривиальной задачей. Для её решения могут быть использованы метод анализа иерархий или метод классификации альтернатив, изложенные в [6]. Векторная функция оптимального управления при неравнозначных критериях

$$\mathbf{u}^*(t) = \arg\min_{\mathbf{u}\in\mathbf{U}} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T), \quad \forall\, t \in T,$$

где

$$\mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T) = \max_{i=1,4}\left\{\mathbf{K}_{Pi}\mathbf{J}_i(\mathbf{x},\mathbf{u},T)\right\},$$

$$\mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T) \in \mathbb{R}^1_+.$$

Управление, являющееся решением минимаксной задачи, по сравнению с другими управлениями, гарантирует наибольшее удаление наихудшего из компонентов векторного функционала от границы области допустимых значений [7]. Основным недостатком данного подхода является возможная потеря гладкости получаемой целевой функции $\mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T)$, однако во многих случаях применение минимаксной свёртки является достаточно удобным.

Другой подход к получению единственного решения оптимизационной задачи предполагает сведение многокритериальной оптимизации к однокритериальной путём линейного свёртывания векторного критерия в суперкритерий

$$\mathbf{u}^*(t) = \arg\min_{\mathbf{u}\in\mathbf{U}} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T), \quad \forall\, t \in T,$$

$$\mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T) = \sum_{i=1}^{4}\mathbf{K}_{Pi}\mathbf{J}_i(\mathbf{x},\mathbf{u},T),$$

$$\mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T) \in \mathbb{R}^1_+.$$

Простота и наглядность данного подхода определяют его наибольшее распространение. Вместе с тем эффективное использование линейной свёртки критериев возможно только в случае, когда парето-оптимальные решения в пространстве критериев оптимальности образуют выпуклое множество. В противном случае некоторые управления $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}^p$ не могут быть получены соответствующим выбором $\mathbf{K}_P$. Кроме того, в ряде случаев малым приращениям весовых коэффициентов $\mathbf{K}_{Pi}$, $i = \overline{1,4}$ соответствуют большие приращения функционала J_{SV} и решение оптимизационной задачи может оказаться неустойчивым [6, 7].

Задачу оптимизации управления автомобильной ГСУ сформулируем следующим образом. Для ездового цикла, определяемого заданной функцией изменения скорости автомобиля $V_{zd}(t)$, $t \in T$, найти управление $\mathbf{u}^*(t)$, которое доставляет минимум функционалу $\mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T)$ и удовлетворяет принятым ограничениям

$$\mathrm{J}^*_{SV} = \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x}^*,\mathbf{u}^*,T) = \min_{\mathbf{x},\,\mathbf{u}} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T),$$

$$\mathbf{x}^* \in \mathbf{X}, \quad \mathbf{u}^* \in \mathbf{U}, \quad f_c(\dot{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) = 0 \quad \forall\, t \in T.$$

При этом значение J^*_{SV} будем называть оптимальным значением функционала, а векторную функцию

$$\mathbf{u}^*(t) = \arg\min_{\mathbf{u}} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x},\mathbf{u},T),$$

доставляющую функционалу оптимальное значение, – оптимальным управлением.

Постановка оптимизационной задачи в дискретном виде

Модель гибридного автомобиля как объекта управления по скорости может быть представлена в дискретном виде. Для этого выберем шаг дискретизации процесса управления по времени ΔT. Будем рассматривать векторные функции $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ и $\boldsymbol{\xi}(t)$ только в дискретные моменты времени $t_k = t_s + k\Delta T$, $k = \overline{0,N}$, $N = (t_f - t_s)\Delta T^{-1}$: $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(t_k)$; $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(t_k)$; $\mathbf{y}(k) = \mathbf{y}(t_k)$ и $\boldsymbol{\xi}(k) = \boldsymbol{\xi}(t_k)$, $t_k \in T$. Если применить замену производной конечной разностью

$$\dot{\mathbf{x}} \approx \Delta\mathbf{x} = \left(\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)\right)\Delta T^{-1},$$

можно записать разностные уравнения автомобиля с ГСУ

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \Delta T \cdot f\left(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \xi(k)\right) \\ \mathbf{y}(k) = h\left(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)\right) \end{cases}.$$

Уравнение неголономной связи в этом случае приобретет вид

$$\begin{aligned} & J_K(k) \cdot \frac{\omega(k+1) - \omega(k)}{\Delta T} - \\ & - M_{VR}(k) + M_{SP}(k) + M_{FR}(k) = 0 \end{aligned}.$$

Для того чтобы замена операции дифференцирования взятием конечной разности была правомерна, необходимо, чтобы ΔT было мало по сравнению с наименьшей из постоянных времени процесса управления.

О качестве каждого k-го шага управления, переводящего систему из состояния $\mathbf{x}(k)$ в состояние $\mathbf{x}(k+1)$, можно судить по следующим критериям:

$$\mathrm{J}_{Vk}(k) = K_{NV} \begin{pmatrix} \left(V_{zd}(k+1) - V(k+1)\right)^2 + \\ + S_V^2\left(V(k+1)\right) \end{pmatrix};$$

$$\mathrm{J}_{\theta k}(k) = K_{N\theta} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{TAB.0}(k+1) - \\ - \theta_{TAB}(k+1) \end{pmatrix}^2 + \\ + S_\theta^2\left(\theta_{TAB}(k+1)\right) \end{pmatrix};$$

$$\mathrm{J}_{Gk}(k) = K_{NG} G_T^2(k);$$

$$\mathrm{J}_{Ek}(k) = K_{NE} \begin{pmatrix} K_{ENOx} \cdot C_{NOx}^2(k) + \\ + K_{ECO} \cdot C_{CO}^2(k) + \\ + K_{EHC} \cdot C_{HC}^2(k) \end{pmatrix}.$$

Указанные критерии можно представить в виде вектора

$$\Im(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k) = \Im(k) = \left[\mathrm{J}_{Vk},\ \mathrm{J}_{\theta k},\ \mathrm{J}_{Gk},\ \mathrm{J}_{Ek}\right]^T,$$

характеризующего качество управления на k-м шаге. Векторный функционал качества управления после проведения дискретизации примет вид

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, N) = \Delta T \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \Im(k).$$

Очевидно, что постоянный множитель ΔT для решения оптимизационной задачи не существенен и в дальнейшем его можно исключить. Учитывая, что $\mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, будем считать $\mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, N) = \mathbf{J}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N)$.

Для обеспечения единственности решения задачи из области парето-оптимальных управлений преобразуем векторный функционал к скалярному виду одним из следующих способов

$$\begin{aligned} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N) &= \max_{i=1,4} \left\{\mathbf{K}_{Pi} \mathbf{J}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N)\right\} = \\ &= \max_{i=1,4} \left\{\mathbf{K}_{Pi} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \Im_i(k)\right\} \end{aligned}$$

– при использовании минимаксной свёртки и

$$\begin{aligned} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N) &= \sum_{i=1}^{4} \mathbf{K}_{Pi} \mathbf{J}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N) = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{4} \mathbf{K}_{Pi} \Im_i(k) \end{aligned}$$

– при использовании линейной свёртки критериев оптимальности.

Теперь оптимизационная задача сводится к выбору оптимальной последовательности управлений $\mathbf{u}^*(k)$, которая на заданном ездовом цикле $V_{zd}(k)$, $k = \overline{0, N}$ доставляет минимум функционалу $\mathrm{J}_{SV} = \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N)$ и удовлетворяет ограничениям на переменные состояния, управляющие воздействия и ограничениям неголономной связи

$$\mathrm{J}_{SV}^* = \mathrm{J}_{SV}\left(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, N\right) = \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N),$$

$$\mathbf{x}^*(k) \in \mathbf{X}, \quad \mathbf{u}^*(k) \in \mathbf{U},$$

$$f_c\left(\Delta\mathbf{x}^*(k), \mathbf{x}^*(k), \mathbf{u}^*(k)\right) = 0, \quad \forall\, k = \overline{0, N}.$$

При этом значение J_{SV}^* будем называть оптимальным значением функционала качества управления, а векторную функцию

$$\mathbf{u}^* = \arg\min_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathrm{J}_{SV}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, N),$$

доставляющую функционалу оптимальное значение, – оптимальным управлением.

Очевидно, что выбор стратегии управления должен стремиться к уменьшению величины потерь различных ресурсов на достаточно длительном отрезке времени $T \to \infty$. При этом проявляется несовершенство выбранного функционала, который неограниченно возрастает при $N \to \infty$. Для преодоления указанного недостатка при вычислении функционала качества возможно использование взвешенного (discounted) суммирования критериев. Для линейной свёртки критериев оптимальности получим

$$\mathrm{J}_{SV\mu}(k) = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^j \sum_{i=1}^{4} \mathbf{K}_{Pi} \Im_i (k+j),$$

где μ – дисконтный фактор, $0 < \mu < 1$. Дисконтный фактор учитывает, что чем дальше САУ ГСУ заглядывает в будущее при выборе управляющих воздействий, тем меньше её уверенность в оценке будущих потерь различных ресурсов из-за недостатка априорной информации.

Выводы

На основании анализа особенностей автомобиля с гибридной силовой установкой как объекта управления по скорости обоснована необходимость использования векторного критерия оптимальности при постановке и решении оптимизационных задач.

Согласно предложенной методике выбора функционала качества управления, компонентами данного функционала являются критерии точности управления по скорости, эффективности использования тяговой аккумуляторной батареи, экономичности и экологической безопасности ДВС.

Для получения единственного решения оптимизационной задачи из множества парето-оптимальных решений предложено использовать принцип гарантированного результата (минимакса) либо линейное свёртывание векторного критерия в суперкритерий.

Литература

1. Development of Fuzzy Logic and Neural Network Control and Advance Emissions Modeling for Parallel Hybrid Vehicles / A. Rajagopalan, G. Washington, G. Rizzoni, Y. Guezennec. Center for Automotive Research. The Ohio State University Columbus, Ohio. Subcontract Report – December 2003. – http://www.osti.gov/bridge.
2. Сєріков С.А. Нечітка модель системи керування силовою установкою гібридного автомобіля / С.А. Сєріков, Ю.Н. Бороденко, А.А. Дзюбенко // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – Житомир: ЖДТУ. – 2006. – Вип. IV(39). – С. 240–247.
3. Сериков С.А. Синтез оптимального управления гибридной силовой установкой / С.А. Сериков // Проблемы управления и информатики. – 2009. – №2. – С. 37–47.
4. Подиновский В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
5. Лазарев Ю.Н. Алгоритм решения многокритериальных задач управления / Ю.Н. Лазарев, М.И. Гераськин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2001. – Т. 3, №1. – С.80–85.
6. Лотов А.В. Многокритериальные задачи принятия решений: учебное пособие / А.В. Лотов, И.И. Поспелова. – М.: МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
7. Лазарев Ю.Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов / Ю.Н. Лазарев. – Самара: Самар. науч. центр РАН, 2007. – 274 с.
8. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы / И.В. Мирошник. – С.Пб.: Питер, 2006. – 272 с.

Рецензент: О.П. Алексеев, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 22 декабря 2011 г.