urban community with a full-scale geometrical model. Building and Environment. 117. 10.1016/j.buildenv.2017.02.021.

2. Zhang, Weijie & Qi, Jing & Li, Xin. (2009). CFD Simulation for Urban Environment Planning. 1 - 4. 10.1109/ICMSS.2009.5301625.

3. Toparlar, Y. & Blocken, B. & Vos, P. & Heijst, GJF & Janssen, WD & Hooff, Twan & Montazeri, Hamid & Timmermans, HJP. (2014). CFD simulation and validation of urban microclimate: A case study for Bergpolder Zuid, Rotterdam. Building and Environment. 83. 10.1016/j.buildenv.2014.08.004.

4. Amorim, Jorge & Rodrigues, Vera & Tavares, Richard & Valente, Joana & Borrego, Carlos. (2013). CFD modelling of the aerodynamic effect of tree on urban air pollution dispersion. The Science of the total environment. 461-462C. 541-551. 10.1016/j.scitotenv.2013.05.031.

УДК 530.1

Біловол О.В., к.т.н., доцент, Харківський національний автомобільно-дорожній університет

МЕТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ПРОСТОРУ ЯК ВІДОБРАЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

Успіхи науки привели до того, що деякі філософські категорії стали набувати фізисних рис. Уявлення про простір також еволюціанувало. Якщо визначити фізичний простір як пустоту, то напевне він не може мати ніяких властивостей. У відсутності матерії у вигляді тіл і полів, точніше, у випадку неможливості їх спостерігати, пустота не може мати структури і метрики. Погоджуючись з Махом, можна зробити висновок, що відсутність матерії призводить до зникнення простору і часу. Але виникає питання коректності з фізичної точки зору зникнення матерії.

З іншого боку, пустоту можна розглядати також як місце, яке займає тіло або яке розділяє тіла (заповнене полями). У цьму випадку простір можна наділити структурою і метрикою (геометризація простору), наприклад, ввести прямокутну систему координат на основі проникного абсолютно твердого тіла і інтервал між точками простору на основі уявлення про переміщення матеріальної точки, тобто такої, яку можна спостерігати, з одної точки простору в іншу як векторі. При цьому складання переміщень повинно підкорятися правилу паралелограму, а їх величина визначатися за теоремою Піфагора. Координатні перетворення, які залишають інтервал інвариантним, складаються з ссувів, просторових обертань і перетворення Галілея таких, що відповідають переходу до системи відліку, яка рухається відносно попередньої із сталою швидкістю (взагалі то, необмеженою).

Вище сказане наводить на думку, що інтервал є динамічної характеристикою системи, а не геометричною характеристикою простору, який вміщує систему, як зазвичай прийнято вважати. Відповідно, метричні властивості і розмірність простору є відображенням особливостей фізичної системи, що розглядається. Такий підхід дозволяє природним шляхом перейти до багатовимірних абстрактних просторів і ввести для них метрику.

Інтервал між нескінченно близькими послідовними положеннями точки dl можно визначити на основі евклідової геометрії як відстань між ними, тобто

$$dl^2 = \left(dx^1\right)^2 + \left(dx^2\right)^2 + \left(dx^3\right)^2 = d\mathbf{r}d\mathbf{r} = d\mathbf{r}\mathbf{I}d\mathbf{r},$$

де $\mathbf{I}$ - одинична матриця.

Положення системи n матеріальних точок в певний момент часу зручно представити у $3n$-вимірному просторі конфігурацій. У цьому випадку радіус-вектор буде складатися з координат всіх точок системи розташованих у певному порядку. Інтервал між нескінченно близькими послідовними положеннями системи матеріальних точок повинен враховувати ознаки матеріальності або заряди, які відповідають за взаємодію між ними. В матричній формі інтервал у просторі конфігурацій можна також визначити у вигляді квадратичної форми

$$dl^2 = d\mathbf{r}\mathbf{M}d\mathbf{r},$$

де $d\mathbf{r}$ - рядок (ліворуч) або стовпчик (праворуч) з $3n$ диференціалів координат точок системи, а $\mathbf{M}$ - діагональна матриця розміром $3n \times 3n$, складена з блоків $m_k\mathbf{I}$, де m_k - ваговий коефіцієнт k- тої матеріальної точки (ознака її матеріальності).

Слід зауважити, що введений таким чином інтервал хоча і має динамічну природу, але може розглядатися з геометричної точки зору як природна метрика простору конфігурацій, яка відображає властивості механічної системи, що розглядається.

Досвід нам підказує, що задання координат матеріальних точок системи недостатньо для задання її стану. Щоб подальший рух системи був визначений, слід також додати швидкості точок. Відповідно рух системи краще розглядати у $6n$-вимірному просторі конфігурацій, де стан системи буде визначатися координатами і імпульсами точок.

Інтервал між найближчими станами системи матеріальних точок, враховуючи його динамічну природу, можна одержати, якщо взяти похідну за часом від попередньої квадратичної форми, тобто

$$ds^2 = d\mathbf{r}\mathbf{M}d\dot{\mathbf{r}}.$$

Для скорочення запису введемо вектор імпульсу механічної системи за формулою

$$\mathbf{p} = \mathbf{M}\dot{\mathbf{r}}.$$

Тоді квадратична форма набуде вигляду

$$ds^2 = d\mathbf{r}d\mathbf{p}.$$

При вивченні руху механічної системи в залежності від умов задачі можна вибрати замість декартових кординат інші. Будь які s величин $q_1, q_2, ..., q_s$, що повністю визначають положення системи у кожен момент часу, називають узагальнинеми координатами, а похідні за часом $\dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_s$ - її узаганинеми швидкостями. Якщо розглядати узагальнені координати як декартові, то кожному положенню системи буде відповідати певна точка s-вимірного просторі конфігурацій.

Перехід до узагальнених координат у випадку, коли на систему накладені голономні в'язі, відбувається за допомогою співвідношення

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{q}, t).$$

Інтервал у s-вимірному просторі конфігурацій буде мати вигляд

$$dl^2 = d\mathbf{q}\mathbf{G}d\mathbf{q},$$

де матрицю розміром s на s

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}}\mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}}$$

можна розглядати як метричний тензор.

Інтервал між станами системи у фазовому просторі

$$ds^2 = d\mathbf{q}d\mathbf{p},$$

де *узагальнений імпульс*

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{a},$$

а частина імпульсу пов'яана з нестаціонарністю в'язей

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}.$$

Таким чином, якщо прийняти динамічну природу метрики фізичного простору, її можна узагальнити на абстрактні багатовимірні простори, якими є постір конфігурацій і фазовий простір.

Література

1. Сучасна фізика як новітня натуральна філософія/ О.В. Біловол, Харків: ФОП Панов А,М., 2019. 116 с.

УДК 62-2

Воропай Олексій Валерійович, д.т.н., професор, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, voropay.alexey@gmail.com
Шарапата Андрій Сергійович, к.т.н., доцент, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, phd.sharapata@gmail.com

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КУТА ЗАЧЕПЛЕННЯ НА ПАРАМЕТРИ ПРЯМОЗУБОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Пропонується дослідження залежності деяких геометричних параметрів зачеплення, а також контактної міцності від кута зачеплення. Кут профілю α рейки (ріжучого інструмента) стандартизовано, найчастіше його значення α=20°. Якщо зубчасті колеса виготовлені без зміщення ріжучого інструмента, кут рейки співпадає з кутом зачеплення. Зазначимо, що в сучасній англомовній літературі кут α називають кутом тиску (pressure angle), бо його значення суттєво впливає на розподіл сил у зачепленні. Традиційні методи виготовлення зубчастих коліс не можуть забезпечити активне варіювання кута профілю рейки на відміну від аддитивних технологій (3D друк), де кут зачеплення можна легко