Література

1. Пересыпкин Е.Н. Расчет стержневых железобетонных элементов.-М.: Стройиздат, 1998.- 168 с.

2. Чистяков Е.А. Основы теории, методы расчета и экспериментальные исследования несущей способности сжатых железобетонных элементов при статическом нагружении: Автореф. дис. докт. техн. наук.-М., 1988.- 48 с.

3. Scott B.D., Park R., Priestly M.J.N. Stress-Strain Behavior of Concrete Confided by Overlapping Hoops at Low and High Stress Rates // ACI J. Proc. V. 79, l2, Jan.-Feb., 1982. - p. 13-27.

4. Soroushian P., Obaseki K. Strain Rate-Dependent Interaction Diagrams for Reinforced Concrete Sections // ACI J. Proc. V.83, 43, Jan.-Feb. 1986, p. 108-116.

5. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. – Харьков: Основа,1991.-271с.

6. Жовдак В.О., Красников С.В., Степченко О.С. Решение задачи статистической динамики машиностроительных конструкций с учетом случайного изменения параметров // Проблемы машиностроения. – Харків: “Контраст“. - 2004. - Т.7, № 3. - С. 39 – 47.

Малахов Евгений Сергеевич, аспирант, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, malahov1234@gmail.com

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ ТРЕХ СТРУН

Целью данной работы является определение сил контактного взаимодействия между струнами в сложной системе. Рассматривается система из трех закрепленных струн конечных длин (рис. 1), две из которых параллельны, а третья пересекает их. Предполагается, что в точке контакта двух струн их перемещения полностью совпадают. К одной из струн приложена сосредоточенная нагрузка $F_0(x,t) = P(t)\delta(x - x_0)$, которая вызывает нестационарные колебания исследуемой системы.

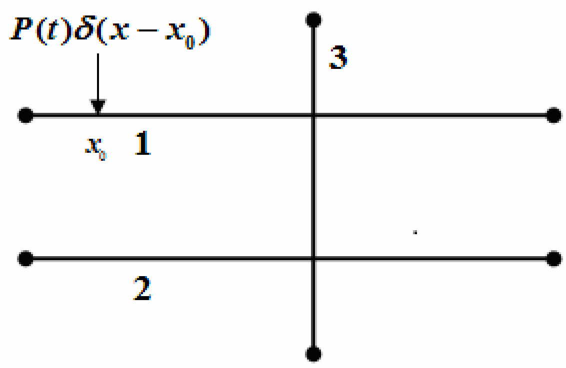

Рисунок 1 – Исследуемая система струн

Колебания одной струны могут быть описаны одномерным волновым уравнением:

$$\rho \cdot a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - F(x,t) \tag{1}$$

где u – искомые перемещения, ρ – плотность струны, $F(x,t)$ – плотность распределения внешних сил, $a = \sqrt{T/\rho}$ – скорость распространения волны (T – натяжение струны).

Решение такого уравнения может быть получено при помощи метода Фурье: разделяя переменные, определяем решение как разложение перемещений в ряд по синусам:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin(\pi k x / l),$$

где l – длина струны. После ортогонализации получается множество обычных дифференциальных уравнений относительно неизвестных коэффициентов $u_k(t)$, которые определяются с помощью интегрального преобразования Лапласа.

В случае трех струн можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
\rho_1 {a_1}^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} &= \rho_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - F_0(x,t) + R_{13} \\
\rho_2 {a_2}^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} &= \rho_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + R_{23} \\
\rho_3 {a_3}^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} &= \rho_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + R_{31} + R_{32}
\end{aligned}, \tag{2}$$

где R_{ij}– сила контакта i и j струн. Данная система дополняется дополнительными: граничными условиями, которые представляют собой равенство нулю перемещений в точках закрепления струн (на концах отрезка); начальными условиями – равенство нулю перемещений и скорости в начальный момент времени; кинематическими условиями – совпадение перемещения струн в точках контакта; и условиями антисимметричности контактных сил $R_{ij} = -R_{ji}$. Аналогично решению для одной струны, были получены уравнения для трех струн, которые представлены разложениями в ряды Фурье через неизвестные контактные силы. Для их отыскания были использованы кинематические условия, после чего данная система преобразовалась к двум уравнениям Вольтерра 1- го рода (3):

$$
\begin{cases}
\int_0^t R_{13}(\tau)K_{31}(t-\tau)d\tau - \int_0^t R_{23}(\tau)K_{13}(t-\tau)d\tau = u_{01}(t), \\
\int_0^t R_{13}(\tau)K_{31}(t-\tau)d\tau - \int_0^t R_{23}(\tau)K_{13}(t-\tau)d\tau = 0
\end{cases}
\tag{3}
$$

где $K_{ij}(t-\tau)$ – несимметричные ядра, определяющие действие i струны на j; $u_{01}(t)$– перемещения первой струны под действием приложенной нагрузки. Приближенное решение системы интегральных уравнений (3) найдено при помощи метода регуляризации Тихонова и квадратурных формул. В результате чего определяются зависимости контактных сил во времени (рис.2).

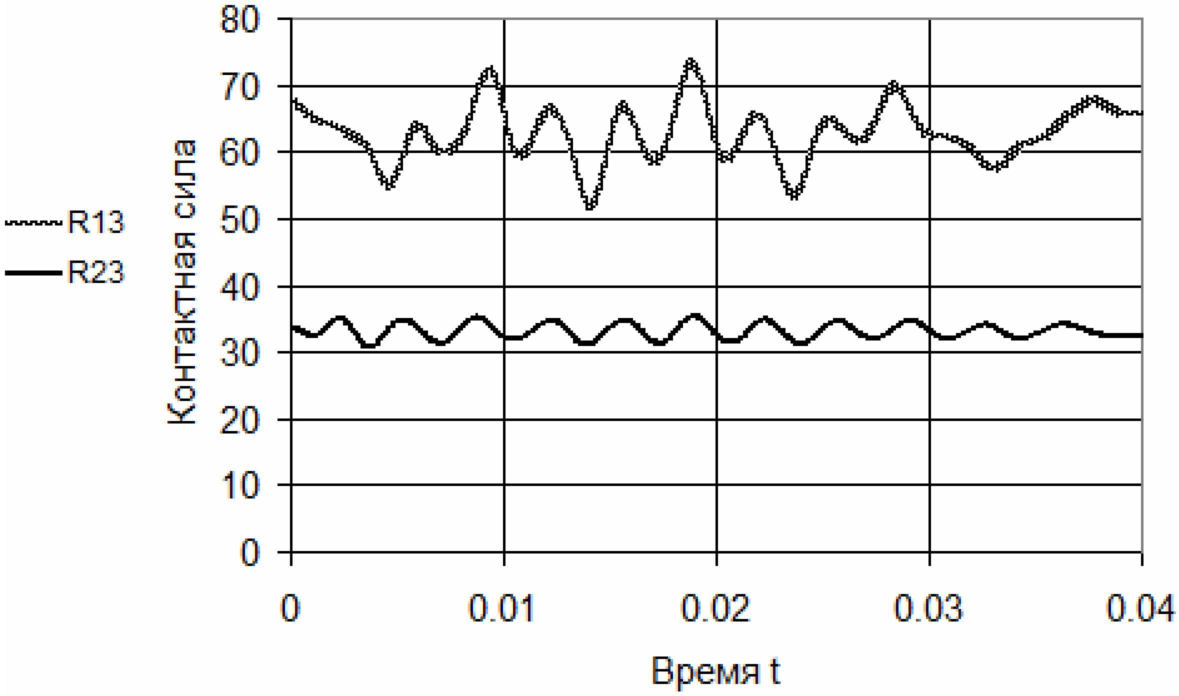

Рисунок 2 – Значения контактных сил, взятые по модулю

По известным контактным силам могут быть вычислены перемещения каждой струны в произвольной точке. Таким образом, в настоящей работе получено устойчивое решение для определения сил контактного взаимодействия между струнами в сложной системе.