

УДК 629.3.027.5:625.8

## РАСЧЕТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ В ПЯТНЕ КОНТАКТА ШИНЫ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ДОРОЖНОЙ ОДЕЖДЫ

В.А. Богомолов, проф., д.т.н.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

*Аннотация.* Предложена физическая и математическая модели распределения давлений в пятне контакта шины с поверхностью дорожной одежды, которые могут быть использованы при расчете напряженно-деформированного состояния слоев нежесткой дорожной одежды, с применением метода конечных элементов.

*Ключевые слова:* дорожная одежда, пятно контакта, давление, распределение давления, ширина шины, длина пятна контакта.

## РОЗРАХУНКОВИЙ РОЗПОДІЛ ТИСКІВ У ПЛЯМІ КОНТАКТУ ШИНИ З ПОВЕРХНЕЮ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ

В.О. Богомолов, проф., д.т.н.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

*Анотація.* Запропоновано фізичну та математичну моделі розподілу тисків у плямі контакту шини з поверхнею дорожнього одягу, які можуть бути використані при розрахунку напружено-деформованого стану шарів нежорсткого дорожнього одягу, із застосуванням методу скінченних елементів.

*Ключові слова:* дорожній одяг, пляма контакту, тиск, розподіл тиску, ширина шини, довжина плями контакту.

## DESIGN PRESSURE DISTRIBUTION AT TIRE CONTACT SPOT WITH THE ROAD PAVEMENT

V. Bogomolov, Prof., D. Sc. (Eng.),  
Kharkiv National Automobile and Highway University

*Abstract.* Physical and mathematical models of pressure distribution at tire contact spot with the road pavement that can be used at calculation of the stress-strain behavior of flexible pavement, using the finite-element method are offered.

*Key words:* road pavement, contact spot, pressure, pressure distribution, tire width, contact spot length.

### Введение

В существующих нормативных документах [1] при оценке напряженно-деформированного состояния (НДС) слоев нежестких дорожных одежд нагрузка от колеса дорожно-транспортного средства (ДТС) имитируется через пятно контакта в виде круга диаметром (30–37) см [1, 2], с равномерным распределением давления по площади круга.

### Анализ публикаций

Необходимость в таких допущениях обусловлена, прежде всего, следующими обстоятельствами:

– принятая методика расчета [1, 3] НДС слоев нежестких дорожных одежд предполагает осесимметричную внешнюю нагрузку;  
– во многих исследованиях, например [4, 5 и мн. др.], пятно контакта шины с верхним

слоем дорожной одежды представляется в виде эллипса, который в первом приближении можно считать кругом;

– при максимальных нагрузках на колесо можно принять, что распределение давлений по пятну контакта подчиняется закону [4, 6, 7]

$$P = \text{const}, \quad (1)$$

где часто величину  $P$  принимают равной давлению в шине  $P_{\text{ш}}$  [4, 6].

Однако с применением современных методов расчета, например, при использовании метода конечных элементов [8–11], такие допущения существенно ограничивают возможности расчетчика, например, при учете:

– сил трения в пятне контакта шины с дорожной одеждой, которые делают внешнюю нагрузку неосесимметричной;

– движущегося пятна контакта по поверхности слоя дорожной одежды с вязко-упругими свойствами и т.д.

### Цель и постановка задачи

Учитывая изложенное выше, в настоящей работе ставится цель: разработать физическую и математическую модели внешней нагрузки в пятне контакта шины с верхним слоем нежесткой дорожной одежды, максимально приспособленную для использования в современных автоматизированных методиках анализа НДС инженерных конструкций, например с применением метода конечных элементов.

### Форма пятна контакта

Очень многие исследования, в том числе и экспериментальные, указывают на тот факт, что при высоких нагрузках на колесо ДТС (в первую очередь это касается грузовых автомобилей) пятно контакта по ширине ограничивается двумя прямыми, параллельными линиями [6, 12–16]. Если учесть, что экспериментально доказано [6, 13, 15, 17]: распределение давлений по длине пятна контакта имеет трапециевидную форму – с нулевым значением по краям пятна, то становится очевидным, что можно допустить ограничение пятна контакта двумя параллельными прямыми и по длине пятна контакта, приняв,

таким образом, форму пятна в виде прямоугольника [7, 10, 11, 14] (рис. 1).

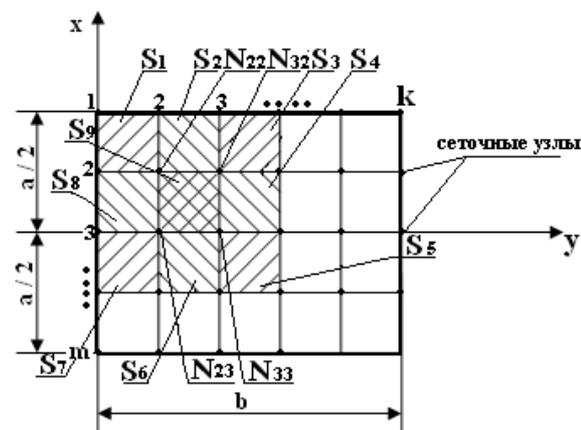


Рис. 1. Принятая прямоугольная форма пятна контакта

С одной стороны, это действительно допустимо, поскольку касается торцевых участков пятна контакта, вносящих минимальный вклад в формирование суммарной реакции дорожной одежды на колесо ДТС (в силу уже отмеченной трапециевидности распределения давлений). С другой стороны, такая форма получила и экспериментальное подтверждение [12, 13, 18].

Многие исследователи отмечают практическую независимость ширины пятна контакта  $b$  (рис. 1) ни от нагрузки на колесо, ни от скорости движения ДТС [12, 18, 22].

Примерно она равна ширине беговой дорожки шины (рис. 1) [12, 13, 18]. И поэтому можно принять [12, 13, 19, 20]

$$b \cong (0,65-0,75) B, \quad (2)$$

где  $B$  – ширина профиля шины [19], для грузовых автомобилей можно считать [19]

$$B = (0,292-0,315) \text{ м}. \quad (3)$$

Таким образом, в дальнейшем допускаем, что площадь пятна контакта, в зависимости от нагрузки на колесо, изменяется только за счет изменения длины квадрата  $a$  (рис. 1) [10, 12, 18, 22].

### Равномерное распределение давления по пятну контакта

В работе [21] отмечается, что с точки зрения мощностного баланса сил в контакте колеса с

дорогой допустимо считать, что нормальное давление по пятну контакта распределено равномерно [4, 6, 7, 10]. И в первую очередь это допущение касается режимов движения ДТС, сопровождающихся немаксимальными значениями сил трения в пятне контакта [22].

К таким режимам движения можно отнести [23]:

- равномерное движение ДТС;
- разгон;
- выбег;
- стоянка автомобиля.

Таким образом, если принять допущение (1), то длина пятна контакта равна

$$a = \frac{F_z}{P_{\text{ш}} \cdot b}, \quad (4)$$

где  $F_z$  – вертикальная нагрузка на колесо;  $P_{\text{ш}}$  – давление в шине, для грузовых автомобилей можно принять [19]

$$P_{\text{ш}} = (0,6 - 0,9) \text{ МПа}. \quad (5)$$

Рассмотрим вопрос о том, как задаются расчетные силы в пятне контакта в случае применения метода конечных элементов.

На рис. 1 представлена соответствующая расчетная схема.

При равномерном распределении давления по пятну контакта для квадрата площадью  $S_9$  (рис. 1), например, в сеточном узле с координатами 2–2, очевидно [8], что

$$N_{ij} = N_{22} = \frac{S_1 + S_2 + S_9 + S_8}{4} P_{\text{ш}}, \quad (6)$$

где  $N_{ij}$  – нормальное усилие в сеточном узле с координатами  $i-j$ ;  $S_1, S_2, S_9, S_8$  – площади соответствующих прямоугольников.

Если сетка регулярная и по горизонтали, и по вертикали, то

$$N_{ij} = N_{22} = \Delta k \cdot \Delta m \cdot P_{\text{ш}}, \quad (7)$$

где  $\Delta k, \Delta m$  – шаг сетки соответственно по горизонтали и по вертикали.

Для узлов, расположенных по периметру (но неугловых), например, для сеточного узла с координатами 1–2

$$N_{ij} = N_{12} = \frac{S_1 + S_8}{4} P_{\text{ш}}; \quad (8)$$

в случае регулярной сетки

$$N_{ij} = N_{12} = 0,5 \cdot \Delta k \cdot \Delta m \cdot P_{\text{ш}}. \quad (9)$$

Для угловых сеточных узлов, например для узла с координатами 1–1

$$N_{ij} = N_{11} = \frac{S_1}{4} P_{\text{ш}}; \quad (10)$$

для регулярной сетки

$$\begin{aligned} N_{ij} = N_{11} = N_{k1} = N_{km} = N_{1m} = \\ = 0,25 \cdot \Delta k \cdot \Delta m \cdot P_{\text{ш}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Силы трения в пятне контакта можно задавать по зависимости

$$T_{ij} = \mu \cdot N_{ij}, \quad (12)$$

где  $\mu$  – реализуемое сцепление в пятне контакта [24], определяемое прежде всего режимом движения ДТС [25].

#### Параболическое распределение в пятне контакта

В более общем случае распределение давления в пятне контакта можно описывать поверхностью 2-го порядка [14].

Такая поверхность будет более предпочтительной при описании режима торможения ДТС, когда в пятне контакта возникают максимально возможные силы трения [21, 24].

Но при этом многие исследователи отмечают, что распределение давлений по ширине пятна контакта и в этом случае можно считать постоянным [5, 15]. И, таким образом, задача сводится к определению закона распределения давлений лишь по длине пятна контакта.

В специальной литературе по этому вопросу в основном выделяют три закона:  
– параболический [6, 21, 26];

- эллиптический [21];
- трапецеидальный [6, 13, 17, 21].

В работе [21] показано, что с точки зрения гистерезисных потерь в пятне контакта наиболее близкие к реальности результаты дают параболический и трапецеидальный законы. Но параболический закон более «удобен» в использовании, поскольку описывается одним выражением [21].

Именно этот закон и будет использоваться в дальнейших рассуждениях.

В наиболее удобном виде его можно записать, как [21] (рис. 2)

$$P = P_{\max} \left( 1 - \frac{4x^2}{a^2} \right). \quad (13)$$

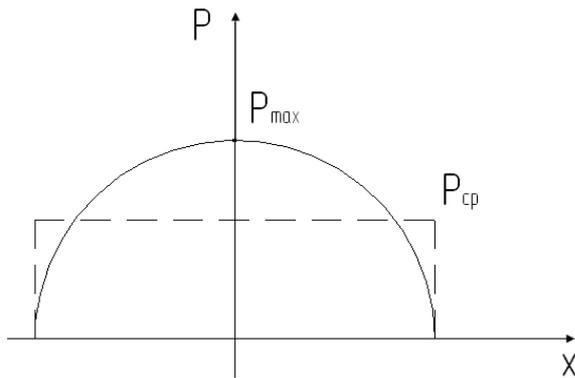


Рис. 2. Параболический закон распределения давлений по длине пятна контакта

Из выражения

$$F_z = \int_{-a/2}^{a/2} \int_0^b P_{\max} \left( 1 - \frac{4x^2}{a^2} \right) dx dy \quad (14)$$

определяем

$$P_{\max} = 1,5 \frac{F_z}{a \cdot b}, \quad (15)$$

где  $F_z$  – обозначено в (4).

Кроме того, очевидно, что

$$P_{cp} = \frac{F_z}{a \cdot b}, \quad (16)$$

где  $P_{cp}$  – показано на рис. 2.

В литературных источниках отмечается, что отношение  $P_{\max} / P_{cp}$  может находиться в пределах [13, 15, 26]

$$P_{\max} / P_{cp} = 1,3-2,$$

но если принять, что [26]

$$P_{\max} / P_{cp} = 1,5, \quad (17)$$

то длину пятна контакта и в этом случае можно рассчитывать по формуле (4).

И считать, что [4, 6]

$$P_{cp} = P_{ш}. \quad (18)$$

Узловые значения вертикальных сил в пятне контакта рассмотрим на примере сеточного узла с координатами 2–2 (рис. 2)

$$N_{ij} = N_{22} = N_{22}^{(S_1)} + N_{22}^{(S_2)} + N_{22}^{(S_9)} + N_{22}^{(S_8)}, \quad (19)$$

где  $(S_1) \dots (S_9)$  – индекс, обозначающий принадлежность силы к соответствующей квадратной площади (рис. 1).

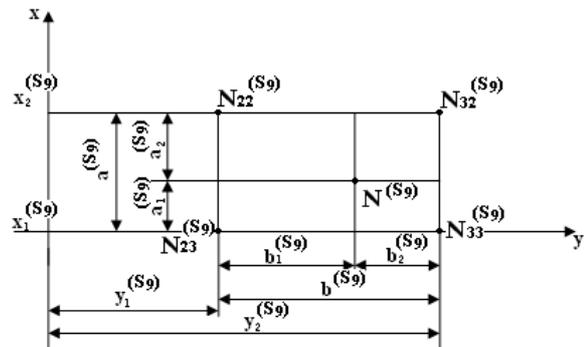


Рис. 3. Площадь квадрата  $S_9$ :  $N^{(S_9)}$  – результирующая от распределенного давления по площади  $S_9$

Для удобства в дальнейших рассуждениях выделим в отдельный рисунок квадрат с площадью  $S_9$  по рис. 1 (рис. 2).

Из [8] известно

$$N^{(S_9)} = \sum_{k=2}^3 \sum_{m=2}^3 N_{km}^{(S_9)}; \quad N_{22}^{(S_9)} = \frac{a_1^{(S_9)} b_2^{(S_9)}}{a^{(S_9)} b^{(S_9)}} N^{(S_9)};$$

$$N_{32}^{(S_9)} = \frac{a_1^{(S_9)} b_1^{(S_9)}}{a^{(S_9)} b^{(S_9)}} N^{(S_9)}; \quad N_{33}^{(S_9)} = \frac{a_2^{(S_9)} b_1^{(S_9)}}{a^{(S_9)} b^{(S_9)}} N^{(S_9)};$$

$$N_{23}^{(S_9)} = \frac{a_2^{(S_9)} b_2^{(S_9)}}{a^{(S_9)} b^{(S_9)}} N^{(S_9)}. \quad (20)$$

Учитывая, что давление по ширине пятна контакта распределено равномерно и  $b_1 = b_2$ , то

$$N_{22}^{(S_9)} = N_{32}^{(S_9)} = \frac{1}{2} N^{(S_9)} \cdot \frac{a_1^{(S_9)}}{a^{(S_9)}};$$

$$N_{33}^{(S_9)} = N_{23}^{(S_9)} = \frac{1}{2} N^{(S_9)} \cdot \frac{a_2^{(S_9)}}{a^{(S_9)}} =$$

$$= \frac{1}{2} N^{(S_9)} \left( 1 - \frac{a_1^{(S_9)}}{a^{(S_9)}} \right). \quad (21)$$

Неизвестными остаются две величины:  $N^{(S_9)}$  и  $a_1^{(S_9)}$ . Переходя к более общим рассуждениям, для любого прямоугольника (рис. 1) справедливо принять равенство

$$F_z^{(S_q)} = \int_{x_1^{(S_q)}}^{x_2^{(S_q)}} \int_{y_1^{(S_q)}}^{y_2^{(S_q)}} P_{\max} \left( 1 - \frac{4x^2}{a^2} \right) dx dy, \quad (22)$$

где  $q = 1 \dots (k-1)(m-1)$  (рис. 1).

После соответствующих преобразований получаем

$$F_z^{(S_q)} = 1,5 \cdot P_{\text{ш}} \cdot b^{(S_q)} \cdot \left( x - \frac{4}{3} \cdot \frac{x^3}{a^2} \right) \Big|_{x_1^{(S_q)}}^{x_2^{(S_q)}}. \quad (23)$$

А из соотношения, например, для положительных значений  $x_1^{(S_q)}$

$$F_z^{(S_q)} \cdot \left( x_1^{(S_q)} + a_1^{(S_q)} \right) =$$

$$= \int_{x_1^{(S_q)}}^{x_2^{(S_q)}} \int_{y_1^{(S_q)}}^{y_2^{(S_q)}} P_{\max} \left( 1 - \frac{4x^2}{a^2} \right) x dx dy, \quad (24)$$

$$a_1^{(S_q)} = \frac{\left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{a^2} \right) \Big|_{x_1^{(S_q)}}^{x_2^{(S_q)}}}{\left( x - \frac{4}{3} \cdot \frac{x^3}{a^2} \right) \Big|_{x_1^{(S_q)}}^{x_2^{(S_q)}}} - x_1^{(S_q)}. \quad (25)$$

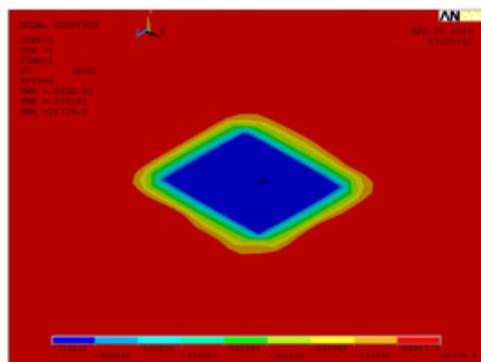
Для дальнейших практических расчетов этого выражения вполне достаточно, поскольку из симметрии параболического закона (рис. 2) следует очевидное соотношение

$$a_1^{(S_9)} = \left| a_1^{(S_6)} \right| \quad (26)$$

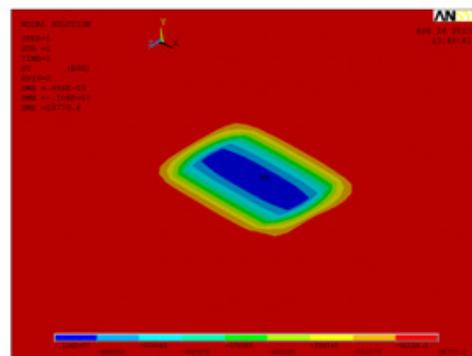
и т.д.

На рис. 4–6 приведены результаты сравнительных расчетов НДС в пятне контакта пятислойной нежесткой дорожной одежды, при условиях:

- давление в шинах грузового автомобиля  $P_{\text{ш}} = 0,8$  МПа;
- нагрузка на переднее колесо во время торможения  $F_z = 70000$  Н;
- коэффициент трения в пятне контакта  $\mu = 0,56$ .



а



б

Рис. 4. Нормальные напряжения в пятне контакта: а – равномерное распределение давления; б – параболическое

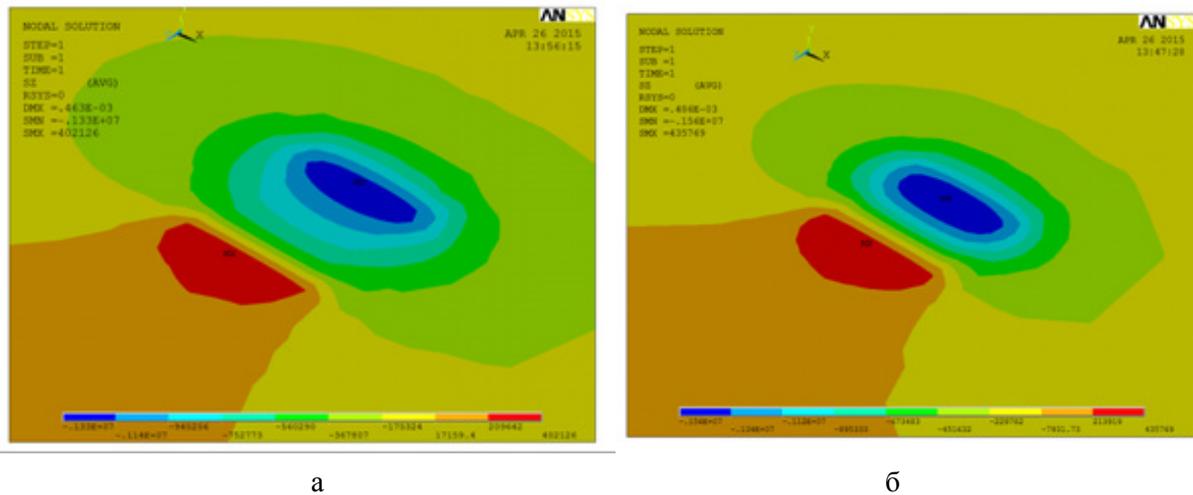


Рис. 5. Напряжения сжатия-растяжения вдоль дорожной одежды: а – равномерное; б – параболическое

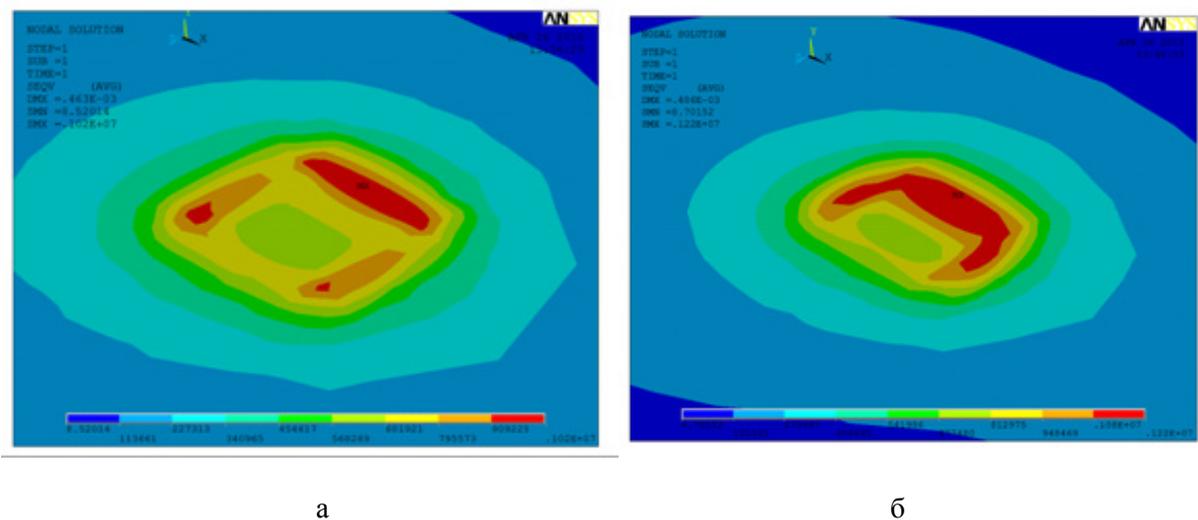


Рис. 6. Интенсивность напряжений в пятне контакта: а – равномерное; б – параболическое

Как видно из рис. 4–6, локальные напряжения в пятне контакта с параболическим нормальным давлением на 10–40 % выше, чем в контакте с постоянным распределением давления.

### Выводы

Пятно контакта между шиной и поверхностью дорожной одежды можно представить в виде прямоугольника с шириной (0,65–0,75) от ширины профиля шины.

В пятне контакта по п. 1 допустимо в качестве среднего нормального давления считать давление в шине.

В режимах движения: равномерное, разгон, а также при стоянке автомобиля допустимо считать, что в пятне контакта давление распределено равномерно.

При движении в режиме торможения предпочтительно закон распределения давления в пятне контакта считать подчиняющимся параболическому закону.

### Литература

1. Споруди транспорту: Дорожній одяг нежорсткого типу: ВБН В 2.3-218-186-2004. – Офіц. вид. – К.: Укравтодор, 2004. – 176 с.
2. Автомобільні дороги: Визначення транспортно-експлуатаційних показників до-

- рожніх одягів: СОУ 45.2-00018112-042:2009. – Офіц. вид. – К.: Укравтодор, 2009. – 46 с.
3. Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд / под ред. Н.Н. Иванова. – М.: Транспорт, 1973. – 328 с.
  4. Бухин Б.Л. Введение в механику пневматических шин / Б.Л. Бухин. – М.: Химия, 1988. – 224 с.
  5. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин: учеб. для студентов машиностроит. спец. вузов / Г.А. Смирнов. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с.
  6. Автомобильные шины. (Конструкция, расчет, испытания, эксплуатация) / В.Л. Бидерман, Р.Л. Гуслицер, С.П. Захаров и др.; под общ. ред. В.Л. Бидермана. – М.: Гос-е науч.-техн. изд-во химич. лит-ры, 1963. – 383 с.
  7. Антонов Д.А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей / Д.А. Антонов. – М.: Машиностроение, 1978. – 216 с.
  8. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич; пер. с англ.; под ред. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
  9. Родченко О.В. Теоретичні основи проектування жорстких покриттів аеродромів на дію надважких навантажень: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.22.11 «Автомобільні шляхи та аеродроми» / О.В. Родченко. – К., 2009. – 19 с.
  10. Современные компьютерно-инновационные технологии проектирования, строительства, эксплуатации автомобильных дорог и аэродромов: материалы Международ. научно-практ. конференции с участием студ-в и молод. учен., (Харьков, 1–4 ноября 2012 г.) / М-во обр. и науки, молод. и спорта Украины, Харьк. нац. автом.-дор. ун-т. – Х.: ХНАДУ, 2012 – 416 с.
  11. Провести аналіз методик конструювання та розрахунку дорожніх одягів в країнах Європи та надати пропозиції щодо методики, яку необхідно застосовувати при конструюванні та розрахунку дорожнього одягу в Україні: Заключний звіт про науково-дослідну роботу за темою №17/35-03-10 / ХНАДУ: Керівник теми В.К. Жданюк; № держреєстр. 0110U000889, 2010. – 165 с.
  12. Баденков П.Ф. Разработка конструкций и исследование грузовых шин типа Р / П.Ф. Баденков, И.И. Селезнев, В.Н. Пращинкин и др. // Пневматические шины (исследования по проблеме повышения качества). – М.: Химия, 1969. – С. 43–81.
  13. Кнороз В.И. Работа автомобильной шины / В.И. Кнороз. – 2-е изд., исправл. и дополн. – М.: Науч.-техн. изд-во мин-ва автомоб. тр-та и шоссейн. дорог РСФСР, 1960. – 229 с.
  14. Ларин А.Н. Сцепление автомобильной шины с дорогой, покрытой слоем воды: дисс. ... канд. техн. наук: 05.22.10 – эксплуатация автомобильного транспорта / Ларин Александр Николаевич. – Х., 1988. – 171 с.
  15. Механика шины: монография / В.А. Перегон, В.А. Карпенко, Л.П. Гречко и др. – Х.: ХНАДУ, 2011. – 404 с.
  16. Юрченко А.Н. Автомобильные шины: требования, эксплуатация, износ / А.Н. Юрченко. – Х.: Друк. ДПХМЗ «ФЭД», 2003. – 115 с.
  17. Бидерман В.Л. Исследование связи между деформациями каркаса и протектора шины и силами в площади ее контакта с дорогой / В.Л. Бидерман, В.А. Пугин, Т.Н. Володина // Резина–конструкционный материал современного машиностроения: сб. ст.; под общ. ред. П.Ф. Баденкова, В.Ф. Евстратова, М.М. Резниковского. – М.: Химия, 1967. – С. 47–57.
  18. Немчинов М.В. Сцепные качества дорожных покрытий и безопасность движения автомобиля / М.В. Немчинов. – М.: Транспорт, 1985. – 231 с.
  19. Краткий автомобильный справочник / А.Н. Познизовкин, Ю.М. Власко, М.Б. Ляликов и др. – М.: АО «Трансконсалтинг», НИИАТ, 1994. – 779 с.
  20. Кнороз В.И. Автомобильные шины типа Р и РС / В.И. Кнороз. – М.: Транспорт, 1964. – 44 с.
  21. Общие вопросы взаимодействия эластического колеса с жесткой опорной поверхностью: материалы Международной научно-технической конференции ААИ «Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров», посвященной 145-летию МГТУ «МАМИ». – Электронный ресурс. – Режим доступа: [www.mami.ru/science/mami145/scientific/article/s05/s05\\_13.pdf](http://www.mami.ru/science/mami145/scientific/article/s05/s05_13.pdf).
  22. Антонов Д.А. Расчет устойчивости движения многоосных автомобилей / Д.А. Антонов – М.: Машиностроение, 1984. – 168 с.

23. Вахламов В.К. Автомобили. Эксплуатационные свойства: учебник / В.К. Вахламов. – М.: Академия, 2006. – 240 с.
24. Туренко А.Н. Совершенствование способов регулирования выходных параметров тормозной системы автотранспортных средств / А.Н. Туренко, В.А. Богомолов, В.И. Клименко и др. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 400 с.
25. Богомолов В.А. Нагрузочные режимы дорожной одежды нежесткого типа / В.А. Богомолов, В.К. Жданюк, С.В. Богомолов // Дороги і мости. – 2011. – Вип. 13. – С. 29–38.
26. Абдулгасис У.А. Динамика колеса и устойчивость движения автомобиля / У.А. Абдулгасис, Д.М. Клец, М.А. Подригало; под ред. проф. У.А. Абдулгасис. – Симферополь: ДИАЙПИ, 2010. – 208 с.

Рецензент: М.А. Подригало, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 11 февраля 2016 г.

---

---