БЕЗСІТКОВІ МЕТОДИ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ АТОМАРНИХ РАДІАЛЬНИХ БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ

Колодяжний В.М.*, д.ф.-м.н., професор, Лісіна О.Ю.**, к.ф.-м.н.
*Харківський національний автомобільно-дорожній університет
**Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна
VladMax1949@ukr.net, lisinakorovina@outlook.com

Безсіткові методи в теперішній час застосовуються в багатьох галузях комп'ютерних досліджень та методах теорії наближень. Дані методи сформувалися на основі використання так званих радіальних базисних функцій або в термінах методу рухомих найменших квадратів. В багатьох додатках бажано для функцій забезпечувати інваріантність не тільки зсуву, але при виконанні операцій обертання та рефлексії. Радіальні базисні функції мають прекрасну властивість бути інваріантними при усіх Евклідових перетвореннях, а саме зсуву, обертання та рефлексії. Безсіткові методи апроксимації знайшли своє застосування при вирішенні задач комп'ютерної графіки, штучного інтелекту, відтворення образів та оптимізації, при розв'язуванні крайових задач з частинними похідними. Методи, в яких використовують радіальні базисні функції, відомі як *multiquadric*, *inverse multiquadric*, *thin plate spline*, *poliharmonic spline* тощо [1-2]. В даній роботі представлені математичні формулювання безсіткового методу на основі використання атомарних функцій багатьох змінних [3]. Атомарні функції відомі як математичний апарат конструктивної теорії функцій [4]. Атомарні функції багатьох змінних розглядаються як нескінченно диференційовані з компактним носієм розв'язки функціонально-диференціальних рівнянь спеціального вигляду, зокрема відшукуються рішення наступного рівняння

$$Lu(x_1,...,x_n) = \int_{\partial\Omega} \phi(\xi_1,...,\xi_n) u(ax_1 - \xi_1,...,ax_n - \xi_n) d\,s + ku(ax_1,...,ax_n),$$

де L – лінійний диференціальний оператор, $\partial\Omega$ – границя опуклої замкнутої області. Вибір лінійного оператора L у вигляді оператора Лапласа, Гельмгольця, Клейна-Гордона, бігармонічного дозволяє побудувати цілу сукупність атомарних радіальних базисних функцій, які використовуються при розв'язуванні *2D* та *3D* крайових задач з частинними похідними. Серед таких атомарних радіальних базисних функцій відмітимо наступні функції: $Plop(x_1, x_2)$, $Corp(x_1, x_2, x_3)$, $Hlop(x_1, x_2)$, $Horp(x_1, x_2, x_3)$, $Blop(x_1, x_2)$, $Dorp(x_1, x_2, x_3)$ та інші. Дані математичні засоби теорії атомарних функцій находять ефективне застосування в теорії наближень, в обчислювальній математиці, при дослідженні задач математичного моделювання. Безсіткові методи розглядаються як альтернативні методи наближеним методам розв'язування задач математичного моделювання, зокрема методам скінченних елементів.

Реалізація безсіткових методів на основі атомарних радіальних базисних функцій відбувається з застосуванням математичних засобів теорії *R*-функцій, які дозволяють точно описувати складні геометричні об'єкти. Приклади розв'язування крайових задач нестаціонарної теплопровідності для складних машинобудівних конструкцій безсітковим методом розглянуті в роботі [3]. В цій роботі представлені ефективні методи побудови атомарних радіальних базисних функцій, які дозволяють мінімізувати похибки при обчисленні цих функцій. Відмітимо, що на основі безсіткових методів з застосуванням атомарних радіальних функцій можна вдосконалити методи розрахунків об'єктів дорожнього комплексу, реалізувати моделювання фізичних процесів, які мають місце в об'єктах транспортної інфраструктури.

Література:

1. Fasshauer G.E. Meshfree Methods. // Department of Applied Mathematics/ Illinois Institute of Technology, Chicago, IL 60616, USA. – 90 p. // fass@amadeus.math.iit.edu
2. Shaofan Li, Wing Kam Liu Meshfree and particle methods and their applications / / Appl. Mech. Rev., vol.55, No1, January 2002. – P. 1-32.
3. Колодяжний В.М., Лісіна О.Ю., Селищев В.С. Атомарні функцій в задачах математичного моделювання. // Харків: ХНАДУ, 2017. – 376 с.
4. Рвачев В.Л., Рвачев В.А. Неклассические методы теории приближений в краевых задачах // Киев: Наук. думка, 1979. – 196 с.